



7

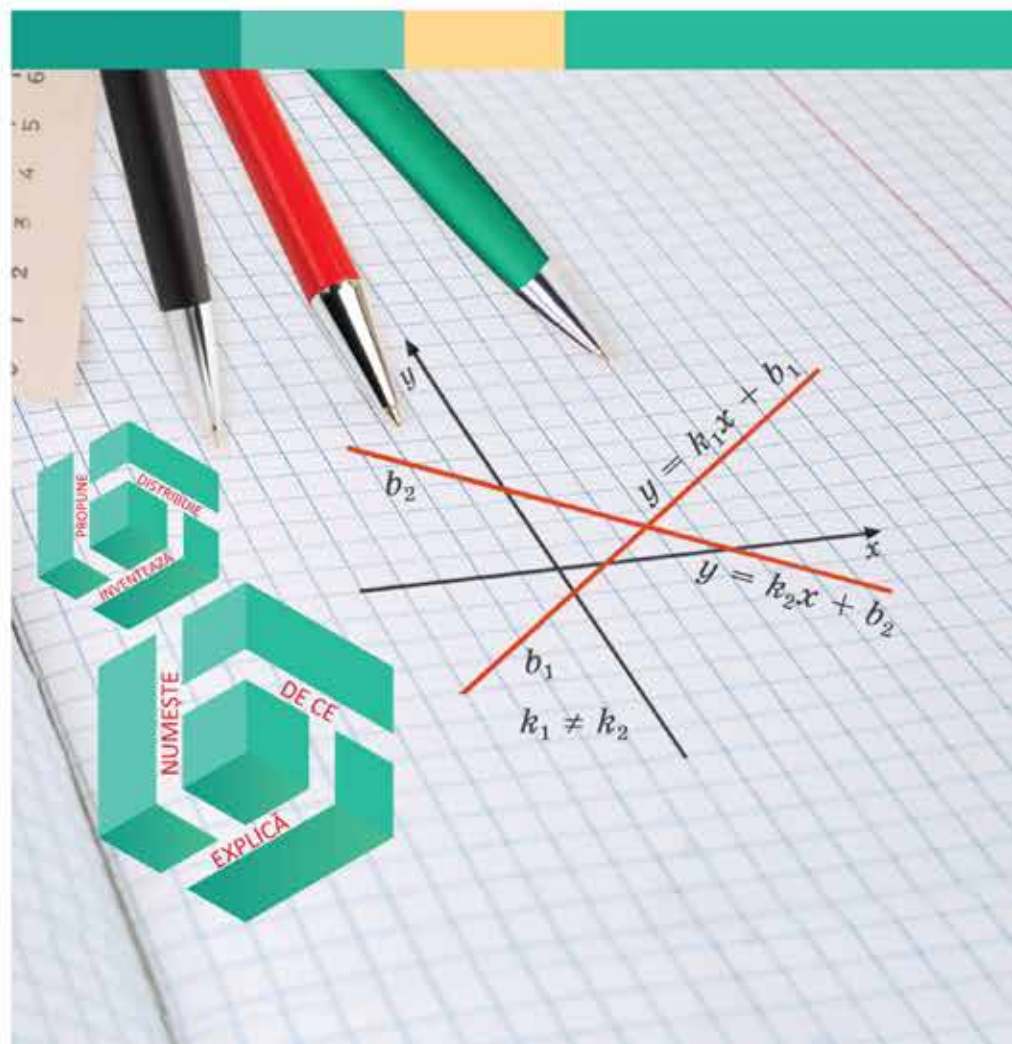
Algebră

2024

# Algebră

Clasa a **7**-a

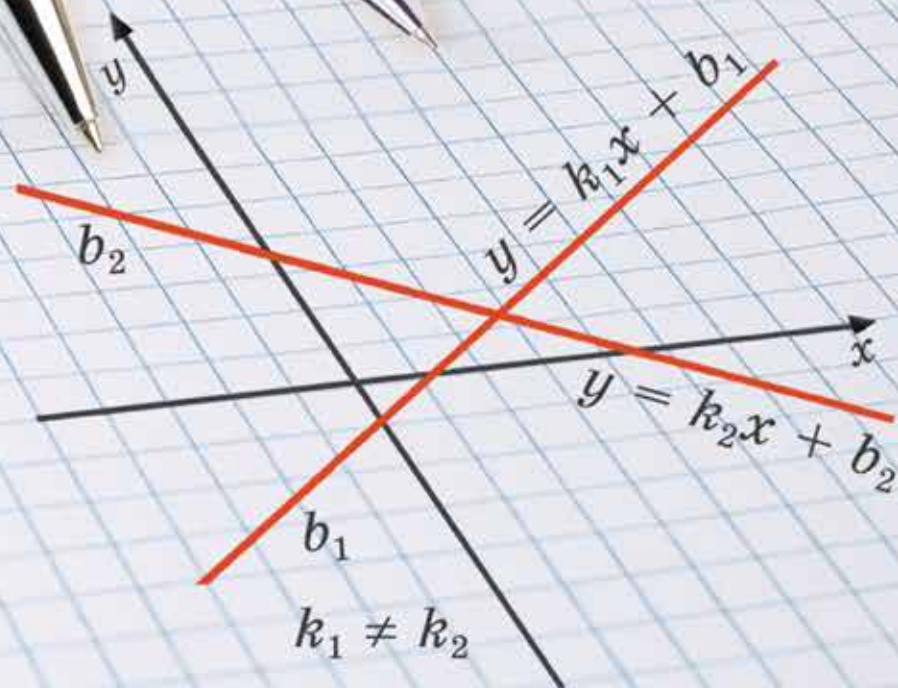
NOUA ȘCOALĂ UCRAINEANĂ



ISBN 978-966-914-471-3



9 789669 144713 >



# ALGEBRĂ

Manual pentru clasa a 7-a  
a instituțiilor de învățământ mediu general

*Recomandat de Ministerul Învățământului și Științei al Ucrainei*

Львів  
Видавництво «Світ»  
2024

УДК 37.091.21:512(075.8)(=135.1)

А 45

*Перекладено за виданням:*

**Алгебра** : підручник для 7 класу закладів загальної середньої освіти. О. Я. Біляніна та ін. – Київ : Літера ЛТД, 2024.

*Рекомендовано Міністерством освіти і науки України*

(наказ Міністерства освіти і науки України від 05.02.2024 № 124)

**Видано за рахунок державних коштів. Продаж заборонено**

Підручник розроблено відповідно до Модельної навчальної програми «Алгебра. 7–9 класи» для закладів загальної середньої освіти (автори: Біляніна О. Я., Білянін Г. І., Семчук А. Р., Глащук О. Г., Мар'янчук О. Т., Рябий С. І.)

А 45 Алгебра : підруч. для 7 кл. з навч. рум. мов. закл. заг. серед. осв. / Біляніна О.Я., Білянін Г. І., Андрух Ю. О., Гуцуляк Я. В., Мунтян А. В., Шакун Ж. В. ; пер. Рябко Р. Г. – Львів : Світ, 2024. – 304 с.

ISBN 978-966-914-471-3

УДК 37.091.21:512(075.8)(=135.1)

ISBN 978-966-914-471-3 (рум.)

ISBN 978-966-945-431-7 (укр.)

© О. Я. Біляніна текст, малюнки, 2024  
© Біляніна О. Я., Білянін Г. І., Андрух Ю. О.,  
Гуцуляк Я. І., Мунтян А. В., Шакун Ж. В.  
© «Літера ЛТД», 2024  
© Рябко Р.Г. переклад румунською мовою,  
2024



## CUPRINS

**TEMA 1. ECUAȚII LINIARE**

Introducere . . . . .	5
§ 1.1. Ecuatii și rădăcinile lor. Ecuatii echivalente. Ecuatii liniare cu o singură variabilă . . . . .	7
§ 1.2. Principalele proprietăți ale ecuațiilor. Rezolvarea ecuațiilor liniare și a celor mai simple ecuații, care se reduc la liniare. . . . .	13
§ 1.3. Probleme de studiu, care se modelează printr-o ecuație liniară cu o singură variabilă sau printr-o ecuație, ce se reduce la o ecuație liniară. . . . .	20
§ 1.4. Probleme de competență, ce se modelează printr-o ecuație liniară cu o singură variabilă sau printr-o ecuație, ce se reduce la o ecuație liniară . . . . .	26
§ 1.5. Probleme de mișcare, ce se modelează printr-o ecuație liniară cu o singură variabilă sau cu o ecuație, ce se reduce la o ecuație liniară . . . . .	34
§ 1.6*. Studierea și rezolvarea ecuațiilor liniare cu un parametru . . . . .	40
<i>Generalizarea și sistematizarea competențelor dobândite la tema „Ecuatii liniare” . . . . .</i>	<i>43</i>

**TEMA 2. EXPRESII ÎNTREGI. MONOAME**

§ 2.1. Expresii numerice și expresii cu variabile. Expresii raționale întregi. Identități . . . . .	49
§ 2.2. Transformări identice ale expresiilor . . . . .	56
§ 2.3. Puterea cu exponent natural. Proprietățile puterii cu exponent natural. . . . .	63
§ 2.4. Forma standard a numărului natural cu mai multe cifre. Aplicarea formei standard a numărului natural cu mai multe cifre în domeniul științelor despre natură. . . . .	72
§ 2.5. Monomul. Ridicarea monomului la putere și înmulțirea monoamelor. Forma standard a monomului . . . . .	78
<i>Generalizarea și sistematizarea competențelor dobândite la tema „Expresii întregi. Monoame” . . . . .</i>	<i>84</i>

**TEMA 3. EXPRESII ÎNTREGI. POLINOAME**

§ 3.1. Polinomul. Termenii asemenea ai polinomului și reducerea lor. Gradul polinomului. . . . .	90
§ 3.2. Adunarea și scăderea polinoamelor . . . . .	95
§ 3.3. Înmulțirea unui monom cu un polinom . . . . .	100
§ 3.4. Înmulțirea unui polinom cu un polinom. Forma standard a polinomului . . . . .	105
§ 3.5. Formulele înmulțirii prescurtate: pătratul sumei și pătratul diferenței . . . . .	111
§ 3.6. Formulele înmulțirii prescurtate: diferența pătratelor (produsul dintre diferența a două expresii și suma lor) . . . . .	117
§ 3.7*. Formulele sumei cuburilor și diferenței cuburilor, cubul sumei și cubul diferenței. . . . .	123
<i>Generalizarea și sistematizarea competențelor dobândite la tema „Expresii întregi. Polinoame” . . . . .</i>	<i>128</i>

**TEMA 4. DESCOMPUNEREA POLINOAMELOR ÎN FACTORI**

§ 4.1. Descompunerea polinoamelor în factori prin metoda scoaterii factorului comun în afara parantezelor. . . . .	135
§ 4.2. Descompunerea polinoamelor în factori prin metoda grupării. . . . .	140
§ 4.3. Descompunerea polinoamelor în factori cu ajutorul formulelor înmulțirii prescurtate . . . . .	145

§ 4.4.	Aplicarea a câteva metode de descompune a unui polinom în factori . . . . .	150
§ 4.5.	Probleme de învățare, care se modelează cu un polinom descompus în factori. . . . .	155
	<i>Generalizarea și sistematizarea competențelor dobândite la tema „Descompunerea polinoamelor în factori . . . . .</i>	<i>160</i>

### TEMA 5. FUNCȚII

§ 5.1.	Dependența funcțională dintre mărimi. Funcția. Modurile de definire a funcției . . . . .	165
§ 5.2.	Graficul funcției. Domeniul de definiție și domeniul de valori al funcției. . . . .	174
§ 5.3.	Funcția liniară, graficul și proprietățile ei. Proportionalitatea directă, graficul și proprietățile ei. . . . .	181
§ 5.4.	Construirea graficelor funcțiilor liniare și citirea lor . . . . .	188
§ 5.5.	Studierea amplasării reciproce a graficelor funcțiilor liniare . . . . .	196
§ 5.6.	Aplicarea funcției liniare în situații practice . . . . .	203
	<i>Generalizarea și sistematizarea competențelor dobândite la tema „Funcții” . . . .</i>	<i>207</i>

### TEMA 6. SISTEME DE ECUAȚII LINIARE CU DOUĂ VARIABLE

§ 6.1.	Ecuția liniară cu două variabile și graficul ei. Sistemul de două ecuații liniare cu două variabile . . . . .	213
§ 6.2.	Rezolvarea sistemelor de ecuații liniare cu două variabile prin metoda grafică . . . . .	219
§ 6.3.	Rezolvarea sistemelor de ecuații liniare cu două variabile prin metoda substituției . . . . .	226
§ 6.4.	Rezolvarea sistemelor de ecuații liniare cu două variabile prin metoda adunării . .	232
§ 6.5.	Rezolvarea sistemelor de ecuații liniare cu două variabile prin diferite metode. . . . .	238
§ 6.6.	Rezolvarea problemelor geometrice, ce se modelează cu ajutorul sistemului de două ecuații liniare cu două variabile . . . . .	244
§ 6.7.	Sistemul de ecuații liniare ca model matematic pentru problemele bazate pe competențe . . . . .	249
§ 6.8*.	Cercetarea și rezolvarea sistemelor de ecuații liniare cu parametru. . . . .	255
	<i>Generalizarea și sistematizarea competențelor dobândite la tema „Sisteme de ecuații liniare cu două variabile”. . . . .</i>	<i>261</i>

### TEMA 7. ELEMENTE DE STOCASTICITATE

§ 7.1.	Metodele de obținere a datelor. Citirea și analiza datelor. Caracteristicile selecției: moda, mediană, valoarea medie . . . . .	266
§ 7.2.	Probleme de învățare pentru aflarea fracției (procentului) dintr-un număr și a numărului după fracția (procentul) lui și compunerea rapoartelor fracționare și procentuale . . . . .	274
§ 7.3.	Evenimentul aleatoriu și probabilitatea lui. Determinarea clasică și statistică a probabilității unui eveniment pentru calculul probabilităților evenimentelor . . . . .	281
§ 7.4.	Aplicarea regulilor combinatorice ale sumei și produsului pentru calculul probabilităților evenimentelor . . . . .	287
§ 7.5.	Probleme bazate pe competențe, care se modelează prin elemente stocastice. . . . .	291
	<i>Generalizarea și sistematizarea competențelor dobândite la tema „Elemente de stocasticitate . . . . .</i>	<i>396</i>

## Salut!


Cum ești? Eu sunt manualul tău. Am o mare dorință să devin prieten cu tine...


Eu știu să fiu prieten, dar tu? Te asigur, că sunt gata să te ajut să te înveți a învăța și IQ-ul tău să crească! În acest scop, l-am invitat ca asistent pe renumitul Cub al lui Bloom, iar în cele din urmă, am încredere în tine ca un ucrainean sincer care iubește, ca și mine Ucraina înainte de toate!


Ești aproape un adult/adultă, doar tu – ești elev/elevă în clasa a șaptea, și înțelegi bine, că ceea ce ai învățat singur/singură – este valoarea vieții tale! Așa că îți sugerez să ții cont de acest lucru: cu cât vei munci mai mult în mod conștient pentru tine însuși, cu atât vei trăi și îți va fi mai bine în societate!


Ți-am pregătit însărcinări speciale de la Cub, care e de dorit să le faci de sine stătător, pentru că aceasta este dezvoltarea gândirii tale. Poți oricând să verifici corectitudinea lor, dacă ai nevoie, după trimiterea alăturată, cu o scurtă sau mai detaliată explicație a soluției. Forma de comunicare – prezentarea în nor, astfel încât o vei putea vizualiza de câte ori dorești. Cu ajutorul acestor însărcinări, vei putea, de asemenea, să te apreciezi singur după criteriile corespunzătoare „Cum ești?” și să te bucuri de succesele tale împreună cu cei de aproape. Astfel, visele tale devin realitate, așteptările tale sunt îndeplinite, iar tu devii mai fericit/fericită!

Bineînțeles, că manualul este destinat predării în **Noua Școală Ucraineană**, așa că el oferă rubrici aparte, care au obiective specifice.

 Însărcinări de cercetare în parteneriat: **„Oare tu știi?”**, pentru a **analiza** și a trage **concluzii** despre formarea **unei traiectorii individuale al studiului propriu** cu scopul de a însuși mai bine o temă nouă, deoarece **„Merită să știi și să poți aplica”**,

 O scurtă reamintire despre întrebările actuale pentru noua temă, pe care le cunoști și pe care le poți aplica – **„Reține!”**.

 Înțelegerea și conștientizarea noului material este cuprinsă în rubrica **„Reține! Este important”**.

 **„Exerciții de antrenare”** de patru niveluri, care sunt sistematizate de la cele mai simple la cele mai complicate în formă de test și formă desfășurată. Printre acestea se numără însărcinări pentru dezvoltarea capacității de cercetare a situațiilor, lucrând în grup (**„Ai vreo idee?”**), învățare de a pune întrebări la însărcinări în timp ce se lucrează într-o cooperativă de clasă (**„Oare tu poți?”**).

Fiecare temă studiată conține rubrica **„Generalizarea și sistematizarea competențelor dobândite la temă”**, în care sun interesați de tine (**„Cum ești tu?”**), sunt încrezuți în responsabilitatea și integritatea ta prin întrebări de autoverificare. De asemenea, ție ți se propune un exemplu de **„Hartă intelectuală”** la temă, scheme, clustere etc., pe care le poți completa cu propriile contribuții creative. Apoi, vei putea crea propriul tău **„Senkan”**, iar eu îl voi împărtăși pe al meu cu tine. Și nu uita să mergeți la **„Fișa”** pentru a te verifica (**„Cum sunt Eu?”**).

Cunoști proverbul popular: **„Nimeni nu s-a născut înțelept, ci a învățat”**. Deci, să învățăm împreună pentru a dobândi înțelepciunea vieții, a avea competențele corespunzătoare, a fi TU ÎNSUȘI, a găsi Eul tău în această lume. Eu nu sunt împotriva! Dar tu?

Prin ecuații, teoreme.  
Eu am rezolvat tot felul de probleme.  
Geoffrey Chaucer

## TEMA 1: ECUAȚII LINIARE

În această temă **vei înțelege**, că ecuațiile se deosebesc după tipuri, **vei face cunoștință** cu forma generală a ecuației liniare, vei învăța cum să le deosebești de altele și să le **rezolvi** prin metode complet noi, cu care nu ești obișnuit.

De acum înainte vei folosi mai des cuvântul „**rădăcină**”, nu numai pentru plante, ci și ca soluție a ecuației. **Vei înțelege**, de asemenea, că ecuațiile pot fi **echivalente**, iar pentru a determina această echivalență, trebuie să rezolvi aceste ecuații. Poate cel mai important lucru pentru tine este faptul, că vei învăța să folosești ecuațiile liniare pentru a **modela** probleme algebrice și altele – probleme practice, bazate pe competențe, situaționale, - prin care se poate descrie activitatea și viața ta.







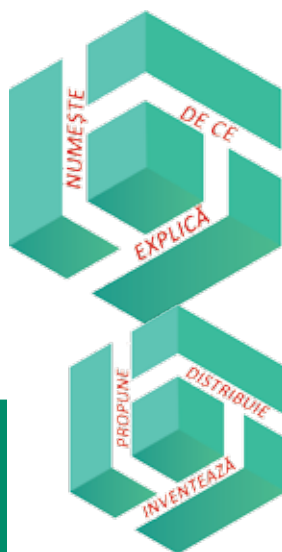
## § 1.1 Ecuatii și rădăcinile lor. Ecuatii echivalente. Ecuatii liniare cu o singură variabilă.

Salut! Cum ești?

Vă propun un motto pentru învățare: **„Tind să învăț să a învăța!”**.

Astăzi, Cubul lui Bloom te va ajuta să diagnostichezi „oare tu știi?” și „oare tu poți?”, iar apoi – vom trece la rezolvarea exercițiilor – „oare știi să faci?” și vom dobândi noi cunoștințe despre ecuații.

**Așadar, Cubul lui Bloom îți propune:**



### INVENTEAZĂ,

cum se scrie pe scurt:  
„de la un oarecare număr a fost scăzut 2,5 și s-a obținut 12,5”

### NUMEȘTE

rezultatul fiecărei operații aritmetice: adunare, scădere, înmulțire, împărțire

### EXPLICĂ

diferența dintre termenii: „de 2 ori mai mare” și „cu 2 mai mare”

### DE CE

este incorectă afirmația, că  
 $2x - 17 + x + 3 -$   
este o ecuație?

### PROPUNE

o metodă convenabilă de rezolvare a ecuației:  
 $2,5x = 10$  și  
 $\frac{1}{3}x = 4$ .

### DISTRIBUIE

cu abilitățile tale, cum să găsești valoarea lui  $x$ , dacă  
 $2x + 5 = 17$ .

### **Cercetează în parteneriat: „Oare tu știi?”**

1) Să se afle  $x$ , dacă:

a)  $(1,2 + 3,8) : x = -2$ ;

b)  $x : (1,2 + 2,5 + 3,8) = 10$ ;

c)  $(0,125 \cdot x) \cdot 8 = 0,4$ .

2) Să se calculeze valoarea fiecărei expresii prin metoda convenabilă, dacă  $m = 0,2$ :

a)  $2,3m + 7,7m$ ;

b)  $27,36m - 33,2m + 105,84m$ ;

c)  $1\frac{1}{2}m + 1\frac{5}{6}m + 1\frac{2}{3}m$ .

3) Să se determine ecuațiile dintre cele date, soluția cărora este unul și același număr.

a)  $2x - 14 = -8$

c)  $2x - 42 = -34$

b)  $2x + 25 = 33$

d)  $2x + 14 = 22$

**Analizează și trage concluzii – formează strategia de învățare!**

### ACEST LUCRU MERITĂ SĂ ȘTII ȘI SĂ POȚI APLICA

**1** proprietățile comutativă și asociativă ale adunării și înmulțirii:

$$a + b = b + a$$

$$a + (b + c) = (a + b) + c$$

$$a \cdot b = b \cdot a$$

$$a \cdot (b \cdot c) = (a \cdot b) \cdot c$$

**2** proprietatea distributivă a înmulțirii, care se citește de la stânga la dreapta și de la dreapta la stânga:

$$c \cdot (a \pm b) = ca \pm cb.$$

**3** operații aritmetice cu numere raționale:

pentru a aduna două numere cu semne diferite, trebuie de:

1) aflat modulele termenilor;

2) scăzut modulul cel mai mic din modulul cel mai mare;

3) pus înaintea numărului obținut semnul termenului cu modulul mai mare;

✓ pentru a scădea dintr-un număr altul, trebuie de adunat la descrescător numărul opus scăzătorului (sau pentru a scădea dintr-un număr altul, trebuie de aflat un al treilea număr care, în sumă cu scăzătorul, este egal cu descrescătorul:  $a - b = c$ , doar  $c + b = a$ );

✓ produsul și câtul a două numere cu același semn este un număr pozitiv, iar produsul a două numere cu semne opuse – un număr negativ.

#### Reține!

**Ecuație** – este egalitatea, care conține o variabilă.

Expresia, scrisă în stânga semnelui "=" în ecuație se numește *partea stânga a ecuației*, iar expresia din dreapta – *partea dreaptă a ecuației*.

Numărul, care transformă ecuația într-o egalitate numerică adevărată se numește **rădăcină** (sau **soluție**) a **ecuației**. Se spune: rădăcina ecuației **satisface această ecuație**.

Procesul de căutare a valorilor variabilelor, care ar transforma ecuația într-o egalitate numerică adevărată se numește **rezolvarea ecuației**.

**Reține! Este important!**

**A rezolva ecuația** înseamnă a afla toate rădăcinile ei sau a se convinge (a demonstra), că nu sunt rădăcini.

Dacă rădăcinile unei ecuații sunt identice cu rădăcinile altei ecuații, atunci ecuațiile se numesc **echivalente**. Ecuațiile care nu au rădăcini, de asemenea, sunt echivalente.

De exemplu, ecuațiile  $2x = 1$  și  $x + 2,5 = 3$  – sunt echivalente, doar ambele ecuații au una și aceeași rădăcină – numărul  $0,5$ . Ecuațiile  $|x| - 7 = 0$  și  $x - 7 = 0$  nu sunt echivalente, deoarece rădăcinile primei sunt numerele  $7$  și  $-7$ , iar a celei de-a doua – o singură rădăcină – numărul  $7$ .

**Ecuație liniară** se numește ecuația de forma  $kx + b = 0$ , unde  $k$  și  $b$  – *numere oarecare*,  $k$  se numește **coeficient** pentru variabila  $x$ , iar  $b$  – *termen liber*.

De exemplu,  $3x - 1,5 = 0$ , unde  $k = 3$ ,  $b = -1,5$ ;

$0,3x + 2,16 = 0$ , unde  $k = 0,3$ ,  $b = 2,16$ .

**Exerciții de antrenare**

**1.1°.** De recunoscut ecuații printre egalitățile:

a)  $2 \cdot 55 = 110$ ;

c)  $75 - y = y$ ;

b)  $\frac{1}{6}p + 3 = 7$  ;

d)  $2 - k = 1 - (1 - k)$ .

**1.2°.** De adus exemple de ecuații și expresii sau egalități, care nu sunt ecuații (de completat tabelul în caiet).

Ecuatie				
Expresia sau egalitatea, care nu este ecuație				

**1.3°.** De verificat, dacă numărul  $2$  este rădăcină a ecuației:

a)  $5 - y = 3$ ;

c)  $1\frac{1}{2}x + 5 = 2$  ;

b)  $-\frac{1}{2}y + 2 = 3y$  ;

d)  $x^2 - 5 = -1$ .

**1.4°.** De verificat, dacă numărul  $-0,5$  este rădăcină a ecuației:

a)  $3 - 2x = 2$ ;

c)  $4x + 14 = 16$ ;

b)  $-\frac{1}{2}x + 2 = 2,25$  ;

d)  $x^2 + 6 = 6,25$ .

**1.5°.** De adus trei exemple de ecuații liniare, în care coeficientul pentru variabilă este un număr întreg, iar termenul liber – un număr rațional.

**1.6°.** De pus în corespondență fiecărei ecuații (1-4) soluția ei (A-D).

<i>Ecuția</i>	<i>Soluția ecuației</i>
1. $3 - x = 10$	A. 9
2. $-\frac{1}{3}x + 2 = -1$	B. -3
3. $5x + 1 = 0$	C. -7
4. $x^2 - 9 = 0$	D. -0,2
	E. 3

**1.7°.** De pus în corespondență fiecărei ecuații (1-4) soluția ei (A-D).

<i>Ecuția</i>	<i>Soluția ecuației</i>
1. $7 - x = -3$	A. 1,4
2. $\frac{2}{5}x + 4 = 10$	B. -5
3. $-5x + 7 = 0$	C. 5
4. $x^2 - 16 = 9$	D. 10
	E. 15

**1.8°.** De ales DOUĂ ecuații, ale căror rădăcini este numărul 7:

- a)  $21 - 2x = 35$ ;                      c)  $3x - 15 = 6$ ;  
 b)  $\frac{3}{7}x + 5 = 8$  ;                      d)  $0,5x - 1,5 = 5$ .

**1.9°.** De ales ecuația, a cărei rădăcină este numărul 0,7:

- a)  $2,4 - 5x = 1,1$ ;                      c)  $-x + 27 = 20$ ;  
 b)  $\frac{10}{49}x + \frac{6}{7} = 1$  ;                      d)  $3\frac{1}{8}x - 2\frac{3}{16} = 0$  .

De rezolvat ecuațiile și de ales printre ele ecuațiile echivalente (**1.11-1.12**):

- 1.10°.** a)  $4x - 0,36 = 0$ ;                      c)  $3x - 1,23 = 0$ ;  
 b)  $-2x + 7 = 0$ ;                      d)  $9x + 0,81 = 0$ .  
**1.11°.** a)  $6x + 0,72 = 0$ ;                      c)  $5x + 0,125 = 0$ ;  
 b)  $-3x - 8 = 0$ ;                      d)  $-6x - 0,15 = 0$ .



**1.12•.** De evaluat în mod critic procesul de rezolvare a ecuației.

a) $2 - 5x = 7;$	b) $\frac{2}{3}x + \frac{5}{6} = 1 ;$	c) $-2x + 7 = 3;$	d) $0,5x - 1 = 0;$
$5x = 7 - 2;$	$\frac{2}{3}x = 1 - \frac{5}{6} ;$	$-2x = 3 - 7;$	$0,5x = 1;$
$x = 5 : 5;$	$\frac{2}{3}x = \frac{1}{6} ;$	$-2x = -4;$	$x = 1 : 0,5;$
$x = 1.$	$x = \frac{1}{6} : \frac{2}{3} ;$	$x = (-4) : (-2);$	$x = 0,5.$
	$x = \frac{1}{4} .$	$x = 2.$	

**Cercetează situația, lucrând în grup:**  
„Ai vreo idee?”

**1.13••.** De rezolvat ecuația  $kx + b = 0$  la formă generală și de cercetat numărul de rădăcini în dependență de valorile coeficientului  $k$  și ale termenului liber  $b$ .

**1.14••.** De construit un cluster de rezolvare a ecuației  $kx + b = 0$  la formă generală.

**1.15••.** De aflat numărul de rădăcini pentru fiecare dintre ecuațiile:

- $mx - n = 0, m \neq 0, n \neq 0;$
- $mx + n = 0, m \neq 0, n = 0;$
- $mx - n = 0, m = 0, n = 0;$
- $mx + n = 0, m = 0, n \neq 0.$

**1.16••.** De rezolvat ecuațiile:

- $123 \cdot (200 - x) = 12\ 300;$
- $246 \cdot (x + 150) = 24\ 600;$
- $157 \cdot (x - 125) = 62\ 800;$
- $266 \cdot (160 + x) = 133\ 000;$

**Formulează întrebări pentru probleme, lucrând în cooperativa de clasă:  
„Oare știi să faci?”**

**1.17.** De formulat întrebarea pentru condiția problemei.

- Problema „*Mișcarea pe râu*”. Distanța dintre două porturi – – 236 km. Barca a plutit timp de 3 ore după cursul apei, a cărei viteză este de 2,5 km/h, parcurgând  $\frac{3}{4}$  din distanța dintre porturi.
- Problema „*Banii mei de buzunar*”. Petru a cheltuit 26% din banii săi de buzunar pentru achiziționarea caietelor, 40% – pentru a reîncărca contul de telefon, 27% – pentru prânz, după care i-au mai rămas 21 de grivne.
- Problema „*Amenajarea terenului*”. Pentru a decora stratul de flori al liceului au fost cumpărate tufe de crizanteme gata făcute de trei culori – violet, galben și alb. Crizantemele violet au reprezentat 34% din toate tufele cumpărate, galbene – 42% , iar albe – s-au numărat – 120 de tufe.
- Problema „*Hrană sănătoasă*”. Meniul pentru prânzurile complexe din unele cafenele este format din 5 salate de legume, 4 feluri principale și 6 deserturi. Vizitatorul dorește să facă o comandă, care să includă o salată, un fel principal și un desert.
- Problema STEM „*Apa – baza vieții*”. Se știe, că fiecare persoană consumă în medie 1700 ml de apă pe zi. Oamenii de știință propun populației Ucrainei să acorde atenție următoarelor norme aproximative de consum de apă:

Categoria de vârstă	Până la 1 an	Copii 1-9 ani	Fete 10-18 ani	Băieți 10-18 ani	Bărbați	Fe-meii	Fe-meii gra-vide	Femei, ce hrănesc pruncii
Cantitatea de apă recomandată pentru consum (în ml/zi)	700–1000	1250–1750	1900–2000	2100–2500	2500	2000	2300	2700

**VERIFICĂ-TE „CUM EȘTI?”**

**Fișa „§ 1.1. Ecuțiile și rădăcinile lor. Ecuții echivalente. Ecuții liniare cu o singură variabilă”**



## § 1.2 Principalele proprietăți ale ecuațiilor. Rezolvarea ecuațiilor liniare și a celor mai simple ecuații, care se reduc la liniare.



Salut! Cum ești?

Vă propun un motto pentru învățare: **„Nu spune: „nu pot”,  
ci spune „o să învăț!”.**

Astăzi, Cubul lui Bloom din nou te va ajuta să diagnostichezi „oare tu știi?” și „oare tu poți?”, iar apoi – vom trece la rezolvarea ecuațiilor – „oare poți să faci?” și vom dobândi noi cunoștințe despre faptul, cum se poate simplifica procesul de rezolvare a ecuațiilor.

### Așadar, șase însărcinări de la Cubul lui Bloom:

**NUMEȘTE** rădăcinile ecuațiilor liniare  $4x - 5 = 0$  și  $-5x + 4 = 0$ .

**EXPLICĂ**, cum de găsit soluțiile ecuației  $mx - n = 0$ , dacă,  $m = 0$ ,  $n = 0$ .

**DE CE** ecuațiile  $x - 0,5x - 0,5x = 4$  și  $2(x - 1) - 2x = 0$  – sunt echivalente?

**INVENTEAZĂ** trei ecuații liniare, ale căror rădăcină este numărul 2,5.

**DISTRIBUIE** abilitățile tale pentru rezolvarea ecuației  $3x - 4,5 - 7,5 = 0$ .

**PROPUNE** metoda convenabilă pentru tine de rezolvare a ecuației:

$$\frac{4 - x}{3} = \frac{9}{2}$$

### Cercetează în parteneriat: „Oare tu știi?”

1) De aflat valoarea lui  $x$ , dacă:

- a)  $2 + 2(x - 1) = 0$ ;      b)  $12x - 4x - 8x - 10 + 10 = 0$ ;  
c)  $8 - 2(x - 6) = 0$ .

2) De ales expresia, prin care se pot afla cheltuielile Caterinei pentru achiziționarea a  $m$  caiete „Mria” – a câte 6 grn fiecare și a 8 caiete „Lider” – a câte  $n$  grn fiecare.

- a)  $m \cdot 6 + 8 + m$ ;      b)  $m \cdot 6 + 8 \cdot n$ ;      c)  $6m \cdot 8n$ .

3) De determinat printre ecuații acelea, care sunt echivalente.

- a)  $3x - 24 = 6$ ;      c)  $2x + x - 12,5 = 17,5$ ;  
b)  $3x + 26 = -4$ ;      d)  $2(1,5x + 9) = 12$ .

**Analizează și trage concluzii – creează strategia de învățare!****ACEST LUCRU MERITĂ SĂ ȘTII  
ȘI SĂ POȚI APLICA**

- 1** Abilitatea de a deschide parantezele – este aplicarea adevărată a proprietății distributive a înmulțirii, ce ajută la rezolvarea corectă a ecuațiilor. Prin urmare, este important de știu că:

$$c(a \pm b) = ca \pm cb \quad \text{și} \quad -c(a \pm b) = -ca \mp cb$$

- 2** Cazuri speciale ale înmulțirii:

$$a \cdot 0 = 0 \cdot a = 0 \quad \text{și} \quad a \cdot 1 = 1 \cdot a = a$$

- 3** Uneori se întâlnesc „ecuații – proporții”, pentru care se poate aplica proprietatea principală a proporției, - *produsul termenilor extremi ai proporției este egal cu produsul termenilor ei medii* – și astfel se simplifică procesul de rezolvare.

$$\text{Dacă } \frac{a}{b} = \frac{c}{d}, \text{ atunci } \mathbf{ad=bc.}$$

**Reține!**

**Egalitatea** poate fi citită atât de la stânga la dreapta, cât și de la dreapta la stânga. Deoarece ecuația – de asemenea este o egalitate, atunci aceeași regulă se adevărește și pentru ecuații.

Dacă se citește o ecuație de la stânga la dreapta și de la dreapta la stânga, atunci obținem ecuații, care sunt echivalente. Această afirmație se numește proprietatea ecuației.

De exemplu, ecuațiile  $7,5 = 5x + 4,5$  și  $5x + 4,5 = 7,5$  – sunt echivalente (*verifică acest lucru de sine stătător*).

Așadar, folosind anumite transformări, se poate obține dintr-o ecuație altă ecuație mai simplă, care va fi echivalentă cu cea inițială.

**Reține! Este important!****PROPRIETĂȚILE ECUAȚIILOR**

- 1** Dacă într-o ecuație **se va schimba partea stângă și partea dreaptă**, atunci se va obține o ecuație echivalentă cu cea dată.
- 2** Dacă în orice parte a ecuației **se vor deschide parantezele sau se vor reduce termenii** asemenea, atunci obținem o ecuație echivalentă cu cea dată.



- 3** Dacă într-o ecuație *se va muta un termen dintr-o parte în alta, schimbându-i semnul în opus*, se va obține o ecuație echivalentă cu cea dată.
- 4** Dacă *de adăugat unul și același număr la ambele părți ale ecuației sau dacă de scăzut unul și același număr din ambele părți ale ecuației*, atunci se obține o ecuație echivalentă cu cea dată.
- 5** Dacă ambele părți ale ecuației *se vor înmulți sau împărți la unul și același număr, diferit de zero*, atunci se obține o ecuație echivalentă cu ecuația dată.
- Aceste cinci proprietăți sunt proprietățile principale ale ecuațiilor și ale transformărilor echivalente.

### Exerciții de antrenare

De verificat, care perechi de ecuații sunt echivalente (1.18–1.19).

- 1.18°.** a)  $-x + 5 = 0$  și  $5 - x = 0$ ;                      c)  $2x - 4 = 0$  și  $4 - 2x = 0$ ;  
           b)  $2 - x + 2 = 0$  și  $-x + 2 = 0$ ;                    d)  $4x - 2 = 0$  și  $2 - 4x = 0$ .
- 1.19°.** a)  $2x + 12 = 0$  și  $2x = -12$ ;                    c)  $5x - 10 = 0$  și  $5x = 10$ ;  
           b)  $12 - 3x = 0$  și  $3x = 12$ ;                        d)  $9 - 3x = 0$  și  $3x = 9$ .

De ales perechile de ecuații, în care se păstrează echivalența după proprietatea de înmulțire sau de împărțire a ambelor părți la unul și același număr, diferit de 0, (1.20–1.21).

- 1.20°.** a)  $7(x - 3) = 49$  și  $x - 3 = 7$ ;                    c)  $\frac{2}{3}x = 10$  și  $2x = 15$ ;  
           b)  $9(x + 1,5) = 27$  și  $x + 1,5 = 3$ ;                    d)  $\frac{3}{10}x = 9$  și  $3x = 90$ .
- 1.21°.** a)  $3(x + 7) = 81$  și  $x + 7 = 27$ ;                    c)  $\frac{3}{4}x = 6$  și  $3x = 24$ ;  
           b)  $11(x - 2) = 132$  și  $x - 2 = 12$ ;                    d)  $\frac{5}{8}x = 3$  și  $5x = 24$ .

De aplicat proprietățile principale ale ecuațiilor și de selectat DOUĂ ecuații dintre (a-d), care sunt echivalente cu cea dată (1.22–1.23).

- 1.22°.** Avem ecuația  $3x - 5 = 6x + 22$ . Echivalente cu ea vor fi:  
           a)  $6x + 22 = 3x - 5$ ;                                  c)  $-5 - 22 = 6x - 3x$ ;  
           b)  $3x + 6x = 22 - 5$ ;                                  d)  $3x + 6x = 22 + 5$ .
- 1.23°.** Avem ecuația  $2(x - 1,4) = 1,2$ . Echivalente cu ea vor fi:  
           a)  $x - 1,4 = 1,2$ ;                                        c)  $x = 1,2 + 1,4$ ;  
           b)  $x - 1,4 = 1,2 : 2$ ;                                    d)  $x = 1,2 : 2 + 1,4$ .

**1.24<sup>oo</sup>.** De determinat ecuația echivalentă cu ecuația

$$43 - (13 - y) = 6y + 5.$$

- a)  $43 - 13 - y = 6y + 5$ ;                      c)  $43 - 13 - 5 = 6y + y$ ;  
 b)  $43 - 13 + y = 6y + 5$ ;                      d)  $43 - 13 + 5 = 6y - y$ .

**1.25<sup>oo</sup>.** De determinat ecuația, care nu este echivalentă cu ecuația  
 $5 - 2(x + 4) = 19$ .

- a)  $-2(x + 4) = 19 - 5$ ;                      c)  $x + 4 = (19 + 5) : (-2)$ ;  
 b)  $(5 - 19) : 2 = 2(x + 4) : 2$ ;                      d)  $x + 4 = (5 - 19) : 2$ .

**1.26<sup>oo</sup>.** De determinat, care dintre următoarele ecuații pot fi obținute în urma transformărilor echivalente ale ecuației  $\frac{5}{7}x + 7,25 = x - 2,75$  .

- a)  $\frac{5}{7}x = x - 2,75 + 7,25$  ;                      c)  $5x = x - 2,75 - 7,25$ ;  
 b)  $7,25 + 2,75 = x - \frac{5}{7}x$  ;                      d)  $7x - 5x = (7,25 + 2,25) \cdot 7$ .

**1.27<sup>oo</sup>.** De determinat, care dintre următoarele ecuații nu pot fi obținute în urma transformărilor echivalente ale ecuației  $3x + 123 = \frac{3}{8}x + 18$  .

- a)  $3x + 105 = \frac{3}{8}x$  ;                      c)  $x + 35 = \frac{1}{8}x$  ;                      e)  $24x - 3x = 105$ ;  
 b)  $3x + \frac{3}{8}x = 105$  ;                      d)  $8x + 280 = x$ ;                      f)  $8x - x = -280$ .

**1.28<sup>oo</sup>.** De scris ecuația, care se va obține după efectuarea consecutivă a transformărilor echivalente propuse ale ecuației  $-0,5(x + 10) = 13 - 4x$ :

- 1) de schimbat cu locurile partea stângă și partea dreaptă ale ecuației;
- 2) de înmulțit ambele părți ale ecuației cu (-2);
- 3) de mutat termenul numeric din partea stângă a ecuației în partea dreaptă;
- 4) de scăzut termenul  $x$  din ambele părți ale ecuației;
- 5) de împărțit ambele părți ale ecuației la coeficientul dinaintea variabilei.

**1.29<sup>oo</sup>.** De scris o ecuație și de compus un plan pas cu pas pentru rezolvarea ei, utilizând principalele proprietăți ale ecuațiilor.

1.30°. De pus în corespondență ecuația (1-4) cu cea echivalentă ei (A-D).

**Ecuția**

1.  $3x + 1 = x + 3$
2.  $x + 1 = 3x + 3$
3.  $2 + x = 1 + 3x$
4.  $1 - 3x = x + 2$

**Ecuția echivalentă**

- A.  $2x = -1$
- B.  $2x = 1$
- C.  $2x = 2$
- D.  $4x = -1$
- E.  $2x = -2$

1.31°. De pus în corespondență ecuația (1-4) cu cea echivalentă ei (A-D).

**Ecuția**

1.  $4(x - 3) = 12$
2.  $4(3 - x) = 12$
3.  $3(x - 3) = 12$
4.  $3(x - 3) = -12$

**Ecuția echivalentă**

- A.  $x + 3 = -4$
- B.  $x - 3 = 4$
- C.  $x - 3 = -3$
- D.  $x - 3 = -4$
- E.  $x - 3 = 3$

De rezolvat ecuațiile și de determinat dintre ele cele echivalente (1.32–1.35).

- 1.32°. a)  $3x - 6,5 = 14,5$ ;  
b)  $6x - 10,2 = 49,8$ ;

- c)  $5x - 12,3 = 27,7$ ;  
d)  $4x - 2,7 = 30,3$ .

- 1.33°. a)  $8 - 5x = 26$ ;  
b)  $4x - 12 = 4(x - 3)$ ;

- c)  $7x + 18 = 16x - 9x + 10$ ;  
d)  $x^2 + 6 = -10$ .

- 1.34°. a)  $3x - 8,5 = 5x + 3,5$ ;  
b)  $6x - 10,4 = 8x + 7,6$ ;

- c)  $5x - 12,3 = 9x + 7,7$ ;  
d)  $4x - 8,7 = 7x + 1,3$ .

- 1.35°. a)  $8 - 5x = -3x + 16$ ;  
b)  $4x - 12,5 = 2x - 16,5$ ;

- c)  $7x + 16,2 = 3x - 20,2$ ;  
d)  $9x + 4,8 = -18,2 - x$ .

1.36°. De dat câte TREI exemple de ecuații, care se reduc la ecuații liniare și:  
a) au o mulțime de rădăcini; b) nu au nici o rădăcină.

1.37°. De aflat rădăcina ecuației:

- a)  $\frac{1}{3}(x + 5) = 10$  ;      b)  $1 - \frac{1}{3}x = 7$  ;      c)  $1 + \frac{1}{3}(x - 5) = 5$  .

1.38°. De demonstrat, că numărul 1,5 este rădăcina ecuației:

- a)  $5x + 3 = 6x + 1,5$  ;      c)  $8 - 4x = 2(3x - 3,5)$ ;  
b)  $\frac{2}{3}x - 2(2x - 5) = 4x - 1$  ;      d)  $1\frac{5}{6}x - 0,75 = 0,25(6x - 1)$  .

1.39•. De demonstrat, că numărul 2,5 este rădăcina ecuației:

a)  $4x + 3 = 2(2x + 1,5)$ ;                      c)  $7 - 3x = 5(2x - 5,1)$ ;  
 b)  $\frac{2}{5}x - 7(0,2x - 0,5) = 21 - 8x$  ;            d)  $\frac{7}{25}x - 0,3 = \frac{4}{5}(3x - 7)$  .

De rezolvat ecuațiile ( 1.40–1.41).

1.40•. a)  $3,4 - x = -2(x - 3,2)$ ;                      c)  $14,8 - 2,5(x + 4) = 1,5x + 22$ ;  
 b)  $\frac{2}{3}x + 11 = 20 - \frac{5}{6}x$  ;                      d)  $\frac{7,5 - x}{6} = \frac{x + 2,5}{2}$  .

1.41•. a)  $2,6 - x = -2(x - 1,8)$ ;                      c)  $9,5 - 1,5(x + 6) = 3,5x + 16$ ;  
 b)  $\frac{1}{4}x + 10 = 25 - \frac{3}{8}x$  ;                      d)  $\frac{10,5 - x}{3} = \frac{x + 4,2}{4}$  .

1.42•. De evaluat în mod critic procesul de rezolvare a ecuațiilor.

<p>a) <math>4(2,5x + 3) = 4x - 6</math>; <math>  :4</math>  <math>2,5x + 3 = x - 1,5</math>;  <math>2,5x - x = -1,5 - 3</math>;  <math>1,5x = -4,5</math>;  <math>x = -4,5 : 1,5</math>;  <math>x = -3</math>.</p>	<p>b) <math>4(2,5x + 3) = 4x - 6</math>;  <math>10x + 3 = 4x - 6</math>;  <math>10x - 4x = -6 - 3</math>;  <math>6x = -9</math>;  <math>2x = -3</math>;  <math>x = -1,5</math>.</p>
<p>c) <math>\frac{5}{12}x - \frac{2}{3} = \frac{5}{6} + \frac{7}{24}x</math> ;  <math>\frac{5}{12}x - \frac{7}{24}x = \frac{5}{6} + \frac{4}{6}</math> ;  <math>\frac{3}{24}x = \frac{9}{6}</math>; <math>\frac{1}{8}x = \frac{3}{2}</math> ;  <math>x = \frac{3}{2} : \frac{1}{8}</math>;  <math>x = 12</math>.</p>	<p>d) <math>\frac{5}{12}x - \frac{2}{3} = \frac{5}{6} + \frac{7}{24}x</math> ; <math>  \cdot 24</math>  <math>10x - 16 = 20 + 7x</math>;  <math>10x - 7x = 20 + 16</math>;  <math>3x = 36</math>;  <math>x = 12</math>.</p>

De rezolvat ecuațiile (1.43–1.44).

1.43•. a)  $\frac{x + 0,3}{2} = \frac{3x - 2,4}{4}$  ;                      c)  $\frac{x - 9,6}{2} = \frac{x - 9,3}{3}$  ;  
 b)  $\frac{x - 6}{2} = \frac{7x - 2,4}{6}$  ;                      d)  $\frac{x - 2,46}{3} = \frac{x - 2,1}{5}$  .

1.44•. a)  $\frac{x - 2}{6} + \frac{x - 1}{15} = 1 - \frac{3 - x}{12}$  ;            b)  $\frac{3x - 1}{3} + \frac{2x + 5}{6} = \frac{x + 2}{9} + 7$  .



*Cercetează situația, lucrând în grup:  
„Ai vreo idee?”*

1.45". De aflat raportul procentual al rădăcinilor ecuațiilor

$$\frac{5(3x-1)}{8} - 2 = 3 \quad \text{și} \quad 18y - 8 = 15y + 4$$

1.46". De construit un cluster de rezolvare a ecuației cu modul, care se reduce la cea liniară: a)  $|x| = a$ ; b)  $|x - k| = a$ .

1.47". De aflat valoarea lui  $x$ , pentru care valoarea expresiei  $3(x - 0,8) + 2,4$  este cu 12,4 mai mare decât valoarea expresiei  $7x - 3(1,5x + 4)$ .

*Formulează întrebări pentru probleme, lucrând în cooperativa de clasă: „Oare știi să faci?”*

1.48. De formulat întrebarea pentru condiția problemei.

a) Problema „Mișcarea pe râu”. Viteza unui caiac în apă stătătoare este de 10 km/h. Vâslașul a plutit pe râu în caiac 60 km între două stații în 5 ore, iar la întoarcere el a consumat cu 2,5 ore mai mult.

b) Problema „Depozitul bancar”. Fermierul a deschis un depozit în bancă și după un an a primit un profit de 6000 grn, ceea ce constituie 12 % pe an din depozit.

c) Problema „Amenajarea terenului”. Pe piața centrală a unuia dintre centrele regionale din Ucraina cresc tufe de trandafiri roșii, galbeni și albi. Elevii din clasa a șaptea au clarificat, că trandafirii roșii reprezintă  $\frac{2}{5}$  din toate tufe, trandafirii galbeni –  $\frac{5}{8}$  din restul, iar tufe de trandafiri albi – 63.

**VERIFICĂ-TE „CUM EȘTI?”**

Fișa „§ 1.2. Proprietățile ecuațiilor liniare cu o variabilă. Rezolvarea ecuațiilor liniare și a celor mai simple ecuații, care se reduc la liniare.”

 §1.3

## Probleme de studiu, care se modelează printr-o ecuație liniară cu o singură variabilă sau printr-o ecuație, ce se reduce la o ecuație liniară.



Salut! Cum ești?

Vă propun un motto pentru învățare: **„Vreau să pot să aplic cunoștințele!”**.

Astăzi, Cubul lui Bloom te va ajuta să diagnostichezi „oare tu știi?” și „oare tu poți?”, iar apoi – vom trece la rezolvarea problemelor de studiu – „oare știi să faci?” și vom învăța să le modelăm printr-o ecuație liniară sau printr-o ecuație, ce se reduce la liniară.

**Așadar, Cubul lui Bloom îți propune:**

**NUMEȘTE** trei schimbări pozitive în cunoștințele sau abilitățile tale referitoare la proprietățile ecuațiilor.

**EXPLICĂ**, echivalența a trei ecuații:

$$1) \frac{4}{7}x - 9 = 2x + 1 \quad ; \quad 2) \frac{4}{7}x = 2x + 10 \quad ; \quad 3) 14x - 4x = -70.$$

**DE CE** nu are rădăcini ecuația  $1,5(2y + 1,5) = 7,25 + 3y$ ?

**INVENTEAZĂ** o astfel de ecuație, încât numărul la care te-ai gândit să fie rădăcina ei.

**DISTRIBUIE** cum intenționezi să rezolvi ecuația

$$\frac{2}{3}x + 1,2 = \frac{1}{4}x + 3,2 \quad .$$

**PROPUNE** propria metodă de modelare a situației: „Dacă de adăugat 3 la un număr, care este de două ori mai mic decât al doilea, iar de la al doilea număr de scăzut 7, atunci numerele obținute vor fi egale”.

**Cercetează în parteneriat: „Oare tu știi?”**

1) **De aflat** valoarea variabilei, la care sunt egale expresiile date de următoarele condiții:

a)  $3x + 47$  și  $5x + 33$ ;

b)  $8x - 47$  și  $-5x + 33$ ;

c)  $-3x - 47$  și  $-5x + 33$ .

2) De calculat suma rădăcinilor pentru fiecare dintre ecuațiile (a-c):

a)  $(0,5p-3)(5-0,5m)=0$ ;                      b)  $(0,4-2k)(1,6+2k)=0$ ;

c)  $(2,4-0,4m)(7,5-1,5m)=0$ .

3) De determinat dintre ecuațiile (a-d) acelea, care sunt echivalente.

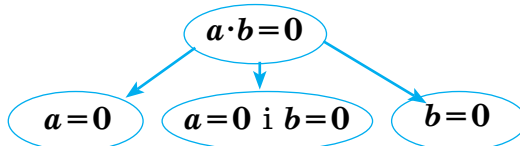
a)  $-\frac{1}{4}x = -2$  ;    b)  $-\frac{2}{3}y = -6$  ;    c)  $1\frac{1}{3}x = 2$  ;    d)  $3\frac{3}{4}x = 30$  .

**Analizează și trage concluzii – creează strategia de învățare!**

## ACEST LUCRU MERITĂ SĂ ȘTII ȘI SĂ POȚI APLICA

**1** Echivalând două expresii cu variabile, întotdeauna se obține o ecuație. De aceea valorile variabilelor, la care aceste expresii vor fi egale sunt soluțiile ecuației obținute.

Produsul este egal cu zero, când cel puțin unul dintre factori este egal cu zero.



**2** Uneori, în timpul rezolvării ecuațiilor, este convenabil să se utilizeze proprietatea numerelor reciproc inverse, deoarece produsul acestor numere este egal cu 1.

Dacă  $c \neq 0$ ,  $d \neq 0$ , atunci numerele  $\frac{c}{d}$  și  $\frac{d}{c}$  – **sunt reciproce**.

**3** Pentru a găsi inversul unui număr mixt, mai întâi el trebuie transformat într-o fracție neregulată.

De exemplu,  $8\frac{1}{3} = \frac{3 \cdot 8 + 1}{3} = \frac{25}{3}$ , atunci  $\frac{25}{3}$  și  $\frac{3}{25} =$

sunt reciproc inverse,  $\frac{25}{3} \cdot \frac{3}{25} = 1$  .

### Reține!

Procesul de formare a ecuației dintr-o afirmație oarecare, de exemplu: „...vor fi egale expresiile, care sunt date de condiții” se numește **modelare**, iar această ecuație – **modelul matematic al situației**.

Modelarea matematică este folosită ca unul dintre cele mai convenabile și eficiente mijloace de studiere a naturii și lumii din jurul nostru. Cu alte cuvinte, problemele, care apar în situații din viața reală sunt reformulate în limbajul

matematic (terminologie matematică) – *problemele se modelează matematic*.

Așadar, modelul matematic al unui oarecare obiect real sau al unui oarecare proces poate fi reprezentat sub forma unei ecuații, formule, tabel, diagramă, figură geometrică, proporție etc.

În cursul de algebră mai întâi sunt descrise procesele și situațiile reale în limbaj matematic sub forma unor modele, iar apoi se lucrează direct cu aceste modele.

### Reține! Este important!

**Modelarea problemei sub formă de ecuație liniară** sau de ecuație, ce se reduce la aceasta – este procesul, în timpul căruia:

- 1 se analizează condiția problemei și se determină, care vor fi datele inițiale, rezultatele finale și intermediare;
- 2 se introduce notația pentru anumite date – variabila;
- 3 se scrie ecuația, care leagă datele inițiale cu rezultatele finale – **modelul matematic al problemei**, și se rezolvă;

- 4 se analizează rezultatele obținute și se dă răspuns la întrebarea problemei.

De exemplu, problema „*Frații*”. Trei frați au vârsta de 30, 20 și 6 ani. Peste câți ani vârsta fratelui cel mare va fi egală cu suma vârstelor celor doi frați mai mici?

**Rezolvare:** Peste  $x$  ani vârsta fratelui mai mare va fi  $(30 + x)$  ani, a fratelui mijlociu –  $(20 + x)$  ani, iar a celui mic –  $(6 + x)$  ani.

Cu toate acestea, vârsta fratelui mai mare este egală cu suma vârstelor celor doi frați mai mici, avem modelul matematic al problemei – ecuația:

$$(30 + x) = (20 + x) + (6 + x).$$

$$30 + x = 20 + x + 6 + x; \quad 30 + x = 26 + 2x; \quad 30 - 26 = 2x - x; \quad x = 4.$$

Așadar, peste 4 ani, fratele mai mare va avea 34 de ani, cel mijlociu – 24 de ani, iar cel mai mic – 10 ani, totodată  $34 = 24 + 10$  (condiția problemei este îndeplinită).

**Răspuns:** 4 ani.

### Exerciții de antrenare

De ales DOUĂ ecuații, care să modeleze problema propusă (1.49-1.50), dacă prin  $x$  este notat unul dintre numerele necunoscute.

**1.49°.** Se știe, că un număr este de două ori mai mare decât celălalt, iar suma lor este egală cu 1248.

a)  $2 \cdot 2x = 1248;$

c)  $0,5x + x = 1248;$

b)  $x + 2x = 1248;$

d)  $2(x + x) = 1248.$

**1.50°.** Un număr este cu 10 mai mare decât celălalt, iar suma lor este 990.

a)  $a + a + 10 = 990$ ;                      c)  $a - 10 + a = 990$ ;

b)  $(a + 10) - a = 990$ ;                      d)  $a + 10a = 990$ .

**1.51°.** De aflat numărul mai mic, dacă suma a două numere, unul dintre care este cu 5 mai mic decât celălalt, este egală cu 55.

**1.52°.** De aflat numărul mai mare, dacă suma a două numere, unul dintre care este cu 4 mai mare decât celălalt, este egală cu 104.

**1.53°.** Mama este de 4 ori mai mare decât fiica ei. Împreună, ele au 40 de ani. De ales ecuația, care modelează această situație.

a)  $4x = 40$ ;                                      c)  $x + x + 4 = 40$ ;

b)  $x + 4x = 40$ ;                                d)  $x + x - 4 = 40$ .

**1.54°.** De aflat, câți ani are mama și câți ani are fiica, folosind condiția din problema 1.53.

**1.55°.** De compus o problemă, folosind datele din tabel și de modelat situațiile cu ajutorul ecuațiilor. De scris în caiet.

Primul număr, $a_1$	$x$	$2x$	$x$	$2x - 9$
Al doilea număr, $a_2$	$x + 1$	$x$	$x - 1$	$x + 9$
Suma, $2a_1 + a_2$	31	57	62	71
Modelul matematic al situației – ecuația				

**1.56°.** De evaluat în mod critic procesul de rezolvare a problemei: „Câți ani are mama și câți ani are fiica, dacă mama este cu 24 de ani mai în vârstă decât fiica, iar împreună ele au 40 de ani?»

<p>a) Fie că fiica are <math>x</math> ani, atunci mama are <math>(x + 24)</math> ani, iar împreună ele au – 40 de ani.</p> <p>Modelul matematic – ecuația:</p> $x + x + 24 = 40.$ $2x = 40 - 24;$ $x = 16 : 2;$ $x = 8,$ $x + 24 = 8 + 24 = 32.$ <p>Răspuns: 32 ani, 8 ani.</p>	<p>b) Fie că mama are <math>x</math> ani, atunci fiica are <math>(x - 24)</math> ani, iar împreună ele au 40 de ani.</p> <p>Modelul matematic – ecuația:</p> $x + x - 24 = 40.$ $2x = 40 + 24;$ $x = 64 : 2;$ $x = 32.$ <p>Răspuns: 32 ani, 8 ani.</p>	<p>c) Fie că mama are <math>x</math> ani, iar fiica are <math>(40 - x)</math>, ce este cu 24 de ani mai m Modelul matematic – ecuația:</p> $x - (40 - x) = 24.$ $x - 24 = 40 - x;$ $x + x = 40 + 24;$ $x = 64 : 2;$ $x = 32.$ <p>Răspuns: 32 ani, 8 ani.</p>
---	--	--

**1.57°.** Fiul este de două ori mai tânăr decât tatăl său. Aflați câți ani are fiul, dacă el este cu 22 de ani mai tânăr decât tatăl său.

**1.58°.** Tatăl este de 5 ori mai în vârstă decât fiica sa. Aflați câți ani are tatăl, dacă el este cu 28 de ani mai mare decât fiica sa.

- 1.59°.** Peste 20 de ani, Lenuța va fi de trei ori mai mare, decât este acum. De aflat câți ani are acum Lenuța.
- 1.60°.** Media aritmetică a două numere este egală cu 15, iar cel mai mic dintre ele este egal cu 11. De aflat numărul mai mare.
- 1.61°.** Media aritmetică a două numere este egală cu 25, iar cel mai mare dintre ele este egal cu 37. De aflat numărul mai mic.
- 1.62\*\*.** Oleg și Vladislav au împreună 300 de timbre poștale. Puneți în corespondență fiecărei condiții (1-4) numărul de timbre, pe care Vladislav le-a avut la început (A-D).

<i>Condiția</i>	<i>Numărul de timbre la început</i>
1. Oleg i-a dat lui Vladislav 30 de timbre și acum ei au un număr egal de timbre.	A. 180
2. Vladislav i-a dat lui Oleg 50 de timbre și acum el are de două ori mai puține timbre.	B. 100
3. Oleg i-a dat lui Vladislav 60 de timbre și acum el are de două ori mai puține timbre.	C. 110
4. Vladislav i-a dat lui Oleg 40 de timbre și acum el are de 4 ori mai puține timbre.	D. 120
	E. 150

- 1.63\*\*.** Câte bancnote cu nominalul de 100 și 200 de grn. se aflau în portofel, dacă în total sunt 24 de bancnote, ceea ce constituie 3500 de grn.
- 1.64\*\*.** Tatăl și fiul au confecționat împreună 60 de spătare pentru scaune în 5 zile. Determinați câte spătare a făcut fiul pe zi, dacă tatăl a făcut cu 2 spătare mai puțin pe zi decât fiul.
- 1.65\*\*.** Mama cu fiica au țesut împreună 56 de coronițe ucrainene pentru fetele din ansamblul Maricica. Fiica împlotea cu 2 coronițe mai multe pe zi decât mama și a lucrat timp de 6 zile, iar mama a lucrat 5 zile. Determinați câte coronițe a împletit mama pe zi.

### *Cercetează situația, lucrând în grup: „Ai vreo idee?”*

- 1.66\*\*.** Apa de mare conține 5% de sare. Ce cantitate de apă dulce trebuie adăugată la 15 kg de apă de mare pentru ca apa de mare să conțină:
- a) 3% de sare; b) 1,5% de sare; c) 1,5% de sare; d) 0,5% de sare.

**1.67\***. De creat o hartă mentală pentru aflarea sumei de bani G (în grn), având 18 bancnote de două nominale de valută ucraineană de  $m$  și de  $n$  grn, nu mai mici de 10 grn.

### **Formulează întrebări pentru probleme, lucrând în cooperativa de clasă: „Oare știi să faci?”**

**1.68.** De compus întrebări la condiția problemei.

- a) Problema „*Mișcarea pe râu*”. Distanța dintre două diguri este de 54 km. Viteza curentului de apă – 2,5 km/h. O barcă cu motor, navigând timp de 2 ore după cursul apei apă, a parcurs  $\frac{5}{9}$  din distanța dintre cele două diguri.
- b) Problema „*Câte?*”. În taverna „Ciceri”, la doi cumătri Stețco și Hrițco li s-a propus la cină: colțunași – de 6 feluri, tocinei – de 4 feluri, preparate din carne – de 5 feluri, băuturi – de 8 feluri.
- c) Problema „*Afacerea*”. Compania a planificat să coase 300 de costume în 25 de zile, dar în fiecare zi a cusut cu  $n$  costume mai multe decât era planificat.
- d) Problema „*Amuletă pentru soldat*”. Elevii au confecționat peste 230, dar mai puțin de 250 de amulete pentru soldații din Forțele Armate ale Ucrainei. Când au pus amuletele în cutii câte 5 bucăți, a rămas o amuletă, iar când le-au pus în cutii câte 3 bucăți, au rămas 2 amulete.

### **VERIFICĂ-TE „CUM EȘTI?”**

Fișa „§ 1.3. Probleme de studiu, care sunt modelate de o ecuație liniară cu o singură variabilă sau de o ecuație, care se reduce la o ecuație liniară.





## § 1.4 Probleme de competență, ce se modelează printr-o o ecuație liniară cu o singură variabilă sau printr-o ecuație, ce se reduce la o ecuație liniară



Salut! Cum ești?

Vă propun un motto pentru învățare: **„Străduiește-te – și vei reuși!”**.

Astăzi, Cubul lui Bloom te va ajuta să diagnostichezi „oare tu știi?” și „oare tu poți?”, iar apoi – vom trece la rezolvarea problemelor de competență – „oare știi să faci?” și ne vom învăța să le modelăm prin ecuații.

**NUMEȘTE** trei numere  $n$ ,  $n + 2$ ,  $n + 4$  din șirul de numere naturale, dacă media lor aritmetică este egală cu 17.

**EXPLICĂ**, cum se compune problema după modelul ei matematic:

$$x + (x + 17) = 53.$$

**DE CE** anume cel mai mic dintre două numere este mai convenabil de notat ca variabilă în timpul modelării matematice?

**INVENTEAZĂ** cum se poate afla, câte mere s-au vândut din prima ladă, dacă în două lăzi erau 30 kg, din prima ladă s-a vândut de două ori mai mult decât din a doua, iar restul din ambele lăzi constituie 24 kg.

**DISTRIBUIE** cum intenționezi să compui modelul matematic pentru problema: „Prețul stiloului constituie 20% din prețul penalului, iar stiloul și penalul costă împreună 84 grn”.

**PROPUNE** propria ta metodă de a găsi valoarea lui  $k$ , dacă ecuațiile  $2(x - 4) = 5x - 53$  și  $x - 3k = 24$  – sunt echivalente.

**Cercetează în parteneriat: „Oare tu știi?”**

- 1) **De aflat**, cum a fost egalat numărul de copii din două grupe, dacă se știe, că din grupa unde erau de două ori mai mulți copii în grupa mai mică au trecut:
- a) 5 copii; b) 7 copii; c) 9 copii; d) 10 copii.

2) **De calculat** produsul rădăcinilor ecuațiilor

$$\left(\frac{2}{3}x - 3\right)\left(5 - \frac{5}{6}x\right) = 0 \quad \text{și} \quad \left(\frac{2}{5} - 2x\right)\left(\frac{2}{3} + \frac{1}{6}x\right) = 0 .$$

3) **De pus în corespondență** condiția (1-4) și expresia (A-D), cu care poate fi înlocuită „steluța” în ecuația  $3x + 5 = x + *$ .

#### Condiția

1. Rădăcina ecuației este numărul 0
2. Rădăcina ecuației este numărul diferit de 0
3. Ecuația are o mulțime de rădăcini
4. Ecuația nu are rădăcină

#### Expresia

- A.  $3x - 5$
- B.  $2x + 5$
- C.  $2x - 5$
- D.  $3x + 5$

**Analizează și trage concluzii – creează strategia de învățare!**

### ACEST LUCRU MERITĂ

#### SĂ ȘTII ȘI SĂ POȚI APLICA

- 1 Creând modelul matematic pentru problema de cercetare 1, este important să fim atenți. Astfel, notând cu  $x$  numărul de copii din grupa mai mică, obținem  $2x$  copii în grupa mai mare. Apoi, se efectuează transferarea copiilor dintr-o grupă în alta și se scrie ecuația din care se poate obține imediat valoarea lui  $x$ .
- 2 Rămân neschimbate afirmațiile: „Produsul este egal cu zero atunci, când cel puțin unul dintre factori este egal cu zero” și „Produsul numerelor reciproce inverse este egal cu 1”.
- 3 Există cazuri, în care trebuie luată o decizie clară cu privire la numărul de rădăcini ale ecuației. Astfel de cazuri se supun regulii: nu se poate împărți la zero. Dacă „ $0x = 1$ ”, atunci nu există rădăcini, însă egalitatea „ $0x = 0$ ” este adevărată pentru orice valoare a variabilei, așadar, vom avea o mulțime de rădăcini. În toate celelalte cazuri – o singură rădăcină.

#### EXEMPLE

EXEMPLE		
$0x = 17$	$0x = 0$	$2x = 5$
nici o rădăcină	o mulțime de rădăcini	o rădăcină

#### Reține!

*Problema matematică* – este orice cerință de a calcula, transforma, construi sau de a demonstra ceva, folosind metode matematice.

*Rezolvarea problemei matematice* – este procesul de stabilire (găsire) a relații-

lor dintre mărimile date, dintre mărimile date și cele căutate, formularea acestor relații în limbaj matematic sub forma unor operații aritmetice, efectuarea unei consecutivități de operații pentru aflarea valorii numerice a mărimii căutate. *Problemă de studiu* – mijlocul de formare a unei anumite metode generale de rezolvare prin trecerea gândului de la individual la general atunci, când se rezolvă probleme aparte.

*Scopul rezolvării problemelor* – nu este doar obținerea răspunsului, ci și însușirea procesului și a metodei de căutare a lui. De aceea, etapa finală a lucrului asupra problemei este extrem de importantă – analiza, cercetarea și înțelegerea răspunsului obținut.

### **Reține! Este important!**

**Problema sub formă de text** (acțiune) – reflectarea situației apropiate de viață, practică, în care se descrie aspectul cantitativ al unui fenomen sau eveniment real și se conține cerința de a găsi valoarea necunoscută a unei anumite mărimi. Fiecare tip de probleme sub formă de text are anumite căi generale pentru rezolvare.

**Problemele de competență** – sunt probleme din diferite domenii ale activității omului, care necesită capacitatea de a utiliza în practică cunoștințele dobândite. O astfel de problemă poate să conțină în condiție date suplimentare. Rezolvarea unei probleme de competență constă în rezolvarea unei situații standard sau nestandardizate din viață, utilizând competențele și cunoștințele matematice, aptitudinile și abilitățile obținute din diverse surse și din alte domenii.

De exemplu, problema de competență este problema, care promovează sănătatea mentală a elevilor, deoarece se bazează pe cunoștințe de matematică.

*Problemă.* Vitaminele sunt implicate în peste 100 000 de procese, care au loc în organismul omului. În deosebi, vitamina C este specială, deoarece nu poate fi sintetizată (acumulată) în organism și, prin urmare, trebuie furnizată în organism zilnic cu alimente sau sub formă de suplimente vitaminizate, în conformitate cu normele pentru vârstă și gen. Norma zilnică recomandată de vitamina C pentru băieții cu vârsta de 10 – 14 ani și, prin urmare, pentru elevii de clasa a șaptea, este de 75 mg.

Un elev de clasa a șaptea își poate acoperi necesarul zilnic de vitamina C, de exemplu, consumând 17,5% din 1 kg de varză proaspătă sau varză murată.

Aflați (în grame și miligrame), câtă varză albă trebuie să mănânce, elevul de clasa a șaptea, Simion pentru a-și satisface necesarul zilnic de vitamina C al organismului său.

## Exerciții de antrenare

**1.69°.** Suprafața totală a pădurilor din Ucraina este de 94 mii kilometri pătrați, iar a pădurilor Pământului – 38 de milioane kilometri pătrați (aproximativ o treime din întreaga suprafață a Pământului). Pădurile din Ucraina absorb anual 206 000 000 tone de dioxid de carbon din atmosferă și elimină 149 000 000 tone de oxigen. Se știe, că 10 ha de pădure de molid rețin 2,486 tone de praf și funingine.

a) De determinat, cât praf și funingine rețin 10 ha din aceste păduri pe an. Rotunjiți răspunsul până la întregi.

b) De calculat, cât praf și funingine în plus va primi atmosfera pe parcursul anului (câtă daună se va aduce ecologiei), dacă se vor tăia 3,5 ha de pădure sănătoasă de molid. Rotunjiți răspunsul până la zeci.

**1.70°.** Un rucsac greu și un rucsac fără spate ortopedic influențează negativ asupra posturii elevilor. De aceea, este de dorit să umpleți rucsacul doar cu lucrurile necesare și, cu atât mai mult, să vă înțelegeți cu colegii de clasă – să lucrați în parteneriat. Rucsacul plin al Solomiei cântărește de 5 ori mai mult decât cel gol. De aflat greutatea rucsacului gol, dacă el împreună cu lucrurile Solomiei cântărește 9 kg. kg.

**1.71°.** Alexandru a revăzut lista de cuvinte noi în limba engleză, pe care trebuia să le învețe și și-a planificat să le învețe în 10 zile. Abilitatea lui a fost mai productivă și el a învățat în fiecare zi cu 3 cuvinte mai multe, de aceea și-a îndeplinit planul în 8 zile. Aflați, câte cuvinte noi în limba engleză a învățat Alexandru.

**1.72°.** Lenuța a decis să se antreneze în rezolvarea problemelor. Pentru aceasta ea a ales o culegere și și-a planificat să rezolve același număr de probleme din ea în fiecare 12 zile. Însă, în fiecare zi ea rezolva cu 1 problemă mai puțin, de aceea a îndeplinit planul cu 2 zile mai târziu. De determinat, câte probleme a rezolvat Lenuța.

**1.73°.** Fiecare automobil are anumite caracteristici. În special, există o limită a greutății maxime de încărcare (capacitate de încărcare), care nu trebuie depășită.

Pentru a transporta 22 tone de pietriș pentru o nouă clădire, proprietarul a comandat două automobile de la o companie de transport, dintre care primul poate transporta cu 0,5 tone mai mult decât al doilea.

a) De determinat capacitatea de încărcare a fiecărui automobil, dacă primul a făcut 4 curse, iar al doilea – 6 curse.

b) De calculat cheltuielile totale de transport ale proprietarului pentru transportarea pietrișului, dacă închirierea fiecărui mașini a costat 850 grn, iar consumul de combustibil a constituit 28 litri, costul 1 l fiind de 53 grn.

c) De cercetat, dacă este posibil de transportat 27 t de pietriș în același număr de curse cu ambele mașini.

**1.74•.** O parcelă de pământ de formă dreptunghiulară se mărginește cu o casă de cărămidă, de aceea este îngrădită doar din trei părți. Lungimea gardului – 32 m.

a) De aflat dimensiunile parcelei, dacă lățimea ei este cu 4 m mai mică decât lungimea ei, iar marginea cu casa se întinde pe lățimea parcelei.

b) De aflat dimensiunile parcelei, dacă lungimea ei este cu 2 m mai mare decât lățimea ei, iar marginea cu casa se întinde pe lungimea parcelei.

c) De determinat câte pliculețe de 25 de grame de semințe de calendulă trebuie de cumpărat pentru a semăna întreaga parcelă, dacă norma de semănat recomandată este de  $2 \text{ g/m}^2$  (2 grame de semințe – pe  $1 \text{ m}^2$  de suprafață).

**1.75••.** De evaluat în mod critic procesul de rezolvare a problemei: „Proprietarii unei grădini de formă dreptunghiulară, dimensiunile căreia sunt de  $20 \text{ m} \times 35 \text{ m}$  au plantat un strat de ridiche, unul – de castraveți, iar restul grădinii – a fost plantat cu fasole. De aflat, ce suprafață va fi ocupată de fasole, dacă suprafețele straturilor de ridiche, castraveți și fasole sunt proporționale cu numerele 9, 16, respectiv 150”.

*Rezolvare.*

a) Fie  $k$  – coeficient de proporționalitate, atunci suprafețele straturilor de ridiche –  $9k \text{ m}^2$ ,  
de castraveți –  $16k \text{ m}^2$ ,  
de fasole –  $150k \text{ m}^2$ ,  
iar în total –  $700 \text{ m}^2$   
( $20 \text{ m} \times 35 \text{ m} = 700 \text{ m}^2$ ).

Modelul matematic – ecuația:

$$9k + 16k + 150k = 700.$$

$$175k = 700;$$

$$k = 700 : 175;$$

$$k = 4.$$

$$9k = 36, 16k = 64, 150k = 600.$$

$$\text{Răspuns: } 600 \text{ m}^2.$$

b) Fie  $k$  – coeficient de proporționalitate, atunci

$9k \text{ m}^2$ ,  $16k \text{ m}^2$  și  $150k \text{ m}^2$  – suprafețele straturilor de ridiche, castraveți și fasole respectiv, ceea ce constituie în total  $700 \text{ m}^2$   
( $20 \text{ m} \times 35 \text{ m} = 700 \text{ m}^2$ ).

Modelul matematic - ecuația:

$$9k + 16k + 150k = 700.$$

$$175k = 700;$$

$$k = 700 : 175;$$

$$k = 4.$$

$$150k = 600.$$

$$\text{Răspuns: } 600 \text{ m}^2.$$

**1.76•.** De calculat, conform condiției problemei 1.75, ce venit vor obține proprietarii pentru recolta de fasole, ce constituia  $700 \text{ g/m}^2$ , dacă 10 kg ei își lasă pentru sine, iar restul îl vând la un preț redus – 105 grn/kg.

- 1.77••.** În fiecare săptămână, familia lui Dumitru pregătește un meniu pentru o masă sănătoasă și folositoare, planificând cheltuielile pentru achiziționarea alimentelor. La piață, tatăl lui Dumitru a cumpărat morcovi, ceapă, sfeclă și cartofi cu o masă totală de 15 kg.
- De determinat câte legume de fiecare fel a cumpărat tatăl, dacă masa morcovilor, a cepei, a sfeclii și a cartofilor este proporțională corespunzător cu numerele 5, 6, 8 și 11.
  - De calculat cât a plătit tatăl lui Dumitru pentru legumele procurate, dacă 1 kg de morcovi costă 10 grn, de ceapă – 15 grn, de sfeclă – 12 grn, de cartofi – 14 grn.
- 1.78••.** Firma, care a câștigat licitația pentru repararea drumului s-a angajat să reînnoiască covorul asfaltic în 4 săptămâni pe o porțiune de 80 km de drum. La sfârșitul celei de-a treia săptămâni, managerul companiei, care monitorizează lucrările, a constatat că, în prima săptămână, compania a reînnoit porțiunea cu cea mai mică lungime de asfalt, dar în cea de-a doua săptămână a reînnoit cu 5,7 km mai mult, iar în cea de-a treia săptămână – cu 5 km mai puțin decât în a doua. A mai rămas de reînnoit – 18,1 km.
- De determinat câți km de drum au fost reînnoiți în cele trei săptămâni împreună.
  - De aflat de câte zile orientativ ar avea nevoie compania pentru a reînnoi în același mod o porțiune de 100 km de același de drum (De luat în considerare, că duminica – zi liberă).
- 1.79••.** Salcia este cunoscută pentru, că filtrează bine apa de tot felul de impurități. Rădăcinile ei sunt lungi și puternice, de aceea ea nu se teme nici de valuri, nici de inundații. În natură, salcia întărește malurile râurilor și iazurilor.
- Butași de salcie au fost plantați de-a lungul malului unui râu local în două rânduri de aceeași lungime. În rândul mai apropiat de râu, au fost plantați 37 de butași la o distanță cu 50 cm mai mică unul de celălalt, decât cei 28 de butași din al doilea rând. De determinat, ce lungime din malul râului este acoperit de acești butași.
  - Crengile de salcie (răchită) sunt folosite de meșterii populari pentru împletirea coșurilor. De determinat ce venit (în grn) va primi Ion în decursul unei săptămâni din vânzarea coșurilor, dacă pentru împletirea lor s-au folosit 15 kg de răchită, pentru fiecare coș se folosesc 0,75 kg de răchită, prețul unui coș – 180 grn, iar taxa săptămânală de piață constituie 300 grn.

**1.80••.** Pentru a îndeplini o comandă din partea unor oameni de afaceri italieni, fabrica ucraineană „Trembita” a trebuit să realizeze 5600 de costume bărbătești în trei săptămâni. În prima săptămână s-a confecționat 30% din comandă, iar în a doua săptămână au fost cusute cu 280 de costume mai multe decât în a treia.

- De determinat cu câte costume mai multe au fost cusute în a treia săptămână decât în prima.
- De calculat venitul fabricii în săptămâna cea mai productivă de lucru pentru executarea comenzii pentru italieni, dacă prețul costumului este de 4500 grn, cheltuielile totale pentru cusutul lui – țesăturii, salariul lucrătorilor, impozite etc. – au constituit 92,3% din costul tuturor costurilor cusute în trei săptămâni.

### **Cercetează situația, lucrând în grup: „Ai vreo idee?”**

**1.81••.** Caisele – fructe dulci și fine, care conțin beta-caroten, fosfor, potasiu, vitamine din complexul B și este o sursă de vitamina A, atât de importantă pentru sănătatea pielii, a părului, a mucoaselor și pentru normalizarea vederii omului. Fructele uscate de caise conțin o concentrație mult mai mare de substanțe folositoare menționate mai sus. Se știe, că din 25 kg de caise proaspete se obțin 7 kg de caise uscate. De completat tabelul în caiet cu raportul cantitativ dintre caisele proaspete și caisele uscate.

Cantitatea caiselor proaspete (în kg)	2,5	150	1200	
Cantitatea caiselor uscate (în kg)	10,5	63	560	

**1.82••.** La coacerea pâinii negre, coeficientul de coacere constituie 44 % din masa făinii.

- De completat în caiet tabelul cu corespondența dintre masele făinii și a pâinii negre coapte din aceasta.

Cantitatea de făină (în kg)	25	175	900	
Cantitatea de pâine neagră (în kg)	72	1080	2160	

- De calculat, ce venit va primi brutăria pentru vânzarea a 2,16 tone de pâine coaptă, dacă o pâine cu masa de 0,5 kg costă 28,5 grn.



**Formulează întrebări pentru probleme, lucrând în cooperativa de clasă: „Oare știi să faci?”**

**1.83.** De compus întrebări pentru condiția problemei.

- a) Problema „*Soldați curajoși*”. În 2 zile deminorii ucraineni au curățat 160 ha din teritoriul eliberat de ocupanți, totodată în prima zi au curățat cu 36 ha mai mult decât în a doua zi.
- b) Problema „*Propria mea bancă*”. Mihai are 3100 grn în diverse bancnote. Printre ele sunt câteva bancnote de 50 grn, numărul bancnotelor de 200 grn reprezintă 40% din numărul bancnotelor de 50 grn, iar restul – bancnotele de 100 grn – constituie  $\frac{5}{8}$  din numărul bancnotelor de 200 grn.
- c) Problema „*Câmpul ucrainean*”. În două zile, tractoriștii au pregătit 140 ha de câmp pentru semănat, totodată în prima zi au arat cu 30 ha mai mult decât în a doua zi.
- d) Problema „*Aerul curat*”. Astăzi în lume există aproximativ 400 mln. de automobile. Fiecare automobil în decurs de an emite în aer în medie aproximativ 10 kg de cauciuc, absoarbe aproximativ 4800 kg de oxigen și poluează aerul prin emiterea a 3200 kg de dioxid de carbon.

**VERIFICĂ-TE „CUM EȘTI?”**

**Fișa „§ 1.4. Probleme de competență, ce se modelează printr-o ecuație liniară cu o singură variabilă sau cu o ecuație, ce se reduce la o ecuație liniară”.**



## §1.5 Probleme de mișcare, ce se modelează printr-o ecuație liniară cu o singură variabilă sau cu o ecuație, ce se reduce la o ecuație liniară”

Salut! Cum ești?

Vă propun un motto pentru învățare: „***Fiiți atenți pe stradă și nu uitați regulile de circulație!***”.

Astăzi, Cubul lui Bloom te va ajuta să diagnostichezi „oare tu știi?” și „oare tu poți?”, iar apoi – vom trece la rezolvarea problemelor de mișcare – „oare știi să faci?” și vom obține cunoștințe noi despre modelarea lor prin ecuații, ce se reduc la cele liniare.

**Așadar, Cubul lui Bloom îți propune:**

**NUMEȘTE** durata recomandată a somnului tău pentru o dezvoltare normală, care se calculează după formula  $t = 16 - \frac{N}{2}$ , unde  $N$  – vârsta copilului sub 18 ani.

**EXPLICĂ**, cum să calculează timpul exact, pe care lurii l-a consumat spălându-se pe dinți în octombrie, dacă el efectua această procedură de două ori pe zi timp de 3 minute, iar în weekenduri – de 5 minute.

**DE CE** ecuația  $x + 2x = 148$  poate fi un model pentru următoarea problemă: „Mamă a plătit 148 grn pentru biletele la Muzeul Național de Cosmonautică Serghei Koroliov, pe care le-a cumpărat pentru sine și cei doi copii ai săi”.

**INVENTEAZĂ**, cum să poate modela situația: „Fiecare dintre trei vecini are câte trei pisici, fiecare dintre ele a născut câte trei pisoi. Câte pisici se pot plimba ulterior pe lângă casa lor?”.

**DISTRIBUIE**, cum se poate regla situația, încât să puteți determina distanța dintre Igor și Ion, dacă ei alergau unul în întâmpinarea celuilalt după linie dreaptă timp de 10 s cu vitezele de 4 m/s și 6 m/s.

**PROPUNE**, cum se poate afla lungimea unui tren de marfă, viteza căruia este de 90 km/h, dacă trenul a trecut pe lângă Oxana, care stătea nemișcată în 10 s.



## Cercetează în parteneriat: „Oare tu știi?”

*Problemă.* Prietenii Igor și Ivan, care locuiesc pe aceeași stradă dreaptă, se văd unul pe celălalt la o distanță de 60 de metri. Igor aleargă cu o viteză constantă de 4 m/s, iar Ivan – de 6 m/s.

1) **De aflat**, peste câte secunde:

- Ivan va alerga până la Igor, dacă Igor va sta pe loc;
- Igor va alerga până la Ivan, dacă Ivan va sta pe loc;
- băieții se vor întâlni, dacă ei vor alerga unul în întâmpinarea celuilalt.

2) **De calculat** distanța, care va fi între băieți, dacă ei vor porni în direcții opuse în același timp după 1 min? 2 min? 5 min?

3) **De determinat**, care va fi distanța dintre băieți după 10 secunde, dacă:

- Igor va începe să fugă, iar Ivan va începe imediat să îl ajungă din urmă;
- Ivan va începe să fugă, iar Igor va începe imediat să îl ajungă din urmă.

## Analizează și trage concluzii – creează strategia de învățare!

### ACEST LUCRU MERITĂ

#### SĂ ȘTII ȘI SĂ POȚI APLICA

**1** Distanța, viteza și timpul sunt legate între ele prin formula  $s = v \cdot t$ , de unde rezultă  $v = \frac{s}{t}$ ,  $t = \frac{s}{v}$ , unde  $s$  – distanța,  $v$  – viteza de mișcare,  $t$  – timpul necesar pentru parcurgerea acestei distanțe.

**2** Distanța, viteza și timpul – mărimi, care caracterizează mișcarea. Totodată: **distanța** – indică lungimea drumului, pe care l-a parcurs obiectul în mișcare în decursul unui anumit timp în centimetri (cm), (m), (km) etc.; **timpul** – câte secunde (s), minute (min), ore (h) etc. a parcurs obiectul în mișcare pe o anumită distanță; **viteza** – ce distanță a parcurs obiectul în mișcare pe o unitate de timp – metri pe secundă (m/s), kilometri pe oră (km/h), metri pe minut (m/min), metri pe secundă (m/s) etc.

**3** De transformat unele unități de măsură în altele. De exemplu, dacă o rachetă zboară cu 6 km/s, atunci în 1 minută ea va parcurge o distanță de 60 de ori mai mare, de aceea viteza – de 360 km/min, în 1 oră – de 3600 de ori mai mare, de aceea viteza ei este de 21600 km/h.

$$1 \text{ km} = 1000 \text{ m}$$

$$1 \text{ ora} = 60 \text{ min}$$

$$1 \text{ min} = 60 \text{ s}$$

**Reține!**

Fiecare vehicul are un dispozitiv special pentru măsurarea vitezei – spidometru.

**Unitatea principală a lungimii în sistemul metric – metrul** (a patruzeci de milioane parte din lungimea meridianului terestru care trece prin Paris). Alte unități de lungime sunt denumite după denumirile latine (deci, centi, mili) și grecești (deca, hecto, kilo). **Sistemul metric de unități** – sistemul de măsură bazat pe metru ca măsură a lungimii și pe kilogram (gram) ca măsură a masei. În special, sistemul metric este sistemul internațional *SI*, care este cel mai utilizat sistem de unități de măsură și de calcul în diferite domenii ale științei, tehnicii etc.

**Reține! Este important!**

Tipuri de probleme de mișcare sub formă de text:

- 1 mișcarea dintr-un punct într-o singură direcție, în același timp și cu un decalaj de timp (*urmărirea și rămânerea în urmă*);
- 2 mișcarea dintr-un punct în direcții opuse (*în același timp și cu un decalaj de timp*);
- 3 mișcarea din puncte diferite unul în întâmpinarea celuilalt (*în același timp și cu un decalaj de timp*);
- 4 mișcarea din puncte diferite în aceeași direcție (*urmărirea și rămânerea în urmă*).

$$s = v \cdot t$$

**Modelarea problemelor de mișcare sub forma de ecuație liniară** sau de ecuație, care se reduce la aceasta – procesul, în timpul căruia se determină

- 1) ce se știe (lista datelor inițiale);
- 2) ce trebuie de aflat (lista rezultatelor necesare);
- 3) care este relația dintre mărimi (relații matematice, care leagă datele inițiale și rezultatele);
- 4) care sunt limitele asupra datelor (condițiile de valabilitate ale datelor inițiale).

**Exerciții de antrenare**

**1.84°.** Vitezele constante a două sportive, care se antrenează la un anumit centru sportiv – 6 km/h și 8 km/h. 1) Dimineața, ambele sportive pornesc de la bază în același timp și se mișcă în aceeași direcție. 2) După-amiază, sportiva, a cărei viteză este mai mică părăsește baza cu 10 minute mai devreme decât cealaltă. De indicat concluziile corecte pentru situațiile 1) și 2):

- a) distanța dintre sportive scade;
- b) distanța dintre sportive crește;
- c) există o viteză de apropiere a sportivelor;
- d) există o viteză de îndepărtare a sportivelor.

**1.85°.** De completat tabelul în caiet, folosind formula distanței.

Distanța, $s$	140 km	120		750 m	
Timpul, $t$		3 ore	2 ore	6 min	$x$ s
Viteza, $v$	28 km/h		32 km/h		12 m/s

De ales DOUĂ ecuații, care să modeleze situația din problemele (1.88–1.89).

**1.86°.** Două automobile au pornit în același timp dintr-o parcare din Kiev în direcții opuse. Viteza unuia era cu 15 km/h mai mare decât a celuilalt. După 3 ore, distanța dintre ele era de 465 km.

- a)  $3x + 3 \cdot 15 = 465$ ;
- b)  $3x + 3(x + 15) = 465$ ;
- c)  $3x + 3x + 15 = 465$ ;
- d)  $3x + 3(x - 15) = 465$ .

**1.87°.** Nazar a parcurs distanța dintre două orașe în 3,5 ore, iar Orest – în 4 ore. Nazar s-a mișcat cu o viteză constantă cu 10 km/h mai mare decât Orest.

- a)  $3,5(x + 10) = 4x$ ;
- b)  $4x - 10 = 3,5x$ ;
- c)  $3,5x + 10 = 4x$ ;
- d)  $3,5x = 4(x - 10)$ .

**1.88°.** De aflat distanța dintre orașe, dacă ea poate fi parcursă cu motocicletă în 1,2 ore, iar cu tractorul – în 1,5 ore, și viteza motocicletei este cu 15 km/h mai mare decât viteza tractorului.

**1.89°.** Viteza tractoristului este cu 4 km/h mai mare decât viteza biciclistului. Tractoristul parcurge drumul dintre sate în 36 min, iar biciclistul în 45 min. De aflat distanța dintre sate.

**1.90°.** Ivan și Vasile locuiesc în centrele comunităților vecine A și B. Ivan merge pe jos din A în B, petrecând 3 ore pe drum, iar Vasile merge cu bicicleta pe același drum și petrece cu 1 oră 24 min mai puțin. De aflat vitezele lui Vasile și Ivan, dacă viteza lui Vasile pe bicicletă este cu 4,2 km/h mai mare decât cea a lui Ivan.

**1.91°.** De evaluat în mod critic procesul de rezolvare a problemei: „Autobuzul de cursă a parcurs distanța din orașul Cernăuți în orașul Lviv în 5 ore, iar la întoarcere pe același drum a cheltuit cu 0,5 ore mai puțin. De determinat viteza autobuzului pe traseul de la Cernăuți la Lviv, dacă ea este cu 8 km/h mai mică decât viteza de întoarcere.

## Rezolvare.

a) Fie  $x$  km/h – viteza autobuzului în timpul mișcării din orașul A în orașul B, atunci în 5 ore el va parcurge distanța de  $(5x)$  km.

Viteza lui la întoarcere –  $(x + 8)$  km/h,

timpul – 4,5 ore ( $5 - 0,5 = 4,5$ )

iar distanța  $4,5(x + 8)$  km.

Însă, lungimea traseului autobuzului este aceeași în ambele direcții.

Astfel, obținem ecuația:

$$5x = 4,5(x + 8).$$

$$5x = 4,5x + 36;$$

$$0,5x = 36;$$

$$x = 72.$$

Răspuns: 72 km/h.

b) Fie lungimea traseului autobuzului  $x$  km ( $AB = BA = x$ ). Atunci viteza lui din orașul A în orașul B constituie  $\frac{x}{5}$  km/h, iar viteza la întoarcere de  $\frac{2x}{9}$  km/h

tuie  $\frac{x}{5}$  km/h, iar viteza la întoarcere de  $\frac{2x}{9}$  km/h

$\left( \frac{x}{5 - 0,5} = \frac{x}{4,5} = \frac{2x}{9} \right)$ , ceea ce este cu 8 km/h mai mult.

Modelul matematic – ecuația:

$$\frac{2x}{9} - \frac{x}{5} = 8.$$

$$\frac{10x - 9x}{45} = 8; \quad x = 45 \cdot 8; \quad x = 360.$$

$360 : 5 = 72$  (km/h).

Răspuns: 72 km/h.

- 1.92•.** Din două orașe, distanța dintre care este de 270 km în același timp au plecat unul în întâmpinarea celuilalt două automobile. Peste 2 ore, distanța dintre ele a devenit de 30 km. De aflat viteza fiecărui automobil, dacă viteza unuia dintre ele este cu 10 km/h mai mare decât viteza celuilalt.
- 1.93•.** Din două orașe, distanța dintre care este egală cu 500 km, au plecat concomitent două automobile unul în întâmpinarea celuilalt. Peste 3 ore, distanța dintre ele a devenit de 125 km. De aflat viteza fiecărui automobil, dacă viteza unuia dintre ele este cu 15 km/h mai mică decât viteza celuilalt.
- 1.94••.** Distanța dintre orașele Vorzel și Vasilchiv este de 64 km. Două automobile au plecat în același timp de la Vorzel spre Vasilchiv. Viteza unuia dintre ele era cu 16 km/h mai mare decât viteza celuilalt, de aceea el a ajuns în Vasilchiv cu 12 minute mai devreme decât al doilea automobil. De aflat viteza fiecărui automobil.
- 1.95••.** Două automobile în același timp au plecat din Sniatin și în același timp au ajuns la Luțk. Primul s-a mișcat cu o viteză constantă, iar al doilea – în primele 2 ore s-a mișcat cu o viteză cu 6 km/h mai mică decât viteza primului automobil, iar restul drumului – timp de 3 ore – cu o viteză cu 4 km/h mai mare. De aflat distanța dintre Sniatin și Luțk.

## Cercetează situația, lucrând în grup:

### „Ai vreo idee?”

- 1.96••.** Un tren a plecat de la Lviv spre Kiev, distanța dintre care este de 520 km, iar cu o oră mai târziu din Kiev a plecat în întâmpinare un alt tren, parcurgând într-o oră cu 4 km mai mult decât primul. Trenurile s-au întâlnit peste 4 ore după ce al doilea tren a plecat din Kiev. De aflat viteza fiecărui tren.
- 1.97••.** Un turist, mișcându-se din oraș spre un sat de munte a ales un traseu cu lungimea de 45 km. O parte din drum el a mers cu bicicleta, iar restul – pe jos. Se știe, că cu bicicleta el a mers 2,5 ore, iar pe jos a mers cu 1 oră 15 min mai mult. De aflat viteza de mișcare a turistului cu bicicleta, dacă el parcurge în 1 oră pe jos cu 8 km mai puțin decât cu bicicleta.

## Formulează întrebări pentru probleme, lucrând în cooperativa de clasă: „Oare știi să faci?”

**1.98.** De compus întrebarea pentru condiția problemei.

a) Problema „*Mișcarea pe râu*”. Viteza bărcii în apă stătătoare este de 22,5 km/h. Barca a parcurs drumul dintre două porturi în direcția cursului apei în 1,2 ore, iar drumul la întoarcere a durat 1,5 ore.

b) Problema „*Nepoții dragi*”. Bunicul este de 4 ori mai în vârstă decât nepotul său, iar nepoata este cu 3 ani mai mică decât fratele ei. Dacă bunicul ar fi fost cu un an mai tânăr, atunci el ar fi fost de 5 ori mai în vârstă decât nepoata sa.

c) Problema „*Elevii și elevele din clasa a șaptea*”. Într-o școală există trei clase de-a șaptea. În clasa a 7-A sunt 33 de copii. Numărul de elevi din clasa a 7-B reprezintă 32% din numărul total de elevi de clasa a șaptea din școală, iar în a 7-C sunt cu 3 copii mai mulți decât în a 7-A.

d) Problema „*Apa – sursa vieții*”. Lângă o casă particulară se află două butoaie – de brad și de stejar, de câte 100 l fiecare. Butoiul de brad conține 20 l de apă de ploaie, iar cel de stejar – cu 5 l mai puțin. În timpul ploii, în butoiul de brad curge 2 l de apă pe minut, iar în cel de stejar – 2,5 litri.

## VERIFICĂ-TE „CUM EȘTI?”

Fișa „§ 1.5. Probleme de mișcare, ce se modelează printr-o ecuație liniară cu o singură variabilă sau cu o ecuație, ce se reduce la o ecuație liniară”.



## § 1.6\* Studierea și rezolvarea ecuațiilor liniare cu un parametru

Salut! Cum ești?

Vă propun un motto pentru învățare: **„Cunoaște parametrul încât să poți găsi rădăcinile oricărei ecuații”.**

Astăzi, Cubul lui Bloom te va ajuta să diagnostichezi „oare tu știi?” și „oare tu poți?”, iar apoi – vom trece la rezolvarea exercițiilor – „oare știi să faci?” să aplici cunoștințele și abilitățile la ecuații, care necesită cercetare, vei face cunoștință cu noi metode pentru a analiza situații.



**Așadar, Cubul lui Bloom îți propune:**

**NUMEȘTE** TREI astfel de ecuații, care precis au rădăcini .

**EXPLICĂ**, când apare situația, în care ecuația nu are rădăcini.

**DE CE** ecuația  $x + 3x + 5x - a = 5x - a$  are o singură rădăcină?

**INVENTEAZĂ**, cum de aflat, ce valori poate lua  $a$ , astfel încât ecuația  $(a - 1)x = 0$  să aibă o mulțime de rădăcini.

**DISTRIBUIE** abilitățile de a cerceta, ce valori poate lua  $a$ , încât numărul 1 să fie rădăcina ecuației  $(a - 1)x = 5$ .

**PROPUNE** caracterizarea „comportamentului” ecuației  $(a - 5)x = 10$  pentru orice valoare a lui  $a$ .

**Cercetează în parteneriat: „Oare tu știi?”**

- 1) **De aflat** valoarea lui  $a$  pentru care ecuația  $ax = 35$ :
  - a) are rădăcina egală cu 5;
  - b) are rădăcina egală cu 0,2;
  - c) nu are rădăcini.
- 2) **De calculat** suma oricăror rădăcini ale ecuației  $(a - 2)x = 0$  pentru  $a = 2$ .
- 3) **De determinat** toate valorile întregi ale lui  $a$ , pentru care rădăcina ecuației  $ax = -15$  este un număr întreg.

## Analizează și trage concluzii – creează strategia de învățare!

### ACEST LUCRU MERITĂ SĂ ȘTII ȘI SĂ POȚI APLICA

- 1 Ecuția are o caracteristică proprie, dacă în ea apare un număr „fugitiv”  $a$ , care se poate schimba în orice mod. Atribuindu-i o anumită valoare, se obține o ecuație, care va avea sau nu va avea rădăcini.
- 2 Dacă rădăcina ecuației este orice număr, atunci există o mulțime de rădăcini.
- 3 Dacă ecuația este liniară și termenul ei liber este diferit de zero, atunci rădăcina ecuației poate fi un număr întreg sau fracționar.

### Reține!

**Ecuție liniară cu parametru** se numește ecuație de forma  $ax + b = 0$ , unde  $x$  – număr necunoscut,  $a$ ,  $b$  – anumiți parametri.

Astfel de ecuație a fost studiată anterior.

Să studiem un exemplu de ecuație liniară cu un parametru  $ax - 27 = 0$ . Atunci, evident, că pot exista diferite situații pentru parametru, și anume:

- 1) dacă  $a = 0$ , atunci ecuația nu are rădăcini;
- 2) dacă  $a \neq 0$ , ecuația are o singură rădăcină  $x = \frac{27}{a}$ .

De exemplu, dacă  $a = 27$ , atunci  $x = 1$ , dacă  $a = -27$ , atunci  $x = -1$ .

Alegând o anumită valoare a parametrului  $a$ , se obține rădăcina corespunzătoare ecuației.

### Reține! Este important!

Fie  $a$  – numărul de capete ale iepurilor și fazanilor împreună, iar  $b$  – numărul lor de picioare. Dacă iepuri erau  $x$ , atunci fazanii – restul –  $(a - x)$ , atunci iepurii au  $4x$  picioare, iar fazanii –  $2(a - x)$ . În total, ei au  $b$  picioare.

Modelul matematic al situației – ecuația  $4x + 2(a - x) = b$ .

$4x + 2a - 2x = b$ ;  $2x = b - 2a$ ;  $x = 0,5b - a$ .

Așadar, numărul iepurilor:  $-0,5b - a$ . Atunci numărul de fazani:

$(a - x) = a - (0,5b - a) = a - 0,5b + a = 2a - 0,5b$ .

Acesta este modul în care apar problemele cu parametrii – prin cercetare.

Având modelul matematic – ecuația cu parametru, este ușor de găsit soluțiile la situație. Dacă  $a = 15$ ,  $b = 42$ , atunci  $x = 6$  – numărul de iepuri, iar numărul de fazani:  $a - x = 9$ . În acest fel, obținem un caz parțial al problemei generale. Dar dacă  $a = 30$ ,  $b = 50$ , atunci  $x = -5$ , ceea ce este imposibil.

### *Exerciții de antrenare*

- 1.99°.** De aflat toate valorile naturale ale lui  $n$ , pentru care rădăcina ecuației este un număr natural:
- |               |                |
|---------------|----------------|
| a) $nx = 5$ ; | c) $nx = 12$ ; |
| b) $nx = 6$ ; | d) $nx = 24$ . |
- 1.100°.** De aflat toate valorile naturale ale lui  $n$ , pentru care rădăcina ecuației este un număr natural:
- |                   |                   |
|-------------------|-------------------|
| a) $(n-1)x = 5$ ; | c) $(n+3)x = 5$ ; |
| b) $(n-3)x = 6$ ; | d) $(n+4)x = 6$ . |
- 1.101°.** De aflat toate valorile întregi ale lui  $m$ , pentru care rădăcina ecuației este un număr întreg:
- |                    |                    |
|--------------------|--------------------|
| a) $mx = 9$ ;      | c) $(m+4)x = 3$ ;  |
| b) $(m+2)x = 10$ ; | d) $(m-1)x = -7$ . |
- 1.102°.** De aflat toate valorile întregi ale lui  $a$ , pentru care rădăcina ecuației  $ax = -8$  este un număr natural.
- 1.103°.** De aflat, pentru care valoare a lui  $a$ , ecuațiile au una și aceeași rădăcină:
- |  |
|--|
| a) $2x + 3 = 3x - 5$ și $2x + 3a = 3ax - 5a$ ; |
| b) $4x - 5 = 2x + 3$ și $9x + 2a = 2ax + 6a$ . |
- 1.104°.** De aflat, pentru care valoare a lui  $a$ :
- |  |
|--|
| a) rădăcina ecuației $3ax = 42$ este numărul 7;      |
| b) ecuația $(a - 3x) = 6$ nu are rădăcini;           |
| c) ecuația $(a + 2)x = 0$ are o mulțime de rădăcini. |
- 1.105°.** Compuneți modelul matematic pentru problema: „Au fost cumpărate câteva pixuri identice, pentru care s-a plătit 120 grn. Se știe, că prețul unui pix este un număr întreg. Care poate fi numărul de pixuri?”

1.106••. De aflat, pentru ce valoare a lui  $a$  ecuația nu are rădăcini:

- a)  $ax = 5$ ;
- b)  $(a - 3)x = 6$ ;
- c)  $(a + 3)x = 5$ ;
- d)  $(a - 4)x = a + 4$ .

1.107••. De aflat, pentru care valoare a lui  $a$  orice număr este rădăcină a ecuației:

- a)  $ax = 0$ ;
- b)  $ax = a$ ;
- c)  $(a - 1)x = a - 1$ ;
- d)  $(a - 4)x = 4 - a$ .

1.108••. De aflat, pentru care valoare a lui  $a$  ecuația are o singură rădăcină:

- a)  $ax = 7$ ;
- b)  $ax = a$ ;
- c)  $(a - 5)x = 6$ ;
- d)  $(a + 1)x = 1 + a$ .

### Cercetează situația, lucrând în grup:

#### „Ai vreo idee?”

- 1.109. De rezolvat ecuația  $2ax - 4 = 8a$ . Oare această ecuație poate avea o mulțime de soluții?
- 1.110. Evaluând în mod critic procesul de rezolvare a ecuației  $2x + 3 = 2x - 5$ , de determinat, pentru ce valori ale parametrului  $a$  ecuația  $2ax + 3a = 2ax - 5a$  va avea o mulțime de soluții.
- 1.111. De rezolvat ecuațiile în raport cu variabila  $x$ .
- a)  $5ax - a = ax + a$ ;
  - b)  $2a - 3ax = 2ax + 12a$ .
- 1.112. De rezolvat ecuațiile;
- a)  $3ax + 2a = 2ax + 6a$ ,  $a \neq 0$ ;
  - b)  $3ax + 2a = 2ax + 6a$ ,  $a = 0$ ;
  - c)  $7ax + 5a = 7ax + 6a$ ,  $a \neq 0$ .

### Generalizarea și sistematizarea competențelor

#### dobândite la temă

#### „ECUAȚII LINIARE”

*A cunoaște – înseamnă, în primul rând, a fi capabil să folosești cunoștințele.*  
(Vasyli Suhomlinsky)

Salut! Cum ești?

Vă propun un motto pentru învățare: „**Știu că succesul vine la cei care tind spre el!**”.

Astăzi, Cubul lui Bloom nu te va ajuta să diagnostichezi „oare tu știi?”, „oare tu poți?”, și „oare știi să faci?”, ci tu singur îți vei forma personalitatea „Eu – personalitate!” prin autoverificarea integrității sale și a propriilor activități.

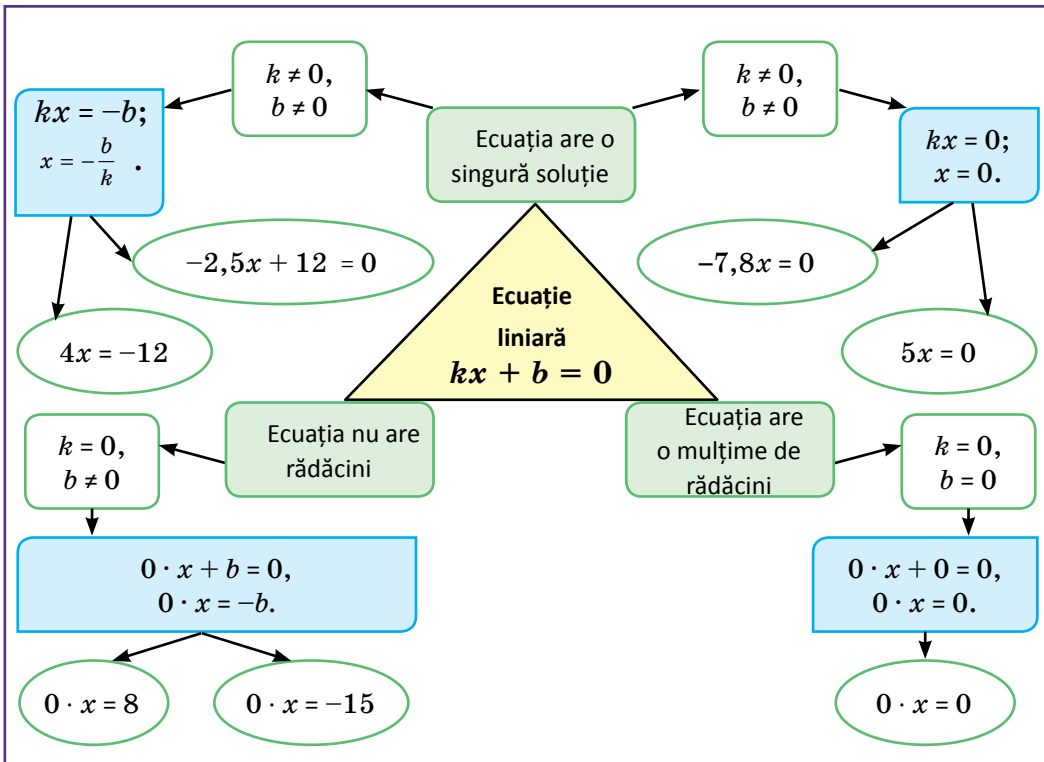
**Însărcinarea 1. Exercițiul: „Notează „\*”dacă răspunsul este da”.****I. Verifică-ți integritatea**

- ✓ Oare am efectuat **EU** toate temele pentru acasă?
- ✓ Oare am rezolvat **EU** temele pentru acasă de sinestătător?
- ✓ Oare am încercat să-mi testez **EU** abilitățile cel puțin după o lecție?
- ✓ Oare am ținut **EU** o evidență: „Știu”, „Vreau să știu”, „Am învățat”?
- ✓ Oare am planificat **EU** să învăț mai bine decât am făcut-o ieri?

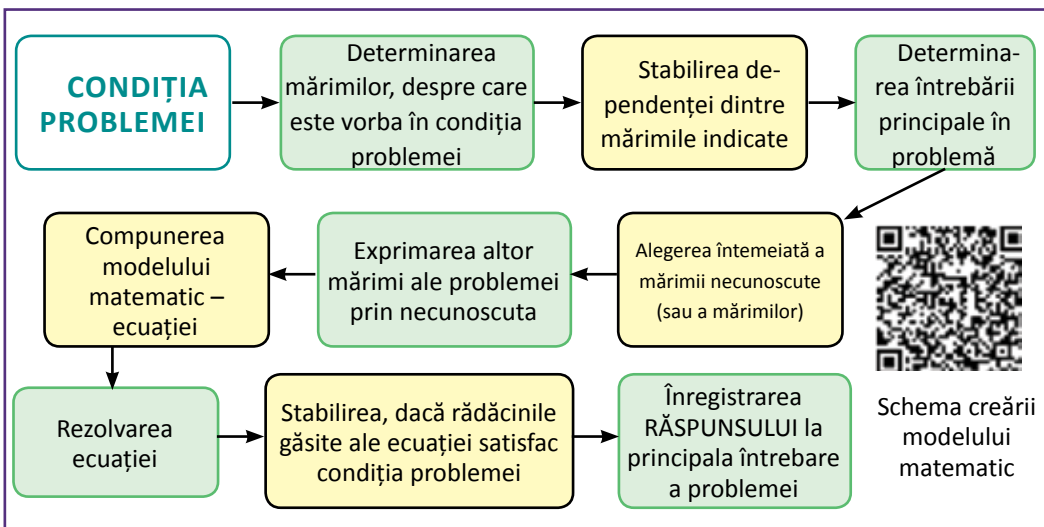
**II. Întrebări pentru autoverificarea propriei performanțe**

- 1) Oare înțeleg **EU**, care ecuație este liniară?
  - 2) Oare deosebesc **EU** coeficienții dintr-o ecuație liniară?
  - 3) Oare știu **EU**, că o ecuație liniară poate avea o singură rădăcină, o mulțime de rădăcini sau nici o rădăcină?
  - 4) Oare recunosc **EU** situația, când ecuația nu are rădăcini?
  - 5) Oare știu **EU**, care ecuații se numesc ecuații echivalente?
  - 6) Oare cunosc **EU** principalele proprietăți ale ecuațiilor?
  - 7) Oare știu **EU**, cum să determin echivalența ecuațiilor, dacă ele sunt mai multe decât două?
  - 8) Oare știu **EU** cum să efectuez corect transformările echivalente ale ecuațiilor?
  - 9) Oare știu **EU** să rezolv ecuații liniare și ecuații, care se reduc la ecuații liniare?
  - 10) Oare știu **EU** să modelez probleme simple sub formă de text cu ajutorul unei ecuații liniare sau a unei ecuații, care se reduce la o ecuație liniară?
  - 11) Oare înțeleg **EU**, că problemele de învățare constituie baza pentru formarea capacității de rezolvare a problemelor de competență?
  - 12) Oare fac **EU** deosebire între situațiile de prezență a vitezelor de apropiere și de îndepărtare în problemele de mișcare?  
Fă concluzie: „Cum ești?”. Oare poți să-ți spui: „Acum EU îmi dau seama, că pot, vreau și voi învăța!”.  
Laudă-te, dacă ești „Bravo!”.
- Însărcinarea 2.** Examinează harta mentală pe tema „Ecuatii liniare” și schema pentru crearea modelului matematic pentru problemă și creează-ți propriile.

HARTĂ INTELLECTUALĂ  
„ECUAȚII LINIARE”



SCHEMA CREĂRII MODELULUI MATEMATIC PENTRU PROBLEMĂ



**Exerciții de antrenare**

**1.113°.** De rezolvat ecuația:

a)  $5x - 7 = 13$ ; b)  $18 - 3y = 6$ ; c)  $7x + 32 = 12x + 27$ ; d)  $4 - 3y = 6y + 32$ .

**1.114°.** Doi frați, Dumitru și Ruslan, au plantat puieti de nuc, fiecare cu o înălțime de 1 m. În fiecare an, puietul lui Dumitru creștea cu 7 cm mai înalt decât cel al lui Ruslan, iar după 3 ani avea o înălțime de 3,1 m. De determinat ce înălțime vor atinge arborii fiecăruia dintre frați peste 5 ani; 10 ani; 20 de ani.

**1.115°.** De rezolvat ecuația și de ales dintre ele cele echivalente:

a)  $2(x + 0,6) = 5x - 7,8$ ;                      c)  $2x - 4,5 = -5(x - 3,3)$ ;  
b)  $-4(x + 6,2) = 8x - 12,8$ ;                  d)  $6x + 10,4 = -4(x - 5,1)$ .

**1.116°.** Trei meșteri și meșterițe de la un atelier privat de broderie de mașină a cămășilor pentru femei și bărbați au primit comandă pentru cinci zile, dar au reușit să brodeze cu 3 cămăși mai mult în fiecare zi, de aceea au finalizat comanda în patru zile.

a) De determinat câte cămăși au fost brodate de fiecare meșter/meșteriță, dacă productivitatea muncii lor este aceeași.

b) De calculat, care este salariul acestor meșteri/meșterițe pentru 24 de zile lucrătoare, dacă productivitatea muncii lor este aceeași, iar costul muncii pentru o cămașă brodată – 250 grn, fără TVA, ceea ce reprezintă 0,2 din suma totală.

(TVA – plata obligatorie, o formă de impozit, care se plătește statului pentru fiecare lucru sau serviciu vândut).

**1.117°.** Nicolai a mers cu bicicleta din orașul Storojineț în orașelul Hliboca în 1 oră 20 min, iar la întoarcere și-a mărit viteza cu 1 km/oră de aceea a cheltuit cu 5 min mai puțin. De aflat cu ce viteză s-a mișcat Nicolai din orașul Storojineț în orașelul Hliboca și care este distanța dintre aceste două localități.

**1.118•.** De rezolvat ecuația:

a)  $2(x - 11) - 5(5 - 2x) = -23$ ;              c)  $8(4 - 3x) + 13(2x + 3) = 1$ ;  
b)  $3x - 5(4x + 3) = 12(3 - x)$ ;            d)  $0,5x - 1,7 = 0,1(2x - 5)$ .

**1.119•.** Anna a cumpărat de la magazin bomboane câte 168 grn/kg și biscuiți câte 124 grn/kg, plătind 98 grn la casă. De aflat câte grame de fiecare dulciuri a luat Anna, dacă ea are o reducere la magazin în valoare de 2% din valoarea mărfii procurate.

**1.120•.** Porțelanul este compus din argilă albă, nisip de cuarț și feldspat, masele căror sunt proporționale cu numerele 25, 2, 1. De aflat câtă argilă albă este necesară pentru a prepara 700 g de porțelan.

**1.121••.** Porțelanul rece poate fi preparat folosind lipici PVA, amidon, vaselină sau glicerină și folosind anumite tehnologii pentru încălzirea acestei mase. De aflat, cât amidon trebuie de luat pentru a prepara 280g de porțelan rece, dacă masele compușilor lui sunt proporționale cu numerele 12, 15, 1.



1.122••. De rezolvat ecuația:

$$a) \frac{x-1}{5} + \frac{x-2}{3} = \frac{30-x}{15}; \quad c) \frac{x+1}{6} - \frac{x-2}{8} - \frac{x-3}{12} = 0,25;$$

$$b) \frac{x-3}{2} - \frac{2x+1}{6} = \frac{11x+4}{9}; \quad d) \frac{x-1}{4} + \frac{x+4}{3} - \frac{29-x}{15} = 10,2$$

1.123••. Un automobil trebuia să parcurgă 140 km în 2 ore. O porțiune de drum el s-a mișcat cu viteza de 60 km/an, iar restul drumului și-a mărit viteza cu 15 km/oră. De determinat, ce drum a parcurs automobilul cu viteză de 60 km/oră, dacă se știe, că la locul de destinație el a ajuns la timp.

### Cercetează situația, lucrând în grup: „Ai vreo idee?”

1.124. Profitul lunar al firmei private de antreprenori NatDim în luna octombrie a fost cu 0,11 mln grn mai mic decât în septembrie, și cu 0,29 mln grn mai mic decât în noiembrie, iar pentru trei luni de toamnă profitul a fost de 7,15 mln grn. Firma transferă lunar 20% din profitul său la bugetul de stat – plătește impozite. Determinați cu cât mai mult impozit a plătit firma în noiembrie decât în octombrie.

1.125. Vișinele uscate – unul dintre cele mai sănătoase alimente pentru copii. Ele au proprietăți bactericide, care vor ajuta în cazul bolilor virale. Datorită prezenței fierului în ele se îmbunătățește compoziția sângelui, iar conținutul ridicat de fructoză asigură o sursă de energie pentru o perioadă lungă de timp.

Se știe, că din 20 kg de vișine proaspete se obțin 3 kg de vișine uscate.

Completați în caiet tabelul cu raportul cantitativ dintre vișinele proaspete și cele uscate.

Cantitatea vișinelor proaspete (în kg)	10		130		1200	
Cantitatea vișinelor uscate (în kg)		4,5		24		540

1.126. De generalizat informațiile la tema „Ecuații liniare” sub forma unui „**Senkan**”, conform următoarelor reguli:

1. *Primul rând reprezintă – tema* (substantiv).
2. *Al doilea rând – descrierea temei* (două adjective).
3. *Al treilea rând – denumirea acțiunii* legate de temă, formată din trei verbe.
4. *Al patrulea rând – o frază*, de obicei din 4 cuvinte, care exprimă atitudinea față de temă, sentimente.
5. *Al cincilea rând – un singur cuvânt* – un sinonim al cuvântului (temei), ca o concluzie a poeziei.

(„**Senkan**” – o poezie fără rimă, formată din cinci rânduri (cuvântul „senkan” provine de la cuvântul francez „cinci”), care formulează o idee complexă și voluminoasă în câteva cuvinte, folosind anumite reguli).

Ceea ce am învățat este minunat.  
Sper, că e la fel de minunat,  
Va fi și ceea ce voi învăța.

Socrates

## TEMA 2: EXPRESII ÎNTREGI. MONOAME

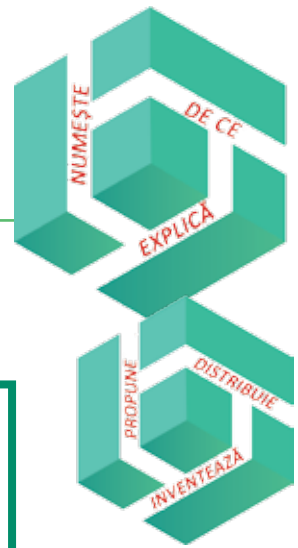
La această temă, **vei lucra** cu expresii, **vei face cunoștință** cu tipurile lor, vei studia locul lor în întregul „cerc al prietenilor săi”, **vei învăța** cum să clasifici expresiile, să le transformi din mari în mai simple, cu alte cuvinte, **să le simplifici** și apoi – **să calculezi valoarea** acestor expresii pentru anumite valori ale variabilelor.

Acum vei folosi mai des cuvintele „**întreg**”, „**întreagă**” nu numai pentru mere, pepene, paragraf, număr, ci și pentru **expresiile**, cu care vei lucra în clasa a 7-a la lecțiile de algebră, geometrie, fizică etc. Să nu fii surprins de cuvântul „**standard**”, pe care o să-l întâlnești în manualul școlar, pentru că el este folosit de obicei în viața de zi cu zi. De acest cuvânt au nevoie și matematicienii pentru a scrie cu ușurință un număr mare sau o expresie cu variabile. **Vei înțelege**, de asemenea, cât de convenabil este de reprezentat produsele sub forma **unui grad**. **Vei învăța**, de asemenea să modelezi probleme cu expresii raționale întregi, ceea ce te va ajuta să le rezolvi și să urci cu încredere pe scara succesului.





## § 2.1 Expresii numerice și expresii cu variabile. Expresii raționale întregi. Identități



Salut! Cum ești?

Vă propun un motto pentru învățare: **„Perseverența – armura înțeleptului!”** (Platon)

Astăzi, Cubul lui Bloom te va ajuta să diagnostichezi „oare tu știi?” și „oare tu poți?”, iar apoi – vom trece la rezolvarea exercițiilor – „oare știi să faci?” și vom obține cunoștințe noi despre expresii.

**Așadar, Cubul lui Bloom îți propune:**

**INVENTEAZĂ**, cum se scrie pe scurt „de la suma a două numere consecutive întregi a fost scăzut 1”

<p><b>NUMEȘTE</b> orice TREI, pentru care valoarea expresiei <math>\frac{18}{a-5}</math> va fi un număr</p>	<p><b>EXPLICĂ</b>, importanța consecutivității corecte în efectuarea operațiilor: <math>100 + 2 \cdot 670 - 256 : 4.</math></p>	<p><b>DE CE</b> pentru orice valoare a variabilei o expresie nu poate fi transformată într-o ecuație, iar o ecuație – în expresie?</p>	<p><b>PROPUNE</b> o metodă comodă de rezolvare a ecuațiilor: <math>0,125x - 7 = 0</math> și <math>\frac{1}{8}y = 12,5</math>.</p>
		<p><b>DISTRIBUIE</b> abilitățile tale de căutare a variabilei a, dacă <math>\frac{a-1}{2} + \frac{a-1}{3} = 20</math>.</p>	

### Cercetează în parteneriat: „Oare tu știi?”

1) De aflat pe  $x$ , dacă:

- a)  $(0,02 + 0,1 + 0,005) \cdot x = -2$ ;      b)  $x \cdot (1,2 - 0,85 - 0,1) = 13$ ;  
c)  $(0,0625 \cdot x) \cdot 8 = 0,5$ .

2) De calculat prin metoda cea mai simplă valoarea fiecărei expresii, dacă  $m = 12$ :

- a)  $2,25m + 7,75m$ ;      b)  $1\frac{1}{2}m + 2\frac{5}{6}m + 3\frac{2}{3}m$  ;  
c)  $17,44m - 43,16m + 125,72m$ .

- 3) Folosind datele din tabel, de determinat ce valori vor obține distanța și timpul în cazul, în care automobilul se va mișca cu viteza constantă de 80 km/h.

$v$ , km/h	80	80	80	80	80	80	80
$t$ , h		5		$t$		$2t$	$0,5t$
$s$ , km	240		$8s$		$20s$		

**Analizează și trage concluzii – creează strategia de învățare!**

## ACEST LUCRU MERITĂ SĂ ȘTII ȘI SĂ POȚI APLICA

- 1 Pentru adunarea (scăderea) fracțiilor zecimale cu o cantitate diferită de semne zecimale, trebuie de egalat această cantitate prin adăugarea numărului corespunzător de zerouri în dreapta ultimei cifre după virgulă.

$$0,02 + 0,10 + 0,005 = 0,100 + 0,020 + 0,005 = \mathbf{0,125}.$$

- 2 De scris unele fracții zecimale sub formă de fracții ordinare și, invers, fracțiile ordinare – sub formă de fracții zecimale.

$$0,5 = \frac{1}{2} ; \quad 0,25 = \frac{1}{4} ; \quad 0,125 = \frac{1}{8} ; \quad 0,0625 = \frac{1}{16} .$$

- 3 Proprietățile adunării, scăderii și ale înmulțirii, care sunt folosite pentru simplificarea expresiilor.

$$1,2 - 0,85 - 0,1 = 1,2 - (0,85 + 0,10) = 1,20 - 0,95 = \mathbf{0,25}.$$

- 4 Formula, care leagă între ele distanța  $s$ , viteza  $v$  și timpul  $t$ :

$$s = v \cdot t.$$

### Reține!

Îți sunt cunoscuți termenii „expresie”, „expresie numerică” și „expresie literală”.

**Expresie numerică** – este expresia, care conține numere, semnele operațiilor aritmetice și paranteze. Un număr luat aparte – este, de asemenea, o expresie numerică. De exemplu,  $-\frac{5}{6} + \frac{1}{5}$ ;  $125 - 2^2$ ;  $100$  – expresii numerice.

Numărul, care se obține în urma efectuării operațiilor dintr-o expresie numerică se numește *valoarea expresiei*.

De exemplu,  $121$  – valoarea expresii numerice  $125 - 2^2$ .

**Expresie cu variabile** se numește expresia, care conține numere, variabile, semnele operațiilor aritmetice și paranteze.

De exemplu,  $-\frac{5x}{6}$  ;  $5x^2 - 2x$ ;  $\frac{x+y}{x-y}$  ;  $-7y$ ;  $5(m+2,5)$  – expresii cu variabile.

Expresiile cu variabile sunt, de asemenea, folosite pentru notarea formulelor.

De exemplu,

$s = v \cdot t$  – formula distanței;

$S = a \cdot b$  – formula ariei dreptunghiului;

$S = a^2$  – formula ariei pătratului cu latura de lungime  $a$ ;

$V = a \cdot b \cdot c$  – formula volumului paralelipipedului dreptunghiular;

$V = a^3$  – formula volumului cubului.

### Reține! Este important!

Expresiile numerice și expresiile cu variabile se numesc **expresii raționale** sau **algebrice**.

Algebra ne învață cum se simplifică expresiile compuse, adică se transformă în expresii mai simple, folosind reguli corespunzătoare, proprietăți ale operațiilor aritmetice și formule.

Expresiile, care nu conțin împărțirea la o expresie cu variabile se numesc **expresii raționale întregi** sau, simplu **întregi**.

De exemplu,  $\frac{a-1}{5}$  ;  $m+2$ ;  $4(x+y)$ ;  $\frac{2}{3}^n$  – expresii întregi. De aceea, toate expresiile numerice, de asemenea, sunt întregi.

Dar expresiile  $\frac{1}{5x}$  ;  $\frac{x+y}{x-y}$  – nu sunt întregi, deoarece conțin variabilă (variabile) la numitor, adică conțin împărțirea la o expresie cu variabilă.

Expresiile, care conțin împărțirea la o expresie cu variabilă se numesc **expresii raționale fracționare** sau, simplu **fracționare**.

**În clasa a 7-a, vei lucra numai cu expresii întregi!**

### Exerciții de antrenare

**2.1°.** De ales două expresii întregi dintre cele propuse:

a)  $2a \cdot 5,5 : c$ ;

c)  $7,5x - y^2$ ;

b)  $\frac{1}{6}b + 3a$  ;

d)  $(2k-1) : (1-k)$ .

2.2°. De ales două expresii fracționare dintre cele propuse:

- a)  $\frac{2x - 10y + 5z}{20}$  ;                      c)  $\frac{2}{9}y - \frac{1}{3}y^2 + 1$  ;
- b)  $\frac{1}{x} + \frac{1}{y} - \frac{1}{7}$  ;                      d)  $\frac{2x}{3 - y^2} + 15$  .

2.3°. De adus exemple de expresii raționale întregi și fracționare (de completat în caiet tabelul).

Expresii întregi				
Expresii fracționare				

2.4°. De verificat, dacă numărul 0 este valoare a expresiei:

- a)  $5 - y - 3$ , dacă  $y = 2$ ;                      c)  $1\frac{1}{2}x + 5 - 9$  , dacă  $x = 4$ ;
- b)  $3y + \frac{1}{2}y + 2$  , dacă  $y = 2$ ;                      d)  $x^2 - 5 - 11$ , dacă  $x = 4$ .

2.5°. De adus trei exemple de expresii raționale întregi, care nu conțin nici fracții ordinare, nici fracții zecimale.

2.6°. De găsit valorile expresiilor, folosind valorile variabilei date în tabel și de completat tabelul în caiet.

$x$	-2	-1	0	0,2	1	2	10
$5x - 4$							
$4 - 5x$							

2.7°. De pus în corespondență fiecărei expresii raționale întregi (1-4) valoarea ei (A-D) pentru  $a = 3$ ,  $b = 4$ .

**Expresia**

1.  $a^2 - b^2$
2.  $a^2 + b^2$
3.  $(a - b)^2$
4.  $(a + b)^2$

**Valoarea expresiei**

- A. 25
- B. 1
- C. -7
- D. 49
- E. 7

**2.8°.** De pus în corespondență fiecărei expresii raționale întregi (1-4) valoarea ei (A-D) pentru  $p = -3$ ,  $q = 5$ .

<i>Expresia</i>	<i>Valoarea expresiei</i>
1. $7 - 2p + q$	A. 9
2. $\frac{2}{5}q + 4 - p$	B. 6
3. $-5p + 7 - q$	C. 3
4. $p^2 - 16 + 2q$	D. 18
	E. 17

De scris sub formă de expresie rațională întreagă (2.9–2.10).

**2.9°.** a) Suma numărului 9 cu expresia  $x^2$ ;  
 b) câtul de la împărțirea sumei lui 9 și  $x$  la 5;  
 c) diferența expresiilor 4 și  $(b + c)$ ;  
 d) produsul expresiilor  $0,5x$  și  $(1 - x)$ .

**2.10°.** a) Jumătate din suma expresiilor  $2x$  și  $3y$ ;  
 b) pătratul sumei expresiilor  $a$  și  $5$ ;  
 c) diferența pătratelor expresiilor  $12$  și  $b$ ;  
 d) pătratul diferenței expresiilor  $4$  și  $5c$ .

De găsit, între expresiile date pe cea, a cărei valoare nu depinde de valoarea variabilei (2.11–2.12).

**2.11°.** a)  $2(3 - 3,5m) - 20 + 17m$ ;      c)  $6,8k + 2(3,6k + 3,4)$ ;  
 b)  $2,8n - 2(4,2 - 1,4n)$ ;      d)  $-(3,6x + 1) - (-3,6x + 2)$ .

**2.12°.** a)  $4(2 - 2,5a) - 20 + 12a$ ;      c)  $6(3c - 1) - 2(9c + 2,1)$ ;  
 b)  $2,5b - 5(9,6 - 0,5b)$ ;      d)  $-(1,5q + 2) - (1,5q + 5)$ .

**2.13°.** De evaluat în mod critic procesul de simplificare a expresiei  $4,5 - (6 - 1,2m)$  și calculare a valorii ei pentru  $m = -2,5$ .

$$\text{a) } 4,5 - (6 - 1,2m) = 4,5 - 6 - 1,2m = -1,2m + (4,5 - 6) = -1,2m - 1,5 = -0,3(4m + 5).$$

$$\text{Dacă } m = -2,5, \text{ atunci } -0,3(4m + 5) = -0,3(4 \cdot (-2,5) + 5) = -0,3(-10 + 5) = -0,3(-5) = 1,5.$$

$$\text{b) } 4,5 - (6 - 1,2m) = 4,5 - 6 + 1,2m = 1,2m + (4,5 - 6) = 1,2m - 1,5 = 0,3(4m - 5).$$

$$\text{Dacă } m = -2,5, \text{ atunci } 0,3(4m - 5) = 0,3(4 \cdot (-2,5) - 5) = 0,3 \cdot (-15) = -4,5.$$

$$\text{c) Dacă } m = -2,5, \text{ atunci } 4,5 - (6 - 1,2m) = 4,5 - (6 - 1,2 \cdot (-2,5)) = 4,5 - (6 - 3) = 4,5 - 6 + 3 = 7,5 - 6 = 1,5.$$

De creat modelul matematic – expresia pentru problemă (2.14–2.15).

**2.14\***. Un gimnaziu a dat comandă pentru  $a$  autobuze cu 17 locuri și  $b$  autobuze – cu 18 locuri în fiecare pentru o excursie la cetatea Cameaneț-Podilschii. De aflat câți elevi și eleve pot merge în această excursie. De calculat numărul de elevi și eleve ai gimnaziului, care au vizitat cetatea, dacă pentru excursie au fost folosite 3 autobuze cu 17 locuri și 2 autobuze cu 18 locuri, cu toate că în autobuze nu au existat locuri libere.

**2.15\***. Terenul este împărțit în două părți. Suprafața primei părți –  $m$  ha, iar a celei de-a doua –  $n$  ha. De pe fiecare hectar din prima parte fermierul a recoltat 24 qintale de grâu, iar de pe fiecare hectar din a doua parte – 25,5 qintale. De aflat cât grâu a recoltat fermierul de pe întregul câmp. De calculat cât grâu a recoltat fermierul, dacă  $m = 50$  ha,  $n = 100$  ha.

**2.16\*\***. De calculat valoarea expresiei  $10(a + b)(b - a)$ , dacă:

- a)  $a = 0,1$ ;  $b = 0,2$ ;
- b)  $a = 0$ ;  $b = 1,5$ ;
- c)  $a = -2,4$ ;  $b = 2,6$ ;
- d)  $a = b = -4$ .

**2.17\*\***. Se știe, că  $m + n = 8$ ,  $k = -2$ . De aflat valoarea expresiei:

- a)  $m + n + k$ ;
- b)  $3k(m + n)$ ;
- c)  $m - k + n$ ;
- d)  $8(m + n) - 2k$ .

**2.18\*\***. Se știe,  $m + n = 4$ ,  $a - b = 6$ . De aflat valoarea expresiei:

- a)  $(a - b)(m + n)$ ;
- b)  $5m + 5n - a + b$ ;
- c)  $7a + 6m - 7b + 6n$ ;
- d)  $(m + n)2 + (a - b)^2$ .

### **Cercetează situația, lucrând în grup: „Ai vreo idee?”**

**2.19\*\***. De compus formula pentru numărul, care:

- a) este multiplul lui 3;
- b) este multiplul lui 3 și este par;
- c) este multiplul lui 3 și este impar.

**2.20\*\***. De comparat valorile expresiilor  $x^2 + 2xy + y^2$  și  $(x + y)^2$ , dacă:

- a)  $x = -2$ ,  $y = 5$
- b)  $x = 3$ ,  $y = -5$
- c)  $x = 0$ ,  $y = 0,4$
- d)  $x = -3$ ,  $y = 3$

**2.21\*\***. De demonstrat, că diferența, în care descăzutul conține  $a$  sute  $b$  zeci  $c$  unități, iar scăzătorul –  $c$  sute  $b$  zeci  $a$  unități va fi divizibilă cu 9, cu 11 și cu 99.



## Formulează întrebări pentru probleme, lucrând în cooperativa de clasă: „Oare știi să faci?”

2.22. De scris întrebarea pentru condiția problemei.

- a) Problema „*Mișcarea pe râu*”. Viteza bărcii în apa stătătoare este de 20 m/h, iar viteza cursului râului – 2 km/h. Barca face un drum dus-întors în 3 ore.
- b) Problema „*Școala lui Pitagora*”. Când Pitagora a fost întrebat, câți elevi sunt în școala sa, el a răspuns în felul următor: „Jumătate din elevii mei studiază matematica, un sfert – muzica, a șaptea parte – tac și mai sunt încă trei femei”.
- c) Problema „*Lungimi*”. O frânghie cu lungimea de 84 m a fost tăiată în două bucăți, dintre care una de trei ori mai lungă decât cealaltă. Apoi, partea mai mare a fost tăiată în două părți, dintre care una este de două ori mai lungă decât cealaltă. Și apoi partea mai mare, care a fost obținută în urma tăierii anterioare, a fost tăiată în proporție de 2 : 5.
- d) Problema „*Comerțul*”. Proprietarul unui magazin de accesorii pentru telefoane mobile avea de vânzare 100 de huse pentru smartphone-uri și a decis să mărească prețul cu 25%. Însă în decursul săptămânii nimeni nu a cumpărat nici o husă, de aceea el a decis să reducă noul preț cu 25 %.

## VERIFICĂ-TE „CUM EȘTI?”

Fișa „§ 2.1. Expresii numerice și expresii cu variabile. Expresii raționale întregi. Identități

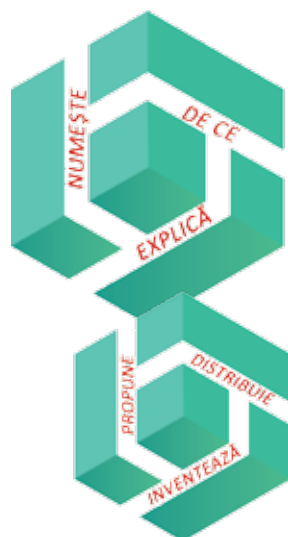


## § 2.2 Transformări identice ale expresiilor

Salut! Cum ești?

Vă propun un motto pentru învățare: „**Nu spune „nu știu”, ci spune „voi învăța!”**”

Astăzi, Cubul lui Bloom din nou te va ajuta să diagnostichezi „oare tu știi?” și „oare tu poți?”, iar apoi – vom trece la rezolvarea exercițiilor – „oare știi să faci?” să deosebești expresiile numerice de expresii cu variabile și vom dobândi noi cunoștințe despre aceea, cum să verificăm dacă expresiile sunt identice egale.



**Așadar, șase însărcinări de la Cubul lui Bloom:**

**NUMEȘTE** numărul, ce este egal cu valoarea expresiei  $4(x+y) - 3(x-y)$ , dacă  $x = 7,5$ ;  $y = 2,5$ .

**EXPLICĂ** corectitudinea identității:

«  $\frac{1}{3} + 2x - (2x - y) : 2xy$  – nu este o expresie rațională întreagă ».

**DE CE** expresiile  $6x - 2,5x + 0,5x - 4$  și  $2(x-1) + 2x - 2$  – sunt egale?

**INVENTEAZĂ**, cum se scrie printr-o expresie afirmația: „produsul întreit al expresiilor  $2x$  și  $5y$ ».

**DISTRIBUIE** abilitățile tale de a scrie afirmații, care conțin cuvintele: „jumătate din sumă”, „jumătate din diferență”, „produsul îndoi”, „câțul întreit”.

**PROPUNE** o metodă comodă de calcul al valorii expresiei:  $\frac{1}{4} \left( 8 - \frac{4}{5} \right) + \frac{3}{5}$ .

**Cercetează în parteneriat: „Oare tu știi?”**

1) **De aflat** valorile expresiilor pentru  $x = -4$ .

- a)  $4,6 + 2(x-1,3)$ ;                      b)  $7 - 3(x-5)$ ;  
c)  $18x - 4x - 12x - 8,5 + 8,5$ .

2) **De calculat** raportul  $m : n$ , dacă  $m - 8 = 13 + 3m$  și  $2(3n - 7) = 2n + 6$ .

3) **De determinat**, dacă printre expresiile (a-d) sunt de acele, ce sunt egale cu expresia  $2x - 5$ .

- a)  $3x - 24 + x + 19$ ;                      c)  $2x + x - 12 + 17$ ;  
b)  $3x + 6 - x - 11$ ;                      d)  $2(x+4) + 5$ .

## Analizează și trage concluzii – creează strategia de învățare!

### ACEST LUCRU MERITĂ SĂ ȘTII ȘI SĂ POȚI APLICA

- 1 A compune și calcula raportul este o abilitate, pe care o folosim în fiecare zi – „așa este, dar așa trebuie să fie”.
- 2 În cele mai multe cazuri, valoarea expresiei se calculează după ce expresia este simplificată. Uneori, însă, este posibil să nu fie nevoie de simplificare a expresiei, ci de o calculat direct.  
De exemplu, dacă  $x = -4$ , atunci  $7 - 3(x - 5) = 7 - 3(-9) = 7 + 27 = 34$ .
- 3 Deseori se întâmplă, că pentru simplificarea expresiilor să fie nevoie să deschizi paranteze – abilitatea de a aplica corect proprietatea distributivă a înmulțirii. Ea este foarte importantă în matematică, iar acum o vei aplica în algebră. Așadar, poartă acest lucru fără să te obosești:

$$c(a \pm b) = ca \pm cb \quad \text{Ți} \quad -c(a \pm b) = -ca \mp cb$$

### Reține!

Expresiile, ale căror valori corespunzătoare sunt identice pentru orice valori ale variabilelor se numesc **expresii identice egale** (sau identice).

De exemplu, identice egale (identice) sunt expresiile  $a + 3a$  și  $4a$ .

Expresiile  $12,8 + 9x - 4,8$  și  $9x - 6,3 + 14,3$  sunt, de asemenea, identice, deoarece  $12,8 + 9x - 4,8 = 4x + 8$  și  $9x - 6,3 + 14,3 = 4x + 8$ .

Înlocuirea unei expresii cu o altă expresie, care este identic egală cu aceasta se numește **transformare identică** (sau pur și simplu **transformare**) a expresiei.

De exemplu, transformările bine cunoscute – deschiderea parantezelor, reducerea termenilor asemenea – transformări identice ale expresiilor.

Dacă două expresii sunt identice egale, atunci între ele se poate scrie semnul “=”. Egalitatea obținută se numește **identitate**.

De exemplu, din expresiile identice menționate mai sus, se pot crea identitățile  $a + 3a = 4a$  și  $12,8 + 9x - 4,8 = 9x - 6,3 + 14,3$ .

### Reține! Este important!

Unele identități sunt evidente. De exemplu,  $a + b = b + a$ .

Dacă identitatea nu este evidentă, atunci ea trebuie să fie demonstrată.

A demonstra o identitate se poate cu ajutorul transformărilor identice, folosind una dintre următoarele metode:

- 1 de a transforma partea stângă până la forma celei drepte;
- 2 de a transforma partea dreaptă până la forma celei stângi;
- 3 de a transforma partea stângă și partea dreaptă a identității până la obținerea uneia și aceleași expresii;

- 4 de a scrie diferența ambelor părți și de a demonstra, că ea este egală cu zero.

De exemplu, să demonstrăm identitatea

$$0,4y - 0,6(y - 4) + 2(-1 + 0,1y) + 0,6 = 1.$$

*Demonstrație.* Deoarece partea dreaptă a identității este un număr, să transformăm partea stângă a ei:  $0,4y - 0,6(y - 4) + 2(-1 + 0,1y) + 0,6 =$   
 $= 0,4y - 0,6y + 2,4 - 2 + 0,2y + 0,6 = -0,2y + 0,2y + 0,4 + 0,6 = 1.$

Am obținut o expresie, care este egală cu partea dreaptă:  $1 = 1$ . Așadar, partea stângă și partea dreaptă sunt expresii identic egale, ceea ce înseamnă, că egalitatea dată în condiție este o identitate. *Este demonstrat.*

### Exerciții de antrenare

De verificat, dacă egalitățile sunt identități (2.23–2.26).

- 2.23°. a)  $4 - x + 2 = 6 - x$ ;                      c)  $2 - x = x - 2$ ;  
           b)  $4 - 12 + x = 8 - x$ ;                    d)  $2x + 5 - 7 = 2x - 7$ .
- 2.24°. a)  $5 - 2x + 7 = 2 - 2x$ ;                    c)  $9 - 4x = 4x - 9$ ;  
           b)  $7 - 12 + 3x = 5 - 3x$ ;                d)  $5x + 3 - 9 = 5x - 6$ .
- 2.25°. a)  $4(m - n) = 4n + m$ ;                    c)  $2(x - 4) = 2x + 8$ ;  
           b)  $4 - (x + 1) = -x + 5$ ;                d)  $3(x - 2) = 3x - 6$ .
- 2.26°. a)  $3(m - n) = 3m + n$ ;                    c)  $2(3,5 + x) = 7 - 2x$ ;  
           b)  $6 + x - 2,5 = x + 3,5$ ;                d)  $4(2,5 + x) = 10 + 4x$ .

De scris identitatea, dacă este dată partea stângă a ei (2.27–2.28).

- 2.27°. a)  $7(2x - 3) - 11$ ;                      c)  $12 - 5(x - 2)$ ;  
           b)  $6(x + 1,5) + 2$ ;                      d)  $3 - 4(2x - 2,5)$ .
- 2.28°. a)  $\frac{2}{3}(6x - 3) + 3x$  ;                      c)  $\frac{2}{5}(5x - 15) + 8x$  ;  
           b)  $\frac{3}{10}(10x - 25) + 4x$  ;                    d)  $\frac{3}{8}(8x - 24) + 2x$  .

2.29°. Avem expresia  $(5 - 2x) - (3x - 7)$ . De găsit expresia identic egală:

- a)  $x - 2$ ;      b)  $-2 - 5x$ ;      c)  $12 + 5x$ ;      d)  $12 - 5x$ .

2.30°. Avem expresia  $(3x - 7) - (3 - 5x)$ . De găsit expresia identic egală:

- a)  $8x - 10$ ;      b)  $-8x - 4$ ;      c)  $10 - 8x$ ;      d)  $8x - 4$ .

**2.31°.** De completat în caiet tabelul valorilor expresiilor.

$x$	0	$-\frac{1}{2}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{8}$	2	-1	1
$2(4x - 1) + 3$							
$8x + 1$							

**2.32°.** De verificat cu ajutorul valorilor numerice, dacă expresiile  $2(4d - 1) + 3$  și  $8d + 1$  sunt identice. Dacă da, atunci de compus identitatea corespunzătoare și de o demonstrat.

**2.33°.** De determinat perechile de expresii identic egale.

a)  $2x + 4$  și  $2(2 + x)$ ;                      c)  $3(a + 3)$  și  $a + 9$ ;

b)  $\frac{2m + 6}{2}$  și  $m + 6$ ;                      d)  $2(m - x)$  și  $2m - 2x$ .

**2.34°.** De selectat expresiile (a - d) care sunt identic egale cu numărul 5.

a)  $(7 - x) - (-2 - x)$ ;                      c)  $(x + 7) + (x - 2)$ ;

b)  $(7 - x) - (2 - x)$ ;                      d)  $-(x - 7) - (-x - 2)$ .

**2.35°.** De compus o identitate arbitrară și de o demonstrat.

**2.36°.** De pus în corespondență expresia (1-4) cu cea identică ei (A-D).

**Expresia**

1.  $(x - 4) + 2,5(2x + 4)$

2.  $-3(4x + 6) - (8x + 2)$

3.  $2(4 - x) - (-7x + 3)$

4.  $6(-x - 4) - (4x - 14)$

**Expresia identică**

A.  $5(x + 1)$

B.  $2(x + 1)$

C.  $6(x + 1)$

D.  $-20(x + 1)$

E.  $-10(x + 1)$

**2.37°.** De pus în corespondență expresia (1-4) cu cea identică ei (A-D).

**Expresia**

1.  $(x - 6) + 2,5(4x - 2)$

2.  $2(4x + 6) - (2x + 6)$

3.  $3(4 + x) - (-7x + 2)$

4.  $6(x - 2) - (x - 7)$

**Expresia identică**

A.  $5(x - 1)$

B.  $11(x - 1)$

C.  $6(x - 1)$

D.  $2(x - 1)$

E.  $10(x - 1)$

**2.38•.** De evaluat în mod critic procesul de demonstrare a identității.

a) De demonstrat identitatea:  $12x - \frac{1}{3}(6x + 9) = 10x - 3$  .

*Demonstrație.*

$$12x - \frac{1}{3}(6x + 9) = 12x - 2x + 3 = 10x + 3 \text{ .}$$

Am obținut:  $10x + 3 = 10x - 3$ .

b) De demonstrat identitatea:  $15x - \frac{1}{3}(9x + 6) = 12x - 2$  .

*Demonstrație.*

$$15x - \frac{1}{3}(9x + 6) = 15x - 3x - 2 = 12x - 2 \text{ .}$$

Am obținut:  $12x - 2 = 12x - 2$ .

Este demonstrat.

De demonstrat identitatea (2.39–2.40).

**2.39•.** a)  $3(x + 1,5) - 2x - 2,5 = x + 2$ ;

b)  $6x - 4(2x + 5) + 28 = 2x - 8$ ;

c)  $5,8x + 2(0,6x - 7,2) + 4,4 = 6x - 10$ ;

d)  $8,4x + 2(0,8x - 5,6) + 3,2 = 10x + 8$ .

**2.40•.** a)  $4(x + 3,5) - 7x - 5 = 3x + 9$ ;

b)  $10,2x - 4(0,3x + 3) = 9x - 12$ ;

c)  $8,8x + 2(2,6x - 9,3) + 6,6 = 14x - 12$ ;

d)  $4,4x + 2(1,8x - 5,2) + 1,4 = 8x + 9$ .

**2.41•.** De dat câte trei exemple de egalități, care sunt identități și care nu sunt identități.

**2.42•.** De determinat, care dintre expresiile (a-d) va fi identică cu expresia

$$6(m - 2) - 3(2m - 5) - 1,4 \cdot 5.$$

a)  $(m - 1) + 2m - (5m - 4)$ ;

b)  $2(-m + 5) + 4a - (4a + 10) + 2m - 3$ ;

c)  $(m + 2) - 2(m - 3) + 3(m + 4)$ ;

d)  $(m + 1) - (m - 2) + (m - 3) - (m + 4)$ .

**2.43•.** De evaluat în mod critic procesul de demonstrare a identității.

a) De demonstrat identitatea:  $4(2,5x + 3) - (4x + 6) = 6(x + 1)$ .

*Demonstrație.*  $4(2,5x + 3) - (4x + 6) = 10x + 12 - 4x + 6 = 6x + 18$ .

$6(x + 1) = 6x + 6$ .

$6x + 18 = 6x + 6$ .

b) De demonstrat identitatea:  $4(3x - 2) = 6(2,5x - 2) - 5x + 4$ .

*Demonstrație.* Transformăm partea stângă a identității:

$$4(3x - 2) = 12x - 8.$$

Transformăm partea dreaptă a identității:

$$6(2,5x - 2) - 5x + 4 = 15x - 12 - 5x + 4 = 12x - 8.$$

Am obținut:  $12x - 8 = 12x - 8$ .

Este demonstrat.

c) De demonstrat identitatea:  $\frac{2}{3}x - \frac{2}{3} - \frac{5}{6} + \frac{1}{3}x = x - 1,5$ .

*Demonstrație.*

$$\begin{aligned} \frac{2}{3}x - \frac{2}{3} - \frac{5}{6} + \frac{1}{3}x &= \frac{2}{3}x + \frac{1}{3}x - \frac{2}{3} - \frac{5}{6} = \frac{2+1}{3}x - \frac{4+5}{6} = \\ &= \frac{3}{3}x - \frac{9}{6} = x - 1,5 ; \end{aligned}$$

Am obținut:  $x - 1,5 = x - 1,5$ .

Este demonstrat.

d) De demonstrat identitatea:  $x + 0,5 = \frac{4}{5}x - \frac{3}{8} + \frac{7}{8} + \frac{1}{5}x$ .

*Demonstrație.*

$$\frac{4}{5}x + \frac{1}{5}x - \frac{3}{8} + \frac{7}{8} = \frac{4+1}{5}x + \frac{7-3}{8} = \frac{5}{5}x + \frac{4}{8} = x + 0,5 ;$$

Am obținut:  $x + 0,5 = x + 0,5$ ;

Este demonstrat

**2.44••.** De demonstrat identitatea:

a)  $\frac{x+3}{2} - \frac{3x-2,4}{4} + \frac{4x-0,8}{8} = \frac{x+8}{4}$  ;

b)  $\frac{x-6}{2} + \frac{7x-2,4}{6} - \frac{6x-12,6}{9} = x-2$  .

**Cercetează situația, lucrând în grup:**  
**„Ai vreo idee?”**

**2.45••.** De compus o expresie rațională întregă pentru rezolvarea problemei.

- a) a) Elevii din clasa a 7-A confecționau câte  $a$  lumânări de tranșee pentru soldații Forțelor Armate ale Ucrainei în fiecare oră, iar cei din a 7-B – câte  $m$  lumânări. Câte lumânări au fost confecționate de către elevii claselor a șaptea împreună, dacă ei au lucrat în decursul unei săptămâni câte 4 ore pe zi ?

- b) De calculat, câte lumânări de tranșee vor fi transmise soldaților din FAU de către elevii clasei a 7-a, dacă  $a = 4$ ,  $m = 5$ , și 54 de lumânări au mai rămas de data trecută.

**2.46••.** De verificat, dacă expresia

$$\frac{1}{2}(2a - 4m) + 6\left(\frac{1}{3}m - a + 1\right) + (9a - 16 + 4m) + 10$$

este identic egală cu expresia, care a fost obținută în problema **2.45••**.

### **Formulează întrebări pentru probleme, lucrând în cooperativa de clasă: „Oare știi să faci?”**

**2.47.** De compus întrebarea pentru condiția problemei.

- a) Problema „*Schiatul*”. Primul schior a alergat  $x$  m, al doilea – cu 124 m mai mult decât primul, iar al treilea – de două ori mai mult decât primul și al doilea schior împreună.
- b) Problema „*Livrarea Ukrposhte*”. Mașinile „Ukrposhte” livrează în fiecare zi colete și corespondență în cele mai îndepărtate colțuri ale țării noastre. Luni, mașinile au transportat  $12\frac{4}{5}$  tone de marfă, marți –  $\frac{5}{16}$  din cantitatea de luni, iar miercuri de  $2\frac{1}{5}$  ori mai mult, decât în cele două zile anterioare împreună.
- c) Problema „*Freshul de fructe*”. Pentru prepararea freshului de fructe s-au cumpărat 4,5 kg de portocale câte  $x$  grn pentru kg și 2,5 kg de banane, al căror preț este cu 22 grn mai mare decât cel al portocalelor.
- d) Problema „*Alimentație sănătoasă*”. Familia lui Roman pregătește un meniu săptămânal de mese sănătoase și nutritive și cumpără produsele corespunzătoare, ținând cont de bugetul lor. Tatăl lui Roman a cumpărat 6,2 kg de ceapă câte  $x$  grn pentru kg, 2,8 kg de morcovi – câte 16 grn, 3 kg de sfeclă – câte 14,5 grn și 4 kg de pui, plătind de 5 ori mai mult decât pentru toate legumele împreună.

### **VERIFICĂ-TE „CUM EȘTI?”**

**Fișa „§ 2.2. Transformări identice ale expresiilor”**



## §2.3 Puterea cu exponent natural. Proprietățile puterii cu exponent natural



Salut! Cum ești?

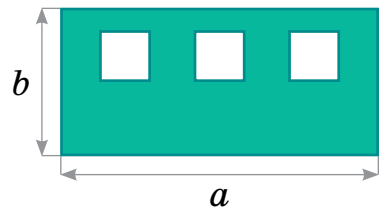
Vă propun un motto pentru lecție: **„Dacă lucrezi asupra obiectivelor tale, atunci aceste obiective vor lucra pentru tine!”**

Astăzi, Cubul lui Bloom te va ajuta să diagnostichezi „oare tu știi?” și „oare tu poți?”, iar apoi – vom trece la rezolvarea exercițiilor – „oare știi să faci?” și vom obține cunoștințe noi despre un tip de produs aparte.

**Așadar, Cubul lui Bloom îți propune:**

**NUMEȘTE** modelul matematic pentru problema „Cu cât câștigă un meșter mai mult decât ucenicul său într-o zi de lucru, dacă meșterul a câștigat  $a$  grn în 15 zile, iar ucenicul –  $b$  grn în 20 de zile?”.

**EXPLICĂ**, cum se află aria figurii, folosind datele date în figură, dacă fiecare gol este un pătrat cu latura  $x$ .



**DE CE** egalitatea  $|x^2 + 10| = x^2 + 10$  este identitate?

**INVENTEAZĂ** o metodă rațională de a calcula repede valoarea expresiei:

$$12(4m - 3) + 3(4m - 3) - 7(4m - 3), \text{ dacă } m = 0,75.$$

**DISTRIBUIE** cum se determină, pentru care valori ale variabilei valorile expresiilor

$$7(x + 1) - 9 \text{ și } 6x - 13 - \text{egale}$$

**PROPUNE** un model matematic pentru afirmația: „Trei numere întregi pozitive pare consecutive reprezintă lungimile laturilor unui triunghi, al cărui perimetru este de egal cu 42 cm”.

**Cercetează în parteneriat: „Oare tu știi?”**

1) De aflat produsul  $x \cdot y$  ale rădăcinilor ecuațiilor:

a)  $6(x - 2) - 3(x - 2) = 9$  și  $18(y - 5) - 5(3y - 2) = 8y - 105$ ;

b)  $14(2x + 1) = 7(5x - 7)$  și  $5(x + 15) - 7(2x + 1) = -13$ .

2) De calculat valoarea uneia dintre expresiile (a-d):

a)  $2 \cdot 3^2 - 2 \cdot (-2)^3$

c)  $0,5 \cdot (-4)^2 + 21 \cdot (-2)^2$

b)  $7 \cdot (-2)^2 - \frac{1}{3} \cdot (-9)^2$

d)  $-3 \cdot (-1)^3 + 5 \cdot (-5)^3$

3) De determinat, dacă între perechile de expresii (a-d) sunt identic egale.

a)  $\frac{hm}{2} + \frac{hn}{2}$  și  $\frac{1}{2}h(m+n)$

b)  $ah + \frac{b-a}{2}h$  și  $\frac{a+b}{2}h$

**Analizează și trage concluzii – creează strategia de învățare!**

## ACEST LUCRU MERITĂ SĂ ȘTII ȘI SĂ POȚI APLICA

1 Dacă un calcul conține fracții ordinare și fracții zecimale și cu ele trebuie de efectuat o operație de adunare sau de scădere, este adesea mai convenabil de scris fracțiile ordinare sub formă de zecimale, iar dacă trebuie de efectuat operații de înmulțire sau de împărțire, atunci invers – de scris cele zecimale ca fracții ordinare.

$$\text{De exemplu, } \frac{1}{8} + 1\frac{3}{5} = 0,125 + 1,600 = 1,725 \quad ;$$

$$0,125 \cdot 1,6 = \frac{1}{8} \cdot \frac{16}{10} = \frac{2}{10} = 0,2 \quad .$$

2 Identificând expresiile identic egale, se acordă atenție formei expresiilor și se analizează, dacă acestea pot fi reduse la aceeași formă. De exemplu, fracțiile de mai sus (din însărcinarea 3 a lucrării de cercetare) pot fi scrise mai convenabil ca produs al unei fracții și al unui număr întreg:

$$\frac{1}{2} \cdot hm = \frac{hm}{2} \quad .$$

3 Fiecare expresie, care trebuie calculată are propria sa idee de rezolvare, în care ordinea efectuării operațiilor este obligatorie: mai întâi – ridicarea la pătrat/cub; apoi – înmulțirea/împărțirea; și, în final – adunarea/scăderea.

4 Dacă rădăcinile ecuațiilor sunt  $x$  și  $y$  (din însărcinarea 1 a lucrării de cercetare) au aceeași valoare, atunci produsul lor – pătratul numărului corespunzător

### Reține!

Amintește-ți, că:

suma termenilor identici este înlocuită cu produsul, adică, pentru comoditate se trece de la operația de gradul I la operația de gradul II;

*produsul a doi factori identici* se înlocuiește cu pătratul numărului/expresiei, *a trei* – cu cubul, *a mai mulți de trei* – cu putere, adică se trece de la operația de gradul II la operația de gradul III pentru comoditate.

Ea se notează, se numește și se citește în felul următor:

Notarea	Denumirea	Se citește
$3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 = 3^4$	$3^4$ – puterea 3 – baza puterii 4 – gradul puterii	„3 la puterea a 4-a”, sau „3 la puterea a patra”
$\underbrace{7 \cdot 7 \cdot \dots \cdot 7}_{100 \text{ factori}} = 7^{100}$	$7^{100}$ – puterea 7 – baza puterii 100 – gradul puterii	„7 la puterea 100”, sau „7 la puterea a suta”
$\underbrace{a \cdot a \cdot \dots \cdot a}_{25 \text{ factori}} = a^{25}$	$a^{25}$ – puterea $a$ – baza puterii 25 – gradul puterii	„ $a$ la puterea 25”, sau „ $a$ la puterea a douăzeci și cincea”
$\underbrace{a \cdot a \cdot \dots \cdot a}_n = a^n$ <i>n factori</i>	$a^n$ – puterea $a$ – baza puterii $n$ – gradul puterii	„ $a$ la puterea $n$ ”, sau „ $a$ la puterea $n$ ”

**Puterea unui număr  $a$  cu exponent natural  $n$**  se numește produsul a  $n$  factori identici, fiecare dintre ei fiind egal cu  $a$ .

Deci,  $a^n$  – putere,  $a$  – baza puterii,  $n$  – exponentul, unde  $n$  – număr natural (1, 2, 3, 4, 5, ...).

De exemplu:

$$(0,2)^4 = 0,2 \cdot 0,2 \cdot 0,2 \cdot 0,2 = 0,0016; \quad \frac{2^3}{3} = \frac{2}{3} \cdot \frac{2}{3} \cdot \frac{2}{3} = \frac{8}{27}; \quad 0^5 = 0 \cdot 0 \cdot 0 \cdot 0 \cdot 0 = 0;$$

$$(-5)^4 + (-3)^5 = (-5) \cdot (-5) \cdot (-5) \cdot (-5) + (-3) \cdot (-3) \cdot (-3) \cdot (-3) \cdot (-3) = 625 - 243 = 375.$$

După cum se știe,  $a^2$  – puterea a doua a numărului, se numește *pătrat*, iar  $a^3$  – puterea a treia, ea se numește *cub*.

Puterea întâi a numărului se consideră anume acest număr:  $a^1 = a$ .

Bază a puterii cu exponent natural poate fi orice număr: pozitiv, negativ sau zero.

Dacă  $a > 0$ , atunci  $a^n > 0$ ; dacă  $a < 0$ , atunci  $a^{2n} > 0$  și  $a^{2n-1} < 0$ .

Uneori este convenabil de calculat puterea cu ajutorul calculatorului și, dacă vei cunoaște câteva secrete, atunci vei putea face aceste calcule cu ușurință.

Secretul este mai jos.

### Reține! Este important!

Anumite reguli, care se numesc proprietățile puterii cu exponent natural ajută în calculul valorii puterilor.

### PROPRIETĂȚILE PUTERII

Fie că  $m, n$  – numere naturale. Atunci pentru putere se adeveresc următoarele proprietăți:

- 1** *Înmulțirea puterilor cu aceeași bază:* la înmulțirea puterilor cu aceeași bază, baza rămâne neschimbată, iar exponenții se adună:

$$a^m \cdot a^n = a^{m+n}.$$

- 2** *Împărțirea puterilor cu aceeași bază:* la împărțirea puterilor cu aceeași bază, baza rămâne neschimbată, iar din exponentul deîmpărțitului se scade exponentul împărțitorului:

$$a^m : a^n = a^{m-n}.$$

- 3** *Ridicarea la putere a puterii:* La ridicarea unei puteri la putere baza rămâne neschimbată, iar exponenții se înmulțesc:

$$(a^m)^n = (a^n)^m = a^{mn}.$$

- 4** *Ridicarea la putere a produsului:* la ridicarea unui produs la o putere se ridică la putere fiecare factor și rezultatele obținute se înmulțesc:

$$(ab)^n = a^n \cdot b^n.$$

- 5** *Ridicarea la putere a unei fracții (câtului):* la ridicarea unei fracții la o putere, se poate ridica la putere numărătorul și numitorul separat, iar rezultatele se scriu corespunzător în numărătorul și numitorul noii fracții:

$$\left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n}, \quad b \neq 0.$$

Fiecare dintre proprietăți poate fi demonstrată cu ușurință, folosind definiția puterii. De exemplu,

$$\begin{aligned} (a^m)^n &= \underbrace{a^m \cdot a^m \cdot \dots \cdot a^m}_{n \text{ factori}} = \underbrace{\underbrace{a \cdot a \cdot \dots \cdot a}_{m \text{ factori}} \cdot \underbrace{a \cdot a \cdot \dots \cdot a}_{m \text{ factori}} \cdot \dots \cdot \underbrace{a \cdot a \cdot \dots \cdot a}_{m \text{ factori}}}_{n \text{ factori}} = \\ &= \underbrace{a \cdot a \cdot \dots \cdot a}_{m \cdot n \text{ factori}} = a^{mn}. \end{aligned}$$

Deci,  $(a^m)^n = (a^n)^m = a^{mn}$ .

$$\text{Dacă } b \neq 0, \text{ atunci } \left(\frac{a}{b}\right)^n = \underbrace{\frac{a}{b} \cdot \frac{a}{b} \cdot \dots \cdot \frac{a}{b}}_{n \text{ factori}} = \frac{\underbrace{a \cdot a \cdot \dots \cdot a}_{n \text{ factori}}}{\underbrace{b \cdot b \cdot \dots \cdot b}_{n \text{ factori}}} = \frac{a^n}{b^n}.$$

$$\text{Deci, } \left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n}, \quad b \neq 0.$$

Ar putea apărea întrebarea, cum se efectuează împărțirea puterilor atunci, când  $m < n$ .

Răspuns: trebuie de înlocuit operația de împărțire cu linia de fracție și de efectuat simplificarea fracției. De exemplu,  $3^7 : 3^{11} = \frac{3^7}{3^{11}} = \frac{3^7}{3^7 \cdot 3^4} = \frac{1}{3^4} = \frac{1}{81}$

Așadar, acum știi, că  $323^5 = (323)^4 \cdot 323 = (323^2)^2 \cdot 323$ , dar aceasta înseamnă, apăsând 323 o dată, trebuie de apăsat «×», și vei obține  $323^2$ , apăsând mai o dată «×», și rezultatul –  $323^4$ , iar acum «×» 323 și răspunsul este găsit.

### Exerciții de antrenare

De ales egalitatea corectă(2.48–2.49).

2.48°. a)  $4x \cdot x \cdot x \cdot x \cdot x \cdot x = 4x^6$ ; c)  $0,5n \cdot 2n \cdot n = 0,5(2n)^3$ ;

b)  $4m \cdot 4m \cdot 4m = (4m)^3$ ; d)  $0,2y \cdot 5y \cdot 4y = 4y^3$ .

2.49°. a)  $0,5a \cdot a \cdot 0,5a \cdot a = 0,5a^4$ ; c)  $7x \cdot 2x \cdot x = 14x^3$ ;

b)  $2c \cdot 2c \cdot 2c = 8c$ ; d)  $0,25x \cdot 4x = x^2$ .

2.50°. De indicat reprezentarea corectă a expresiei  $2m \cdot x^3$  sub formă de produs

a)  $2m \cdot x \cdot m \cdot x \cdot m \cdot x \cdot m \cdot x$ ; c)  $2mx \cdot 2mx \cdot 2mx$ ;

b)  $2m \cdot x \cdot m \cdot x \cdot m \cdot x$ ; d)  $2m \cdot x \cdot x \cdot x$ .

2.51°. De transferat tabelul în caiet și de-l completat.

$n$	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
$2^n$										

De calculat valorile puterilor (2.52-2.53), folosind rezultatele de la nr. 2.51.

2.52°. a)  $-2^3$ ;  $1^5$ ;  $(-2)^3$ ;  $2^5$ ;  $(-2)^6$ ; c)  $-2^4$ ;  $-(-1)^9$ ;  $(-2)^2$ ;  $2^7$ ;  $(-2)^5$ ;

b)  $-2^5$ ;  $(-1)^5$ ;  $(-2)^4$ ;  $(-2)^7$ ;  $2^8$ ; d)  $-22$ ;  $-(-1)^7$ ;  $(-2)^7$ ;  $2^6$ ;  $2^{10}$ .

2.53°. a)  $-(0,2)^3$ ;  $(-0,2)^3$ ;  $(0,2)^5$ ;  $(-0,2)^6$ ;

b)  $-(0,2)^5$ ;  $(-0,2)^4$ ;  $(-0,2)^7$ ;  $(0,2)^8$ ;

c)  $-(0,2)^4$ ;  $(-0,2)^2$ ;  $(0,2)^7$ ;  $(-0,2)^5$ ;

d)  $-(0,2)^2$ ;  $(-0,2)^7$ ;  $(0,2)^6$ ;  $(0,2)^{10}$ .

2.54°. De indicat puterea, cu care este corect notată expresia

$$7xm \cdot 7xm \cdot 7xm \cdot 7xm.$$

a)  $7xm^4$ ; b)  $(7xm)^4$ ; c)  $7(xm)^4$ ; d)  $28x^4m$ .

**2.55°.** De indicat expresia identic egală cu expresia  $6(ab)^3$ .

- a)  $6a \cdot a \cdot a \cdot b$ ;                      c)  $6ab \cdot ab \cdot ab$ ;  
 b)  $6ab \cdot 6ab \cdot 6ab$ ;                      d)  $6a \cdot b \cdot b \cdot b$ .

**2.56°.** De transferat tabelul în caiet și de-l completat.

$n$	1	2	3	4	5	6
$3^n$						
$4^n$						
$5^n$						
$6^n$						
$7^n$						
$8^n$						
$9^n$						
$10^n$						

De calculat (**2.57–2.61**).

**2.57°°.** a)  $2^3$ ;  $-(-1)^5$ ;  $(-3)^3$ ;  $6^3$ ;  $7^5$ ;

b)  $-4^3$ ;  $-(-1)^7$ ;  $5^4$ ;  $(-7)^3$ ;  $6^6$

c)  $3^5$ ;  $-(-1)^9$ ;  $(-10)^6$ ;  $6^5$ ;  $(-7)^4$ ;

d)  $9^5$ ;  $-8^3$ ;  $-(-1)^3$ ;  $(-4)^5$ ;  $7^6$ ;  $(-10)^4$ .

**2.58°°.** a)  $(-3)^8$ ;  $(-8)^3$ ;  $6^3$ ;  $-(-9)^3$ ;  $10^5$ ;

b)  $-3^3$ ;  $4^6$ ;  $-(-5)^5$ ;  $(-6)^4$ ;  $10^3$ ;

c)  $5^5$ ;  $(-3)^6$ ;  $-4^4$ ;  $-(-7)^4$ ;  $(-10)^5$ ;

d)  $(0,5)^2$ ;  $-5^3$ ;  $-(-8)^3$ ;  $(-11)^2$ ;  $10^6$ .

**2.59°°.** a)  $\left(1\frac{1}{2}\right)^4$ ;    b)  $\left(-2\frac{1}{2}\right)^2$ ;    c)  $\left(2\frac{1}{2}\right)^3$ ;    d)  $-\left(1\frac{1}{3}\right)^2$ ;    đ)  $\left(4\frac{1}{2}\right)^2$ .

**2.60°°.** a)  $2 \cdot 3^3$ ;            b)  $-2 \cdot (-2)^3$ ;    c)  $-3 \cdot (-2)^7$     d)  $7 \cdot (-2)^5$ ;    đ)  $8 \cdot (-5)^3$ .

**2.61°°.** a)  $-\frac{1}{3} \cdot (-9)^2$ ;    b)  $\frac{1}{2} \cdot (-4)^2$ ;    c)  $-\frac{1}{4} \cdot 4^3$ ;    d)  $-\frac{1}{9} \cdot 9^6$ ;    đ)  $\frac{1}{8} \cdot (-4)^5$ .

**2.62°°.** De evaluat în mod critic transformarea expresiei.

a) $x^5 \cdot x^3 = x^{5 \cdot 3} = x^{15}$ ;	d) $a^{32} : a^4 = a^{32:4} = a^8$ ;
b) $a^{22} \cdot a = x^{22+1} = a^{23}$ ;	e) $x^{17} : x^2 = x^{17-2} = x^{15}$ ;
c) $t^{17} : t = 17 : 1 = 17$ ;	f) $x^{12} \cdot x^3 = 12 + 3 = 15$ .

**2.63•** De înlocuit „steluța”, cu o putere.

- a)  $a^{13} = a \cdot *$ ;      c)  $* : y^{11} = y^3$ ;      d)  $(*)^5 = a^{60}$ ;  
 b)  $y^{15} : * = y^{10}$ ;      d)  $(*)^3 = t^9$ ;      e)  $(t^2)^6 = t^2 \cdot *$ .

**2.64•** De ales două identități adevărate dintre cele date.

- a)  $(m^2)^3 = m^5$ ;      c)  $(2m^3)^4 = 16m^{12}$ ;      d)  $(-7x^2yab^7)^2 = 14x^4 y^2 a^2b^{14}$ ;  
 b)  $(a^3)^2 \cdot a = a^6$ ;      d)  $(2a^3b^4)^2 = 4a^6b^6$ ;      e)  $(-3ab^3xy^2)^2 = 9xa^2b^6x^2y^4$ .

**2.65•** De determinat, care dintre perechile de expresii sunt expresii identic egale.

- a)  $7m^4$  și  $(7m)^4$ ;      c)  $2xy^9$  și  $(2xy)^9$ ;  
 b)  $2(a + b)^2$  și  $(2(a + b))^2$ ;      d)  $\frac{1}{3}x^3y^3$  și  $\left(\frac{1}{3}xy\right)^3$ .

**2.66•** De determinat, care dintre inegalități este adevărată pentru orice valoare a lui  $t$ .

- a)  $t^6 > 0$ ;      b)  $t^9 + 10 < 0$ ;      c)  $t^2 + 1 > 0$ ;      d)  $(-1)^7 < 0$ .

**2.67•** De completat tabelul în caiet.

$a$	$x^2$	$x^5$	$m$		$n^{19}$	$m^{11}$	
$b$		$x^9$		$y^{15}$		$m^{24}$	$x^3$
$a \cdot b$	$x^{10}$		$m^{12}$	$y^{16}$	$n^{19}$		$x^{33}$

**2.68•** De completat tabelul în caiet.

$a$	$x^7$	$a^{12}$	$m^{30}$		$y^{11}$	$a^{2000}$	
$b$	$x^4$	$a^7$		$n^5$	$y^7$	$a^{100}$	$y^{200}$
$a : b$			$m^{10}$	$n^3$			$y^{100}$

De scris expresia sub forma unei puteri (2.69–2.71).

**2.69•** a)  $a^6 \cdot (a^2)^7$ ;      b)  $(m^2)^3 \cdot (m^3)^4$ ;      c)  $x \cdot (x^4)^2 \cdot x^7$ ;      d)  $(-t^2)^3 \cdot (t^3)^5$ .

**2.70•** a)  $a^{18} : (a^2)^4$ ;      b)  $(m^6)^3 : (m^4)^3$ ;      c)  $x^6 \cdot (x^3)^2 : x^7$ ;      d)  $(-t^3)^7 : (t^5)^3$ .

**2.71•** a)  $((-a)^3)^2 \cdot (-a)^6$ ;      c)  $((-m)^3)^4 \cdot (-m)^7$ ;  
 b)  $((-x)^4)^5 : (-x)^{18}$ ;      d)  $((-t)^3)^3 : (-t)^4$ .

De aflat valoarea expresiei (2.72–2.74).

**2.72••** a)  $\frac{4^8 \cdot 3^8}{12^9}$ ;      b)  $\frac{5^3 \cdot 7^3}{35^4}$ ;      c)  $\frac{17^2 \cdot 11^2}{187^2}$ ;      d)  $\frac{9^{18}}{27^{13}}$ .

**2.73••** a)  $\frac{27^2 \cdot 3^5}{(3^4)^3}$ ;      b)  $\frac{25^{10} \cdot 0,04^{10}}{2^3}$ ;      c)  $\frac{4^9 \cdot (2^2)^6}{(2^{15})^2}$ ;      d)  $\frac{7^{11} \cdot 49^4 \cdot 7}{(7^2)^{11}}$ .

$$2.74^{**}. a) \frac{15^{17} \cdot 25^3}{3^{17} \cdot (5^2)^{11}}; \quad b) \frac{25^{10} \cdot 0,04^{10}}{2^3}; \quad c) \frac{11^{15} \cdot 14^{16}}{7^{16} \cdot 22^{15}}; \quad d) \frac{5^6 \cdot (5^2)^{11} \cdot 25^9}{(5^6)^4 \cdot 5^5 \cdot (5^4)^4}.$$

2.75<sup>\*\*</sup>. Pătratul din oțel este utilizat în producție, construcții, artizanat, industria auto și în fabricarea de echipamente.

De determinat, ce suprafață va ocupa produsul, dacă meșterii au folosit un pătrat din oțel cu următoarele dimensiuni:



- a) 1480 mm × 1480 mm – pentru gratii la ferestre;
- b) 1520 mm × 1520 mm – pentru secțiunea gardului;
- c) 1270 mm × 1270 mm – pentru construcția scării;
- d) 1050 mm × 1500 mm – pentru construcția balconului.

2.76<sup>\*\*</sup>. Broderia ucraineană este populară dincolo de granițele Ucrainei, de aceea fețele de masă brodate împodobesc interierele din întreaga lume, și nu numai în casele noastre sau în cele din diaspora noastră. Familia lui Kirilo aștepta oaspeți din diasporă și a cumpărat un set de fețe de masă brodate ca amintire pentru ei.

De determinat aria fețelor de masă, dacă dimensiunile lor sunt egale:

- a) 75cm × 75cm;
- b) 85cm × 85cm;
- c) 88cm × 88cm;
- d) 120cm × 120cm.



2.77<sup>\*\*</sup>. Sculptura în lemn este o formă de artă, care a fost renumită în rândul slavilor încă din secolul al XI-lea. În Ucraina, huțulii sunt pasionați de această artă, creând lucrări prin tehnica sculpturii în relief și pregătindu-le pentru vânzare. Costul unei cutii în formă de cub depinde de volumul ei. Pentru un volum de până la 1400 cm<sup>3</sup> – este de 800 grn, până la 1700 cm<sup>3</sup> – 1200 grn, până la 1800 cm<sup>3</sup> – 1500 grn. De determinat, cât va plăti un turist, dacă va cumpăra două cutii: una cu dimensiunile de 100×100×100 mm și cealaltă – 120×120×120×120 mm.







**2.78••.** Ucraina a introdus un nou container ușor, denumit Eurocub, care este fabricat din polimer și este destul de ușor. Există Eurocuburi alimentare, care sunt destinate pentru a păstra lichide alimentare sau nisipoase, și tehnice – pentru a păstra și transporta acizi, combustibil, uleiuri industriale etc.

De determinat volumul unui Eurocub în  $\text{dm}^3$ , dacă muchia lui este egală cu:

- a) 1000 mm; b) 950 mm; c) 900 mm; d) 850 mm.

### **Cercetează situația, lucrând în grup:**

#### **„Ai vreo idee?”**

**2.79••.** De determinat, cum se va schimba aria unui pătrat, dacă latura lui se mărește:

- a) de 5 ori; b) de 10 ori; c) de  $k$  ori; d) de  $2n$  ori.

**2.80••.** De determinat, cum se va schimba volumul unui cub, dacă latura lui se micșorează:

- a) de 2 ori; b) de 5 ori; c) de 10 ori; d) de  $m$  ori

**2.81••.** Pentru ce valoare a lui  $n$  este adevărată următoarea egalitate:

- a)  $3^n = 27$ ;      c)  $(4^n)^2 = 16$ ;      e)  $2^{3n} = 64$ ;      g)  $2^{n-1} = 8$ ;  
b)  $(5^2)^n = 25$ ;      d)  $4^{2n} = 256$ ;      f)  $4^{5-n} = 16$ ;      h)  $5^{n+2} = 125$ .

### **Formulează întrebări pentru probleme, lucrând în cooperativa de clasă: „Oare știi să faci?”**

**2.82.** De compus întrebări la condițiile problemelor.

- a) Problema „*Economia casnică*”. Proprietarul a aflat despre trei invenții: prima dintre ele economisește 30% din combustibilul solid, a doua – 45%, iar a treia – 25%. El a luat o decizie, reieșind din cea mai mare economie..
- b) Problema „*Produse de calitate*”. O întreprindere privată funcționează timp de 3 ani. Producția în al doilea an a crescut cu  $p$  %, în al treilea an – cu 10 % mai mult decât în al doilea, iar în decursul acestor 2 ani producția a crescut cu 48,59 %”.

### **VERIFICĂ-TE „CUM EȘTI?”**

**Fișa „§ 2.3. Puterea cu exponent natural. Proprietățile puterii cu exponent natural”**



## § 2.4 Forma standard a numărului natural cu mai multe cifre. Aplicarea formei standard a numărului natural cu mai multe cifre în domeniul științelor despre natură



Salut! Cum ești?

Vă propun un motto pentru lecție: *„Cea mai bună pregătire pentru ziua de mâine – să faci totul ce e posibil astăzi”* (H. Jackson Brown, Jr.)

Astăzi, Cubul lui Bloom te va ajuta să diagnostichezi „oare tu știi?” și „oare tu poți?”, iar apoi – vom trece la rezolvarea exercițiilor – „oare știi să faci?” și vom obține cunoștințe noi despre aplicarea puterii numărului.

**Așadar, Cubul lui Bloom îți propune:**

**NUMEȘTE** numărul, care este valoarea expresiei  $\frac{4^5 \cdot 2^6}{32^3} + \frac{9^5 \cdot 3^3}{81^3}$ .

**EXPLICĂ**, cum se calculează  $k$  în fiecare dintre egalități:

a)  $k \cdot 4^3 = 640$ ;    b)  $k \cdot 3^4 = 405$ ;    c)  $k \cdot 5^3 = 875$ .

**DE CE** nu este identitate egalitatea  $|x + 65| = x + 65$ ?

**INVENTEAZĂ**, moduri de reprezentare a numărului 5 006 400 sub forma unui produs, al cărui factor este o putere a numărului 10, rotunjindu-l până la: a) mii; b) zeci de mii; c) milioane.

**DISTRIBUIE** cum se determină conținutul procentual de sare dintr-o soluție, dacă în 1 l de apă au fost dizolvate: a) 250 g de sare; b) 600 g de sare; c) 1 kg de sare.

**PROPUNE** un model matematic pentru problema: „De aflat perimetrul unui triunghi, dacă una dintre laturile lui este egală cu  $\frac{10}{3}^a$  m, a doua – reprezintă 40 % din prima, iar a treia latură – de 2 ori mai mare decât a doua latură.”.

**Cercetează în parteneriat: „Oare tu știi?”**

1) De aflat grosimea unei cărți cu 300 de pagini, dacă se știe, că grosimea unei foi de hârtie a cărții este de 0,09 mm, iar grosimea copertei este de 3 mm.

2) **De calculat**, numărul de bătăi, pe care le va face inima omului în:

1) 1 oră; 2) 1 zi; 3) 1 săptămână,,  
dacă ea face în medie 75 de bătăi pe minut.

3) **De determinat**, dacă numărul  $10^{10} + 12^{12}$  este multiplul lui:

a) 2; b) 5; c) 10; d) 29.

**Analizează și trage concluzii – creează strategia de învățare!**

## ACEST LUCRU MERITĂ SĂ ȘTII ȘI SĂ POȚI APLICA

- 1 Se pare, că se poate găsi întotdeauna grosimea unei cărți. Tot aceasta e suficient de știut grosimea unei foi de hârtie, grosimea copertei cărții și numărul de pagini din carte. Dar oare s-a luat în considerație, că o foaie de hârtie – constituie două pagini? E clar, că grosimea unei cărți se măsoară în milimetri, iar astfel de numere nu sunt mari.
- 2 S-ar părea, că 75 de bătăi pe minut nu este mult, dar numărul de bătăi ale inimii într-o săptămână – e mult, într-o lună – deja e 3402000 de bătăi, în jumătate de an – 20412.000 de bătăi, etc. Concluzie: acest număr mare este un indicator al bătăilor inimii omului – este vârsta – este viața, și este de dorit ca la fiecare acest număr să fie cât mai mare.
- 3 Dacă trebuie de demonstrat multiplicitatea, atunci aceasta este același lucru cu demonstrarea divizibilității în general. Pentru aceasta, se descompune numărul în factori, de exemplu,  $12 = 3 \cdot 2 \cdot 2$ , ceea ce arată că numărul 12 este un multiplu al lui 2, 3, 4, 6 și, bineînțeles, numărului 12. Cu toate acestea, în problema de cercetare 3, va trebui de aplicat atât proprietățile puterii, cât și proprietatea distributivă a înmulțirii. Așadar, singura modalitate de a demonstra multiplicitatea este de a scrie expresia numerică sub forma unui produs.

### Reține!

Dacă se va rotunji numărul de bătăi ale inimii omului până la milioane, se obține:  $20\ 412\ 000 \approx 20\ 000\ 000 = 2,0 \cdot 10^7$ . Și numărul obținut se scrie acum mult mai pe scurt decât înainte de rotunjire. În acest caz, se spune că numărul este la *formă standard*.

Orice număr  $A$ , care este mai mare decât 10 poate fi scris la formă standard astfel:  $A = a \cdot 10^n$ , unde  $1 \leq a < 10$ ,  $n$  – număr natural. În acest caz,  $a$  se numește *partea semnificativă a numărului*, iar  $n$  – *ordinul numărului*. Pentru numărul de mai sus avem, că 2,0 – partea semnificativă a lui, iar 7 – ordinul lui.

Notarea numărului în formă standard este utilizată în multe științe: matematică, fizică, astronomie, biologie și geografie, deoarece este incomod să se

lucreze cu numere gigantice. Dar anume astfel de numere sunt folosite în macrocosmos și megacosmos.

*Macrouniversul* – lumea formelor stabile și a mărimilor proporționale, precum și a complexelor cristaline de molecule, organisme, grupuri de organisme; lumea macroobiectelor, a căror dimensionalitate este corelată cu scara experienței umane. Mărimile spațiale sunt exprimate în milimetri, centimetri și kilometri ( $10^{-4} \dots 10^6$  m), iar timpul – în secunde, minute, ore, ani.



*Megauniversul* – lumea planetelor, complexe de stele, a galaxiilor, a metagalaxiilor – lume cu scări și viteze cosmice enorme, în care distanța se măsoară în ani lumină (distanța, pe care lumina o parcurge într-un an este  $\approx 9,46 \cdot 10^{15}$  m), iar timpul de existență a obiectelor cosmice se măsoară în milioane și miliarde de ani.

### Reține! Este important!

Cum se scrie un număr la formă standard?

De exemplu, numărul  $A = 5\,450\,000$ .

Pentru aceasta, într-un număr cu mai multe cifre, se pune virgula, astfel încât numărul întreg să aibă o cifră diferită de zero. Adică, prin virgulă se va separa 6 cifre din partea dreaptă a numărului  $A$ . Obținem numărul 5,45. Virgula a micșorat numărul nostru  $A$  de 1000000, adică de  $10^6$  ori, de aceea în continuare îl vom mări tot de atâtea ori.

Așadar,  $5\,450\,000 = 5,45 \cdot 10^6$ .

### Exerciții de antrenare

**2.83°.** De efectuat operația:

a)  $3,62 \cdot 10000$ ;

c)  $9,42 \cdot 100000$ ;

b)  $0,00512 \cdot 1000000$ ;

d)  $8,003 \cdot 10000000$ .

**2.84°.** De determinat, cum se va schimba numărul, dacă în el se va deplasa virgula în stânga cu:

a) 3 cifre; b) 5 cifre; c) 6 cifre; d) 7 cifre.

De indicat numerele, care sunt scrise în formă standard (**2.85–2.86**).

**2.85°.** a)  $10,01 \cdot 10^4$ ; b)  $0,6 \cdot 10^3$ ; c)  $8,6 \cdot 10^2$ ; d)  $10,0 \cdot 10^5$ .

**2.86°.** a)  $12,12 \cdot 10^7$ ; b)  $9,99 \cdot 10^8$ ; c)  $105,6 \cdot 10^3$ ; d)  $0,01 \cdot 10^{12}$ .

**2.87°.** De numit ordinul numărului și cifra semnificativă.

a)  $1,212 \cdot 10^{11}$ ; b)  $3,2 \cdot 10^3$ ; c)  $1,88 \cdot 10^{10}$ ; d)  $9,11 \cdot 10$ .

De scris numărul în formă standard (2.87–2.88).

2.88•. a)  $122 \cdot 10^5$ ; b)  $544 \cdot 10^2$ ; c)  $1542 \cdot 10^4$ ; d)  $1875 \cdot 10^3$ .

2.89•. a) 678 000 000; c) 12 536 000;  
b) 902 000 000; d) 987 320 000.

2.90•. De evaluat în mod critic notarea numărului în formă standard.

a) $6290 = 629 \cdot 10$ ;	c) $6290 \cdot 100 = 6,29 \cdot 10^4$ ;
b) $6290 \cdot 10 = 6,29 \cdot 100$ ;	d) $6290 \cdot 1000 = 6,29 \cdot 10^6$ ;

2.91•. *Ucraina a fost, este și va fi!*

Teritoriul Ucrainei are o suprafață de 603 628 km<sup>2</sup>, suprafața Republicii Autonome Crimeea – 26 081 km<sup>2</sup>, suprafața bazinului râului Dnipro – 516 300 km<sup>2</sup>, iar suprafața regiunii Odesa – celei mai mari din Ucraina – este de 33 310 km<sup>2</sup>. De scris valorile suprafețelor date în formă standard.



2.92•. Se știe, că planeta Pământ există de  $4,2 \cdot 10^9$  ani, iar distanța de la Pământ până la cea mai apropiată stea după Soare, Proxima Centauri, este de  $4,1 \cdot 10^{13}$  km. De scris numerele date sub forma unui număr natural obișnuit cu mai multe cifre.

2.93•. Cel mai mare animal al faunei Ucrainei – bizonul. Masa lui este de  $1,2 \cdot 10^3$  kg. De scris masa bizonului în tone.



2.94•. Rechinul-balenă – cel mai mare dintre rechini și cel mai mare pește de pe planetă, masa lui – 34 de tone. Exprimați masa rechinului-balenă în kilograme și scrieți numărul rezultat în formă standard.



2.95•. Viteza luminii în vid –  $2,998 \cdot 10^5$  km/s. De scris această viteză în m/s.

De scris numărul în formă standard (2.96–2.97).

2.96•. O familie de furnici distruge până la 100 de mii de dăunători forestieri pe zi. De determinat câți dăunători forestieri va distruge o familie de furnici într-o lună (30 de zile).

2.97•. O albină poate face până la 330 de bătăi de aripă în 1 secundă. De determinat, câte bătăi de aripă va face albină în 10 minute.

2.98•. Pentru a colecta 400 g de miere, o albină lucrătoare trebuie să zboare cel puțin 80 000 km. De determinat câți km trebuie să zboare albină pentru a colecta 1 kg de miere.



- a) de scris numerele date în formă standard;  
 b) să se determine și să se scrie în formă standard de câte ori volumul de apă dulce din ghețari depășește volumul ei în: 1) sursele subterane; 2) râuri și lacuri.

**2.105\*\*.** Completați tabelul în caiet și, folosind datele lui amplasați planetele în ordinea creșterii distanței până la Soare.

Planeta	Distanța până la Soare, km		Planete în ordinea creșterii a distanței până la Soare
	în formă standard	în forma obișnuită	
Venus	$1,08 \cdot 10^8$		
Pământ	$1,495 \cdot 10^8$		
Marte	$2,280 \cdot 10^8$		
Mercur	$5,790 \cdot 10^7$		
Neptun	$4,497 \cdot 10^9$		
Saturn	$1,427 \cdot 10^9$		
Uranus	$2,871 \cdot 10^9$		
Jupiter	$7,781 \cdot 10^8$		

**Formulează întrebări pentru probleme, lucrând în cooperativa de clasă: „Oare știi să faci?”**

**2.106.** De compus întrebări la condițiile problemelor.

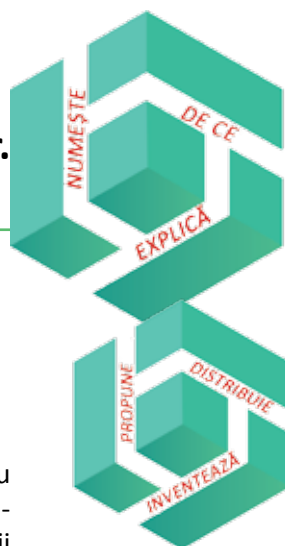
- a) Problema: „*Analiza datelor*”. Suprafața totală a Pământului este egală cu 510 100 000 km<sup>2</sup>, din care 71% este ocupată de oceane, iar restul – uscatul, ce este format din continente și insule. Pădurile acoperă 30% din suprafața uscatului, adică aproape 4 miliarde de hectare.
- b) Problema „*Micii lucrători*”. Pentru a colecta 1 kg de miere, albinele trebuie să aducă la stup aproximativ 150 000 de porții de nectar și polen din flori, iar pentru a face acest lucru, trebuie să prelucreze aproximativ un milion de flori și să zboare aproape 300 mii km.

**VERIFICĂ-TE „CUM EȘTI?”**

Fișa „§ 2.4. Forma standard a numărului natural cu mai multe cifre. Aplicarea formei standard a numărului natural cu mai multe cifre în domeniul științelor despre natură”



## §2.5 Monomul. Ridicarea monomului la putere și înmulțirea monoamelor. Forma standard a monomului



Salut! Cum ești?

Moto pentru azi va fi: *„Nu este suficient să ai o minte bună, important este să o folosești bine”*

(René Descartes).

Astăzi, Cubul lui Bloom te va ajuta să diagnostichezi „oare tu știi?” și „oare tu poți?”, iar apoi – vom trece la rezolvarea exercițiilor – „oare știi să faci?” și ne vom învăța să efectuăm operații cu monoame.

**Așadar, Cubul lui Bloom îți propune:**

**NUMEȘTE** egalitățile adevărate:

a)  $4^2=8$ ;    b)  $9^2=81$ ;    c)  $3^2+4^2=5^2$ ;    d)  $3^4=12$ .

**EXPLICĂ**, cum se scrie sub forma unei expresii:

- a) suma expresiilor  $b$  și  $c$ ;                      b) produsul expresiilor  $-6$  și  $x^2$ ;  
c) câtul expresiilor  $5x$  și  $\frac{3}{4}a$ ;                      d) diferența expresiilor  $-9$  și  $2pm$ .

**DE CE** expresiile  $-5(2x-4y)$  și  $(-10x+12y)-(-8y)$  sunt identic egale?

**INVENTEAZĂ**, o expresie întregă formată din variabila  $a$ , un număr, care este multiplu al lui 8 și o putere cu exponent par.

**DISTRIBUIE** abilitățile tale în simplificarea expresiei.

$$3m(m-2)+6m+2^4.$$

**PROPUNE** o metodă convenabilă de a calcula valoarea expresiei

$$2x-x(5+x)+(x^2)^2, \text{ dacă } x=-2.$$

**Cercetează în parteneriat: „Oare tu știi?”**

1) **De aflat** suma și diferența expresiilor.

a)  $34s$  și  $12s$ ;                      b)  $0,8xk$  și  $(-6,2xk)$ ;                      c)  $\frac{1}{2}mk$  și  $\frac{4}{6}mk$ .

2) **De calculat** valorile expresiilor, dacă  $k=5$ :

a)  $2k+4k$ ;                      b)  $3k \cdot 2k$ ;                      c)  $k^2+0,28$ .



3) De determinat, care dintre următoarele expresii va avea exponentul 8 după simplificare.

b)  $(m^4)^2$ ;      c)  $(x^2)^2 \cdot (x^3)^2$ ;      d)  $\frac{d^{11}d}{(d^2)^2}$ .

**Analyzează și trage concluzii – creează o traiectorie individuală de învățare!**

## ACEȘT LUCRU MERITĂ SĂ ȘTII ȘI SĂ POȚI APLICA

1 Proprietățile comutativă și asociativă ale înmulțirii:

$$a \cdot b = b \cdot a$$

$$a \cdot (b \cdot c) = (a \cdot b) \cdot c$$

2 Înmulțirea numerelor raționale:

produsul a două numere cu același semn este pozitiv, iar produsul a două numere cu semne opuse – negativ.

$$(-a) \cdot (-b) = ab$$

$$a \cdot (-b) = -ab$$

$$(-a) \cdot b = -ab$$

3 Proprietățile puterii:

$$a^m \cdot a^n = a^{m+n}$$

$$(a^m)^n = a^{m \cdot n}$$

### Reține!

Cele mai simple expresii – numerele, variabilele, puterile și produsele lor se numesc **monoame**.

De exemplu  $34s$ ;  $5xc^3$ ;  $0,8xk$ ;  $-3,6k^5$ ;  $45$ ;  $a^2b^7$  – monoame.

**Puterea unui monom** – este suma exponenților puterilor tuturor variabilelor, care figurează în acest monom. Dacă monomul nu conține nici o variabilă, atunci se spune că puterea lui este egală cu zero.

De exemplu  $7c^3b^2x^8$  – monom la puterea 13, deoarece  $3 + 2 + 8 = 13$ , monomul  $7c^3$  – la puterea treia, monomul  $7x$  – la puterea întâia, iar monomul  $7$  – la puterea zero.

### Reține! Este important!

Expresiile  $3k \cdot 2k \cdot c$  și  $6k^2c$  – monoame, însă prima dintre ele poate fi totuși simplificată, dar cea de-a doua – nu.

În monomul  $6k^2c$  numărul este pe primul loc, iar fiecare variabilă este scrisă o singură dată. Astfel de monom se numește monom de formă standard.

**Se numește monom** de formă standard monomul, care conține un singur factor numeric, diferit de zero, care stă pe primul loc, și puterile diferitelor variabile

De exemplu, monoamele  $6m^{10}n^2$ ,  $0,8x$ ,  $-23m$ ,  $-17$  sunt scrise în formă standard.

Factorul numeric al monomului, scris în formă standard, se numește **coeficientul acestui monom**.

De exemplu, coeficienții monoamelor  $45acy$ ,  $-9y^3$ ,  $0,6x^8$  sunt respectiv numerele 45, -9 și 0,6.

*A reduce monomul la forma standard* – înseamnă a efectua înmulțirea a două sau mai multe monoame.

*Pentru a înmulți monoamele*, trebuie de înmulțit factorii numerici, iar la variabile se aplică regula înmulțirii puterilor cu aceeași bază.

De exemplu, să aflăm produsul monoamelor  $4c^2x^3a$  și  $-5x^4a$ .

$$4c^2x^3a \cdot (-5x^4a) = -5 \cdot 4 \cdot x^4 \cdot x^3 \cdot a \cdot a \cdot c^2 = -20x^7a^2c^2.$$

*Pentru a ridica un monom la o putere*, trebuie de ridicat fiecare factor al monomului la această putere și apoi de înmulțit puterile obținute.

$$\text{De exemplu, } \left(\frac{3}{4}x^4c\right)^2 = \left(\frac{3}{4}\right)^2 \cdot (x^4)^2 \cdot c^2 = \frac{9}{16}x^8c^2.$$

**Gândește-te!** Se poate oare de adunat, scăzut sau împărțit monoamele?

## Exerciții de antrenare

**2.107°.** De ales expresiile, care sunt monoame.

a)  $8a^2x$ ;                      c)  $\frac{m}{6x}$ ;                      e)  $23$ ;

b)  $2 + 3x$ ;                      d)  $-7 \cdot y^5 \cdot a$ ;                      f)  $n^{12} : n^3$ .

**2.108°.** De ales expresiile, care sunt monoame de formă standard.

a)  $12xa$ ;                      c)  $-\frac{1}{7}a \cdot a \cdot a^2$ ;                      e)  $m^5m^2m$ ;

b)  $-3xa \cdot 4x$ ;                      d)  $13x^2b^4$ ;                      f)  $-k$ .

**2.109°.** De adus monomul la forma standard și de găsit coeficientul lui.

a)  $6 \cdot x \cdot a \cdot 4$ ;                      c)  $m^2 \cdot 10nm$ ;                      e)  $t \cdot p^2 \cdot p^4 \cdot t^4$ ;

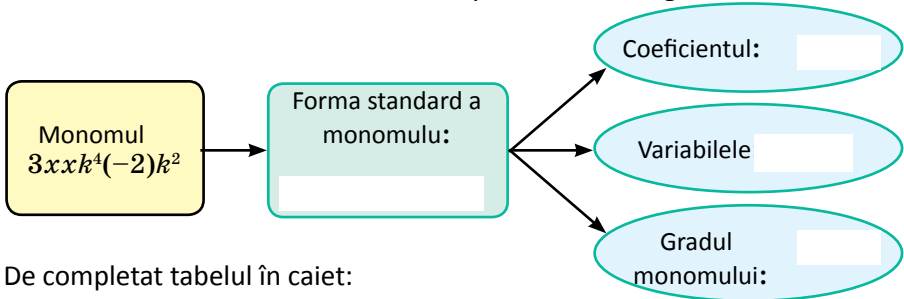
b)  $-3c \cdot (-4k^3)$ ;                      d)  $-0,3 \cdot x \cdot y^2 \cdot 2x^2$ ;                      f)  $1,8 \cdot 2$ .

**2.110°.** De transformat în monom de formă standard și de aflat coeficientul lui.

- a)  $-2 \cdot m \cdot x \cdot 5$ ;      c)  $c \cdot c^6 \cdot 5,5 \cdot 10$ ;      e)  $a^2 \cdot a^2$ ;  
 b)  $0,2y \cdot k^3 \cdot y^4$ ;      d)  $\frac{2}{3} \cdot b3 \cdot \frac{1}{8} \cdot (-b3)$  ;      f)  $-90 \cdot x^5 \cdot \frac{1}{9}$  .

**2.111°.** De scris monomul  $20x^4p^5$  ca produs a două monoame în trei moduri diferite.

**2.112°.** De desenat schema în caiet. De completat celulele goale.



**2.113°.** De completat tabelul în caiet:

Monomul	Forma standard a monomului	Coeficientul	Gradul monomului
$7m^3 \cdot t$			
$2 \cdot x^3 \cdot c \cdot (-0,4c^4)$			
$b$			
$11$			

**2.114°.** De aflat valoarea monomului.

- a)  $4x^2$ , dacă  $x = 3$ ;  $-0,1$ ;  
 b)  $-3c^3t$ , dacă  $c = -1$ ,  $t = 12$ ;  
 c)  $\frac{2}{7}y^3x^2c$  , dacă  $y = -2$ ,  $x = 3$ ,  $c = \frac{14}{16}$  .

**2.115°.** De aflat produsul monoamelor.

- a)  $8x$  și  $9y$ ;      d)  $32x^3$  și  $\frac{1}{8}b^3x^5$ ;  
 b)  $4t^4c^2$  și  $t^2c$ ;      e)  $n$  și  $nx$ ;  
 c)  $-51m^3n^6c$  și  $2mn^4$ ;      f)  $1,2c^2t^4$  și  $-0,3ty$ .

**2.116°.** De ridicat la putere monomul.

- a)  $(cbx)^3$ ;      c)  $\left(\frac{1}{4}bc\right)^2$ ;      e)  $(-2nt)^5$ ;  
 b)  $(3p)^4$ ;      d)  $\left(5\frac{1}{5}m\right)^2$ ;      f)  $(1,1a)^2$ .

**2.117°.** De pus în corespondență operația cu monoame (1-4) și rezultatul ei (A-D).

**Operația cu monoame**

1.  $0,2m^3 \cdot a^2m^4$
2.  $(0,2m^2a)^2$
3.  $2m^3 \cdot (-2am^4)$
4.  $(-0,2a^2m^3)^3$

**Rezultatul operației**

- A.  $0,04m^4a^2$
- B.  $-0,08m^9a^6$
- C.  $0,08m^9a^6$
- D.  $0,2m^7a^2$
- E.  $-4m^7a$
- F.  $0,4m^7a^2$

**2.118°.** De pus în corespondență operația cu monoame (1-4) și rezultatul ei (A-D).

**Operația cu monoame**

1.  $(-3x^4t^3)^2$
2.  $-3x^3 \cdot t^6x^3$
3.  $-3x^2 \cdot (-t^2) \cdot 2x^4x^6$
4.  $(2x^3t^4 \cdot x)^3$

**Rezultatul operației**

- A.  $-9x^8t^2$
- B.  $9x^8t^6$
- C.  $6x^{12t^2}$
- D.  $-3x^6t^6$
- E.  $8x^{12t^{12}}$
- F.  $-6x^{12t^2}$

**2.119°.** De aflat produsul și de scris puterea monomului obținut.

- a)  $-4,3n^3 \cdot p^2a^5 \cdot npa^4$ ;
- b)  $\frac{3}{8}y \cdot x^3 \left(-\frac{2}{15}y^6x^2\right)$ ;
- c)  $1\frac{2}{3}m^5y^4 \cdot (m^2)^3 \cdot \left(-1\frac{4}{5}\right)$ ;
- d)  $8,4p^3n^4 \cdot \frac{1}{2}p^2n^3$ .

**2.120°.** De ridicat la putere monomul și de scris coeficientul monomului obținut.

- a)  $\left(\frac{3}{5}x^4\right)^3$ ;
- b)  $\left(-2\frac{1}{3}n^2f^3(a^2)^3\right)^2$ ;
- c)  $(-0,5k^4s^2)^3$ ;
- d)  $\left(\left(\frac{1}{2}md^3\right)^3\right)^2$ .

**2.121°.** De scris expresia sub forma pătratului unui monom.

- a)  $36x^2n^4$ ;
- b)  $100p^4y^8t^{12}$ ;
- c)  $\frac{16}{121}m^4d^6$ ;
- d)  $\frac{n^{10}k^2}{81}$ .

**2.122°.** De aflat, care monom trebuie de scris în loc de \*, pentru a obține o egalitate adevărată.

- a)  $-4x^2y^6 \cdot * = 12x^6y^8$ ;
- b)  $0,8p^2c^2 \cdot * = -8p^6c^3t^2$ ;
- c)  $* \cdot \left(\frac{2}{5}xd^3\right)^2 = -x^4d^6$ ;
- d)  $(*)^5 = -32k^5m^{15}$ .

2.123••. De simplificat expresia.

a)  $(2d^3)^3 \cdot (-3d^4)^2$ ;

c)  $\left( \left( 1\frac{1}{2}x^2a \right)^3 \cdot (xa)^5 \right)^3$ ;

b)  $\left( \frac{3}{10}p^4 \right)^2 \cdot (5pc^3)^3$ ;

d)  $-(-2c^3y^2)^3 \cdot (n^2c^3y^4)^4$ .

2.124••. Se știe, că  $3x^3m^4 = 25$ . De aflat valoarea expresiei.

a)  $9x^3m^4$ ;

b)  $x^3m^4$ ;

c)  $\frac{3}{5}x^3m^4$ ;

d)  $6x^6m^8$ .

**Cercetează situația, lucrând în grup:**

**„Ai vreo idee?”**

2.125••. De rezolvat problema. Tatăl Irinei i-a construit o casă de păpuși cu trei etaje din lemn. La fiecare etaj sunt 2 camere identice. Podeaua acestor camere are forma unui dreptunghi cu laturile  $2a$  cm și  $3a$  cm. Irina a hotărât să folosească pâslă pentru a acoperi podeaua din fiecare cameră. De aflat, câtă pâslă trebuie de cumpărat pentru aceste camere? De alcătuit expresia pentru a afla costul pâslei, dacă  $1 \text{ cm}^2$  costă  $1,5y$  grn. De scris această expresie în formă de monom la formă standard și de aflat gradul ei.

2.126••. De construit clusterul „Monomul”. Ce știi despre monom? Ce operații poți efectua cu monoamele?

**Formulează întrebări pentru probleme, lucrând în cooperativă de clasă: „Oare știi să faci?”**

2.127. De compus întrebări pentru condițiile problemelor.

a) Problema „Dronele noastre”. La testare i-au parte trei drone – A, B și C, fiecare având viteza sa unică. Drona A zboară cu o viteză de  $15 \text{ m/s}$ , viteza dronei B – cu  $3 \text{ m/s}$  mai mare decât cea a dronei C, iar drona C parcurge  $900 \text{ m}$  în  $1 \text{ min } 40 \text{ s}$ .

b) Problema „Contribuția socială unică”. Salariul a  $15$  angajați ai companiei „ECO-grădina” constituie  $25\,000 - 50\,000 \text{ grn}$  în funcție de tipul de muncă prestată, iar salariul șefului companiei –  $100\,000 \text{ grn}$ . Șeful plătește o singură contribuție socială la asigurările sociale naționale pentru el și pentru angajații săi în valoare de  $22\%$  din fondul de salarii.

**VERIFICĂ-TE „CUM EȘTI?”**

**Fișa „§ 2.5. Monomul. Ridicarea monomului la putere și înmulțirea monoamelor. Forma standard a monomului**

## Generalizarea și sistematizarea competențelor dobândite la tema „EXPRESII ÎNTREGI. MONOAME”

*Nu poți face mare lucru până nu înveți.  
Dar trebuie să faci multe pentru a învăța. (Confucius)*

Salut! Cum ești?

Vă propun un motto pentru învățare: **„Dacă aș avea adevărul într-o mână și dorința de a-l cunoaște în cealaltă, l-aș alege pe cel din urmă!”.**

(Ferdinand Lassalle).

Astăzi, Cubul lui Bloom nu te va ajuta să diagnostichezi „oare tu știi?”, „oare tu poți?”, și „oare știi să faci?”, ci tu singur îți vei forma personalitatea „Eu – personalitate!” prin autoverificarea integrității sale și a propriilor activități.

### Însărcinarea 1. Exercițiul: „Notează \*,\*”dacă răspunsul este da”.

#### I. Verifică-ți integritatea

- ✓ **Eu** am îndeplinit toate însărcinările pentru tema de acasă?
- ✓ **Eu** am rezolvat însărcinările pentru tema de acasă în mod independent?
- ✓ **Eu** am încercat să-mi testez abilitățile cel puțin după o lecție?
- ✓ **Eu** am ținut o evidență: „știu”, „vreau să știu”, „am învățat”?
- ✓ **Eu** mi-am planificat să învăț mai bine, decât am făcut-o ieri?

#### II. Întrebări pentru autoverificarea propriei performanțe

- 1) Oare **EU** disting expresiile întregi dintre altele?
- 2) Oare **EU** știu cum să găsesc valoarea unei expresii numerice
- 3) Oare **EU** deschid corect parantezele?
- 4) Oare **EU** cunosc proprietățile operațiilor aritmetice?
- 5) Oare **EU** știu, cum se aplică cel puțin o metodă de demonstrare a identității?
- 6) Oare **EU** înțeleg, cum se obține puterea cu exponent natural?
- 7) Oare **EU** știu să calculez puterea unui număr?
- 8) Oare **EU** știu să calculez puterea unui număr pe calculator?
- 9) Oare **EU** știu, cum se înmulțesc puterile cu aceeași bază și cum se ridică o putere la altă putere?
- 10) Oare **EU** știu, când se scad exponenții, lăsând baza neschimbată?
- 11) Oare **EU** știu cum se ridică produsul/câtul la putere?
- 12) Oare **EU** știu cum să citesc un număr la formă standard și să-l transform într-un număr natural?
- 13) Oare **EU** deosebesc expresiile, care sunt monoame?

14) Oare **EU** știu cum se determină puterea monomului?

15) Oare **EU** știu cum se transformă monomul la formă standard?

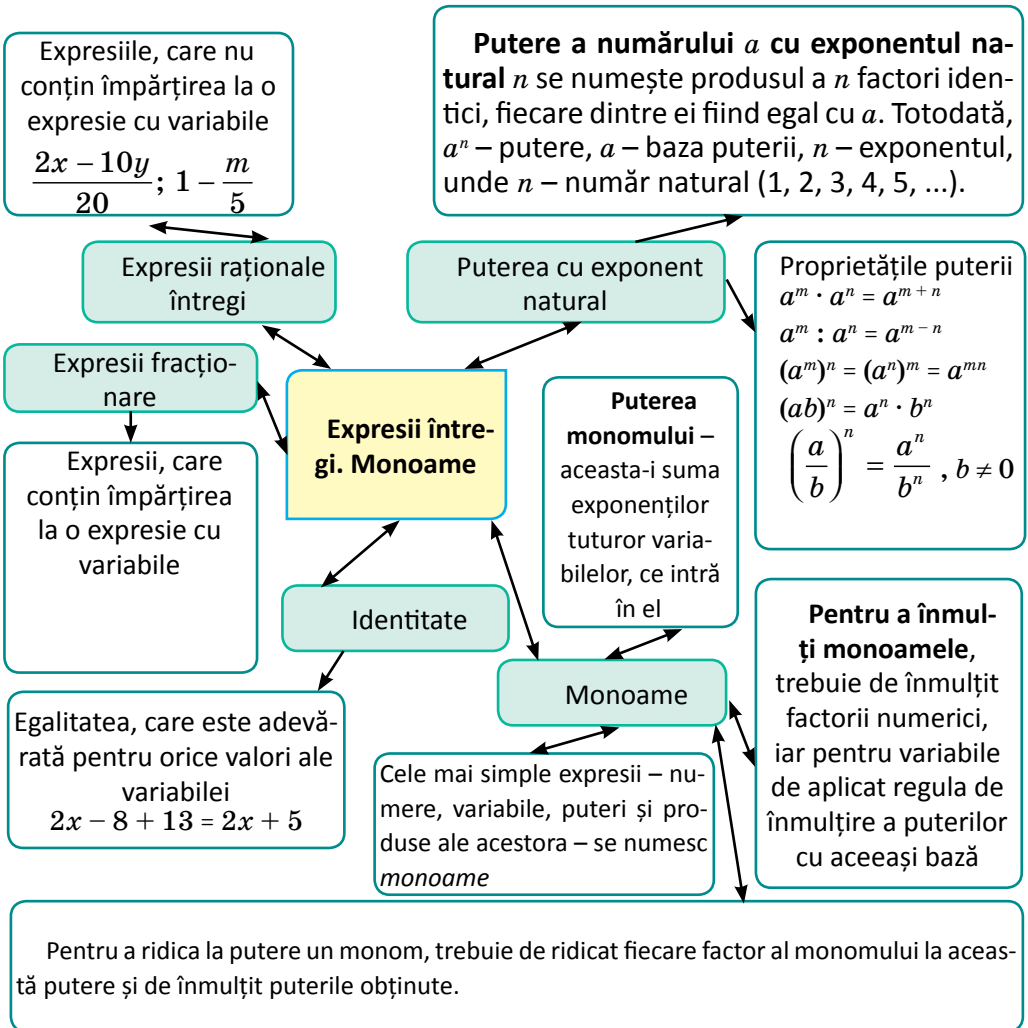
16) Oare **EU** știu, cum se înmulțesc monoamele și cum se ridică la putere?

Fă concluzie: „Cum ești?”. Oare poți să-ți spui: „Acum EU îmi dau seama, că pot, vreau și voi învăța!”.

Lăudă-te, dacă ești „Bravo!”.

**Însărcinarea 2.** Examinează harta intelectuală pe tema „Expresii întregi. Monoame” și schema pentru crearea modelului matematic pentru problemă și creează-ți propriile.

### HARTĂ INTELECUALĂ „EXPRESII ÎNTREGI. MONOAME”



**Exerciții de antrenare**

**2.128°.** De ales două expresii întregi.

a)  $\frac{1}{3}a+b$  ;      b)  $\frac{a+b}{3a}$  ;      c)  $0,7a+0,8b$ ;      d)  $\frac{3}{a}+b$  .

**2.129°.** De ales numărul, care este scris în formă standard.

A.  $22,5 \cdot 10^3$ ;    B.  $225 \cdot 10^2$ ;    C.  $2,25 \cdot 10^4$ ;    D.  $0,225 \cdot 10^5$ .

**2.130°.** De ales dintre (1-5) două expresii, care sunt identic egale.

1)  $2(7+x)$ ;    2)  $2x+7$ ;    3)  $2x+14$ ;    4)  $7-2x$ ;    5)  $14-2x$ .  
A. 1 și 2;    B. 2 și 4;    C. 1 și 3;    D. 3 și 5.

**2.131°.** De ales expresia, care este suma pătratelor expresiilor  $2x$  și  $3y$ .

A.  $2x+3y$ ;    B.  $2x^2+3y^2$ ;    C.  $4x^2+9y^2$ ;    D.  $4x+9y$ .

**2.132°.** De determinat exponentul puterii monomului  $x^6 \cdot x^8 \cdot (x^2)^3$ , prin aducerea lui la forma standard.

A. 16;      B. 12;      C. 20;      D. 14.

**2.133°.** De aflat valoarea expresiei  $a^3-b^4$ , dacă  $a=2$ ,  $b=3$ .

A. -75;      B. -6;      C. -73;      D. -19.

**2.134°.** De exprimat produsul  $3^{15} \cdot 27$  sub formă de putere.

A.  $3^{45}$ ;      B.  $3^{18}$ ;      C.  $3^{15}$ ;      D.  $3^5$ .

**2.135°.** De calculat valoarea expresiei  $2(a+b)-c$ , dacă  $a+b=8$ ,  $c=5$ .

A. 21;      B. 3;      C. 5;      D. 11.

**2.136°.** De pus în corespondență expresia (1-4) cu cea identică ei (A-D).

**Expresia**

1.  $2(x+3)-5$
2.  $5x+17-2x+3$
3.  $4-(x-7)-3x$
4.  $8-(11-8x)+2x$

**Expresia identică**

- A.  $3x+20$
- B.  $10x-3$
- C.  $3x+5$
- D.  $2x+1$
- E.  $11-4x$

**2.137°.** De determinat, care dintre expresiile (A-D) este identică cu expresia  $8-(x-5)+(12x-3)-6x$ .

A.  $7x-6x$ ;    B.  $5x+10$ ;    C.  $7x-10$ ;    D.  $5x+7$ .

**2.138°.** De simplificat expresia: a)  $\frac{a^{10} \cdot a^7}{a^3 \cdot a^6}$ ; b)  $\frac{(a^3)^{11} \cdot a^7}{((a^5)^2)^3}$ ; c)



**2.139•.** De aflat valoarea expresiei:

a)  $(2 - 8x) - (8x - 3)$ , dacă  $x = \frac{1}{4}$ ;

b)  $12a^2b^4$ , dacă  $2ab^2 = -11$ .

**2.140•.** De demonstrat identitatea  $\left(\frac{1}{2}a^2b^3\right)^3 \cdot 16a^4 \cdot b^3 = 2a^{10}b^{12}$ .

**2.141•.** De determinat gradul puterii numărului  $a$ , simplificând expresia:

a)  $((-a)^3)^2 \cdot (-a)^4 \cdot a^5$ ;      b)  $(-(-a)^2)^3 \cdot (-a)^5 : a^7$ .

**2.142•.** De aflat, cu câte procente s-a mărit aria unui pătrat, dacă latura lui s-a mărit cu 10%.

**2.143•.** De aflat cu câte procente s-a micșorat volumul unui cub, dacă latura lui s-a micșorat cu 10%.

**2.144•.** De scris numărul în formă standard:

a) 23 000 000;

c) 1 394 500 000;

b) 12 700 000 000;

d) 98 761 000 000.

**2.145••.** De determinat dintre expresiile (a-d) expresia, valoarea căreia nu depinde de valoarea variabilei.

a)  $9y - (12y - 3(y - 4))$ ;

b)  $(12y - 3(y - 4)) + 9y$ ;

c)  $(-3y(y - 4) + 12y) + 9y$ ;

d)  $(-12y - 3(y - 4)) + 9y$ .

**2.146••.** De aflat valoarea expresiei  $\frac{3a^2 - b^3}{3a - b(a - 4b)}$ , dacă  $a = 3$ ,  $b = -2$ .

**2.147••.** De scris expresia numerică pentru determinarea timpului, în care un muncitor va efectua un anumit lucru, dacă un alt muncitor îl efectuează în 15 ore, iar dacă ei vor lucra împreună, îl vor efectua în 6 ore.

**2.148••.** Un întreprinzător privat a pus  $x$  grn sub 13 % pe an. De scris expresia pentru calculul sumei de bani, care se va acumula în contul lui de depozit după:

a) 2 ani;    b) 5 ani;    c) 30 ani.

**2.149••.** De simplificat expresia  $a^{n+3}b^{n-2}a^{n-4}b^{4-n}$ .

**2.150••.** De aflat valoarea expresiei  $\left(\frac{100^3 \cdot 10^7}{2^{13} \cdot 5^{13}}\right)^3$ .

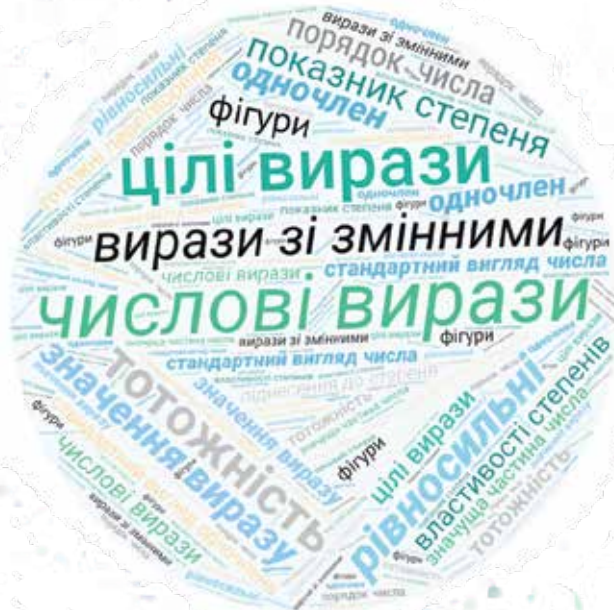
## Cercetează situația, lucrând în grup: „Ai vreo idee?”

- 2.151.** De aflat, cum și cu câte procente se va schimba aria unui cub, dacă muchia lui mai întâi se va mări cu 20% , iar apoi se va micșora cu 20%?
- 2.152.** De aflat, cum și cu câte procente se va schimba aria unui cub, dacă muchia lui mai întâi se va micșora cu 10% , iar apoi se va mări cu 10%?
- 2.153.** De generalizat informațiile la tema „Expresii întregi. Monoame” sub forma unui „Senkan”, conform următoarelor reguli:
1. *Primul rând reprezintă – **tema** (substantiv).*
  2. *Al doilea rând – **descrierea temei** (două adjective).*
  3. *Al treilea rând – **denumirea acțiunii** legate de temă, formată din trei verbe.*
  4. *Al patrulea rând – o **propoziție**, de obicei din 4 cuvinte, care exprimă atitudinea față de temă, sentimente.*
  5. *Al cincilea rând – un **singur cuvânt** – un sinonim al cuvântului (temei), ca o concluzie a poeziei.*

*Algebra este generoasă,  
ea adesea dă mai mult decât i se cere.*  
Jean Leron D'Alembert

## TEMA 3: EXPRESII ÎNTREGI. POLINOAME

În această temă, **vei scrie** suma și diferența monoamelor printr-o singură expresie, care are un nume special și **vei efectua** toate operațiile aritmetice cu aceste expresii, cu excepția împărțirii. Unele dintre aceste expresii vor fi scrise în formă standard, iar altele **le vei aduce** tu la aceeași formă. Pentru aceasta **vei face cunoștință** cu noi noțiuni și formule. Cu ajutorul acestor formule tu **vei putea simplifica** sau calcula expresii și chiar le vei folosi pentru rezolvarea altor exerciții. **Vei lucra** cu expresii în paranteze și fără paranteze, vei efectua transformări echivalente ale expresiilor și **vei deschide paranteze** cu semne diferite în fața lor, dacă este necesar, dar vei putea face acest lucru, pentru că **vrei să știi, să poți face și să înveți.**





## §3.1 Polinomul. Termenii asemenea ai polinomului și reducerea lor. Gradul polinomului

Salut! Cum ești?

Vă propun un motto pentru învățare: **„Progrese mici în fiecare zi dau rezultate mari!”**

Astăzi, Cubul lui Bloom te va ajuta să diagnostichezi „oare tu știi?” și „oare tu poți?”, iar apoi – vom trece la rezolvarea exercițiilor – „oare știi să faci?” și vom obține cunoștințe noi despre expresiile, care se formează cu ajutorul adunării și scăderii.

**Așadar, Cubul lui Bloom îți propune:**



### INVENTEAZĂ

cu care monom trebuie de înlocuit steluța, pentru a obține o expresie adevărată

$$* \cdot \frac{2}{3} a^3 b^2 = 2a^5 b^4$$

### DISTRIBUIE

cum se poate reprezenta printr-un polinom cu câți km se vor apropia unul de altul două trenuri peste 1 h 20 min mișcându-se unul în întâmpinarea altuia cu vitezele  $a$  km/h și, respectiv,  $b$  km/h.

### EXPLICĂ,

cum se scrie monomul

$$\frac{2}{5} x^2 y \cdot \frac{5}{8} xy^3$$

la formă standard.

### DE CE

de ce expresia  $0,81a^{42}b^{18}$

poate fi reprezentată sub formă de pătrat al monomului?

### PROPUNE

o metodă convenabilă de a calcula valoarea monomului

$$54x^6y^9, \text{ dacă } 3x^2y^3 = 4.$$

### NUMEȘTE

coeficientul monomului  $0,2y^3 \cdot 13x \cdot 50m$ .

## Cercetează în parteneriat: „Oare tu știi?”

1) De simplificat expresiile:

a)  $a^3 \cdot a^5 : a^7$ ;    b)  $(x^4)^3 : x^6 \cdot x^7$ ;    c)  $\frac{x^9 \cdot y^5}{x^8 \cdot y^6}$ ;    d)  $\frac{a^3 \cdot b^8 \cdot c^3}{a^4 \cdot b^8 \cdot c}$  .

2) De calculat valoarea expresiilor:

a)  $5^3 : 5^4 \cdot 5^2$ ;    b)  $2^7 : (2^2)^3 \cdot 2^4$ ;    c)  $\frac{15^5}{5^5 \cdot 3^4}$  .

3) De comparat expresiile, fără a calcula valorile lor:

a)  $(-6)^7$  și  $-6^7$ ;    b)  $(-0,1)^4$  și  $0,1^4$ ;  
c)  $(-5)^3$  și  $1^7$ ;    d)  $(-3)^2$  și  $(-3)^3$ .

## Analizează și trage concluzii – creează strategia de învățare!

### ACEST LUCRU MERITĂ SĂ ȘTII ȘI SĂ POȚI APLICA

- 1 Toate însărcinările propuse pentru studiul în parteneriat necesită utilizarea proprietăților puterilor, precum și înțelegerea faptului, că linia fracționară reprezintă operația de împărțire. Aceste cunoștințe vor fi de folos la efectuarea corectă a operațiilor cu puteri.
- 2 Monomul la formă standard se deosebește de celelalte prin faptul că el:
  - conține doar un singur factor numeric, care se scrie pe primul loc;
  - este produsul dintre un număr și variabile la o anumită putere;
  - variabilele din produs nu se repetă.
- 3 Factorul numeric al unui monom scris în forma standard este coeficientul acestui monom.
- 4 Pentru transformarea expresiilor cu puteri, este rațional să se aplice proprietățile puterilor studiate anterior.

$$a^m \cdot a^n = a^{m+n}$$

$$(a^m)^n = a^{mn}$$

$$\left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n}$$

$$a^m : a^n = a^{m-n}$$

$$(ab)^n = a^n \cdot b^n$$

### Reține!

Pentru notarea monomului, se folosește doar operația de înmulțire, inclusiv ridicarea la putere. Dacă scriem suma monoamelor, obținem un polinom.

**Polinomul – este suma monoamelor.**

Monoamele, din care este compus un polinom se numesc *termenii* acestui polinom.

Dacă polinomul conține doi termeni, atunci el se numește **binom**, iar dacă conține trei termeni – **trinom**. Termenii unui polinom pot fi schimbați cu locul.

De exemplu,  $2x + 3y^2 = 3y^2 + 2x$ .

Termenii unui polinom se numesc *asemenea*, dacă părțile lor cu litere sunt identice. Termenii asemenea ai unui polinom sunt aceiași cu termenii asemenea ai sumei.

Adunarea termenilor asemenea ai unui polinom se numește *reducere a termenilor asemenea*.

Pentru a reduce termenii asemenea, se adună coeficienții lor și se înmulțește rezultatul cu partea din litere comună.

De exemplu,  $2a + 3a - a = (2 + 3 - 1)a = 4a$ .

### Reține! Este important!

**Grad al polinomului** se numește cel mai mare din gradele monoamelor, din care constă el.

De exemplu,  $2x + 1$  și  $5a - 3b + 9c -$  polinoame de gradul întâi;  $23a^2 + 4c + c^2$  și  $0,2 + mn -$  polinoame de gradul doi.

### Exerciții de antrenare

**3.1°.** De ales polinoame printre expresiile propuse:

$$2mn^2; \quad \frac{2}{3}xyz + 54; \quad 5a - 4b; \quad 20 : 4k.$$

**3.2°.** De copiat tabelul în caiet și de-l completat.

Polinomul	Termenii polinomului			
	Primul	Al doilea	Al treilea	Al patrulea
$7a - 3d + 4c - 14$				
$-3,5x^2 + 1,2y - 4xy - 1$				
	$5m^3$	$-3n^2$	$-5mn$	100

**3.3°.** De determinat gradul polinomului:

a)  $100 - a;$                                       c)  $\frac{5}{7}d^5 + \frac{2}{3}k^8;$

b)  $-\frac{1}{2}y^2 + 2 + 3y;$                               d)  $x^2 - 5y^3.$

**3.4°.** De redus termenii asemenea ai polinomului:

a)  $3x - 2x + 7x;$                                       c)  $5ab - 2b + 5ab;$

b)  $-\frac{1}{2}m + 2,5m - m;$                               d)  $2,7x^2 + 3,9x^2 - 7,1x.$

**3.5°.** De dat exemple de polinoame, care conțin termeni asemenea și polinoame, care nu conțin și de indicat gradul lor.

**3.6°.** De unit în perechi polinoamele (1-4) și expresiile identice lor (A-E).

#### Polinomul

1.  $a + (b + c)$

2.  $a - (b + c)$

3.  $a - (b - c)$

4.  $a + (b - c)$

#### Expresiile identice

A.  $a - b - c$

B.  $a + b - c$

C.  $-a - b - c$

D.  $a + b + c$

E.  $-a - b + c$

F.  $a - b + c$

3.7°. De pus în corespondență fiecărui polinom (1-4) gradul lui (A-D).

<b>Polinomul</b>	<b>Gradul polinomului</b>
1. $\frac{2}{3}mn + \frac{1}{3}m - \frac{1}{3}n$	A. 1
2. $2a^2 - 5a^3$	B. 2
3. $p^4 - k^5$	C. 3
4. $y - x$	D. 4
	E. 5

3.8°. De calculat valoarea polinomului:

- a)  $x^2 + 7x - 3$ , dacă  $x = 9$ ;  
 b)  $\frac{2}{3}a + \frac{4}{5}b$ , dacă  $a = 18$ ,  $b = 25$ ;  
 c)  $-y^3 + y^2 - y + 1$ , dacă  $y = -1$ .

3.9°. De ales polinomul, a cărui valoare după reducerea termenilor asemenea este egală cu 2:

- a)  $2a^2 - a^2$ ; b)  $\frac{2}{5}x + 1\frac{3}{5}x$ ; c)  $-6k + 2 + 4k + 2k$ ; d)  $mn + mn$ .

3.10°. De evaluat în mod critic procesul de reducere a termenilor asemenea:

$$\text{a) } -3x^2 + 8x^2 = 8x^2 - 3x^2 = (8 - 3)x^2 = 5x^4;$$

$$\text{b) } 2,45x^2y - 3,75x^2y = (2,45 - 3,75)x^2y = -1,3x^2y;$$

$$\text{c) } 3,5ab^2 + 1,5a^2b = (3,5 + 1,5)a^2b = 5a^2b^2;$$

$$\text{d) } y^{10} - y^4 - y^4 = y^{10-4-4} = y^2.$$

3.11°. De redus termenii asemenea ai polinomului:

- a)  $13xx - 8x^2$ ; b)  $2,4xxx - 1,8x^3$ ;  
 c)  $-2xy + 7x - 2y + 0,5xy - 5x - 2x + y$ ;  
 d)  $7,3ab^2 - 1,2a^2b + 2,5a^2b - ab^2 + a^2b^2$ .

**Cercetează situația, lucrând în grup:**  
**„Ai vreo idee?”**

3.12°. O latură a dreptunghiului –  $x$  cm, iar cealaltă – de trei ori mai lungă. De scris expresia pentru a afla perimetrul dreptunghiului. De simplificat expresia.

- 3.13••.** O latură a dreptunghiului are lungimea  $a$  cm, iar cealaltă latură este cu 3,5 cm mai lungă. De compus expresia pentru aflarea perimetrului dreptunghiului. De simplificat expresia obținută.
- 3.14••.** De redus termenii asemenea ai polinomului și de calculat valoarea lui:
- a)  $\frac{5}{2}xy^2 + 2,8x^2y - 0,4xy^2$  , dacă  $x=2$ ,  $y = \frac{5}{7}$  ;
- b)  $\frac{5}{12}m + \frac{7}{9} + \frac{2}{3}m - \frac{4}{9}n - \frac{1}{12}m$  , dacă  $m=4,7$ ,  $n=27$ ;
- c)  $-5c^2 - 2c + 15c^2 + 12c$ , dacă  $c = -0,1$ .
- 3.15••.** De reprezentat expresia sub formă de polinom, dacă  $\overline{abc}$  reprezintă un număr de trei cifre:  $\overline{abc} = 100a + 10b + c$  .
- a)  $\overline{kpr}$       b)  $\overline{2mn}$  ;      c)  $\overline{xy}$  ;;      d)  $\overline{abcd}$  .

**Formulează întrebări pentru probleme, lucrând în cooperativa de clasă: „Oare știi să faci?”**

- 3.16.** De compus întrebări pentru condițiile problemelor.
- a) Problema „*Mișcarea pe râu*”. Viteza bărcii după cursul apei este de 23,5 km/h, iar viteza curentului de apă –  $v$  km/h. Barca a plutit împotriva curentului timp de 2 ore.
- b) Problema „*Magazinul de papetărie*”. Vasilică a cumpărat 5 pixuri câte  $a$  grn, 8 creioane câte  $b$  grn și hârtie colorată câte  $c$  grn.
- c) Problema „*Designul peisajului*”. Clumba de flori are forma unui dreptunghi, una dintre laturile căruia are 12 m. Clumba de flori este înconjurată de gard cu lungimea  $p$  m.

## VERIFICĂ-TE „CUM EȘTI?”

Fișa „3.1. Polinomul. Termenii asemenea ai polinomului și reducerea lor. Gradul polinomului



## § 3.2 Adunarea și scăderea polinoamelor

Salut! Cum ești?

Vă propun un motto pentru învățare: „**Secretul pentru a avansa este să începi.**” (Mark Twain)

Astăzi, Cubul lui Bloom te va ajuta să diagnostichezi „oare tu știi?” și „oare tu poți?”, iar apoi – vom trece la rezolvarea exercițiilor – „oare știi să faci?” și vom obține noi cunoștințe despre polinoame.

**Așadar, Cubul lui Bloom îți propune:**



**NUMEȘTE** gradul polinomului  $12xy^3 + 9x^2 - 50x^2y$ .

**EXPLICĂ**, procesul de formare a formulei ariei suprafeței cubului, muchia căruia este egală cu  $2a$ .

**DE CE** valorile expresiilor  $(3x)^2 - (5y)^2$  și  $(3x - 5y)^2$  vor fi diferite pentru  $x = 3$ ,  $y = 2$ , dar egale pentru  $x = 10$ ,  $y = 6$ ?

**INVENTEAZĂ** o idee de calcul rapid al valorii expresiei

$$\frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \frac{1}{16} + \frac{1}{32} + \frac{1}{64} \cdot$$

**DISTRIBUIE** abilitățile tale de calcul a valorii expresiei

$$\frac{1}{6}a^3 + 1\frac{2}{3}a^3 + \frac{1}{6}a^3, \text{ dacă } a = 3.$$

**PROPUNE** o expresie, pentru a scrie, câte kilograme de făină sunt în doi saci, dacă în unul sunt  $a$  kg, iar în al doilea cu  $2b$  kg mi mult.

**Cercetează în parteneriat: „Oare tu știi?”**

1) **De redus** termenii asemenea ai polinoamelor:

- a)  $-4,5c - 7,8c + 3,2c$ ;                      c)  $19a - 23b + 17b - 25a$ ;  
b)  $-\frac{5}{8}x + \frac{1}{2}x - 0,5$  ;                      d)  $5,1y^2 - 4,8y + 4,9y^2 - y$ .

2) **De calculat** valorile polinoamelor:

- a)  $6,7xy^2 + 12,5xy^2 - 3,8xy^2$ , dacă  $x = 25$ ,  $y = 2$ ;  
b)  $\frac{4}{15}a + \frac{2}{7}b + \frac{2}{3}a + \frac{5}{7}b - \frac{1}{5}a$  , dacă  $a = 15$ ,  $b = 48$ ;  
c)  $-31k^2 - 29k^3 + 25k^2 + 43k^3 - 15k^4$ , dacă  $k = -1$ .

3) De determinat gradul polinoamelor:

a)  $mn - m + n$ ;

c)  $4edc - 6kp$ ;

b)  $\frac{2}{9}y^2 + \frac{5}{8}y^3 + y^5$  ;

d)  $a^2 - 5b^3 + 3a^2b^2$ .

**Analizează și trage concluzii – creează strategia de învățare!**

## ACEST LUCRU MERITĂ SĂ ȘTII ȘI SĂ POȚI APLICA

- 1 A reduce termenii asemenea ai unui polinom – abilitatea de a efectua adunarea numerelor întregi și a numerelor raționale, deoarece nu este dificil de observat expresiile cu litere identice. Numărul de termeni dintr-un polinom este egal cu numărul de termeni ai monoamelor.
- 2 În timpul calculului valorii unui polinom, mai întâi se reduc termenii lui asemenea și apoi – se caută valoarea. Este important de respectat ordinea operațiilor și de folosit corect proprietățile acestora.
- 3 Gradul unui polinom se determină după definiția: acesta este cel mai mare dintre gradele monoamelor, ce intră în componența lui.

### Reține!

**Pentru a găsi suma polinoamelor trebuie de:**

- 1) compus expresia corespunzătoare, luând fiecare polinom în paranteze și scriind semnul "+" între ele;
- 2) de deschis parantezele în expresia obținută și de redus termenii asemenea, dacă ei există.

De exemplu, să aflăm suma polinoamelor  $5a + 3b$  și  $4a - 7b$ :

$$(5a + 3b) + (4a - 7b) = 5a + 3b + 4a - 7b = 9a - 4b.$$

**Pentru a afla diferența polinoamelor, trebuie de:**

- 1) compus expresia corespunzătoare, luând fiecare polinom în paranteze și scriind semnul "-" între ele;
- 2) de deschis parantezele în expresia obținută și de redus termenii asemenea, dacă ei există.

De exemplu, să aflăm diferența polinoamelor  $-4x^2 + 11y$  și  $2y + 8x^2$ :

$$(-4x^2 + 11y) - (2y + 8x^2) = -4x^2 + 11y - 2y - 8x^2 = 9y - 12x^2.$$

### Reține! Este important!

Dacă în fața parantezelor stă semnul "+", atunci deschizând parantezele se lasă neschimbate toate semnele termenilor din paranteze.

De exemplu:  $a + (2,3 - b) = a + 2,3 - b$ .

Dacă în fața parantezelor stă semnul "-", atunci deschizând parantezele, semnele tuturor termenilor din paranteze se schimbă în opuse.

De exemplu,  $-(y - 3,2) = -y + 3,2 = 3,2 - y$ ;

$2x - (y + 7,4) = 2x - y - 7,4$ .

### Exerciții de antrenare

**3.17°.** De efectuat operația:

a)  $(3x + 7y) + (10x - 12y)$ ;

c)  $(-16a + 24b) - (37a + 21b)$ ;

b)  $-(9k + 12m) + (15m - k)$ ;

d)  $(2,3x^2 + 4,1c) - (1,2c - 0,5x^2)$ .

**3.18°.** De aflat suma polinoamelor:

a)  $2c - 4d$  și  $7c + 4d$ ;

c)  $33a + 25b$  și  $8b - 45a$ ;

b)  $\frac{3}{5}x + \frac{3}{4}y$  și  $0,25x - 0,5y$ ;

d)  $-6,4a^2 - 9,2$  și  $4,7 + 0,3a^2$ .

**3.19°.** De aflat diferența polinoamelor:

a)  $7a + 6b$  și  $12a - 2b$ ;

b)  $0,2x - 8,3y$  și  $-2,5x + 1,4y$ ;

c)  $\frac{3}{4}m + \frac{2}{5}n$  și  $\frac{1}{2}n - \frac{2}{15}m$ ;

d)  $1,4y^2 - 1,7y$  și  $-9,2y - 0,9y^2$ .

**3.20°.** De scris expresia și de o simplificat, dacă este posibil:

a) suma întreită a numerelor  $a$  și  $34$ ;

b) produsul îndoit al pătratelor numerelor  $x$  și  $y$ ;

c) jumătate din diferența numerelor  $m$  și  $n$ ;

d) o treime din produsul numerelor  $b$  și  $d$ .

**3.21°.** De scris cu cuvinte expresia:

a)  $2(x + y)$ ;    b)  $0,5(c - k)$ ;    c)  $\frac{1}{4}(a^2 + b^2)$ ;    d)  $3n \cdot p^3$ .

**3.22°.** De pus în corespondență suma polinoamelor (1-4) cu expresia identic egală ei (A-D).

#### Suma polinoamelor

1.  $(a - b) + (b + a)$

2.  $(a - b) + (b - a)$

3.  $(b - a) + (b + a)$

4.  $(a - b) + (b - a)$

#### Expresia identic egală

A. 0

B.  $-2b$

C.  $-2a$

D.  $2b$

E.  $-2a - 2b$

F.  $2a$

**3.23°°.** De pus în corespondență diferența polinoamelor (1-4) cu expresia identic egală ei (A-D).

**Diferența polinoamelor**

1.  $(x - y) - (y + x)$

2.  $(x - y) - (y - x)$

3.  $(y - x) - (y + x)$

4.  $(x - y) - (-y - x)$

**Expresia identic egală**

A.  $2x$

B.  $-2y$

C.  $-2x$

D.  $2y$

E.  $2x - 2y$

F.  $0$

**3.24°°.** De aflat suma și diferența polinoamelor:

a)  $-5a^2 + 3ab - 8b^3$  și  $9a^2 + ab + 2b^3$ ;

b)  $\frac{1}{5}x + \frac{3}{20}y$  și  $\frac{1}{15}x - \frac{1}{2}y$  ;

c)  $5q^3 - 6q^2 + q$  și  $-q^3 + 2q^2 - 4q$ .

**3.25°°.** De ales perechea polinoamelor, suma cărora în condițiile date este egală cu 100:

a)  $2a^2 - 25a$  și  $a^2 + a$ , dacă  $a = 5$ ;

b)  $7\frac{3}{4}x - 1\frac{2}{3}y$  și  $2\frac{1}{4}x - 8\frac{1}{3}y$ , dacă  $x = 15$ ,  $y = 5$ ;

c)  $3,6m + 2,2n$  și  $-4,85m + 5,3n$ , dacă  $m = 20$ ,  $n = 10$ ;

d)  $-1,2c^2 - 3,9d^2$  și  $c^2 + 0,5d^2$ , dacă  $c = -2$ ,  $d = -4$ .

**3.26°.** De evaluat în mod critic procesul de aflare a sumei și diferenței polinoamelor.

$$\text{a) } (15b^2 - 31cd) + (-3b^2 + 17cd) = 15b^2 - 31cd - 3b^2 + 17cd = \\ = (-15b^2 - 3b^2) + (-17cd - 31cd) = -18b^2 - 48cd;$$

$$\text{b) } \left(\frac{5}{12}m - \frac{2}{7}n\right) - \left(\frac{3}{14}n - \frac{1}{24}m\right) = \frac{5}{12}m + \frac{1}{14}n - \frac{2}{7}n = \frac{11}{24}m - \frac{1}{2}n ;$$

$$\text{c) } (-12,3x + 32,5y) + (-24,8y + 4,7x) = \\ = -12,3x - 32,5y + 24,8y + 4,7x = -7,6x + 57,3y;$$

$$\text{d) } (7,2k^2q - 1,4kq^2) - (3,6k^2q + 8,3kq^2) = \\ = 7,2k^2q - 1,4kq^2 - 3,6k^2q - 8,3kq^2 = 3,6k^2q - 9,7kq^2.$$

**3.27°.** De scris expresia pentru condiția problemei.

a) De aflat perimetrul pătratului, latura căruia este egală cu  $2x$  cm.

b) De aflat perimetrul unui triunghi cu laturile  $a$  cm,  $b$  cm și  $c$  cm.

c) De aflat perimetrul unui dreptunghi, o latură a căruia este egală cu  $a$  cm, iar cealaltă – cu  $(2a + 7)$  cm mai lungă.

### Cercetează situația, lucrând în grup: „Ai vreo idee?”

**3.28••.** De demonstrat, că suma a trei numere naturale consecutive este multiplul numărului 3.

**3.29••.** De demonstrat, că suma a patru numere naturale consecutive NU este multiplul numărului 4.

**3.30••.** De aflat suma polinoamelor și de calculat valoarea ei.

a)  $9x^2 - xy + 8y^2$  și  $x^2 + 5xy - 11y^2$ , dacă  $x = 4$ ,  $y = 3$ ;

b)  $\frac{3}{8}a - \frac{5}{6}b$  și  $\frac{1}{12}a + \frac{2}{9}b$ , dacă  $a = 24$ ,  $b = 18$ ;

c)  $-2,5k^2 - 31k$  și  $1,5k^2 + 21k$ , dacă  $k = -1$ .

**3.31••.** De scris expresia sub forma unui polinom, dacă numărul de trei cifre  $\overline{abc}$  se scrie în felul următor:  $\overline{abc} = 100a + 10b + c$ .

a)  $\overline{2ab5}$ ;    b)  $\overline{5m9n}$ ;    c)  $\overline{xy2} + \overline{yx8}$ ;    d)  $\overline{abc} - \overline{cba}$ .

### Formulează întrebări pentru probleme, lucrând în cooperativa de clasă: „Oare știi să faci?”

**3.32••.** De compus întrebări pentru condiția problemei.

a) Problema „Mișcarea turistului”. În prima oră turistul s-a mișcat cu viteza  $v$  km/h, iar în continuare viteza lui se micșora în fiecare oră cu 0,5 km/h.

b) Problema „Librăria”. Maria a cumpărat o colecție de povești de  $x$  grn, fratelui – un roman de aventuri, care este cu 50 grn mai scump decât colecția de povești, iar mamei – o colecție de poezii, care este de două ori mai scumpă decât colecția de povești.

c) Problema „Designul peisajului”. Clumba de flori are forma unui dreptunghi, una dintre laturile căruia –  $a$  m, iar alta – de trei ori mai mare.

d) Problema „Bugetul familiei”. Costul unui metru cub de apă –  $k$  grn. Familia este formată din 3 persoane, fiecare dintre care consumă zilnic 20 l de apă.

### VERIFICĂ-TE „CUM EȘTI?”

Fișa „§3.2. Adunarea și scăderea polinoamelor”.

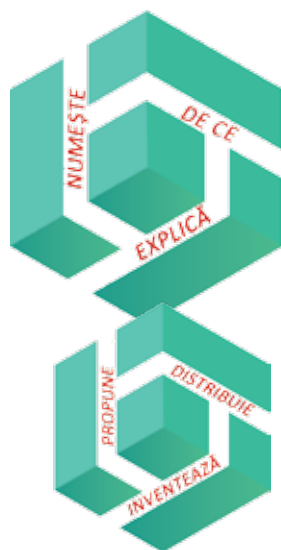
## §3.3 Înmulțirea unui monom cu un polinom

Salut! Cum ești?

Vă propun un motto pentru învățare: „**Învățarea nu epuizează niciodată mintea.**” (Leonardo da Vinci)

Astăzi, Cubul lui Bloom te va ajuta să diagnostichezi „oare tu știi?” și „oare tu poți?”, iar apoi – vom trece la rezolvarea exercițiilor – „oare știi să faci?” și vom obține noi cunoștințe despre polinoame.

**Așadar, Cubul lui Bloom îți propune:**



**NUMEȘTE** valoarea expresiei  $\left(\frac{11}{20} - \frac{1}{4} - \frac{1}{5}\right)^3$  printr-o fracție zecimală.

**EXPLICĂ**, cum de aflat diferența polinoamelor  $6,1a - 0,5b$  și  $-7,3a + 2$ .

**DE CE** ecuația  $\frac{2,4x + 48}{8} = 0$  are o rădăcină, iar ecuația  $(2,4x + 48)(x - 8) = 0$  – două rădăcini?

**INVENTEAZĂ** o metodă pentru demonstrarea divizibilității expresiei  $11^9 - 11^8 - 11^7$  prin 109.

**DISTRIBUIE** abilitățile tale pentru a afla viteza râului, dacă o barcă cu motor se mișcă în direcția curentului de apă cu o viteză de  $a$  km/h, iar direcție opusă – cu viteza de  $b$  km/h.

**PROPUNE** o metodă de demonstrarea a identității.

$$(3a^2 + 2b^2 + c^2) + (b^2 - 2a^2 - 3c^2) - (a^2 + 3b^2 - 2c^2) = 0.$$

*Cercetează în parteneriat: „Oare tu știi?”*

**1) De aflat**, la care polinom trebuie de adăugat  $5x^2 - x + 12$ , pentru a obține un polinom:

a)  $3x^3 - 9x^2 + 5x + 7$ ;                      b)  $2x^3 + 4x^2 - 8x - 2$ .

**2) De calculat** valorile polinoamelor:

a)  $6,7xy^2 + 12,5xy^2 - 3,8xy^2$ , dacă  $x = 25$ ,  $y = 2$ ;

b)  $\frac{7}{12}n + \frac{11}{15}m + \frac{2}{3}m + \frac{5}{4}n$ , dacă  $m = 30$ ,  $n = 6$ .

- 3) De determinat, dacă pentru orice valoare a variabilei expresia va primi valori pozitive

$$(7m^7 + 5m^5 - 1) - (m^8 + 6m^7 - 7m^5) - (m^7 + 5m^4 + 12m^5).$$

**Analizează și trage concluzii – creează strategia de învățare!**

**ACEST LUCRU MERITĂ**

**SĂ ȘTII ȘI SĂ POȚI APLICA**

- 1 Problema 1 pentru cercetare în parteneriat ar putea fi formulată altfel, de exemplu: după suma cunoscută a polinoamelor și unul dintre termenii polinoamelor, de aflat al doilea termen. Cu alte cuvinte, în algebră, există și cazuri, în care trebuie de aplicat regula de aflare a unui termen necunoscut a unei operații aritmetice. Dar căutarea unui termen al polinomului va fi mai dificilă, decât căutarea unui termen numeric.
- 2 Calculul este de fapt foarte simplu dacă de grupat corect termenii și de observat, că suma numerelor 7 și 8 se termină cu 5, iar suma dintre 0,5 și 0,5 – cu 1. Adică, mai întâi trebuie de efectuat cercetarea însărcinării, de analizat datele acesteia și abia apoi de efectuat operația – realizarea planului (DAR), aceasta formează capacitatea de a căuta metode de rezolvare.
- 3 Semnele "+" și "-" din fața parantezelor – indică alegerea modului de deschidere a parantezelor: ori se copie toți termenii fără să fie schimbați, ori în fața fiecărui termen se schimbă semnul în opus.

### Reține!

Studierea *proprietății distributive a înmulțirii*

$$c(a + b) = ca + cb.$$

Partea stângă a egalității	Partea dreaptă a egalității
Este un produs sau o sumă?	
Produsul unui monom cu un binom	Suma produselor fiecărui termen al binomului cu un monom
Oare se poate spune, că proprietatea distributivă a înmulțirii – modelul matematic al înmulțirii unui monom cu un polinom, inclusiv atunci, când există mai mult de doi termeni?	
Răspuns: ?	

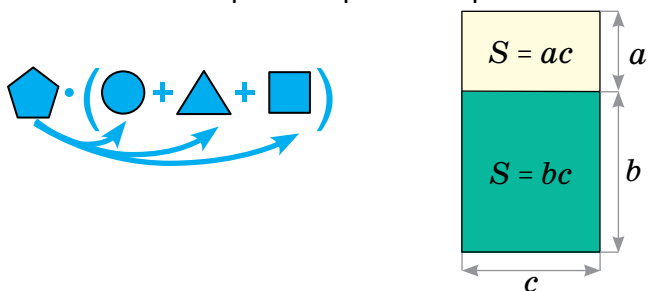
### Reține! Este important!

Pentru a înmulți un polinom cu un monom, trebuie de înmulțit fiecare termen al polinomului cu acest monom și de adunat rezultatele.

Așadar, *produsul unui polinom cu un monom* este un polinom, ai cărui termeni sunt produsele fiecărui termen al polinomului cu monomul respectiv.

De exemplu  $a \cdot (b + c + d + k) = ab + ac + ad + ak$ .

Înmulțirea unui monom cu un polinom poate fi reprezentată cu ajutorul schemei:



Polinoamele, ca și numerele, pot fi *opuse*. Acestea sunt două polinoame, care diferă prin semn, cu alte cuvinte, un polinom este egal cu celălalt polinom înmulțit cu  $(-1)$ .

De exemplu, polinoamele  $7a - 4b + c$  și  $-7a + 4b - c$  – sunt opuse, deoarece  $-7a + 4b - c = -(7a - 4b + c)$ .

### Exerciții de antrenare

3.33°. De efectuat operația.

a)  $3(x + y)$ ;    b)  $-16(k + c)$ ;    c)  $-3,5(p - b)$ ;    d)  $2,8(-x^2 - x)$ .

3.34°. De înmulțit un monom cu un polinom.

a)  $(a + 3) \cdot 5$ ;    b)  $\frac{2}{3}(x + 15)$ ;    c)  $(b - c) \cdot a$ ;    d)  $-5,9(x^2 - 1)$ .

3.35°. De deschis parantezele.

a)  $5(a + b - c)$ ;    b)  $0,7(x - 3 + y)$ ;    c)  $\frac{3}{4}(m + n - 8)$ ;    d)  $-4a(p - k + c)$ .

3.36°. De completat tabelul în caiet, înmulțind expresiile de la intersecția rândurilor și coloanelor.

	$a - 7$	$4a - 3b$	$1,3a + 0,2b - 5,4c$	$\frac{2}{15}a^3 - 0,1a^5$
$a$				
$3a$				
$-5a$				

3.37°. De scris polinomul opus celui dat.

a)  $2a - 8b + 5c$ ;    c)  $-m^2 + 22mn - 5n$ ;  
 b)  $-7x^3y + 5x^3 - 4y$ ;    d)  $6fg + 2f^2 - 3g^3$ .



3.38°. De efectuat operația.

a)  $x(x + 3)$ ;    b)  $5c(c + d)$ ;    c)  $a(1 - a)$ ;    d)  $\frac{1}{3}x(6x - 3)$  .

3.39°. De pus în corespondență produsele (1-4) cu expresia identic egală cu ele (A-D).

**Produsul**

1.  $3(a - b)$

2.  $3(b - a)$

3.  $(b + a) \cdot 3$

4.  $3(-a - b)$

**Expresia identic egală**

A.  $-3a + 3b$

B.  $-3a - 3b$

C.  $6ab$

D.  $3a - 3b$

E.  $-6ab$

F.  $3a + 3b$

3.40°. De pus în corespondență produsele (1-4) cu expresia identic egală cu ele (A-D).

**Produsul**

1.  $5x(x - 4)$

2.  $5x(x + 4)$

3.  $-5x(x + 4)$

4.  $-5x(x - 4)$

**Expresia identic egală**

A.  $5x^2 + 20x$

B.  $20x - 5x^2$

C.  $5x^2 - 4$

D.  $-20x + 5x^2$

E.  $-20x - 5x^2$

F.  $5x^2 - 20x$

3.41°. De efectuat operația.

a)  $a(a^3 + 15)$ ;    b)  $-\frac{2}{5}c(c^2 + c)$  ;    c)  $-c(2 - c^2)$ ;    d)  $-6,3y(y^2 - 10)$ .

3.42°. De rezolvat ecuațiile.

a)  $5(x + 1) = 7$ ;    c)  $-\frac{3}{4}(24 - y) = 16$  ;

b)  $2(c - 11) = -3$ ;    d)  $2,5(z - 10) = -5$ .

3.43°. De înmulțit monomul cu un polinom.

a)  $3ab(5a + 6b)$ ;    c)  $(4b + 7c) \cdot (-10bc)$ ;

b)  $-9xy(x - 11y)$ ;    d)  $(4m - 7n) \cdot (-0,2mn)$ .

3.44°. De evaluat în mod critic procesul de înmulțire al unui monom cu un polinom.

a)  $8mk(3k + m) = 8mk \cdot 3k + 8mk \cdot m = 24mk + 8m^2k$ ;

b)  $-5ab(a - 0,2b) = -5ab \cdot a + 5ab \cdot (-0,2b) = 5a^2b - ab^2$ ;

c)  $(15m - 8n) \cdot 0,5mn = 15m \cdot 0,5mn - 8n \cdot 0,5mn = 7,5m^2n - 4mn^2$ ;

d)  $(12x + 27y) \cdot \left(-\frac{1}{3}xy\right) = 12x \cdot \left(-\frac{1}{3}xy\right) + 27y \cdot \left(-\frac{1}{3}xy\right) = 4x^2y + 9xy^2$  .

**3.45•.** De scris, folosind puterea numărului 10:

- un număr de două cifre, în care sunt  $m$  zeci și  $n$  unități;
- un număr de trei cifre, în care sunt  $a$  sute,  $b$  zeci și  $c$  unități;
- un număr de trei cifre, în care sunt  $k$  sute, 5 zeci și 8 unități;
- un număr de patru cifre, în care sunt  $p$  mii,  $t$  sute,  $f$  zeci și  $r$  unități.

**3.46••.** De aflat produsul.

- $6a^2b(2a^3b^2 - 7ab^5 + 9a^2b^2)$ ;
- $(2x^2y - 1,5x^2y^3 - 0,3x^4y) \cdot (-xy)$ ;
- $(-6,4c^3d^6 + 0,7c^2d^3 - 5,1c^5d) \cdot (-c^3d^2)$ ;
- $\left(-\frac{2}{3}kn\right)^2 \cdot (-3kn^4 + 1,5k^2n + 21kn^3)$ .

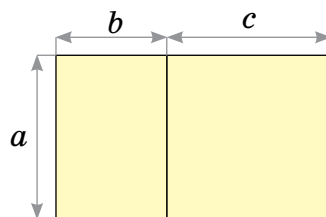
**3.47••.** De rezolvat ecuațiile.

- $6(x-1) - x = 9$ ;
- $5(2-3x) - 7 = 1$ ;
- $-3(8+6y) - 7(5-2y) = 0$ ;
- $(2x+1) \cdot 7 = 3,5$ ;
- $8(x-3) + 3(x+5) = 15$ ;
- $\frac{1}{2}(z-4) + \frac{1}{5}(z+10) = 1$ .

**Cercetează situația, lucrând în grup:  
„Ai vreo idee?”**

**3.48••.** De demonstrat, că suma numerelor  $\overline{xyz}, \overline{yzx}, \overline{zxy}$  este divizibilă cu 111.

**3.49••.** De scris prin două metode formula de calcul a ariei figurii reprezentate în desen.



**Formulează întrebări pentru probleme,  
lucrând în cooperativa de clasă: „Oare știi să faci?”**

**3.50.** De compus întrebări pentru condiția problemei.

- Problema „Mișcarea pe râu”. Luntrea s-a mișcat în direcția cursului apei timp de 4 ore, iar în direcție opusă – 3 ore. Viteza luntrei –  $x$  km/h, iar viteza curentului –  $y$  km/h.
- Problema „Bugetul familiei”. Familia din 4 persoane folosește  $a$  m<sup>3</sup> de gaz pe lună, dintre care 0,1 se consumă pentru gătit. Tariful pentru gaz constituie  $b$  m<sup>3</sup> grn.

**VERIFICĂ-TE „CUM EȘTI?”**

Fișa „§ 3.3. Înmulțirea unui monom cu un polinom”.



## § 3.4 Înmulțirea unui polinom cu un polinom. Forma standard a polinomului



Salut! Cum ești?

Vă propun un motto pentru învățare: **„Cu cât știi mai multe, cu atât poți face mai mult.”** (Edmond Abou)

Astăzi, Cubul lui Bloom te va ajuta să diagnostichezi „oare tu știi?” și „oare tu poți?”, iar apoi – vom trece la rezolvarea exercițiilor – „oare știi să faci?” și vom obține noi cunoștințe despre polinoame.

**Așadar, Cubul lui Bloom îți propune:**

**NUMEȘTE** valoarea lui  $x$ , pentru care sunt egale valorile polinoamelor  $x^2 - 6x + 12$  și  $x^2 + 4x - 18$ .

**EXPLICĂ**, cum de aflat valoarea lui  $a$ , pentru care ecuația  $(a - 2) \cdot x = 15$  nu are rădăcini.

**DE CE** expresia  $\frac{a}{8} - \frac{b}{6} - 1$  poate fi reprezentată sub formă de produs?

**INVENTEAZĂ** o idee de calcul rapid al valorii expresiei

$$\frac{1}{3} + \frac{1}{9} + \frac{1}{27} + \frac{1}{81} + \frac{1}{243}.$$

**DISTRIBUIE** abilitățile tale pentru simplificarea expresiei  $a(a + 3) - a(4a - 1) + 3a(a + 7)$ .

**PROPUNE** cât ar trebui de plătit pentru 3 carnete și 6 caiete, dacă un carnet costă  $a$  grn, iar 12 caiete –  $k$  grn.

### Cercetează în parteneriat: „Oare tu știi?”

1) De aflat, produsul unui monom cu un polinom:

a)  $-9b(5 - 2b)$ ;

b)  $1,7x(2,3y - 0,6x)$ .

2) De calculat valoarea expresiei  $2(2,5x + y) + 3(5x - 3y)$ , dacă  $x = 0,4$ ,  $y = -0,2$ .

3) De determinat valoarea variabilei, pentru ca egalitatea să fie adevărată:

a)  $9(x - 4) = 7$ ;

c)  $\frac{1}{2}(3,6 - z) = -0,8$  ;

b)  $-5(y - 6) = 12$ ;

d)  $-1,5(-a - 3) = -4$ .

## Analizează și trage concluzii – creează strategia de învățare!

### ACEST LUCRU MERITĂ SĂ ȘTII ȘI SĂ POȚI APLICA

- 1 În problema întâi pentru cercetare trebuie de efectuat cu atenție înmulțirea monomului, care este negativ într-un caz și în celălalt – pozitiv, cu fiecare termen al binomului, care are, de asemenea, semne proprii. Produsul a două monoame, care aceleași semne va avea semnul "+", iar produsul a două monoame cu semne diferite va avea semnul "-".
- 2 Aplicarea proprietății distributive a înmulțirii (în problema de cercetare 2) va mări coeficienții monoamelor și va forma, de asemenea, un polinom, care va conține termeni asemenea. Pentru a evita calculele greoaie, trebuie de redus termenii asemenea și, în final, de înlocuit valorile variabilelor și de efectuat calculele.
- 3 A determina valoarea variabilei astfel, încât să se mențină o egalitate (problema de cercetare 3) înseamnă același lucru cu rezolvarea ecuației. Există două metode de a începe rezolvarea acestor ecuații: ori de împărțit ambele părți ale ecuației la numărul din fața parantezei, ori de deschis paranteza, folosind proprietatea distributivă a înmulțirii. Și apoi trebuie de rezolvat ecuațiile și de aflat valoarea variabilei.

### Reține!

Studiind *proprietatea distributivă a înmulțirii*  
 $c(a+b) = ca + cb$  pentru  $c = m + n$ , obținem:

$$(m+n)(a+b) = (m+n)a + (m+n)b = ma + na + mb + nb.$$

Așadar,  $(m+n)(a+b) = ma + na + mb + nb$ .

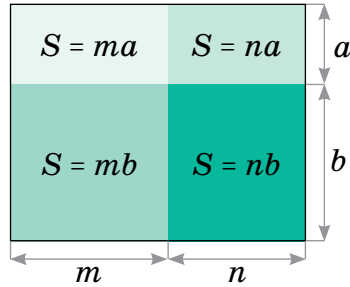
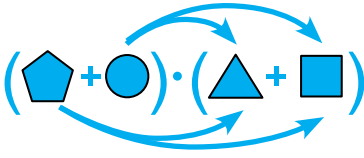
Pentru a **înmulți un polinom cu un polinom**, trebuie de înmulțit fiecare termen al unui polinom cu fiecare termen al celui alt polinom, de scris suma acestor produse și de redus termenii asemenea, dacă există.

### Reține! Este important!

**Produsul a două polinoame** – este expresia, care reprezintă suma produselor fiecărui termen al unui polinom cu fiecare termen al celui alt polinom.

De exemplu,  $(a+b)(c+d) = ac + ad + bc + bd$ .

Înmulțirea unui polinom cu un polinom poate fi reprezentată printr-o schemă:



Polinomul, care este suma unor monoame la formă standard, dintre care nu există termeni asemenea, se numește *polinom de formă standard*.

De exemplu,  $a + b$ ;  $x^2 - 7xy + 4$ ;  $2m^3 - 0,4n^2 + mn$  - polinoame, care sunt scrise la formă standard.

**Pentru a duce un polinom la forma standard, trebuie:**

- 1) de adus fiecare termen al polinomului la forma standard;
- 2) de redus termenii asemenea ai polinomului, dacă aceștia există.

### Exerciții de antrenare

**3.51°.** De indicat polinomul, care este scris la formă standard.

- |                       |                               |
|-----------------------|-------------------------------|
| a) $10x + 5y$ ;       | d) $4,6x^2z - xz + 1,7xz^2$ ; |
| b) $3b - 7c + b$ ;    | e) $8y \cdot y^2 - 5x^3$ ;    |
| c) $-3ab - 5ba + 1$ ; | f) $23mn - 18mn^2 - 34m^3$ .  |

**3.52°.** De adus polinomul la formă standard.

- |                                  |   |
|----------------------------------|---|
| a) $0,2a + 5,6a - 2,5a$ ;        | c) $\frac{1}{5}ac - \frac{1}{6}bc - \frac{2}{15}ac - \frac{1}{3}bc$ ; |
| b) $2y - 3z + 1 - 5y - 7z + 6$ ; | d) $3x^2 - 2xy + 5x^2 + xy$ .   |

**3.53°.** De efectuat operația.

- |                       |                              |
|-----------------------|------------------------------|
| a) $(3 + a)(b + 1)$ ; | c) $(m + 5)(n - 2)$ ;        |
| b) $(x - 2)(y + 3)$ ; | d) $(a + 8)(1 + c)(p - k)$ . |

**3.54°.** De înmulțit polinomul cu un polinom.

- |                       |                        |
|-----------------------|------------------------|
| a) $(x + y)(c + a)$ ; | c) $(m + 1)(m + 1)$ ;  |
| b) $(b - 5)(b + 5)$ ; | d) $(-p - k)(p + k)$ . |

**3.55°.** De efectuat operația.

- |                           |                         |
|---------------------------|-------------------------|
| a) $(2a + b)(a + 2b)$ ;   | c) $(2a - 1)(1 - 2a)$ ; |
| b) $(3c - 2d)(3c + 2d)$ ; | d) $(3x - 5)(7 - 2x)$ . |

**3.56°°.** De pus în corespondență polinomul (1-4) cu forma standard a lui (A-F).

**Polinomul**

1.  $a(a-b) - a^2$
2.  $(b-a) \cdot b + ab$
3.  $(b+a) \cdot a - a^2$
4.  $a(a-b) + ab$

**Forma standard a polinomului**

- A.  $b^2$
- B.  $-b^2$
- C.  $-ab$
- D.  $-a^2$
- E.  $ab$
- F.  $a^2$

**3.57°°.** De pus în corespondență polinomul (1-4) cu forma standard a lui (A-F).

**Ecuția**

1.  $5(x+4) - x = 24$
2.  $(x+1)(x+4) = x^2 - 1$
3.  $-x(x+4) = x(1-x)$
4.  $(x+3)(x-3) = x^2$

**Rădăcina ecuației**

- A. nu are rădăcini
- B. 1
- C. 0
- D. 2
- E. -1
- F. -2

**3.58°°.** De efectuat înmulțirea.

- a)  $(4a^2 + 8)(a^3 + 15)$ ;
- b)  $(5x^2 + 1)(3 - 2x)$ ;
- c)  $(5y^3 - y)(3y + 2y^2)$ ;
- d)  $(-9z^2 - 2z^4)(z^2 + 7z)$ .

**3.59°°.** De adus polinomul la formă standard și de calculat valoarea lui.

- a)  $(x-2)(x+6) - x^2$ , dacă  $x = 2,5$ ;
- b)  $(a-3b)(a+3b)$ , dacă  $a = -4$ ,  $b = 12$ ;
- c)  $(-0,4m + 1,8n)(0,5m - n) - 0,5mn$ , dacă  $m = -5$ ,  $n = 2$ ;
- d)  $\left(\frac{1}{4}x + 2y\right)\left(\frac{1}{4}x + 2y\right) - xy$ , dacă  $x = 4$ ,  $y = -3$ .

**3.60°°.** De compus expresia după condiția problemei.

În sala festivă a gimnaziului sunt  $x$  rânduri cu  $y$  scaune în fiecare.

De aflat:

- a) numărul total de scaune din sală;
- b) numărul de scaune, dacă numărul de rânduri va fi îndoit;
- c) numărul de scaune, dacă vor fi cu 2 rânduri mai multe, dar locuri în fiecare rând vor fi cu 5 mai puține;
- d) numărul de scaune, dacă numărul de rânduri va deveni cu 3 mai puține, dar numărul de scaune în fiecare rând – cu 3 mai multe.

**3.61•.** De evaluat în mod critic procesul de înmulțire al unui polinom cu un polinom.

$$a) (b+5)(b-8) = b(b-8) + 5(b-8) = 2b - 8b + 5b - 40 = 6b - 40;$$

$$b) (5a-c)(a-2c) = 5a(a-2c) - c(a-2c) = 5a^2 + 10ac - ac - 2c^2 = 5a^2 + 9ac - 2c^2;$$

$$c) (10x^2-4y)(8x+3y^2) = 10x^2(8x+3y^2) - 4y(8x+3y^2) = 80x^3 + 30x^2y^2 - 32xy^2 - 12y^3 = 80x^3 + -32x^2y^2 - 12y^3;$$

$$d) (-1,5m-2n)(4m-0,2n) = -1,5m(4m-0,2n) - 2n(4m-0,2n) = -6m^2n + 0,3mn - 8mn - 0,4n^2 = -6m^2n - 7,7mn - 0,4n^2.$$

**3.62•.** De rezolvat ecuațiile.

$$a) (x-3)(x-1) - x^2 = 8;$$

$$b) (5-y)(4+y) = 21 - y^2;$$

$$c) 2z(1-z) - 3(z+2) = z(1-2z);$$

$$d) a(a-12) - (a^2+6) = 0;$$

$$д) (c+3)(2+3c) = c(2+3c);$$

$$e) (2x-13)(6x+8) = (3x-7)(4x+16).$$

**3.63••.** De aflat produsul.

$$a) (8a^2b^3 + 3a^3b)(ab^6 + 2a^2b^4);$$

$$b) (2x^7y - 1,5x^2y^3)(0,5x^4y - 4xy^2);$$

$$c) (-3ck^5 + 6c^2k^3)(4c^6k - c^3k^2);$$

$$d) \left( \frac{4}{5}mn^4 - \frac{1}{5}mn^2 \right) \left( \frac{5}{8}m^2n^7 + 2m^5n^3 \right).$$

### **Cercetează situația, lucrând în grup: „Ai vreo idee?”**

De rezolvat problemele (3.64–3.66).

**3.64••.** În două suluri sunt 10 m de țesătură. Țesătura din primul sul costă 125 grn pentru un metru, iar din cel de-al doilea – 210 grn pentru un metru. Pentru ambele suluri s-au plătit 1760 grn. De aflat cantitatea de metri de țesătură din fiecare sul.

**3.65••.** Maria s-a gândit la trei numere naturale consecutive. Produsul celor mai mari două dintre ele este cu 12 mai mare decât produsul celor mai mici. De aflat la ce numere s-a gândit Maria.

- 3.66••.** a) O latură a unui pătrat a fost mărită cu 3 cm, iar cealaltă latură a fost micșorată cu 2 cm, obținând un dreptunghi. Aria dreptunghiului obținut s-a dovedit a fi cu  $4 \text{ cm}^2$  mai mare decât aria pătratului. De aflat lungimea laturii pătratului.
- b) Este dat un dreptunghi. Dacă o latură a lui este mărită cu 1 cm, iar cealaltă – cu 2 cm, atunci aria dreptunghiului va crește cu  $17 \text{ cm}^2$ . De aflat laturile dreptunghiului.

### **Formulează întrebări pentru probleme, lucrând în cooperativă de clasă: „Oare știi să faci?”**

- 3.67.** De compus întrebări pentru condiția problemei.
- a) Problema „*Ferma*”. Lungimea câmpului este de 65 de metri, iar lățimea – de 80 de metri. Fermierul intenționează să mărească fiecare latură a câmpului cu câte  $a$  m.
- b) Problema „*Activitatea bancară*”. Mama lui Petru are  $x$  grn în contul său bancar, iar tatăl lui –  $y$  grn. Venitul anual al contului mamei constituie 5 %, iar al contului tatălui – 10 %.
- c) Problema „*Cabinetul de informatică*”. Pentru cabinetul de informatică, au fost cumpărate în cantitate mare 12 laptopuri și 5 tablete. Prețul de vânzare cu amănuntul al unui laptop este de  $n$  grn, iar reducerea de vânzare pentru cantități mari este de 8 %. Prețul de vânzare cu amănuntul al unei tablete –  $m$  grn, iar reducerea – 3%.
- d) Problema „*Tinerii filателиști*”. Elena are  $k$  timbre. Andrei – cu 23 de timbre mai multe decât Elena, iar Irina – de două ori mai multe decât Elena și Andrei împreună.
- e) Problema „*Excursie turistică*”. Un grup de 10 copii și un adult a plecat în vacanță la Bukovel. Costul unei vacanțe în Bukovel pentru un adult este de  $b$  grn. Pentru un copil, costul este de 70% din costul pentru un adult. Pentru vacanțe în grup este disponibilă o reducere de 3% .

### **VERIFICĂ-TE „CUM EȘTI?”**

**Fișa „§3.4. Înmulțirea unui polinom cu un polinom. Forma standard a polinomului”.**



## § 3.5 Formulele înmulțirii prescurtate: pătratul sumei și pătratul diferențe



Salut! Cum ești?

Vă propun un motto pentru învățare: „Învățarea și răbdarea duc la pricepere.”

Astăzi, Cubul lui Bloom te va ajuta să diagnostichezi „oare tu știi?” și „oare tu poți?”, iar apoi – vom trece la rezolvarea exercițiilor – „oare știi să faci?” și vom obține noi cunoștințe despre trinoame de anumită formă.

**Așadar, Cubul lui Bloom îți propune:**

**NUMEȘTE** numărul, care este valoare a polinomului  $10m^2 - n^3$ , dacă  $m = -3$ ,  $n = 4$ .

**EXPLICĂ**, oare vor fi identice expresiile  $(2x + 1)(2x - 1)$  și  $4x^2 - 1$ .

**DE CE** înmulțirea a două polinoame poate fi efectuată prin două metode și prin care?

**INVENTEAZĂ** două polinoame, produsul cărora este egal cu suma următorilor monoame

$$ab + bx + cx + by + ac + cy.$$

**DISTRIBUIE** abilitățile tale, cum expresia  $(6 - 5n)^2$  poate fi reprezentată sub formă de polinom.

**PROPUNE** modelul tău matematic la problema: Cât ar trebui de plătit pentru 4 kg de varză și 1,5 kg de morcovi, dacă 1 kg de varză costă  $2m$  grn, iar 1 kg de morcovi –  $3n$  grn.?

**Cercetează în parteneriat: „Oare tu știi?”**

1) **De reprezentat** sub formă de polinom:

a)  $(a + b + c)(m + n)$ ;

c)  $(k + m)(k + m)$ ;

b)  $(c - d)(m - n)$ ;

d)  $(x - y)(x - y)$ .

2) **De calculat** valorile expresiilor:

a)  $(-3)^2$ ;  $(-5)^3$ ;  $\left(-\frac{5}{9}\right)^2$  ;

b)  $\left(-\frac{3}{64}t^5k^7\right)^2$ , dacă  $t = -1$ ,  $k = 2$ .

3) De scris produsul îndoit al monoamelor:

a)  $x$  și  $3y$ ;      b)  $a^2$  și  $b$ ;      c)  $4m$  și  $\frac{1}{2}$ ;      d)  $6$  și  $\frac{1}{3}^y$ .

4) De dat denumire expresiilor din fiecare pereche:

a)  $a+b$  și  $-a-b$ ;      b)  $(a+b)^2$  și  $(-a-b)^2$ ;      c)  $(a+b)^2$  și  $-(a+b)^2$ .

**Analizează și trage concluzii – crează o traiectorie individuală de învățare!**

## AȚEST LUCRU MERITĂ SĂ ȘTII ȘI SĂ POȚI APLICA

**1** Produsul a două polinoame, unul dintre care conține  $n$  termeni, iar altul –  $m$  termeni, este egal cu un polinom, care conține  $n \cdot m$  termeni, printre care pot fi și termeni asemenea.

**2** Citirea și scrierea expresiilor, care conțin operații aritmetice diferă prin faptul că, la citire, operația care trebuie efectuată ultima se citește prima. De exemplu,  $a^2$  – pătratul numărului  $a$ ;  $(a+b)^2$  – pătratul sumei numerelor  $a$  și  $b$ . Produsul a două binoame identice – pătratul binomului.

**3** Produsul îndoit al oricăror expresii diferă de produsul aceluiași expresii prin faptul că mai conține un factor, și acest factor este numărul 2.

De exemplu,  $ab$  – produs, atunci  $2ab$  – produsul îndoit;  $-4c$  – produs, atunci  $-8c$  – produsul îndoit (deoarece  $8c = 2 \cdot (-4c)$ )  $m(x+y)$  – produs, atunci  $2m(x+y)$  – produsul îndoit.

### Reține!

Să transformăm pătratul sumei  $(a+b)^2$  într-un polinom de formă standard. Pentru aceasta, înmulțim binomul cu el însuși, folosind regula înmulțirii polinoamelor:

$$(a+b)^2 = (a+b)(a+b) = a^2 + ab + ab + b^2 = a^2 + 2ab + b^2.$$

Am obținut identitatea pentru pătratul sumei:  $(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$ .

Ea se numește **formula pătratului sumei** a două expresii și se citește astfel: *pătratul sumei a două expresii este egal cu pătratul primei expresii plus produsul îndoit dintre prima expresie și cea de a doua, plus pătratul expresiei a doua.*

La fel se poate transforma într-un polinom și pătratul diferenței:  $(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$ .

Această formulă se numește **formula pătratului diferenței** a două expresii. (Încercă să o citești în același mod în care ai citit pătratul sumei a două expresii).

În viitor, se poate transforma pătratul unui binom într-un polinom, folosind aceste formule în loc de înmulțit binomul cu el însuși.

Atunci procesul se va efectua mai repede și mai ușor, adică va fi prescurtat. De aceea, aceste formule se mai numesc **formulele înmulțirii prescurtate**.

### Reține! Este important!

Formulele pătratului sumei și pătratului diferenței pot fi îmbinate în una singură:

$$(a \pm b)^2 = a^2 \pm 2ab + b^2.$$

Cu ajutorul acestei formule se pot ridica la pătrat orice binoame.

De exemplu,  $(5x + 7)^2 = (5x)^2 + 2 \cdot 5x \cdot 7 + 7^2 = 25x^2 + 70x + 49$ .

Să ridicăm la pătrat binomul  $b - a$ :

$$(b - a)^2 = b^2 - 2ba + a^2 = a^2 - 2ab + b^2 = (a - b)^2.$$

Am obținut:  $(b - a)^2 = (a - b)^2$ .

În mod analogic, se poate verifica că  $(-a - b)^2 = (a + b)^2$ .

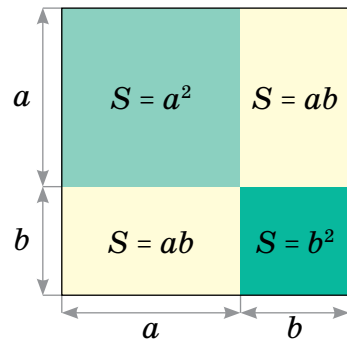
Binoamele  $a - b$  și  $b - a$  sunt expresii opuse, de asemenea sunt opuse expresiile  $-a - b$  și  $a + b$ , așadar se poate face concluzia, că **pătratele expresiilor opuse, ca și pătratele numerelor opuse sunt egale între ele**.

Formula pătratului unui binom este utilizată atât pentru a simplifica expresiile, cât și pentru a reduce calculele greoaie ale pătratelor numerelor fără a efectua o operație în coloniță.

De exemplu,

$$23^2 = (20 + 3)^2 = 20^2 + 2 \cdot 20 \cdot 3 + 3^2 = 400 + 120 + 9 = 529.$$

Luând în vedere, că aria pătratului este egală cu pătratul unui număr, iar aria dreptunghiului – cu produsul a două numere, formulele înmulțirii prescurtate primesc un sens geometric.



### Exerciții de antrenare

**3.68°.** De găsit dintre expresiile  $x^2 - y^2$ ;  $x^2 + 2xy + y^2$ ;  $x^2 - 2xy + y^2$ ;  $x^2 + y^2$  acelea, care sunt identic egale cu expresia:

a)  $(x + y)^2$ ;

b)  $(x - y)^2$ .

**3.69°.** De citit egalitățile. Oare sunt ele identități? De ce?

a)  $(x + y)^2 = x^2 + y^2$ ;

b)  $(x + y)^2 = x^2 + xy + y^2$ ;

c)  $(x - y)^2 = x^2 + 2xy + y^2$ ;

d)  $(x - y)^2 = x^2 + 2xy - y^2$ .

**3.70°.** De transcris tabelul în caiet și de-l completat.

Pătratul sumei/diferenței a două expresii	= pătratul primei expresii	$\pm$ produsul îndoit dintre prima expresie și cea de a doua	+ pătratul expresiei a doua	= polinomul obținut la formă standard
$(x+6)^2$	$= x^2$	$+2 \cdot x \cdot 6$	$+6^2$	$= x^2 + 12x + 36$
$(m-9)^2$	$= m^2$	$-2 \cdot m \cdot 9$	$+9^2$	
$(a+1)^2$				
$(1-y)^2$				
$(2m-3)^2$				
$(4x+5y)^2$				
$\left(4 - \frac{1}{2}n\right)^2$				

**3.71°.** De transformat în polinom de formă standard

a)  $(5+x)^2$ ;    b)  $(7y+3x)^2$ ;    c)  $(3m-2)^2$ ;    d)  $(4-9k)^2$ .

**3.72°.** De reprezentat expresia sub forma unui polinom, folosind formulele înmulțirii prescurtate.

a)  $(10x+0,1)^2$ ;    b)  $(5m-0,2)^2$ ;    c)  $\left(9x + \frac{1}{3}\right)^2$ ;    d)  $\left(\frac{1}{4} - 6n\right)^2$ .

**3.73°.** De efectuat operația.

a)  $(x^2+1)^2$ ;    b)  $(t^4-t^2)^2$ ;    c)  $(1+m^4)^2$ ;    d)  $(y^3-y)^2$ .

**3.74°.** De dat exemple de pătrate ale binomelor, care sunt egale între ele.

**3.75°.** De pus în corespondență pătratul binomului (1-4) și trinomial identic al lui (A-E).

**Pătratul binomului**

1.  $(6+x)^2$
2.  $\left(6 - \frac{1}{2}x\right)^2$
3.  $(x-6)^2$
4.  $\left(\frac{1}{2}x + 6\right)^2$

**Trinomul**

- A.  $36 - 12x + x^2$
- B.  $36 + 6x + \frac{1}{4}x^2$
- C.  $36 - 6x + \frac{1}{4}x^2$
- D.  $x^2 + 12x - 36$
- E.  $36 + 12x + x^2$

**3.76•.** De calculat, folosind formulele înmulțirii prescurtate, după model.

**MODEL.**  $99^2 = (100 - 1)^2 = 100^2 - 2 \cdot 100 \cdot 1 + 1^2 = 10000 - 200 + 1 = 9801.$

a)  $59^2$ ;      b)  $38^2$ ;      c)  $41^2$ ;      d)  $72^2$ .

**3.77•.** De simplificat expresia:

a)  $(a + 4)^2 - 16$ ;      d)  $10k - (4 - k)^2$ ;  
 b)  $7y + (y - 3)^2$ ;      e)  $(a + 4)^2 + (a - 3)^2$ ;  
 c)  $10m - (m + 5)^2$ ;      f)  $(x + 2y)^2 - (2x - y)^2$ .

**3.78•.** De evaluat în mod critic procesul de ridicare la pătrat a unui binom.

a)  $(1,2x + 0,3y)^2 = (1,2x)^2 + 2 \cdot 1,2 \cdot 0,3xy + (0,3y)^2 =$   
 $= 1,2x^2 + 0,72xy + 0,3y^2.$

b)  $(x - 1,4y)^2 = x^2 - 1,4xy + (1,4y)^2 = x^2 - 1,4xy + 0,96y^2.$

c)  $\left(\frac{2}{3}x + \frac{1}{4}y\right)^2 = \left(\frac{2}{3}x\right)^2 + 2 \cdot \frac{2}{3}x \cdot \frac{1}{4}y + \left(\frac{1}{4}y\right)^2 = \frac{4}{9}x^2 + \frac{1}{3}xy + \frac{1}{16}y^2.$

d)  $\left(\frac{1}{6}x - \frac{3}{8}y\right)^2 = \left(\frac{1}{6}x\right)^2 - \frac{1}{6}x \cdot \frac{3}{8}y + \left(\frac{3}{8}y\right)^2 = \frac{1}{12}x^2 + \frac{1}{16}xy + \frac{9}{16}y^2.$

**3.79•.** De rezolvat ecuațiile:

a)  $(x + 3)^2 = x^2 + 15$ ;      c)  $(3x + 1)^2 = 9x^2 + 8$ ;  
 b)  $(x - 2)^2 = x^2 - 16$ ;      d)  $(5x - 4)^2 = 30 + 25x^2$ .

**Cercetează situația, lucrând în grup:**

**„Ai vreo idee?”**

**3.80••.** De aflat numărul, dacă după mărirea lui cu 2, pătratul lui s-a mărit cu 20.

**3.81••.** De aflat numărul, dacă după micșorarea lui cu 5, pătratul lui a scăzut cu 10.

**3.82••.** Fiecare latură a unui pătrat a fost micșorată cu 6 cm, după ce aria lui s-a micșorat cu  $144 \text{ cm}^2$ . De aflat lungimea laturii pătratului după ce aceasta a fost micșorată.

**3.83••.** Raza exterioară a unui inel circular este cu 3 cm mai mare decât raza lui interioară. De aflat raza exterioară, dacă aria inelului interior este egală cu  $45\pi \text{ cm}^2$ .

**3.84••.** De copiat egalitățile în caiet, completând spațiile libere:

a)  $(\dots\dots + 6x)^2 = 25y^2 + \dots\dots + \dots\dots$  ;

b)  $(2ab - \dots\dots)^2 = \dots\dots - \dots\dots + \frac{1}{9}c^8$  ;

c)  $(\dots\dots + \dots\dots)^2 = 1 + \dots\dots + 81a^6$ ;

d)  $(\dots\dots - \dots\dots)^2 = 16m^2 - 24mn + \dots\dots$  .

**3.85••.** De reprezentat expresia sub forma unui polinom, folosind formulele înmulțirii prescurtate:

a)  $(3a^2 + 4b)^2$ ;      b)  $(-7b + 2a^3)^2$ ;      c)  $(-0,2a - 5b)^2$ ;

d)  $\left(\frac{1}{2}x^4 + y^2\right)^2$  ;      e)  $\left(-\frac{3}{4}x^4 + y^2\right)^2$  .

### **Formulează întrebări pentru probleme, lucrând în cooperativă de clasă: „Oare știi să faci?”**

**3.86.** De compus întrebări pentru condiția problemei.

- a) Problema „Samsara”. Andrei și sora lui, Iulia, petrec ceva timp jucând jocuri educative pe calculator după ce își fac temele în fiecare seară. Pentru a trece o rundă în jocul Samsara, ei trebuie să creeze cinci numere de patru cifre de forma \*55\*, divizibile cu 18.
- b) Problema „Designul peisajului”. În parcul de formă pătrată, care este îngrădit pe tot perimetrul, este semănat gazon la 7 metri de la gard. Spațiul dintre gazon și gard este o zonă pietonală cu o suprafață de 476 m<sup>2</sup>.
- c) Problema „Cofetăria”. Un biscuit de formă rotundă este acoperit cu gem la o distanță de 5 mm de la margine. Suprafața biscuitului, care nu este acoperită cu gem este de 2,25 cm<sup>2</sup>.

### **VERIFICĂ-TE „CUM EȘTI?”**

**Fișa „§3. 5. Formulele înmulțirii prescurtate: pătratul sumei și pătratul diferenței”.**

## § 3.6 Formulele înmulțirii prescurtate: diferența pătratelor (produsul dintre diferența a două expresii și suma lor)



Salut! Cum ești?

Vă propun un motto pentru învățare: „**Succesul vine doar pentru cei, care se străduiesc pentru el.**”

Astăzi, Cubul lui Bloom te va ajuta să diagnostichezi „oare tu știi?” și „oare tu poți?”, iar apoi – vom trece la rezolvarea exercițiilor – „oare știi să faci?” și vom obține noi cunoștințe despre formulele înmulțirii prescurtate.

**Așadar, Cubul lui Bloom îți propune:**

**NUMEȘTE** rezultatul simplificării expresiei  $(2n + 5)^2 - 4n^2$ .

**EXPLICĂ**, cum de reprezentat expresia  $1 + 8x + 16x^2$  sub formă de pătrat al unui binom

**DE CE** pătratele diferențelor  $(2m - 3n)^2$  și  $(3n - 2m)^2$  sunt identice?

**INVENTEAZĂ** cum de calculat  $97^2$  fără calculator și înmulțire în coloană.

**DISTRIBUIE** gândurile tale despre planificarea strategică pentru aflarea rădăcinilor ecuației  $(x - 12)^2 + x^2 = 0$ .

**PROPUNE** modelul tău matematic pentru problema: „De determinat, cum se va modifica aria unui pătrat, dacă latura lui cu lungimea  $(k + 3)$  cm se va mări cu 2 cm».

**Cercetează în parteneriat: „Oare tu știi?”**

1) **De reprezentat** sub formă de polinom de formă standard expresiile:

- |                       |                       |
|-----------------------|-----------------------|
| a) $(a + b)(a - b)$ ; | b) $(c - d)(c + d)$ ; |
| c) $(k - m)(k + m)$ ; | d) $(x + y)(x - y)$ . |

2) **De calculat** valorile expresiilor:

- a)  $15^2$ ;  $25^2$ ;  $35^2$ ;  $45^2$ ;  $55^2$ ;  $65^2$ ; b)  $\left(-\frac{7}{12}t^4k^3\right)^2$ , dacă  $t = 3$ ,  $k = -2$ .

3) De determinat monomul, care în egalitate este notat cu «\*», dacă expresiile sunt egale

- |                                   |                                    |
|-----------------------------------|------------------------------------|
| a) $(* + 7)^2 = a^2 + 14a + 49$ ; | b) $(b + *)^2 = b^2 + 8b + *$ ;    |
| c) $(x - *)^2 = x^2 - * + 25$ ;   | d) $(* - 2x)^2 = * - 20x + 4x^2$ . |

## Analizează și trage concluzii – creează strategia de învățare!

### ACEST LUCRU MERITĂ SĂ ȘTII ȘI SĂ POȚI APLICA

- 1 Capacitatea de a determina monomul, care este marcat cu "\*" într-o identitate, ce conține un trinom pătrat este ideea principală pentru dezvoltarea abilității de analizare a unei situații. Vei întâlni multe astfel de exerciții și în alte clase. Cu ajutorul lor te vei învăța cum să transformi un trinom pătrat într-un binom, de exemplu, atunci când trebuie de simplificat o fracție.
- 2 Există o metodă foarte interesantă de calcul al pătratelor numerelor de două cifre, care se termină cu 5. Dacă vei învăța cum să te folosești de această metodă, ea te va ajuta în viitor.  
De exemplu,  $35^2 = 3 \cdot (3 + 1) \cdot 100 + 25 = 1225$ .
- 3 La înmulțirea sumei a două expresii cu diferența lor, după simplificare se obține un binom.

#### Reține!

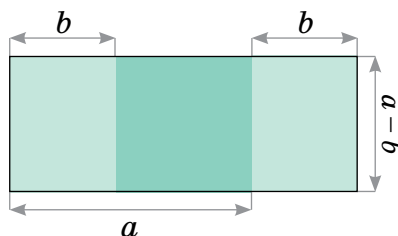
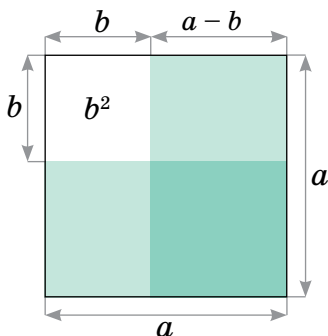
Să transformăm produsul  $(a - b)(a + b)$  într-un polinom de forma standard:  
 $(a - b)(a + b) = a^2 + ab - ba - b^2 = a^2 - b^2$ .

Așadar,  $(a - b)(a + b) = a^2 - b^2$ .

Identitatea obținută se numește **formula diferenței pătratelor** și se citește astfel: *produsul dintre diferența a două expresii și suma lor este egală cu diferența pătratelor acestor expresii*. În continuare, se poate înmulți diferența a două expresii cu suma lor, folosind această formulă în loc de înmulțit un binom cu un binom. În acest caz, procesul se va efectua mai repede și mai ușor, adică va fi prescurtat. De aceea, această formulă se mai numește și *formula a înmulțirii prescurtate*. De exemplu,  $(x - 9)(x + 9) = x^2 - 9^2 = x^2 - 81$ .

#### Reține! Este important!

În figura este reprezentat sensul geometric al formulei diferenței pătratelor  
 $(a - b)(a + b) = a^2 - b^2$ .





Deoarece, conform proprietății substitutive a înmulțirii,  $(a+b)(a-b) = (a-b)(a+b)$ , atunci produsul dintre suma a două expresii și diferența lor este, de asemenea, egal cu diferența pătratelor acestor expresii:

$$(a+b)(a-b) = a^2 - b^2.$$

De exemplu,  $(y+5)(y-5) = y^2 - 5^2 = y^2 - 25$ .

Totodată descăzutul în diferența pătratelor va fi pătratul expresiei, care a fost descăzut în diferență.

De exemplu,  $(c+d)(d-c) = d^2 - c^2$ .

### Exerciții de antrenare

**3.87°.** De găsit dintre expresiile  $y^2 + x^2$ ;  $x^2 - 2xy + y^2$ ;  $y^2 - x^2$ ;  $x^2 - y^2$  acelea, care sunt identic egale cu expresia:

a)  $(x-y)(x+y)$ ;

b)  $(y+x)(y-x)$ .

**3.88°.** De citit egalitățile. Oare sunt ele identități? De ce?

a)  $(m-n)(m+n) = m^2 + n^2$ ;

b)  $(t+k)(t-k) = k^2 - t^2$ ;

c)  $(x-y)(x+y) = 2x - 2y$ ;

d)  $(g+h)(g-h) = g^2 - h$ .

**3.89°.** De transformat produsul în polinom de formă standard:

a)  $(a-x)(a+x)$ ;

c)  $(p-7)(p+7)$ ;

b)  $(11-n)(11+n)$ ;

d)  $(2x-1)(2x+1)$ .

**3.90°.** De reprezentat expresia sub forma unui polinom, folosind formulele înmulțirii prescurtate.

a)  $(5y+9)(5y-9)$ ;

c)  $(1+8b)(1-8b)$ ;

b)  $(10t+0,2)(10t-0,2)$ ;

d)  $(3a+b)(3a-b)$ .

**3.91°.** De reprezentat expresia sub forma unui polinom.

a)  $\left(\frac{3}{4}y - 6\right)\left(6 + \frac{3}{4}y\right)$  ;

c)  $(12t+1,3g)(1,3g-12t)$ ;

b)  $\left(7m + \frac{1}{5}\right)\left(\frac{1}{5} - 7m\right)$  ;

d)  $\left(\frac{5}{6}x + 1\right)\left(1 - \frac{5}{6}x\right)$  .

**3.92°.** De transcris tabelul în caiet și de-l completat.

Primul monom	Al doilea monom	Produsul dintre diferența monoamelor și suma lor	= Diferența dintre pătratele monoamelor
$3a$	$b$	$(3a-b)(3a+b)$	$= 9a^2 - b^2$
$5x$	$4$		
$1$	$7m$		

Primul monom	Al doilea monom	Produsul dintre diferența monoamelor și suma lor	= Diferența dintre pătratele monoamelor
$6n$	$8k$		
$0,1t$	$1,2$		
$tk$	$10m$		
$\left(\frac{1}{3}\right)^m$	$\left(\frac{1}{4}\right)^n$		

**3.93°°.** De adus exemple de produse dintre diferența a două expresii și suma lor egale între ele.

**3.94°°.** De pus în corespondență produsele (1-4) și expresiile identice ele (A-F).

**Produsul dintre diferența a două expresii și suma lor**

1.  $\left(1,3x - \frac{1}{2}y\right)\left(1,3x + \frac{1}{2}y\right)$

2.  $\left(\frac{1}{3}y + 1,2x\right)\left(1,2x - \frac{1}{3}y\right)$

3.  $\left(\frac{1}{3}x - 1,2y\right)\left(1,2y + \frac{1}{3}x\right)$

4.  $\left(1,3x + \frac{1}{2}y\right)\left(\frac{1}{2}y - 1,3x\right)$

**Expresii identice**

A.  $\frac{1}{9}y^2 - 1,44x^2$

B.  $1,69x^2 - \frac{1}{4}x^2$

C.  $\frac{1}{4}y^2 - 1,69x^2$

D.  $1,44x^2 - \frac{1}{9}y^2$

E.  $\frac{1}{9}x^2 - 1,44y^2$

F.  $\frac{1}{4}x^2 - 1,69y^2$

**3.95°°.** De comparat, folosind formulele înmulțirii prescurtate după model.

**MODEL.** De comparat  $357^2$  și  $356 \cdot 358$ .

*Rezolvare:*  $356 \cdot 358 = (357 - 1)(357 + 1) = 357^2 - 1 < 357^2$ .

Deci,  $357^2 > 356 \cdot 358$ .

a)  $346^2$  și  $345 \cdot 347$ ;

b)  $564 \cdot 566$  și  $565^2$ ; c)  $1294^2$  și  $1293 \cdot 1295$ .

**3.96°°.** De calculat, după model.

**MODEL.**  $97 \cdot 103 = (100 - 3)(100 + 3) = 100^2 - 3^2 = 10000 - 9 = 9991.$

- a)  $99 \cdot 101$ ;                                  d)  $1,02 \cdot 0,98$ ;  
 b)  $198 \cdot 202$ ;                                e)  $3,01 \cdot 2,99$ ;  
 c)  $1001 \cdot 999$ ;                              f)  $9,7 \cdot 10,3$ .

**3.97°.** De evaluat în mod critic procesul de înmulțire a diferenței dintre două expresii și suma lor.

a)  $(x - 3y)(x + 3y) = (x)^2 - 3(y)^2 = x^2 - 3y^2.$

b)  $(x - 5y)(x + 5y) = (x)^2 - (5y)^2 = x^2 - 25y.$

c)  $(x - 7y)(x + 7y) = x^2 + (7y)^2 = x^2 + 49y^2.$

d)  $(1 - 3y)(1 + 3y) = 1 + 1 - 3y \cdot 3y = 2 - 9y^2.$

**3.98°.** De rezolvat ecuațiile

- a)  $(3x - 2)(3x + 2) - x(9x - 22) = 0$ ;  
 b)  $y(4 - y) + (y + 5)(y - 5) = -10$ ;  
 c)  $(4x - 1)(4x + 1) - (16x^2 + 17) = 2x + 9$ ;  
 d)  $16x(x - 1) - 7 = (1 + 4x)(4x - 1) - 6x.$

**Cercetează situația, lucrând în grup:**

**„Ai vreo idee?”**

**3.99°°.** Două laturi opuse ale unui pătrat au fost mărite cu 4,5 m, iar celelalte două au fost micșorate cu 4,5 cm. De aflat, care este latura pătratului, dacă aria dreptunghiului obținut este egală cu  $10 \text{ cm}^2$ .

**3.100°°.** Două laturi opuse ale unui pătrat au fost mărite cu 3 cm, iar celelalte două au fost micșorate cu 3 cm. De aflat, care este latura pătratului, dacă aria dreptunghiului obținut este egală cu  $16 \text{ cm}^2$ .

**3.101°°.** De completat spațiile libere în caiet:

- a)  $(\dots\dots - 6x)(5y + \dots\dots) = \dots\dots - \dots\dots$ ;  
 b)  $(1,5n - \dots\dots)(4 + \dots\dots) = \dots\dots - \dots\dots$ ;  
 c)  $(\dots\dots - \dots\dots)(\dots\dots - 5y) = 0,81x^2 - \dots\dots$ ;  
 d)  $(\dots\dots - \dots\dots)(\dots\dots + \dots\dots) = \frac{9}{16}x^2 - 64y^2.$

**3.102••.** De evaluat valoarea expresiei:

a)  $(n-8)(n+8)-(n-5)(n+5)$ , dacă  $n=999,99$ ;

b)  $(b-14)(b+14)-(b-15)(b+15)$ , dacă  $b=47\frac{54}{91}$  ;

c)  $(x-2)(2+x)-x(x-6)$ , dacă  $x=23,5$ ;

d)  $m(m-9)+(10-m)(m+10)$ , dacă  $m=8,3$ .

**Formulează întrebări pentru probleme, lucrând în cooperativa de clasă: „Oare știi să faci?”**

**3.103••.** De compus întrebări pentru condiția problemei.

- Problema „*Lupte de teren*”. Două laturi opuse ale unui teren de formă pătrată au fost mărite cu 8 m, iar celelalte două au fost micșorate cu aceeași valoare.
- Problema „*Designul peisajului*”. Lățimea unei clumbe de flori de formă dreptunghiulară este cu 4 m mai mică decât lungimea lui. Lățimea clumbei de flori a fost mărită cu 2 m, iar lungimea a fost micșorată cu 2 m.
- Problema „*Cofetăria*”. Cofetarul a creat o schiță a tortului de nuntă de formă dreptunghiulară, a cărui lungime era cu 12 cm mai mare decât lățimea lui. După observațiile tinerilor, cofetarul a modificat dimensiunile tortului, micșorând lungimea cu 5 cm și măbind lățimea cu 5cm.
- Problema „*Gospodăria de fermieri*”. Un câmp de formă dreptunghiulară are lungimea de  $a$  m și lățimea de  $b$  m, iar dimensiunile altui câmp de aceeași formă sunt  $-a$  m și  $(b-15)$  m.

**VERIFICĂ-TE „CUM EȘTI?”**

Fișa „§3. 6. Formulele înmulțirii prescurtate: diferența pătratelor (produsul dintre diferența a două expresii și suma lor)”.

## § 3.7\*

# Formulele sumei cuburilor și diferenței cuburilor, cubului sumei și cubului diferent



Salut! Cum ești?

Vă propun un motto pentru învățare: „**Învățarea trebuie să fie distractivă... Pentru a prelucra cunoștințele, trebuie să le absorbi cu poftă**” (Anatole France)..”

Astăzi, Cubul lui Bloom te va ajuta să diagnostichezi „oare tu știi?” și „oare tu poți?”, iar apoi – vom trece la rezolvarea exercițiilor – „oare știi să faci?” și vom obține noi cunoștințe despre formulele înmulțirii prescurtate, de care vei avea nevoie, dacă vei dori să te ocupi mai mult de matematică.

**Așadar, Cubul lui Bloom îți propune:**

**NUMEȘTE** rădăcinile ecuației  $(x + 4)(x + 1) = x - (x - 5)(5 - x)$ .

**EXPLICĂ**, cum de aflat valoarea expresiei  $203 \cdot 197$  fără calculator și înmulțirea în colonită.

**DE CE** pentru orice valoare a lui  $x$  expresia  $(x - 1)^2 + 2$  va avea numai valori pozitive?

**INVENTEAZĂ** o metodă pentru a afla, peste câte minute în două rezervoare va fi aceeași cantitate de apă, dacă în fiecare minut în primul rezervor unde sunt  $1900 \text{ m}^3$  de apă vor curge  $400 \text{ m}^3$  de apă, iar din al doilea, unde sunt  $7500 \text{ m}^3$  se vor lua  $300 \text{ m}^3$  de apă.

**DISTRIBUIE** gândurile tale despre demonstrarea identității

$$10^2 + 11^2 + 12^2 = 13^2 + 14^2.$$

**PROPUNE** o metodă de a afla două numere, unul dintre care este cu 20% mai mare decât celălalt, iar dacă din cel mai mare vom scădea 45, iar la cel mai mic vom adăuga 16, numerele obținute vor fi egale.

**Cercetează în parteneriat: „Oare tu știi?”**

1) **De reprezentat** sub formă de polinom de formă standard expresia:

a)  $(a + b)(a^2 - ab + b^2)$ ;

b)  $(a - b)(a^2 + ab + b^2)$ ;

c)  $(m + 1)(m^2 - m + 1)$ ;

d)  $(m - 1)(m^2 + m + 1)$ .

2) De calculat valorile expresiilor:

a)  $4^2$ ;  $7^2$ ;  $\left(\frac{6}{11}\right)^2$ ;      b)  $(3x)^2$ , dacă  $x = -3$ ;      c)  $3^2 + 6 \cdot 7 + 7^2$ .

3) De rezolvat ecuația  $(2x - 3)(2x + 3) = 4x^2 - 81$ .

**Analizează și trage concluzii – creează strategia de învățare!**

## ACEST LUCRU MERITĂ

### SĂ ȘTII ȘI SĂ POȚI APLICA

- 1 De ales o metodă convenabilă pentru calculul valorilor expresiilor, inclusiv de aplicat formulele înmulțirii prescurtate.
- 2 Deși ecuația aleasă în problema de cercetare 3 conține pătratul variabilei, ea se reduce la o ecuație liniară.
- 3 În problema de cercetare 1, am obținut identități care seamănă cu formulele înmulțirii prescurtate, pe care le-am studiat anterior (pătratul unui binom sau diferența pătratelor), dar în loc de pătrate, avem cuburi.

### Reține!

Se deosebesc pătrate *complete* și pătrate *necomplete*, în funcție de faptul, dacă un trinom poate fi scris ca pătratul unui binom. Pătratul complet, spre deosebire de cel necomplet, poate fi întotdeauna reprezentat ca pătrat al unui binom. De exemplu, expresiile  $a^2 + 2ab + b^2$  și  $a^2 - 2ab + b^2$  – sunt pătratele sumei și diferenței, adică pătrate complete, dar expresiile  $a^2 + ab + b^2$  și  $a^2 - ab + b^2$  – sunt pătrate necomplete ale sumei și diferenței. Pătratul complet se deosebește de cel necomplet numai prin factorul 2 din fața produsului.

Să analizăm alte patru formule, care sunt identități, și care se numesc, respectiv, formulele *sumei cuburilor*; *diferenței cuburilor*; *cubului sumei*; *cubului diferenței*:

$$(a + b)(a^2 - ab + b^2) = a^3 + b^3; \quad (1) \quad (a + b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3; \quad (3)$$

$$(a - b)(a^2 + ab + b^2) = a^3 - b^3; \quad (2) \quad (a - b)^3 = a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3. \quad (4)$$

### Reține! Este important!

Fiecare dintre formulele (1)-(4) poate fi demonstrată ca identitate.

De exemplu, să transformăm partea stângă a formulei (1):

$$(a + b)(a^2 - ab + b^2) = a^3 - a^2b + ab^2 + ba^2 - ab^2 + b^3 = a^3 + b^3.$$

Am obținut partea dreaptă a ei. Așadar,

$$(a + b)(a^2 - ab + b^2) = a^3 + b^3.$$

Formulele (1)-(4) sunt, de asemenea, formule ale înmulțirii prescurtate, deoarece ele fac posibilă aflarea produsului polinoamelor fără a folosi regula înmulțirii unui polinom cu un polinom.

Aceste formule se citesc în felul următor:

(1) produsul dintre suma a două expresii și pătratul necomplet al diferenței lor este egal cu **suma cuburilor** acestor expresii;

(2) produsul dintre diferența a două expresii și pătratul necomplet al sumei lor este egal cu **diferența cuburilor** acestor expresii;

(3) **cubul sumei** a două expresii este egal cu cubul primei expresii plus produsul înțreit dintre pătratul primei expresii și a doua expresie plus produsul înțreit dintre prima expresie și pătratul celei de-a doua expresii plus cubul expresiei a doua;

(4) **cubul diferenței** a două expresii este egal cu cubul primei expresii minus produsul înțreit dintre pătratul primei expresii și a doua expresie plus produsul înțreit dintre prima expresie și pătratul celei de-a doua expresii minus cubul expresiei a doua;

$$\text{De exemplu, } (x+2)(x^2-2x+4) = x^3+2^3 = x^3+8;$$

$$(x-0,5)(x^2+0,5x+0,25) = x^3-0,5^3 = x^3-0,125;$$

$$x^3+64 = x^3+4^3 = (x+4)(x^2-4x+16);$$

$$(x+2)^3 = x^3+3 \cdot x^2 \cdot 2+3 \cdot x \cdot 2^2+2^3 = x^3+6x^2+12x+8;$$

$$(x-4)^3 = x^3-3 \cdot x^2 \cdot 4+3 \cdot x \cdot 4^2-4^3 = x^3-12x^2+48x-64.$$

### Exerciții de antrenare

**3.104°.** De găsit printre expresiile  $x^2-y^2$ ;  $x^2+2xy+y^2$ ;  $x^2-2xy+y^2$ ;  $x^2+y^2$  acelea, care sunt identic egale cu expresia:

a)  $(x+y)^2$ ;

b)  $(x-y)^2$ .

**3.105°.** De citit egalitățile. Oare sunt ele identități? De ce?

a)  $(x+y)^2 = x^2+y^2$ ;

b)  $(x+y)^2 = x^2+xy+y^2$ ;

c)  $(x-y)^2 = x^2+2xy+y^2$ ;

d)  $(x-y)^2 = x^2+2xy-y^2$ .

**3.106°.** De transcris tabelul în caiet și de-l completat.

suma/diferența a două expresii	pătratul necomplet al diferenței/sumei	= suma/diferența cuburilor	= polinomul obținut la formă standard
$(n+2)$	$\cdot (n^2-2n+4)$	$= n^3+2^3$	$= n^3+8$
$(a+1)$	$\cdot (a^2-a+1)$		
$(2-x)$	$\cdot (4+2x+x^2)$		
		$= t^3+4^3$	
			$= n^3-216$

**3.107°.** De transformat produsul în polinom de formă standard

- a)  $(p-4)(p^2+4p+16)$ ;                      c)  $(6+y)(36-6y+216)$ ;  
 b)  $(5+m)(25-5m+m^2)$ ;                      d)  $(k-1)(k^2+k+1)$ .

**3.108°.** De simplificat expresia.

- a)  $(y+1)(y^2-x+1)-(x^2-1)x$ ;  
 b)  $(x+3)(x^2-3x+9)-x^3$ ;  
 c)  $(2k-1)(4k^2-2k+1)+1$ ;  
 d)  $(x^4+y^4)(x^8-x^4y^4+y^8)-x^{12}-y^{12}$ .

**3.109°.** De calculat valoarea expresiei:

- a)  $125-(5-3n)(25+15n+9n^2)$ , dacă  $n = -\frac{3}{4}$  ;  
 b)  $25-(2-3y)(4+6y+9y^2)$ , dacă  $y = -1\frac{1}{3}$  ;  
 c)  $27+(5c-3)(25c^2+15c+9)$ , dacă  $c = -1\frac{1}{5}$  ;  
 d)  $64-(4-3x)(16+12x+9x^2)$ , dacă  $x = -\frac{2}{3}$  .

**3.110°.** De transformat expresia în polinom, aplicând formulele cubului sumei sau diferenței a două expresii.

- a)  $(x+5)^3$ ;    b)  $(2-t)^3$ ;    c)  $(1-x^2)^3$ ;    d)  $(3+b)^3$ .

**3.111°.** De pus în corespondență sumele/diferențele cuburilor (1-4) și expresiile identice lor (A-F).

**Suma/diferența cuburilor**

1.  $n^3-1000$

2.  $n^3+1000$

3.  $8n^3+27m^3$

4.  $8n^3-27m^3$

**Expresia identică**

A.  $(2n-3m)(4n^2+6nm+9m^2)$

B.  $(n-10)(n^2-10n+100)$

C.  $(n+10)(n^2-10n+100)$

D.  $(2n+3m)(4n^2-6nm+9m^2)$

E.  $(2n-3m)(4n^2+6nm-9m^2)$

F.  $(n-10)(n^2+10n+100)$

**3.112°.** De calculat valoarea expresiei:

- a)  $\frac{9^3-7^3}{0,4}$  ;                      b)  $\frac{15^3+12^3}{162}$  .



3.113°. De indicat toate numerele naturale, care sunt divizori ai sumei:

a)  $5^3 + 3^3$ ;

b)  $8^3 + 6^3$ ;

c)  $7^3 + 5^3$ .

3.114•. De demonstrat identitatea:

a)  $(x+y)^3 - x^3 - y^3 = 3xy(x+y)$ ;

b)  $3xy(y-x) = (x-y)^3 - x^3 + y^3$ .

3.115•. De determinat pentru care valori ale lui  $x$  și  $y$  egalitatea  $(x-y)^3 = (y-x)^3$  este adevărată.

3.116••. De rezolvat ecuațiile:

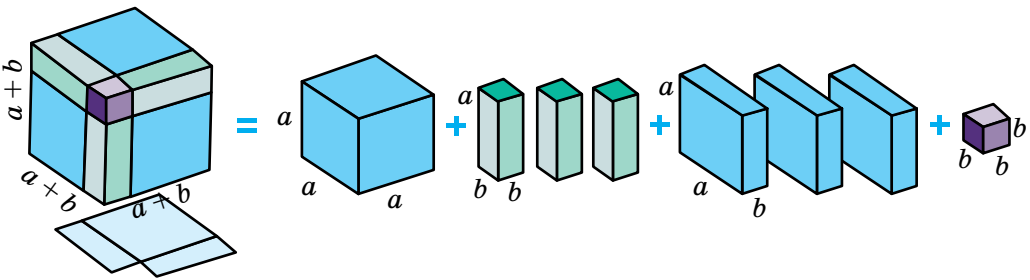
a)  $(2x+1)^3 = 4x^2(2x+3)$ ;

b)  $27x^2(1-x) = (1-3x)^3$ .

**Cercetează situația, lucrând în grup:  
„Ai vreo idee?”**

3.117••. Folosind desenul, de explicat sensul geometric al formulei

$$(a+b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3.$$



**VERIFICĂ-TE „CUM EȘTI?”**

Fișa „§3. 7. Formulele sumei cuburilor și diferenței cuburilor, cubul sumei și cubul diferenței”.

## Generalizarea și sistematizarea competențelor dobândite la temă

### „EXPRESII ÎNTREGI. POLINOAME

*Nu poți face mare lucru până nu înveți.  
Dar trebuie să faci multe pentru a învăța. (Confucius)*

Salut! Cum ești?

Vă propun un motto pentru învățare: „**Știu, că succesul vine la cei care se străduiesc pentru el!**”

Astăzi, Cubul lui Bloom nu te va ajuta să diagnostichezi „oare tu știi?”, „oare tu poți?”, și „oare știi să faci?”, ci tu singur îți vei forma personalitatea „Eu – personalitate!” prin autoverificarea integrității tale și a propriilor activități.

**Însărcinarea 1. Exercițiul: „Notează, \*”dacă răspunsul este da”.**

#### I. Verifică-ți integritatea

- ✓ **Eu** am îndeplinit toate însărcinările pentru tema de acasă?
- ✓ **Eu** am rezolvat însărcinările pentru tema de acasă în mod independent?
- ✓ **Eu** am încercat să-mi testez abilitățile cel puțin după o lecție?
- ✓ **Eu** am ținut o evidență: „știu”, „vreau să știu”, „am învățat”?
- ✓ **Eu** mi-am planificat să învăț mai bine, decât am făcut-o ieri?

#### II. Întrebări pentru autoverificarea propriei performanțe

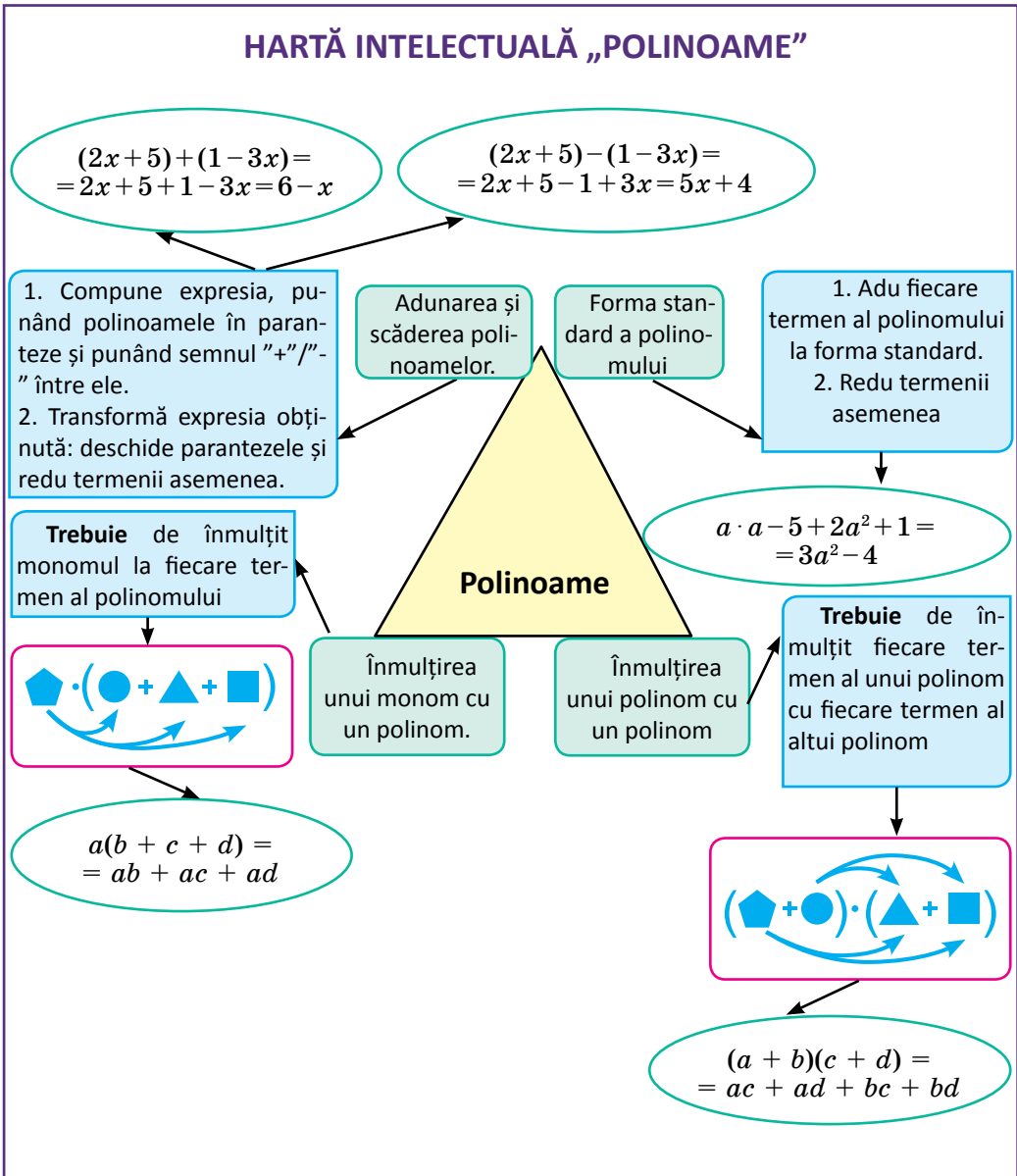
- 1) Oare înțeleg **EU** ce este un polinom?
- 2) Oare **EU** știu, care termeni dintr-un polinom se numesc asemenea?
- 3) Oare **EU** știu, cum se determină gradul unui polinom?
- 4) Oare **EU** știu cum să adun/scad polinoame, să deschid paranteze?
- 5) Oare **EU** știu să înmulțesc un monom cu un polinom?
- 6) Oare **EU** știu să înmulțesc un polinom cu un polinom?
- 7) Oare **EU** disting polinoamele de formă standard de celelalte?
- 8) Oare **EU** știu, cum să reduc un polinom la forma standard?
- 9) Oare **EU** știu și înțeleg formulele pentru pătratul sumei și pătratul diferenței?
- 10) Oare **EU** deosebesc pătratul diferenței de diferența pătratelor?
- 11) Oare **EU** folosesc formulele înmulțirii prescurtate pentru a simplifica expresii?
- 12) Oare **EU** știu să găsesc valoarea unei expresii, care este un polinom?
- 13) Oare **EU** am învățat formulele pentru cubul sumei și cubului diferenței, sumei cuburilor și diferenței cuburilor?

14) Oare EU am aflat, care este diferența dintre pătratul complet și cel necomplet?

Fă concluzie: „Cum ești?”. Oare poți să-ți spui: „Acum EU îmi dau seama, că pot, vreau și voi învăța!”.

Lăudă-te, dacă ești „Bravo!”.

**Însărcinarea 2.** Examinează harta intelectuală la tema „Polinoame” și harta intelectuală la tema „Formulele înmulțirii prescurtate”.



**HARTĂ INTELLECTUALĂ**  
**„FORMULELE ÎNMULȚIRII PRESURTATE”.**

Numărul      Pătratul numărului

10              100

11              121

12              144

13              169

14              196

15              225

16              256

17              289

18              324

19              361

20              400

Pătratul sumei  $(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$

Pătratul diferenței  $(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$

Diferența pătratelor  $(a - b)(a + b) = a^2 - b^2$

Cubul sumei  $(a + b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$

Cubul diferenței  $(a - b)^3 = a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3$

Suma cuburilor  $a^3 + b^3 = (a + b)(a^2 - ab + b^2)$

Diferența cuburilor  $a^3 - b^3 = (a - b)(a^2 + ab + b^2)$

### Exerciții de antrenare

**3.118°.** De determinat gradul polinomului:

a)  $100x - y^3$ ;

c)  $a^3b^5 + c^6$ ;

b)  $y^2 + 15y + 23$ ;

d)  $k^5 - k^5p^4 - k^3$ .

**3.119°.** De redus termenii asemenea ai polinomului:

a)  $2,3x - 5,1x + 4,7x$ ;

c)  $-5a - 7,5b + 2,5a - b$ ;

b)  $2\frac{3}{4}k + 0,5k - 1\frac{1}{8}k$  ;

d)  $-6,3n^2 + 2,8m - 3,9n^2 + 6,9m$ .

**3.120°.** De simplificat expresia:

a)  $(2a - b)(2a + b) + b^2$ ;

c)  $(6x + y)(6x - y) + y^2$ ;

b)  $(n + m)^2 + (n - m)^2 - 2n^2$ ;

d)  $(t - p)^2 + (t + p)^2 - 2p^2$ .

**3.121°.** De demonstrat identitatea:

a)  $(x - y)^2 + 2xy = x^2 + y^2$ ;

b)  $a^2 + b^2 = (a + b)^2 - 2ab$ .

**3.122°.** De calculat valoarea polinomului:

a)  $-a^3 + 3a^2 + 4a - 2$ , dacă  $a = 5$ ;

b)  $\frac{9}{14}a + \frac{5}{7}b$ , dacă  $a = 49$ ,  $b = 14$ ;

c)  $5m^4 + n^5 - m^3 + n^2 - mn$ , dacă  $m = 2$ ,  $n = -1$ .

**3.123°.** De scris expresia pentru condiția problemei.

- De aflat perimetrul unui dreptunghi, ale cărui laturi sunt egale cu  $x$  cm și  $(x + 3)$  cm.
- De aflat perimetrul unui triunghi cu laturile  $a$  cm,  $2a$  cm și  $(a + 5)$  cm.
- De aflat perimetrul unui dreptunghi, o latură  $a$  a căruia este egală cu  $c$  cm, iar cealaltă latură este de trei ori mai lungă.

**3.124°.** De simplificat expresia:

- $(y - 4)(y + 4) - (y + 3)^2$ ;
- $(a + 1)(a - 1) - (a - 5)(a + 5)$ ;
- $(k + 7)^2 - (k - 5)(k + 5)$ ;
- $(x + 3)^2 - (x - 9)(x + 9)$ .

**3.125°.** De rezolvat ecuațiile:

- $(a - 12)(a + 12) = 2(6 - a)^2 - a^2$ ;
- $(2y - 5)^2 = 40 + (2y + 5)^2$ ;
- $(x + 6)^2 = 79 + (x - 5)(x + 5)$ ;
- $2(b + 1)^2 + 3(b - 1)^2 = 5(x - 1)(x + 1) - 4$ .

**3.126°.** De demonstrat, că pătratul unui număr natural impar micșorat cu unu se divide cu 8

**3.127°.** De demonstrat, că diferența pătratelor a două numere naturale impare consecutive se divide cu 8.

**3.128°.** De demonstrat, că numărul  $x^4 + 8x^2 + 16$  este un număr compus pentru orice valoare întregă a lui  $x$ .

**3.129°.** De demonstrat, că numărul  $x^4 + 9x^2 + 81$  este prim pentru orice valoare întregă a lui  $x$ .

**3.130°.** De demonstrat, că  $x^2 - x^4$  pentru orice valoare întregă a lui  $x$  se divide cu 6.

**3.131°.** De demonstrat, că  $a^6 - a^2$  pentru orice valoare întregă a lui  $a$  se divide cu 12.

**3.132°.** De aflat suma și diferența polinoamelor:

- $8x^2 + 3y - 8y^2$  și  $-4x^2 + 7y^2 - 9y$ ;
- $\frac{1}{3}a + \frac{2}{15}b$  și  $\frac{7}{9}a - \frac{3}{5}b$  ;
- $5k^3 - 11k^3 - 9k$  și  $-k^3 + 24k^2 + 6k$ .

**3.133°.** De scris sub formă de polinom expresia:

- $\overline{xyz}$  ;
- $\overline{3x9y}$  ;
- $\overline{ab} + \overline{abc}$  ;
- $\overline{mn} - \overline{nm}$  .

**3.134•.** De rezolvat ecuațiile:

a)  $2(7-x)=15$ ;                      c)  $(3-y)=6$ ;  
 b)  $0,1(b+10)=-1$ ;                    d)  $0,5(28-z)=-34$ .

**3.135•.** De efectuat înmulțirea:

a)  $(2x^2+6)(3x-16)$ ;                  c)  $(5b^3-b)(3b+2b^2)$ ;  
 b)  $(4a^2+7)(15-12a)$ ;                d)  $(-4k^5+5k^4)(2k+3k^2)$ .

**3.136•.** De scris sub formă de produs:

a)  $x^3-1$ ;      b)  $y^3+t^3$ ;      c)  $a^3-(2b)^3$ ;      d)  $(4n)^3+1$ .

**3.137•.** Un număr natural, fiind împărțit la 8 dă restul 7. De demonstrat, că și cubul acestui număr la împărțire la 8 dă restul 7.

**3.138•.** Un număr natural, fiind împărțit la 5 dă restul 1. De demonstrat, că și suma acestui număr cu cubul lui se împarte la 5.

**3.139••.** De aflat produsul:

a)  $5ab^2(-3a^3b+4a^2b^6-9a^2b^3)$ ;  
 b)  $(2x^2y-1,5x^2y^3-0,3x^4y) \cdot (-xy)$ ;  
 c)  $(-5,2c^7+0,3c^4-2,8c^5) \cdot (-c^2)$ ;  
 d)  $\left(-\frac{2}{5}m^2n\right) \cdot (-15mn^4+10m^2n+2,5m^2n^3)$  .

**3.140•.** De demonstrat, că diferența  $54^3-24^3$  se divide cu 1080.

**3.141•.** De demonstrat, că suma  $328^3+172^3$  se divide cu 2000.

**3.142••.** O latură a unei clumbe de flori de formă pătrată a fost mărită cu 2 m, iar cealaltă latură a fost micșorată cu 1 m. Totodată suprafața clumbei de flori a crescut cu  $3 \text{ m}^2$ . De aflat, care au fost laturile clumbei de flori înainte de modificări.

**3.143••.** Mama a cumpărat 5 kg de biscuiți cu ciocolată și cu stafide pentru iarmarocul școlii. Biscuiții cu ciocolată au costat 54 grn pentru kg, iar cele cu stafide – 42 grn pentru kg. Pentru întreaga cumpărătură mama a plătit 246 grn. De aflat câte kg din fiecare fel de biscuiți au fost cumpărate.

### Cercetează situația, lucrând în grup: „Ai vreo idee?”

- 3.144••.** Un tablou este pus într-o ramă cu lățimea de 1 dm și aria de  $78 \text{ dm}^2$ . Cu ce este egală aria tabloului fără ramă, dacă lungimea tabloului este cu 3 dm mai mare decât lățimea lui?
- 3.145••.** Pe un teren, ce are formă dreptunghiulară, una dintre dimensiunile căruia este cu 17 m mai mare decât cealaltă, a fost amenajat un gazon dreptunghiular, care este situat la distanța de 7 m de la gard. De aflat aria terenului, dacă se știe că ea este mai mare cu  $1414 \text{ m}^2$  decât aria gazonului.
- 3.146••.** Când lungimea unui dreptunghi a fost micșorată cu 6 m și lățimea a fost mărită cu 2 m, s-a obținut un pătrat, a cărui arie este cu  $24 \text{ m}^2$  mai mică decât aria dreptunghiului. De aflat latura pătratului.
- 3.147••.** De determinat, ce număr trebuie adăugat la expresia  

$$2x(2x - 3)^2 - (6x - 11)^2,$$
 pentru ca expresia obținută să poată fi reprezentată ca cubul unui binom.
- 3.148••.** De generalizat informațiile la tema „Expresii întregi. Polinoame” sub forma unui „**Senkan**”, conform următoarelor reguli:
- Primul rând reprezintă – tema (substantiv).*
- Al doilea rând – descrierea temei (două adjective).*
- Al treilea rând – denumirea acțiunii legate de temă, formată din trei verbe.*
- Al patrulea rând – o propoziție, de obicei din 4 cuvinte, care exprimă atitudinea față de temă, sentimente.*
- Al cincilea rând – un singur cuvânt – un sinonim al cuvântului (temei), ca o concluzie a poeziei.*
- („**Senkan**” – o poezie fără rimă, formată din cinci rânduri (cuvântul „senkan” provine de la cuvântul francez „cinci”), care formulează o idee complexă și voluminoasă în câteva cuvinte, folosind anumite reguli).

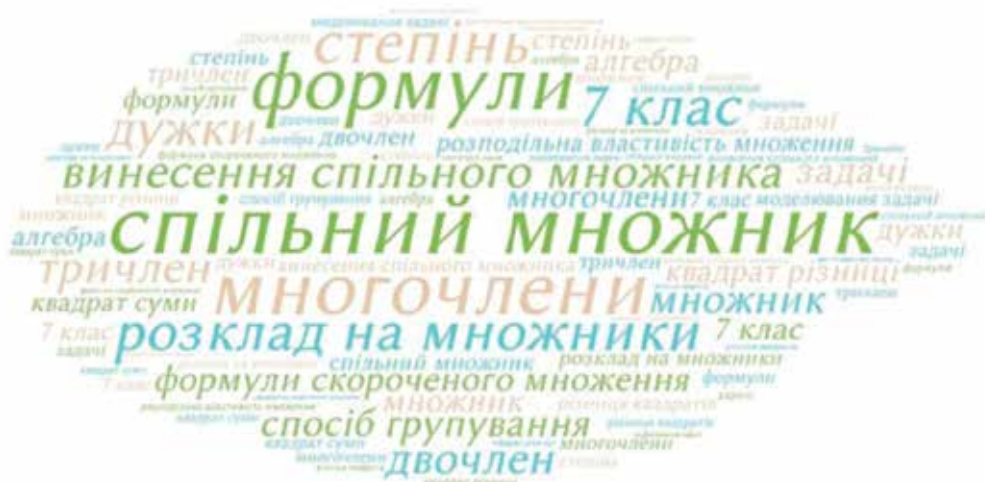
Toată profunzimea gândirii, care stă la baza formulării noțiunilor matematice este ulterior dezvoltată de această abilitate, cu care sunt utilizate aceste noțiuni.

Eugene Paul Wigner

## TEMA 4. | DESCOMPUNEREA POLINOAMELOR ÎN FACTORI

Ai învățat cum să **transformi** expresiile date de sumă, diferență, produs în polinoame, însușind anumite metode de reducere a polinoamelor la forma standard. În această temă, va trebui să **efectuezi** o operație inversă, utilizând metoda teoremei inverse. Adică, va fi dat aceea, ce a trebuit de demonstrat înainte, însă acum va trebui de demonstrat ceea ce a fost dat.

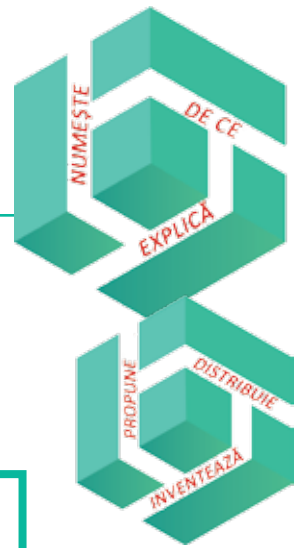
Așadar, trebuie să **înveți** cum să reprezinți un polinom sub formă de produs. Pentru a face acest lucru, vei folosi tot ceea ce știi și poți face – proprietățile operațiilor aritmetice, formulele înmulțirii prescurtate și transformările echivalente. Anume după aceste reguli vei transforma polinoamele în produse. Prin urmare, există o mare speranță că vei depăși toate **labirinturile** misterelor algebrice și vei mai mult succes decât, ieri!







## § 4.1 Descompunerea polinoamelor în factori prin metoda scoaterii factorului comun în afara parantezelor



Salut! Cum ești?

Vă propun un motto pentru învățare: **„Lumea este luminată de soare, iar omul – de cunoștințe!”**

(Proverb popular).

Astăzi, Cubul lui Bloom te va ajuta să diagnostichezi „oare tu știi?” și „oare tu poți?”, iar apoi – vom trece la rezolvarea exercițiilor – „oare știți să faci?” și vom obține noi cunoștințe despre descompunerea polinoamelor în factori prin metoda scoaterii factorului comun în afara parantezelor.

**Așadar, Cubul lui Bloom îți propune:**

### INVENTEAZĂ

cum de calculat expresia  $154 \cdot 146$  fără calculator și înmulțirea în colonită.

### NUMEȘTE

cum de aflat în  $m^2$  aria părții rămase atunci, când dintr-o placă de PAL  $1750 \times 1750$  mm este tăiată o bucată de  $420 \times 420$  mm.

### EXPLICĂ

cum de aflat restul de la împărțirea pătratului oricărui număr natural la numărul 3.

### DE CE

este adevărată egalitatea  
 $(5 - c)(c + 1) = 4c - c^2 + 5?$

### PROPUNE

metoda ta de transformare a produsului  
 $(2 + x)(x^2 + 4)(x - 2)$   
 în polinom

### DISTRIBUIE

cum de aflat trei numere naturale consecutive, dacă pătratul celui mai mic dintre ele este cu 41 mai mic decât produsul celorlalte două.

### **Cercetează în parteneriat: „Oare tu știi?”**

**1) De aflat** valoarea expresiei:

- a)  $(x - 3)^2 + 2(3 - x)(3 + x) + (x + 3)^2$ , dacă  $x = -1,25$ ;  
 b)  $(x - 5)^2 - 2(x - 5)(x + 5) + (x + 5)^2$ , dacă  $x = 0,4$ .

**2) De calculat** valoarea expresiei pentru  $y = -2$ :

- a)  $\left(2 - \frac{1}{2}\right)^2 - 3^2 - (1 - 3^3) - (1,5)^2$  ;

$$b) \left(\frac{1}{2}\right)^4 - \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{4}\right)^2 + \left(1 - \frac{1}{4}\right) \cdot \frac{4}{3} - 3 .$$

3) De transformat în polinom de formă standard expresia:

a)  $(x + 2)^2$ ; b)  $(2m - n)^2$ ; c)  $(4b - k)(4b + k)$ ; d)  $(3a - 2k)^2$ .

**Analizează și trage concluzii – creează strategia de învățare!**

### ACEST LUCRU MERITĂ

#### SĂ ȘTII ȘI SĂ POȚI APLICA

- 1 Aflarea valorii unei expresii necesită capacitatea de a aplica formulele înmulțirii prescurtate. În acest fel are loc simplificarea. După simplificare, se obțin expresii numerice, care nu necesită înlocuirea valorilor.
- 2 Calculul ne-a reamintit de fracții și de capacitatea de a efectua operații cu ele. Există o necesitate vitală, când se ia jumătate dintr-un întreg, atunci rămâne jumătate, când se ia un sfert, atunci rămân trei sferturi, când se ia un sfert din jumătate, atunci rămâne un sfert. S-ar putea să se efectueze astfel operațiile, dar există și alte operații, de aceea este nevoie de a învăța.
- 3 Necesitatea de a reduce polinoamele la o formă standard este frecventă, de aceea el se simplifică și în monoame factorii numerici (coeficienții monoamelor) se pun pe primul loc.

#### Reține!

A descompune polinomul în factori – înseamnă a-l scrie sub formă de produs din două sau mai multe monoame.

Pentru a descompune polinomul în factori vom aplica diferite metode.

Mai întâi vom studia metoda **scoaterii factorului comun în afara parantezelor**.

Pentru a scoate factorul comun în afara parantezelor, trebuie să ne folosim de proprietatea distributivă a înmulțirii  $c(a + b) = ca + cb$ , sau, mai exact, cu înscrisul ei în sens invers

$$c \cdot a + c \cdot b = c \cdot (a + b).$$

De exemplu:  $3p - 3c = 3 \cdot p - 3 \cdot c = 3(p - c)$ .

#### Reține! Este important!

**Algoritmul descompunerii unui polinom în factori prin metoda scoaterii**

**factorului comun în afara parantezelor:**

1) De aflat cel mai mare divizor comun al tuturor coeficienților polinomului (dacă aceștia sunt numere întregi, atunci se caută CMMDC al coeficienților).

2) De-l scos în afara parantezelor.

3) De scos în afara parantezelor variabila cu cel mai mic exponent.

De exemplu, trebuie de descompus în factori polinomul

$$6x^4m^2 + 4y^2x^3.$$

1) CMMDC (6; 4) = 2.

2) Factorul alfabetic comun – monomul  $x^3$ .

Așadar, scoatem  $2x^3$ , în afara parantezelor și obținem:

$6x^4m^2 + 4y^2x^3 = 2 \cdot 3 \cdot x \cdot x^3 \cdot m^2 + 2 \cdot 2 \cdot y^2 \cdot x^3 = 2x^3(3xm^2 + 2y^2)$ . Am obținut un produs, aceasta înseamnă, că polinomul este descompus în factori

**Exerciții de antrenare**

4.1°. De aflat factorul comun în expresia:

a)  $6c - 6x$ ;

c)  $am + bm$ ;

b)  $3m + 4mc$ ;

d)  $5nb - 5mb$ .

4.2°. De scos factorul comun în afara parantezelor:

a)  $3c - 3c^2x$ ;

c)  $m^3 + bm^3$ ;

b)  $7ba + 7bc$ ;

d)  $10p^2 - 10p^2b$ .

4.3°. De calculat prin metoda convenabilă:

a)  $12 \cdot 5 + 12 \cdot 95$ ;

c)  $8 \cdot 23 + 8 \cdot 77$ ;

b)  $30 \cdot 15 - 15 \cdot 20$ ;

d)  $36 \cdot 54 - 44 \cdot 36$ .

4.4°. De reprezentat diferența sub formă de produs:

a)  $3xp - 2xm - 7xc$ ;

c)  $-b^2 + 4b$ ;

b)  $4c^2 - 4c^2n$ ;

d)  $0,5d^4 - 0,5md^4$ .

4.5°. De stabilit, dacă descompunerea în factori a fost efectuată corect:

a)  $7nc + 8ncm = 7nc(1 + 1m)$ ;

b)  $5mdx^2 - 5mb = 5m(dx^2 - b)$ ;

c)  $c^2p^3 - p^2c^3 = pc(c^2p^2 - p^2c^2)$ ;

d)  $7s^2b + 2s^2d = 2s^2(5b + d)$ .

**4.6°.** 4.6. De grupat polinoamele (1-4) în perechi prin descompunerea polinoamelor în factori și expresiile identice (A-D).

<i>Polinomul</i>	<i>Expresia identică</i>
1. $y^2b + 5y^2$	A. $y^3(b^2 + 5)$
2. $y^3b + 5y^2$	B. $y^2(b + 5)$
3. $5y^2 + y^4b$	C. $y^3(b^2 + 5y)$
4. $y^3b^2 + 5y^3$	D. $y^2(yb + 5)$
	E. $y^2(5 + y^2b)$

**4.7°.** De aflat factorul comun, care poate fi scos în afara parantezelor:

a)  $8c - 12b^2y$ ;

c)  $15n^3 + 20m^3$ ;

b)  $7 - 14xc$ ;

d)  $49m^2 - 35m$ .

**4.8°.** De scos factorul comun în afara parantezelor:

a)  $12x^4 - 8x^3 - 6x^5$ ;

c)  $35b^2c + 20b^4c^3$ ;

b)  $21d^2c^4 + 14d^2$ ;

d)  $18ynm^3 - 45ym^2 + 27$ .

**4.9°.** De evaluat în mod critic descompunerea polinomului în factori.

a)  $x^4 - x^7 - x^5 = x^4(-x^3 - x)$ ;

b)  $2c^8 + 8c^2 - 4c^6 = 2c^2(c^6 + 4 - 2c^4)$ ;

c)  $-m^{12} + m^{10} - m^{13} = m^{10} - m^{12} - m^{13} = m^{10}(1 - m^2 + (-m^3))$ ;

d)  $-3p^2 + 3p^4 - 3p = -3p(p + p^3 - 1)$ .

**4.10°.** De scos factorul comun în afara parantezelor:

a)  $24c^3m^4 + 18c^4m^3 + 20c^5m^2$ ;

b)  $-py^2 + 3py + 3p^2y$ ;

b)  $-10x^2n - 15x^2 - 25x^3n$ ;

c)  $45mn^3d + 81m^4n^4d - 72mnd$ .

**4.11°.** De aflat valoarea expresiei.

a)  $24,5b - b^2$ , dacă  $b = 14,5$ ;

b)  $0,919c^2m + c^4$ , dacă  $m = 10$ ,  $c = 0,9$ .

**4.12°°.** De rezolvat ecuația.

a)  $2,3c - c^2 = 0$ ;

c)  $2(16 - a^2) + (4 - a)^2 = 0$ ;

b)  $x(6x - 8) - (3x - 4) = 0$ ;

d)  $\frac{5}{6}m^2 + \frac{1}{3}m = 0$ .

**4.13••.** De descompus în factori polinomul:

- $p(c-3) - 6(c-3)$ ;
- $(x^2-3)(c+4) + (x^2-3)(c-4) - c(x^2-3)$ ;
- $-(m^2-a^2) + (m-a)^2$ ;
- $3(c^2-25k^2) - (c^2-10k+25k^2)$ .

**Cercetează situația, lucrând în grup:  
„Ai vreo idee?”**

**4.14••.** O latură a triunghiului este egală cu  $m$  cm, a doua – de 1,5 ori mai lungă, iar a treia – de două ori mai scurtă decât a doua. De scris expresia pentru aflarea perimetrului triunghiului. Cu ce este egală lungimea fiecărei laturi a triunghiului, dacă  $P = 39$  cm?

**4.15••.** De demonstrat, că numărul:

- $41^4 - 41^3$  se împarte la 40;
- $36^5 - 6^8$  se împarte la 7;
- $16^4 - 8^5 - 4^5$  se împarte la 31.

**Formulează întrebări pentru probleme, lucrând în cooperativa de clasă: „Oare știi să faci?”**

**4.16••.** De compus întrebări pentru condiția problemei.

- Problema „Perimetrul dreptunghiului”. Camera Irinei are forma unui dreptunghi de 4,5 m lungime și  $c$  m lățime. Lungimea plintei din cameră este de 19 m.
- Problema „Bomboane pentru Sașa”. Sașa a cumpărat dulciuri într-un magazin timp de trei zile. În fiecare zi el cumpăra cu 1 bomboană mai mult decât în ziua precedentă. În total el a cumpărat 33 de bomboane.
- Problema „Meșteșugul de mână”. În cadrul cercului „Meșteșugul de mână”, pe care Maria și Maxim îl frecventează, ei confecționează brățări patriotice pe care le vând la târguri de caritate, ale căror venituri sunt destinate sprijinirii Forțelor Armate ale Ucrainei. După ce au cumpărat mai multe panglici colorate pentru a confecționa brățările, au descoperit că numărul de panglici era divizibil și cu 6, și cu 9, și cu 15.

**VERIFICĂ-TE „CUM EȘTI?”**

**Fișa „§4.1. Descompunerea polinoamelor în factori prin metoda scoaterii factorului comun în afara parantezelor”.**

## §4.2 Descompunerea polinoamelor în factori prin metoda grupării

Salut! Cum ești?

Vă propun un motto pentru învățare: **„Tot ce înveți, înveți pentru tine însuți.!”** (Petronius).

Astăzi, Cubul lui Bloom te va ajuta să diagnostichezi „oare tu știi?” și „oare tu poți?”, iar apoi – vom trece la rezolvarea exercițiilor – „oare știi să faci?” și vom obține noi cunoștințe despre descompunerea polinoamelor în factori printr-o altă metodă – metoda grupării.



**Așadar, Cubul lui Bloom îți propune:**

**NUMEȘTE** identitatea după conținutul ei geometric, care este prezentat în figură.

**EXPLICĂ**, cum se poate afla procentul de zahăr din ceaiul Nataliei, dacă ea pune 2 lingurițe de 5 g de zahăr într-o cană de 200 g

**DE CE** numărul  $8^{100} + 2 \cdot 8^{99}$  se divide cu 10, 20, 40?

**INVENTEAZĂ** un număr, cu care se mărește fiecare dintre cei patru factori ai celor două produse  $20 \cdot 31$  și  $15 \cdot 40$  pentru ca noile produse să fie egale.

**DISTRIBUIE** părerea ta despre o metodă convenabilă de calcul al valorii expresiei  $223^2 + 777 \cdot 223$ .

**PROPUNE** cum de transformat polinomul  $3a^{k+5} - 27a^{k+3}$  în produs.

**Cercetează în parteneriat: „Oare tu știi?”**

1) **De exprimat** sub formă de produs între polinoame expresiile:

a)  $5xm + 3ym + 4pm$ ;

b)  $24c^2rt + 15rtm - 6rc$ ;

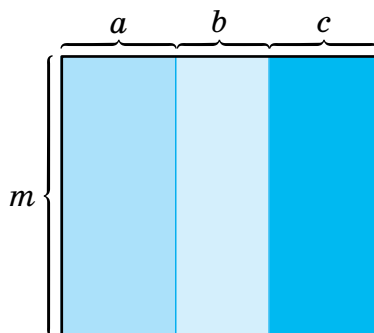
c)  $tc^4 + 3t^2c^2$ ;

d)  $n(m+s) - (m+s)^2$ .

2) **De aflat** valoarea expresiei, dacă  $x = 2$ ,  $y = -10$ :

a)  $8x^2y + 16y^2x$ ;

b)  $x^3y^2 + x^2y^3 + x^2y^2$ .



3) De stabilit polinoamele (a-d) care pot fi descompuse în factori:

a)  $9x^2 + 6x - 3$ ;

b)  $\frac{1}{25} - 49n^2$  ;

c)  $16c^2 - 16c + 4b^2$ ;

d)  $3x^2d + 6d^2c - 2c^2x$ .

**Analizează și trage concluzii – creează strategia de învățare!**

**ACEST LUCRU MERITĂ**

**SĂ ȘTII ȘI SĂ POȚI APLICA**

- 1 Scoaterea factorului comun în afara parantezelor necesită o evaluare atentă a conținutului problemei. Chiar dacă nu este posibilă imediat descompunerea în factori, se poate face acest lucru pe etape pentru a obține produsul corect.
- 2 Dacă expresia este suma produselor unor puteri, atunci se scoate factorul comun – puterea cu cel mai mic exponent. Prin urmare, proprietățile puterilor sunt – baza, împreună cu proprietățile operațiilor aritmetice.
- 3 Fără a cunoaște formulele înmulțirii prescurtate, este imposibil de observat, care anume polinoame se descompun în factori.

$a^2 - b^2 = (a + b)(a - b)$
$(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$
$(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$

**Reține!**

**Să ne reamintim!** Dacă valoarea expresiei

$$64 \cdot 121 + 22 \cdot 29 + 18 \cdot 29 + 36 \cdot 121$$

Se va calcula prin metoda convenabilă, atunci trebuie de aplicat:

1) proprietatea substitutivă a adunării:

$$\begin{aligned} &64 \cdot 121 + 22 \cdot 29 + 18 \cdot 29 + 36 \cdot 121 = \\ &= 64 \cdot 121 + 36 \cdot 121 + 22 \cdot 29 + 18 \cdot 29; \end{aligned}$$

2) proprietatea distributivă a înmulțirii:

$$\begin{aligned} \dots &= 64 \cdot 121 + 36 \cdot 121 + 22 \cdot 29 + 18 \cdot 29 = \\ &= (64 \cdot 121 + 36 \cdot 121) + (22 \cdot 29 + 18 \cdot 29) = \\ &= 121 \cdot (64 + 36) + 29 \cdot (22 + 18) = 121 \cdot 100 + 29 \cdot 40 = \\ &= 12100 + 1160 = 13260. \end{aligned}$$

Așadar,  $64 \cdot 121 + 22 \cdot 29 + 18 \cdot 29 + 36 \cdot 121 = 13260$ .

De fapt, o astfel de îmbinare a termenilor în paranteze este metoda grupării.

**Reține! Este important!**

Să examinăm încă o metodă de descompunere a unui polinom în factori – metoda grupării.

**Algoritmul de descompunere a unui polinom în factori prin metoda grupării:**

- 1) Se grupează (se îmbină în grupuri) termenii, care au un factor comun.
- 2) Se găsește factorul comun din fiecare grupă și se scoate în afara parantezelor.
- 3) Se găsește factorul comun în produsele obținute și el se scoate în afara parantezelor.

De exemplu, de descompus în factori expresia  $mn + ab + ma + nb$ .

**Pasul 1:**  $mn + ab + ma + nb = (mn + ma) + (ab + nb)$ ;

**Pasul 2:**  $(mn + ma) + (ab + nb) = m(n + a) + b(a + n)$ ;

**Pasul 2:**  $m(n + a) + b(a + n) = (a + n)(m + b)$ .

Așadar,  $mn + ab + ma + nb = (a + n)(m + b)$ .

**Exerciții de antrenare**

4.17°. De numit termenii polinomului, care au factor comun:

a)  $9kf + bf + 9ka + ab$ ;

c)  $3kd + nd - 3ks - ns$ ;

b)  $y^2x + bc^2 + bx + y^2c^2$ ;

d)  $11a + ay - 11m - ym$ .

4.18°. De descompus în factori polinomul prin metoda grupării:

a)  $4m + 4b + xm + xb$ ;

c)  $pk + mk - ps - ms$ ;

b)  $bp - bx + 7p - 7x$ ;

d)  $11a + my + 11m + ya$ .

4.19°. De stabilit ordinea corectă a procesului de descompunere a polinomului  $4cp + ny + 4cn + yp$  în factori prin metoda grupării (de unit cu linii):

$4c(p + n) + y(n + p)$

Pasul 1

$(4c + y)(p + n)$

Pasul 2

$(4cp + 4cn) + (ny + yp)$

Pasul 3

4.20°. De reprezentat sub formă de produs expresia:

a)  $m^2 + m^3 + 1 + m$ ;

c)  $vc + c^2 + 3v + 3c$ ;

b)  $4n^2 + 4c + 4n^2b + 4cb$ ;

d)  $bg^3 - 8y + 8b - g^3y$ .

4.21°. De reprezentat sub formă de produs între polinoame expresia  $4c + p + 4cp + p^2$

și de aflat valoarea lui pentru  $c = \frac{1}{4}$ ;  $p = -0,3$ .



**4.22°°.** De aranjat polinoamele (1-4) în perechi, folosind descompunerea polinomului în factori prin metoda grupării și expresiile identice (A-F).

<b>Polinomul</b>	<b>Expresia identică</b>
1. $b^2c + x^2 + bx + bxc$	A. $(y^2 - m)(k + yx)$
2. $ky^2 - mk + xy^3 - myx$	B. $(b^2 + 1)(b^4 + 1)$
3. $b^4 + b^6 + b^2 + 1$	C. $(k - d)(6x - d)$
4. $dk - 6d^2 + xak - 6xad$	D. $(b + x)(bc + x)$
	E. $(k - 6d)(d - xa)$
	F. $(b - x)(bc - x)$

**4.23°°.** De descompus în factori:

- a)  $mn - 10n + m^2 - 10m$ ;      c)  $k^2 + fk - f^2d - kfd$ ;  
 b)  $8b - 8c + yb - yc$ ;      d)  $13ml^2 - ml - 1 + 13nl$ .

**4.24°°.** De calculat:

- a)  $23 \cdot 45 + 45 \cdot 12 + 55 \cdot 23 + 55 \cdot 12$ ;  
 b)  $56 \cdot 46 - 46 \cdot 46 + 19 \cdot 54 - 19 \cdot 46$ ;  
 c)  $0,91 \cdot 3,4 + 0,91 \cdot 6,6 - 1,21 \cdot 3,4 + 1,21 \cdot 6,6$ .

**4.25°.** . De evaluat în mod critic descompunerea polinomului în factori.

a) $y^2m - y^3x^2 + mx - yx^3 = (y^2m - y^3x^2) + (mx - yx^3) =$ $= (y^5mx^2) + (myx^4) = (m - y)(y^4 + x)$ .
b) $7mb^4 + 7m^2b + 7b^3 + 7m = (7mb^4 + 7m^2b) + (7b^3 + 7m) =$ $= 7mb(b^3 + m) + 7(b^3 + m) = 7(mb + 1)(b^3 + m)$ .
c) $xcv + xnv - pcd + pnd = (xcv + xnv) - (pcd + pnd) =$ $= xv(c + n) - pd(c + n) = (c + n)(xv - pd)$ .
d) $9l^4m^4n - 6a^5m^4 - 6l^4c^2n - 4a^5c^2 = (3l^4n - 2a^5)(3m^4 - c^2)$ .

**4.26°.** De rezolvat ecuația.

- a)  $8x - 14 - x^2 = -2$ ;      c)  $b^3 + b^2 = b + 1$ ;  
 b)  $4y - 2y^2 + 2 - y = 0$ ;      d)  $8m^2 - m + m^3 - 8 = 0$ .

**4.27°°.** De scris expresia sub formă de produs:

- a)  $ac^2 + p^2c - acp + p^3 - 8ac + 8p^2$ ;  
 b)  $7mt^4 - 6a^4 + 5x^6 + 7mt - 6t^3a^4 + 5x^6t^3$ ;  
 c)  $-9vcx - 12vcm - 6vc - 3xc^3y - 4c^3my - 2yc^3$ ;  
 d)  $(x - y)(a - b) + (y - x)(a + b)^2 + (b - a)(x^2 - y^2)$ .

4.28••. De aflat valoarea expresiei:

a)  $c^3b^2 + c^3n^2 - c^4n^2 + c^4b^2$ , dacă  $c = \frac{1}{5}$ ,  $n = 3$ ,  $b = 4$ ;

b)  $(y^2 - a^2)(b - 2) + (a - y)(b - 2)^2 + (2 - b)(y - a)$ ,  
dacă  $y = 0,7$ ;  $a = 1,3$ ;  $b = 1$ .

**Cercetează situația, lucrând în grup:**

**„Ai vreo idee?”**

4.29••. De descompus în factori trinomul:

a)  $b^2 + 7b + 6$ ;

c)  $l^4 + 6l^2 + 5$ ;

b)  $5m^3 + 7m^2 + 2m$ ;

d)  $c^2 - c - 6$ .

4.30••. De descompus în factori polinomul:

$$m^2 + y^2 + b^2 + 2my + 2mb + 2yb.$$

4.31••. De rezolvat ecuațiile.

a)  $y^2 - 25 + y(5 - y) + \frac{y}{2}(5 + y) = 0$  ;

b)  $a^2 - 10a + 24 = 0$ ;

c)  $(16b + 2b^2) - 8 - b = 0$ .

**Formulează întrebări pentru probleme, lucrând în cooperativa de clasă: „Oare știi să faci?”**

4.32. De compus întrebări pentru condiția problemei.

a) Problema „Prietenele”. Olga și Caterina au plecat în același timp de la casele lor pentru a se întâlni. Viteza de mișcare a Olgăi este de 42,3 m/min, iar cea a Caterinei – 47,7 m/min.

b) Problema „Ciclism”. Din două orașe simultan au plecat doi bicicliști unul în întâmpinarea celuilalt. Viteza unuia dintre ei este de  $a$  km/h, viteza celuilalt –  $b$  km/h, ei s-au întâlnit peste  $t$  ore.

c) Problema „Întreprinzător privat”. Antreprenorul a vândut 1240 kg de roșii în două zile. În prima zi el a vândut roșiile cu 50 grn pentru kg, iar în a doua zi – cu 65 grn pentru kg, dar a câștigat cu 11 400 grn mai puțin decât în prima zi.

**VERIFICĂ-TE „CUM EȘTI?”**

Fișa „§4.2. Descompunerea polinoamelor în factori prin metoda grupării”.



## §4.3

# Descompunerea polinoamelor în factori cu ajutorul formulelor înmulțirii prescurtate



Salut! Cum ești?

Vă propun un motto pentru învățare: „**Nu ai observat, că cei care sunt capabili în matematică au succes în toate științele naturii!**” (Platon)

Astăzi, Cubul lui Bloom te va ajuta să diagnostichezi „oare tu știi?” și „oare tu poți?”, iar apoi – vom trece la rezolvarea exercițiilor – „oare știi să faci?” și vom învăța o nouă metodă de descompunere a polinoamelor în factori – cu ajutorul formulelor înmulțirii prescurtate.

**Așadar, Cubul lui Bloom îți propune:**

**NUMEȘTE** metoda convenabilă de calcul și calculează valoarea expresiei  $12,3x + 12,3y$ , dacă  $x = 0,75$ ,  $y = 0,25$ .

**EXPLICĂ**, cum se poate demonstra, că numărul  $49^{20} + 49^{19}$  se divide cu 50.

**DE CE** egalitatea  $(5x + 10)^2 = 5(x + 2)^2$  nu este identitate?

**INVENTEAZĂ** un număr de două cifre, suma cifrelor căruia este egală cu 7, iar la citirea numărului în sens invers el se micșorează cu 45.

**DISTRIBUIE** abilitățile tale, cum de scos numărul în afara parantezelor în expresia  $(3b - 12m)^2$ .

**PROPUNE** variabile, cu care se poate înlocui  $\square$  și  $\blacksquare$  în egalitatea  $12\square^2x + 3\square x^2 + 16a\blacksquare + 4x\blacksquare = (4a + x)(3ax + 4b)$

**Cercetează în parteneriat: „Oare tu știi?”**

1) De aflat rădăcinile ecuației:

- |                       |                            |
|-----------------------|----------------------------|
| a) $(2x + 7)^2 = 0$ ; | c) $(3 - x)(3 + x) = 0$ ;  |
| b) $x(2 - x) = 0$ ;   | d) $(2x - 9)(2 - x) = 0$ . |

2) De calculat valoarea expresiei:

$$85,5 \cdot 12 + 14,5 \cdot 12 + 0,16 \cdot 85,5 + 0,16 \cdot 14,5.$$

3) De determinat, dacă se va divide cu 500 expresia numerică:

$$5^{12} \cdot 2^{10} + 5^{12} \cdot 2^8 + 5^{10} \cdot 2^{10} + 5^{10} \cdot 2^8.$$

4) De dat denumire expresiei:

- |                  |                  |                  |
|------------------|------------------|------------------|
| a) $(a + b)^2$ ; | b) $a^2 - b^2$ ; | c) $(a - b)^2$ . |
|------------------|------------------|------------------|

## Analizează și trage concluzii – creează strategia de învățare!

### ACEST LUCRU MERITĂ SĂ ȘTII ȘI SĂ POȚI APLICA

**1** Dacă produsul este egal cu zero, atunci cel puțin unul dintre factori este egal cu zero. De aceea, egalând fiecare factor cu zero, se obțin două rădăcini. Excepție este pătratul unei expresii, deoarece acesta este produsul unor factori egali.

**2** Dacă este folosită metoda grupării, atunci acest calcul este destul de simplu. Atragem atenția, că  $85,5 + 14,5 = 100$ , și apoi grupăm corect.

**3** Un calcul foarte asemănător este determinarea divizibilității.

Întotdeauna în astfel de cazuri, este convenabil să se scoată în afara parantezelor puterea cu cel mai mic exponent, folosind proprietățile puterilor. Rezultatul este  $10^8 \cdot 130 \cdot 25$ , iar fiecare 1000 este divizibilă cu 500.

**4** Formulele înmulțirii prescurtate se numesc astfel:

$a^2 - b^2 = (a + b)(a - b)$	Diferența pătratelor
$(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$	Pătratul sumei
$(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$	Pătratul diferenței

**5** Atunci când un factor negativ este scos în afara parantezelor, toate semnele din paranteze se schimbă în opuse.

$a - b = -(b - a)$	$a + b = -(-a - b)$
--------------------	---------------------

### Reține!

Dacă trebuie de exprimat expresia  $16 - m^4$  sub forma unui produs, atunci formula  $a^2 - b^2 = (a - b)(a + b)$  este aplicată de două ori:

$$16 - m^4 = (4 - m^2)(4 + m^2) = (2 - m)(2 + m)(4 + m^2).$$

$$\text{Avem: } 16 - m^4 = (2 - m)(2 + m)(4 + m^2).$$

Astfel, polinomul, care este o diferență a pătratelor este reprezentat ca produsul dintre factorii polinomului, adică *polinomul este descompus în factori*.

### Reține! Este important!

Deoarece formulele înmulțirii prescurtate – sunt produse, ele de asemenea sunt utilizate pentru a descompune în factori.

**1** Dacă trebuie de descompus în factori un binom, atunci este recomandabil de verificat dacă el nu este diferență a pătratelor, atunci el va putea fi transformat în produsul dintre sumă și diferență:  $a^2 - b^2 = (a - b)(a + b)$ . De exemplu,  $9 - c^2 = 3^2 - c^2 = (3 - c)(3 + c)$ .

**2** Dacă trebuie de descompus în factori un trinom, se recomandă de verificat, dacă acesta nu este un pătrat complet, astfel încât el să poată fi transformat în pătratul unui binom:  $a^2 \pm 2ab + b^2 = (a \pm b)^2$ .

De exemplu,  $4a^2 + 12am + 9m^2 = (2a)^2 + 2 \cdot 2a \cdot 3m + (3m)^2 = (2a + 3m)^2 = (2a + 3m)(2a + 3m)$ .

### Exerciții de antrenare

**4.33°.** De selectat egalitățile corecte:

- a)  $(m + 4)^2 = (m + 4)(m + 4)$ ;      c)  $(m - b)^2 = (m - b)(m + b)$ ;  
 b)  $9 - a^2 = (9 - a)(9 + a)$ ;      d)  $m^2 - 1 = (m - 1)(m - 1)$ .

**4.34°.** De reprezentat expresia sub formă de produs:

- a)  $(c + 8)^2$ ;    b)  $(3b - m)^2$ ;    c)  $n^2 - k^2$ ;    d)  $(2x + 11y)^2$ .

**4.35°.** De descompus polinomul în factori:

- a)  $x^2 + 2xb + b^2$ ;      c)  $1 + 2c + c^2$ ;  
 b)  $p^2 - 2py + y^2$ ;      d)  $k^2 - 2k + 1$ .

**4.36°.** De pus în loc de emoticon ☺ astfel de monoame, încât să se obțină o identitate:

- a)  $c^2 - b^2 = (c - b)(\text{☺} + b)$ ;      c)  $3^2 - \text{☺} = (3 - \text{☺})(\text{☺} + k)$ ;  
 b)  $b^2 - \text{☺} = (b - 1)(\text{☺} + 1)$ ;      d)  $49 - \text{☺} = (7 - 5b)(7 + \text{☺})$ .

**4.37°.** De calculat, folosind formula.  $a^2 - b^2 = (a - b)(a + b)$ .

- a)  $13^2 - 7^2$ ;    b)  $23^2 - 13^2$ ;    c)  $19^2 - 11^2$ ;    d)  $35^2 - 15^2$ .

**4.38°.** De calculat, folosind formula  $a^2 \pm 2ab + b^2 = (a \pm b)^2$ .

- a)  $13^2 - 2 \cdot 13 \cdot 7 + 7^2$ ;      c)  $26^2 + 104 + 4^2$ ;  
 b)  $15^2 - 150 + 5^2$ ;      d)  $32^2 - 2 \cdot 32 \cdot 2 + 4$ .

**4.39°.** De calculat, folosind formulele înmulțirii prescurtate:

- a)  $24^2 - 14^2$ ;      c)  $12^2 + 2 \cdot 12 \cdot 8 + 8^2$ ;  
 b)  $0,62^2 - 0,38^2$ ;      d)  $51^2 - 2 \cdot 51 \cdot 1 + 1^2$ .

**4.40°.** De pus în loc de emoticon ☺ astfel de monoame, încât să se obțină o identitate:

- a)  $(\text{☺} + 1)^2 = c^2 + 2c + 1$ ;      c)  $(3t + m)^2 = (\text{☺} + m)(\text{☺} + m)$ ;  
 b)  $c^2 - \text{☺}^2 = (c - 3x)(c + 3x)$ ;      d)  $y^2 - 16 = (y - \text{☺})(y + \text{☺})$ .

4.41°. De aranjat în perechi expresiile identic egale (1-4) și (A-F).

**Trinomul**

1.  $16 - 8c + c^2$

2.  $c^2 + 12c + 36$

3.  $16 + 8c + c^2$

4.  $64 + 8c + \frac{1}{4}c^2$

**Produsul**

A.  $(c+4)(c+4)$

B.  $\left(8 + \frac{1}{2}c\right)\left(8 + \frac{1}{2}c\right)$

C.  $\left(8 + \frac{1}{2}c\right)\left(8 - \frac{1}{2}c\right)$

D.  $(c-4)(c+4)$

E.  $(4-c)(4-c)$

F.  $(c+6)(c+6)$

4.42°. De aflat valoarea expresiei:

a)  $n^2 - a^2$ , dacă  $n = 45$ ,  $a = 35$ ;

b)  $x^2 - 9m^2$ , dacă  $x = 101$ ,  $m = \frac{1}{3}$  ;

4.43°. De aflat valoarea expresiei:

a)  $m^2 + 8m + 16$ , dacă  $m = 96$ ;

b)  $x^2 - 6x + 9$ , dacă  $x = 43$ .

4.44°. De descompus în factori expresia:

a)  $0,81 - a^4m^{16}$ ;

c)  $(6d + 5a)^2 - 1$ ;

b)  $1 - (c - 12)^2$ ;

d)  $(5x - 4)^2 - 36a^2$ .

4.45°. De evaluat în mod critic procesul descompunerii în factori.

a)  $0,64 - a^2c^6 = (0,8)^2 - (ac^3)^2 = (0,8 - ac^3)(0,8 + ac^3)$ ;

b)  $1 - \frac{9}{16}b^2n^2 = \left(1 - \frac{9}{16}bn\right)\left(1 + \frac{9}{16}bn\right)$  ;

c)  $(5 - m)^2 - 9 = (5 - m - 3)(5 - m + 3) = (2 - m)(8 - m)$ ;

d)  $36x^2 - 12xd + d^2 = (6x - d)(6x + d)$ .

De descompus în factori (4.46–4.48).

4.46°. a)  $(a + b + c)^2 - 1$ ;

c)  $(a + b + 3)^2 - 1$ ;

b)  $4 - (a + b + c)^2$ ;

d)  $4 - (a + b + 5)^2$ .

4.47°. a)  $(5a^2 - a + 2)^2 - 25a^4$ ;

c)  $(a^2 - 4a + 1)^2 - 16a^2$ ;

b)  $(x + 2y - 3)^2 - 4y^2$ ;

d)  $16 - (x^2 + x + 4)^2$ .

4.48•. a)  $(y-5)^2 - (y+5)^2$ ;                      c)  $4(k+3)^2 - (k-12)^2$ ;  
 b)  $(2x+y)^2 - (x-y)^2$ ;                      d)  $(2m+3n)^2 - (2m-3n)^2$ .

4.49•. De rezolvat ecuația:

a)  $x^4 - 16 = 0$ ;                                      c)  $y^2 + 12y + 36 = 0$ ;  
 b)  $(x+3)^2 - 36 = 0$ ;                              d)  $\frac{4}{9} - 4y + 9y^2 = 0$  .

4.50••. De demonstrat identitatea:

a)  $(m-4p)^2 - (4m+p)^2 = -16mp$ ;  
 b)  $(m+4p)^2 - (4m+p)^2 = 15(p-m)(p+m)$ ;  
 c)  $(x-a+y)^2 - (x+a-y)^2 = 4x(y-a)$ ;  
 d)  $a^8 - b^8 = (a-b)(a+b)(a^2+b^2)(a^4+b^4)$ .

4.51••. De rezolvat ecuația:

a)  $(x-2)^2 - (x+5)^2 = 0$ ;                      b)  $(3x-1)^2 - (x+4)^2 = 0$ ;  
 c)  $(3x-1)^2 - 8(3x-1) + 16 = 0$ ;              d)  $(2x+1)^2 + 6(2x+1) + 9 = 0$ .

**Cercetează situația, lucrând în grup:  
 „Ai vreo idee?”**

4.52••. De reprezentat polinomul  $(2m-3)^2 + 2(2m-3) + 1$  sub formă de produs.

4.53••. De demonstrat, că valoarea expresiei

$$(5b-4)^2 - 2(5b-4)(5b+12) + (5b+12)^2$$

nu depinde de valoarea variabilei.

4.54••. De reprezentat polinomul sub formă de produs:

a)  $n^4 + 3n^2 + 1$ ;                                  b)  $x^8 + 2x^4 + 9$ .

**Formulează întrebări pentru probleme, lucrând în cooperativa de clasă: „Oare știi să faci?”**

4.55. De compus întrebarea pentru condiția problemei.

- a) Problema „Parcela de teren”. O parcelă de teren are forma unui triunghi. Ea a fost înconjurată de un gard cu lungimea de 858 m. Lungimea unei laturi este cu 42 m mai mare decât a doua.
- b) Problema „Felicitarea”. Marta a desenat un pătrat pe carton, pregătindu-se să-l lipească cu hârtie colorată și să facă o felicitare. Însă s-a răzgândit și a mărit una dintre laturile acestui pătrat cu 1 cm, iar alta – a micșorat-o cu 1 cm.

**VERIFICĂ-TE „CUM EȘTI?”**

Fișa „§ 4.3. Descompunerea polinoamelor în factori cu ajutorul formulelor înmulțirii prescurtate”.

## § 4.4 Aplicarea a câteva metode de descompune a unui polinom în factori

Salut! Cum ești?

Vă propun un motto pentru învățare: „**Vorbește, ca să te văd!**”

(Socrate)

Astăzi, Cubul lui Bloom te va ajuta să diagnostichezi „oare tu știi?” și „oare tu poți?”, iar apoi – vom trece la rezolvarea exercițiilor – „oare știi să faci?” și vom îmbina cunoștințele obținute despre descompunerea polinoamelor în factori pentru câteva metode de descompunere.

**Așadar, Cubul lui Bloom îți propune:**

**NUMEȘTE** numărul de metode, prin care se poate găsi perechea dintr-o vocală și o consoană în cuvântul “cărare”.

**EXPLICĂ**, cum să obții aproximativ 1500-2000 Kcal pe zi pentru sănătatea mintală în 4 mese pentru a păstra multiplicitatea caloriilor cu numerele 120, 160, 180 și 240.

**DE CE** polinomul  $(a-x)^2 - a^2$  poate fi reprezentat sub formă de produs prin două metode?

**INVENTEAZĂ** cum de calculat fără calculator și notițe scrise valoarea expresiei  $23^2 - 46 \cdot 13 + 13^2$ .

**DISTRIBUIE**, cum se poate determina prin câte metode Serghei poate cumpăra pentru sora sa ori biscuiți, ori bomboane, dacă magazinul are 3 feluri de biscuiți și 10 feluri de bomboane.

**PROPUNE** metoda ta de rezolvare a ecuației

$$x^3 - 25x^2 + x - 25 = 0.$$

**Cercetează în parteneriat: „Oare tu știi?”**

1) **De reprezentat** sub formă de produs expresia:

a)  $a^2 - 100$ ;

b)  $12a^3n - 15an^2$ ;

c)  $m^2 - 2ma + a^2$ ;

d)  $(x+y)(2-y) + 3(2-y)$ .





2) De calculat valoarea expresiei:

a)  $32^2 - 22^2$ ;

b)  $1,123^2 - 0,123^2$ ;

c)  $78^2 + 2 \cdot 78 \cdot 22 + 22^2$

d)  $12 \cdot 35 + 12 \cdot 65$ .

3) De aflat cea mai mică soluție a ecuației:

a)  $x^2 - 25 = 0$ ;

b)  $x^2 - x = 0$ ;

c)  $m^2 - 64 = 0$ ;

d)  $x(x-3) + 6(x-3) = 0$ .

**Analizează și trage concluzii – creează strategia de învățare!**

## ACEST LUCRU MERITĂ SĂ ȘTII ȘI SĂ POȚI APLICA

- 1 Pentru a exprima o expresie sub formă de produs, se stabilește mai întâi câți termeni are expresia. Dacă există doi termeni, atunci trebuie de aplicat formula pentru diferența pătratelor  $a^2 - b^2$  sau de scos factorul comun în afara parantezelor, sau de aplicat și formula și de scos factorul comun în afara parantezelor. Dacă există trei termeni, atunci se aplică formula pentru pătratul binomului  $(x \pm a)^2$ , și totodată, poate fi necesar să se scoată mai întâi factorul comun în afara parantezelor. Dacă însă există mai mulți termeni, atunci aceștia mai întâi se grupează pentru a scoate în afara parantezelor factorii comuni.
- 2 Formulele înmulțirii prescurtate ajută la crearea produselor din diferența pătratelor – produsul dintre suma și diferența unor expresii identice și dintre trinoame de formă specială – pătratul întreg al sumei sau diferenței unor expresii. În acest fel, o expresie numerică compusă devine mult mai ușor de calculat.
- 3 De asemenea, descompunerea unui polinom în factori se poate aplica pentru rezolvarea ecuațiilor. Aici este important să nu se piardă niciunul dintre factorii obținuți, care pot fi egali cu zero. De asemenea, este important de reținut, că există expresii, care nu pot fi egale cu zero pentru nici o valoare a variabilei. De exemplu..., unde  $n$  este orice număr pozitiv, deoarece  $x^2 + 1 > 0$ ,  $x^2 + 2 > 0$ , ...,  $x^2 + n > 0$ , dacă  $n$  – orice număr pozitiv.

### Reține!

#### Descompunerea polinoamelor în factori

Scoaterea factorului comun în afara parantezelor

Formulele înmulțirii prescurtate

Metoda grupării

**Reține! Este important!****Algoritmul descompunerii unui polinom în factori.**

- 1** Dacă este posibil, scoate factorul comun în afara parantezelor.
- 2** Dacă factorul comun a fost scos, încearcă să aplici formula înmulțirii prescurtate la polinomul rămas în paranteze.
- 3** Dacă este imposibilă aplicarea formulei, încearcă să folosești metoda grupării.

Să aplicăm acest algoritm, de exemplu, la polinomul  $3b^2 + 6ba + 3a^2$ .

*Pasul 1.* Scoatem factorul comun – numărul 3 – în afara parantezelor:

$$3b^2 + 6ba + 3a^2 = 3(b^2 + 2ba + a^2) = \dots$$

*Pasul 2.* Verificăm, dacă trinomul din paranteze este un pătrat complet.

Da, trinomul  $b^2 + 2ba + a^2$  este pătratul sumei.

*Pasul 3.* Transformăm trinomul  $b^2 + 2ba + a^2$  în pătratul sumei:

$$b^2 + 2ba + a^2 = (b + a)^2.$$

*Pasul 4.* Avem:  $3b^2 + 6ba + 3a^2 = 3(b + a)^2 = 3(b + a)(b + a)$ .

**Exerciții de antrenare**

**4.56°.** De completat golurile în descompunerea în factori.

a)  $x^2 - y^2 = (x - y)(\dots)$

c)  $7nb^2 - 7n = 7n(\dots)(\dots)$

b)  $b^2 - 16 = (\dots)(b - 4)$

d)  $4mc^3 - mc = mc(\dots)(\dots)$

De descompus în factori polinomul (4.57–4.60).

**4.57°.** a)  $7m^2 - 7$ ;      b)  $10x^2 - 10y^2$ ;      c)  $ac^2 - 9ac$ ;      d)  $80ab - 5b^2$ .

**4.58°.** a)  $ay^2 - 3y^2$ ;      b)  $a^2x - 25x$ ;      c)  $16x^2 - 9y^2$ ;      d)  $4x^2 - 25y^2$ .

**4.59°.** a)  $m^2 - 2m + 1$ ;      b)  $x^2 + 6x + 9$ ;      c)  $t^2 - 12t + 36$ ;      d)  $p^2 + 16p + 64$ .

**4.60°.** a)  $a^2 - 8a + 16$ ;      b)  $a^2 + 10a + 25$ ;      c)  $x^2 - 4x + 4$ ;      d)  $1 + 2k + k^2$ .

De reprezentat expresia sub formă de produs (4.61–4.63).

**4.61°.** a)  $6m + 6b + xm + xb$ ;

c)  $2p + 2m - px - mx$ ;

b)  $10mp - 10mx + 50p - 50x$ ;

d)  $7a + 8my + 7m + 8ya$ .

**4.62°.** a)  $8m^2 + 16mn + 8n^2$ ;

c)  $2t^2 + 4t + 2$ ;

b)  $bp^2 - 2bpn + bn^2$ ;

d)  $3y^2 + 6yc + 3c^2$ .

**4.63°.** a)  $3ax + 3ay - 3bx - 3by$ ;

c)  $4am - 12kn - 4km + 12an$ ;

b)  $6ax - b - 2bx + 6a$ ;

d)  $5mx + 10my - 10ay - 5ax$ .

**4.64°°.** De pus în corespondență metoda de descompunere în factori (1-4) și polinomul, pentru care ea poate fi aplicată (A-E).

**Metoda de descompunere  
în factori**

1. Formula înmulțirii prescurtate
2. Scoaterea factorului comun în afara parantezelor
3. Metoda grupării
4. Câteva metode

**Polinomul**

- A.  $4mn + 16mcx$
- B.  $b^2 - 49n^2$
- C.  $8t^2 - 8m^2$
- D.  $7x + cx - 7b - cb$
- E.  $p^2 + 46pb + 10b^2$

De reprezentat polinomul în formă de produs, simplificându-l anterior (4.65–4.66).

**4.65°°.** a)  $(x-2)^2 + 8x$ ;                      c)  $(x-7)^2 + 28x$ ;  
b)  $(5+a)^2 + 20a$ ;                      d)  $(y-4)^2 + 16y$ .

**4.66°°.** a)  $(m+3)^2 - 9$ ;                      c)  $20x - (x+5)^2$ ;  
b)  $32m - (8-m)^2$ ;                      d)  $49 - (7-y)^2$ .

**4.67°°.** De reprezentat polinomul  $4p^3 - 4p$  în formă de produs și de aflat valoarea lui, dacă  $p = 3$ .

De descompus polinomul în factori (4.68–4.70).

**4.68°.** a)  $6x^2 + 12xy + 6y^2$ ;                      c)  $3a^2 + 108 + 36a$ ;  
b)  $4p^2 - 8pq + 4q^2$ ;                      d)  $128 + 2b^2 + 32b$ .

**4.69°.** a)  $10 + 10x^2 - 20x$ ;                      c)  $4n^2 + 16n + 16$ ;  
b)  $3 + 3y^2 - 6y$ ;                      d)  $50b^2 - 20b + 2$ .

**4.70°.** a)  $5t^2 + 30ty + 45y^2$ ;                      c)  $-x^2 - 4xc - 4c^2$ ;  
b)  $8mk^2 - 8mkn + 2mn^2$ ;                      d)  $c^2y^2 - 10c^2 + 25c^2$ .

**4.71°.** De aflat valoarea expresiei, dacă  $a = 9$ .

a)  $4a^3 - 4a$ ;    b)  $-5a^2 - 10a - 5$ ;    c)  $16a^4 - a^2$ ;    d)  $5a^2 - 45$

**4.72°.** De evaluat în mod critic procesul de descompunere a polinomului în factori.

$$\text{a) } y^3n - y^2m - n - m = (y^3n - y^2m) - (n - m) = y^2(n - m) - (n - m) = (n - m)(y^2 - 1) = (n - m)(y - 1)(y + 1).$$

$$\text{b) } b^2 - p + p^2 - b = (b^2 - b) + (p^2 - p) = b(b - 1)p(p - 1) = bp(b - 1)(p - 1).$$

$$\text{c) } c^2 - 9 + c - 3 = (c^2 - 9) + (c - 3) = (c - 3)(c + 3) + (c - 3) = (c - 3)(c + 3 + 1).$$

$$\text{d) } 81b^5 - 36b^3 = 9b^3(9b^2 - 4) = 9b^3(2 - 3b)(2 + 3b).$$

4.73•. De descompus expresia în factori prin două metode:

- 1) ca diferență a pătratelor;      2) cu ajutorul grupării;  
 a)  $(3x-2)^2-(3x+5)^2$ ;      c)  $(2m-5)^2-(2m+1)^2$ ;  
 b)  $(a-m)^2-(a+m)^2$ ;      d)  $(6a-1)^2-(2-3a)^2$ .

4.74••. De demonstrat, că pentru orice valoare a variabilei expresia primește numai valori pozitive:

- a)  $m^2+2m+3$ ;      c)  $x^2-4x+5$ ;      e)  $b^2-14b+62$ ;  
 b)  $t^2+10t+30$ ;      d)  $a^2+18a+100$ ;      f)  $k^2-20k+100,5$ .

4.75••. De rezolvat ecuațiile:

- a)  $x^3-x=0$ ;      c)  $m^6-m^8=0$ ;  
 b)  $6a-3a^2+2-a=0$ ;      d)  $0,04y^4-0,2y^2=0$ .

**Cercetează situația, lucrând în grup:  
 „Ai vreo idee?”**

4.76••. De scris expresia sub formă de produs.

- a)  $2y^3-2yt^2-6y^2+6t^2$ ;  
 b)  $144-36a^2-144a+36a^3$ ;  
 c)  $(n+m)(49-b^2)-(n^2-m^2)(7-b)$ .

4.77••. De descompus trinomul în factori.

- a)  $c^2-8c+17$ ;      b)  $m^3-10m^2+24$ .

4.78••. De completat golurile în caiet:

- a)  $4((...-3x)(...+3x))=144a^4-36x^2$ ;  
 b)  $p((0,5-...)(0,5+...))=0,25p-64pm^2$ ;  
 c)  $n\left(\left(1,2x^2-\frac{1}{4}y\right)\left(1,2x^2-\frac{1}{4}y\right)\right)=1,44x^4n-... .$

4.79••. De demonstrat identitatea  $(2mn)^2+(m^2-n^2)^2=(m^2+n^2)^2$ .

**Formulează întrebări pentru probleme, lucrând în cooperativa de clasă: „Oare știi să faci?”**

4.80. De compus întrebarea pentru condiția problemei.

- a) Problema „Big Ben”. Diametrul cadranelui ceasului Big Ben este egal cu 7 m, iar lungimea minutarului – cu 4,2 m.

**VERIFICĂ-TE „CUM EȘTI?”**

Fișa „§4.4. Aplicarea a câtorva metode de descompunere a unui polinom în factori”.

## §4.5 Probleme de învățare, care se modelează cu un polinom descompus în factori



Salut! Cum ești?

Vă propun un motto pentru învățare: „**Știința nu duce în pădure, ci indică ieșirea din pădure!**”

(Proverb popular)

Astăzi, Cubul lui Bloom te va ajuta să diagnostichezi „oare tu știi?” și „oare tu poți?”, iar apoi – vom trece la rezolvarea exercițiilor – „oare știi să faci?” și ne vom învăța să le modelăm în dependență de situație.

**Așadar, Cubul lui Bloom îți propune:**

**NUMEȘTE** numărul, care reprezintă volumul de aer în  $m^3$ , pe care îl pot curăța 25 de castani, care cresc de-a lungul drumului, dacă un copac curăță o zonă cu lungimea de 100 m, lățimea de 12 m și înălțimea de 10 m.

**EXPLICĂ**, cum se pot scrie în formă standard numerele, care sunt egale cu vârsta Stejarului Campion – cel mai bătrân stejar din Ucraina, care are aproximativ 1300 de ani, „fiul” lui – Stejarul Dido, care are 1150 de ani, și cel mai bătrân tei din Ucraina – teiul lui Bogdan Hmelnyțkyi care are 700 de ani.

**DE CE**, după părerea ta, barza, când pleacă în migrație toamna zboară 1200 km în 5 ore, iar când se întoarce primăvara – în 3 ore?

**INVENTEAZĂ**, cum se poate afla volumul (în tone) al rezervelor globale de minereu de mangan, dacă Ucraina are cele mai mari rezerve din lume, și constituie  $2,3 \cdot 10^9$  t sau 11% din rezervele mondiale.

**DISTRIBUIE** abilitățile tale pentru a găsi timpul, în care cu avionul ucrainean de transport An-225 Mria se poate înconjura Pământul de-a lungul ecuatorului la o înălțime de 10 km, mișcându-se cu o viteză de 1020 km/h, dacă avionul este realimentat în aer, iar raza ecuatorului este egală aproximativ cu 6370 km.

**PROPUNE** un număr din trei cifre, ale cărui cifre cresc de la stânga la dreapta, iar atunci când este rostit, toate cuvintele din el încep cu aceeași literă.



### Cercetează în parteneriat: „Oare tu știi?”

- 1) **De scris** cu ajutorul unei expresii costul cumpărăturii din 7,5 kg de orez și 7,5 kg de hrișcă, dacă 1 kg de orez este cu 22 grn mai scump decât 1 kg de hrișcă.
- 2) **De calculat** prin metoda cea mai convenabilă:  
 $12,3 \cdot 0,05 + 87,7 \cdot 0,9 + 12,3 \cdot 0,95 + 87,7 \cdot 0,1$
- 3) **De determinat**, în care trei factori se poate descompune polinomul  $x^4 - 625$ .

### Analizează și trage concluzii – creează strategia de învățare!

#### ACEST LUCRU MERITĂ SĂ ȘTII ȘI SĂ POȚI APLICA

- 1) Expresiile deseori sunt utilizate în viața de zi cu zi fără să fie numite. De exemplu, a nu cunoaște prețul exact, dar a ști că 1 kg de orez este cu 20 grn mai scump decât 1 kg de hrișcă. Prin urmare, dacă  $x$  grn – prețul hrișcăi, atunci  $(x + 20)$  grn – prețul orezului, atunci 10 kg de orez costă  $10(x + 20)$  grn, iar 10 kg de hrișcă costă  $10x$  grn, iar împreună va fi  $10(x + 20) + 10x = 10(2x + 20) = 20(x + 10)$  (grn).
- 2) Pentru a alege o strategie de găsim a valorii unei expresii, trebuie de analizat datele. De exemplu, ca și în Problema de cercetare 2, – prezența unui factor comun în fiecare pereche de termeni, care ajută la reducerea acestui calcul la un calcul oral. Doar, al doilea factor a devenit 1 și atunci a rămas de aflat suma, care, de asemenea, nu este complicată. Dacă nu se construiește o strategie de calcul, aceasta este o pierdere de timp.
- 3) Deseori, trebuie de aplicat proprietățile puterilor prin citirea lor de la stânga la dreapta și de la dreapta la stânga. De exemplu, proprietatea de ridicare a puterii la un exponent  $(a^n)^m = a^{nm}$  poate fi aplicată astfel:  $a^4 = (a^2)^2$  și  $625 = 25^2$ , dar  $25 = 5^2$ , de aceea  $625 = (5^2)^2$ .  
 În acest fel, aplicând diferența pătratelor de două ori, se pot afla cei trei factori căutați. Este important de reținut, că numai diferența pătratelor poate fi exprimată ca produs. Suma pătratelor nu poate fi descompusă în factori!

#### Reține!

Este evident, că fiecare dintre problemele de cercetare în parteneriat date mai sus sunt de învățare, deoarece ele acoperă o cantitate semnificativă de cunoștințe, care au o aplicație practică și pot fi împărțite în probleme mai mici, care pot fi folosite pentru a învăța cum se rezolvă alte probleme. Dacă te vei învăța să cauți astfel de probleme de învățare, care vor deveni mijlocul tău de formare a unui mod general de rezolvare a altor probleme, acest lucru te va ajuta să formezi un mod de gândire – capacitatea de a trece cu gândul de la particular la general și de la general la particular. Apoi vei putea învăța să rezolvi multe alte probleme, nu doar cele matematice. Acest lucru necesită, în primul

rând de la tine, responsabilitate și activitatea ta mentală activă, care se bazează direct pe cunoștințele pe care le ai și pe capacitatea de a le aplica în practică.

Amintim, că pentru a descrie un oarecare proces real, noi folosim modelarea matematică - creăm **modele matematice** sub formă de ecuații, expresii, tabele, scheme etc.

### Algoritmul modelării matematice.

- 1) Construirea unui model matematic (ce se știe și ce trebuie de aflat);
- 2) Lucrul cu modelul matematic (relații matematice, care leagă datele și rezultatele);
- 3) Alcătuirea unui răspuns la problemă în terminologia condiției ei (verificarea condiției de admisibilitate a datelor inițiale).

## Exerciții de antrenare

**4.81°.** Într-o sală de cinema sunt  $b$  rânduri, iar în fiecare rând sunt cu 12 scaune mai multe decât numărul de rânduri. De determinat, care este cel mai mare număr de spectatori ce pot veni la prezentarea filmului în acest cinematograful dacă:

- a) numărul de scaune din fiecare rând nu se modifică;
- b) numărul de scaune din fiecare rând se micșorează cu 5;
- c) numărul de rânduri se micșorează cu 3;
- d) numărul de rânduri se mărește cu 2, iar numărul de scaune se micșorează în fiecare rând cu 4.

**4.82°.** De completat în caiet tabelul, folosind formula volumului paralelipipedului dreptunghic  $V = a \cdot b \cdot c$ , unde  $a, b, c$  – unde  $a, b, c$  – dimensiunile paralelipipedului dreptunghic.

Volumul, $V$		$80 \text{ m}^3$		$(x^3 - 4x) \text{ cm}^3$
Lungimea, $a$	2 cm	4 m	$(x - 1) \text{ m}$	$(x + 2) \text{ cm}$
Lățimea, $b$	3 cm	5 m	$(x + 1) \text{ m}$	$(x - 2) \text{ cm}$
Înălțimea, $c$	4 cm		$(x^2 + 1) \text{ m}$	

**4.83°.** De compus expresia la problemă. Lungimea dreptunghiului este cu 5 cm mai mare, decât lățimea lui. De determinat, cum se va schimba aria acestui dreptunghi, dacă:

- a) se va mări lățimea lui de 5 ori, iar lungimea – de 3 ori;
- b) se va micșora lățimea lui de două ori, iar lungimea – de trei ori;
- c) se va mări lungimea lui de două ori, iar lățimea se va micșora de 4 ori;
- d) și lungimea și lățimea se vor mări de două ori.

**4.84°.** Aria unui pătrat a fost mai întâi mărită de 2 ori, iar apoi micșorată cu  $8 \text{ m}^2$ . De ales expresia (A-D), care modelează situația dacă lungimea laturii pătratului inițial este egală cu  $a$ .

- A.  $2(a - 8)^2$ ;    B.  $2(a + 8)^2$ ;    C.  $2a^2 - 8$ ;    D.  $2a^2 + 8$ .

4.85°. Aria unui pătrat a fost mai întâi micșorată cu 8 m<sup>2</sup>, iar apoi mărită de două ori. De indicat expresia pentru obținerea ariei pătratului obținut.

A.  $2(x-8)(x-8)$ ;

C.  $2(x-8)$ ;

B.  $8(x-2)(x-2)$ ;

D.  $2(x-4)(x+4)$ .

4.86°. Clumba de flori din apropierea școlii are forma unui pătrat. La ora de tehnologie, elevii din clasa a șaptea au redus mai întâi fiecare latură a clumbei de flori cu 1 m, iar apoi s-au răzgândit și au săpat încă 3 m dintr-o parte. De determinat, cum s-a schimbat aria clumbei de flori. De ales expresia, care modelează această situație dacă  $x$  – lungimea inițială a clumbei de flori.

A.  $(x-1)^2 - (x+2)(x-1)$ ;

C.  $(x+2)(x-1) - x^2$ ;

B.  $(x+2)(x-1) - (x-1)^2$ ;

D.  $(x+2) - (x-1)$ .

4.87°. De aflat distanța dintre sate, dacă fratele Ioanei poate parcurge această distanță pe trotinetă timp de 18 minute și pe bicicletă timp de 45 de minute, deoarece viteza lui pe trotinetă este cu 12 km/h mai mare decât pe bicicletă.

4.88°. O barcă a parcurs în 8 ore aceeași distanță în direcția apei ca și împotriva curentului în 10 ore. Să se afle viteza proprie a bărcii, dacă viteza curentului este egală cu 1,5 km/h.

4.89°. De evaluat în mod critic procesul de rezolvare a problemei.

Problema „O foaie de carton”. Dumitru a tăiat dintr-o foaie de carton de formă pătrată pe de o parte o bandă cu lățimea de 3 cm, iar pe de cealaltă parte – cu lățimea de 5 cm. Bogdan a tăiat din aceeași foaie din ambele părți câte o bandă cu lățimea de 3 cm.

1) De determinat cu cât diferă ariile figurilor tăiate de băieți, dacă dimensiunile foi sunt  $a \times a$  cm.

2) De calculat valoarea expresiei obținute, dacă  $a = 20$  cm.

a) Fie că  $a$  cm – latura foi de carton, atunci:

1)  $(a-3)$  cm și  $(a-5)$  cm – laturile dreptunghiului, pe care l-a tăiat Dumitru,  $(a-3)(a-5)$  cm<sup>2</sup> – aria lui;

2)  $(a-3)$  cm – latura pătratului, pe care l-a tăiat Bogdan,  $(a-3)^2$  cm<sup>2</sup> – aria lui;

3) diferența dintre ariile figurilor este egală cu  $(a-3)^2 - (a-3)(a-5) = (a-3)(a-3-a+5) = 2(a-3)$  (cm<sup>2</sup>).

Dacă  $a = 20$  cm, atunci  $(a-3) \cdot 2 = (20-3) \cdot 2 = 34$  (cm<sup>2</sup>).

Răspuns:  $2(a-3)$  cm<sup>2</sup>; 34 cm<sup>2</sup>.



b) Fie că  $a$  cm – latura foii de carton, atunci:

1)  $(a-3)$  cm și  $(a-5)$  cm – laturile dreptunghiului, pe care l-a tăiat Dumitru, iar  $(a-3)(a-5)$  cm<sup>2</sup> – aria lui;

2)  $(a-3)$  cm – latura pătratului, pe care l-a tăiat Bogdan,  
 $(a-3)^2$  cm<sup>2</sup> – aria lui;

3) diferența dintre ariile figurilor este egală cu:  $(a-3)(a-5) - (a-3)^2 = (a-3)(a-5-a+3) = -2(a-3)$  (cm<sup>2</sup>).

Dacă  $a = 20$  cm, atunci  $-2(a-3) = -2(20-3) = -34$  (cm<sup>2</sup>).

Răspuns:  $-2(a-3)$  cm<sup>2</sup>;  $-34$  cm<sup>2</sup>.

**4.90••.** Olesea a cumpărat dintr-un magazin  $m$  portocale cu 45 grn bucata și  $n$  lămâi cu 12 grn bucata. Când a plătit, a constatat că nu avea suficienți bani și i-a returnat vânzătoarei 2 portocale și 3 lămâi. Cum s-a schimbat costul cumpărăturii făcute de Olesea?

**4.91••.** De determinat de câte ori va crește volumul unui paralelipiped dreptunghic dacă:

a) se va mări lățimea lui de 5 ori, iar lungimea – de 3 ori;

b) se va micșora înălțimea lui de 2 ori, iar lățimea – de 3 ori;

c) se va mări lungimea de 2 ori, iar lățimea se va micșora de 4 ori;

d) se va mări fiecare dimensiune de 2 ori.

**4.92••.** Într-un supermarket, prețul bananelor este de  $-a$  grn pentru kg, iar prețul nectarinelor – cu 20 grn mai mare. Bananele beneficiază de o reducere de 15% pentru cumpărături de cel puțin 3 kg. Mama a cumpărat 3,5 kg de banane și 1 kg de nectarine. Care este costul acestei cumpărături? De aflat acest cost dacă  $a = 38$ . Ce sumă a economisit mama profitând de oferta specială?

### **Cercetează situația, lucrând în grup: „Ai vreo idee?”**

**4.93••.** Copiii și-au ajutat mama să cumpere alimente. Natalia a luat  $x$  kg de bomboane câte  $c$  grn/kg și  $x$  kg de biscuiți la  $k$  grn/kg. Igor a adus  $b$  kg de mandarine câte  $k$  grn/kg și  $b$  kg de kiwi câte  $c$  grn/kg. Mama le-a cerut să aleagă astfel de bomboane, biscuiți și fructe, care costă la fel și masă să rămână aceeași. Cum se va schimba costul cumpărăturii, dacă copiii în rezultat au ales produse mai scumpe decât au ales inițial?

### **Formulează întrebări pentru probleme, lucrând în cooperativa de clasă: „Oare știi să faci?”**

**4.94.** De compus întrebarea pentru condițiile problemelor.

a) Problema „Clasa de sport”. În clasa a 7-a sunt 32 de elevi. 25 % dintre ei se ocupă cu înotul, iar cu voleiul – cu 2 copii mai mulți decât cu înotul.

b) Problema „Numărul preferat”. Un număr este cu 5 mai mare decât altul. Produsul numerelor este egal cu 96. Sașa a scăzut 4 din primul număr și a adăugat 3 la al doilea pentru a obține numărul său preferat.

# Generalizarea și sistematizarea competențelor dobândite la temă

## „DESCOMPUNEREA POLINOAMELOR ÎN FACTORI”

*Singura cale spre cunoaștere – este acțiunea.*

(Bernard Shaw)

Salut! Cum ești?

Vă propun un motto pentru învățare: **„Cu cât mai mult știi, cu atât mai multe poți!”**(Edmond About)

Astăzi, Cubul lui Bloom nu te va ajuta să diagnostichezi „oare tu știi?”, „oare tu poți?”, și „oare știi să faci?”, ci tu singur îți vei forma personalitatea „Eu – personalitate!” prin autoverificarea integrității tale și a propriilor activități.

### Însărcinarea 1. Exercițiul: „Notează „+”dacă răspunsul este da”.

#### I. Verifică-ți integritatea

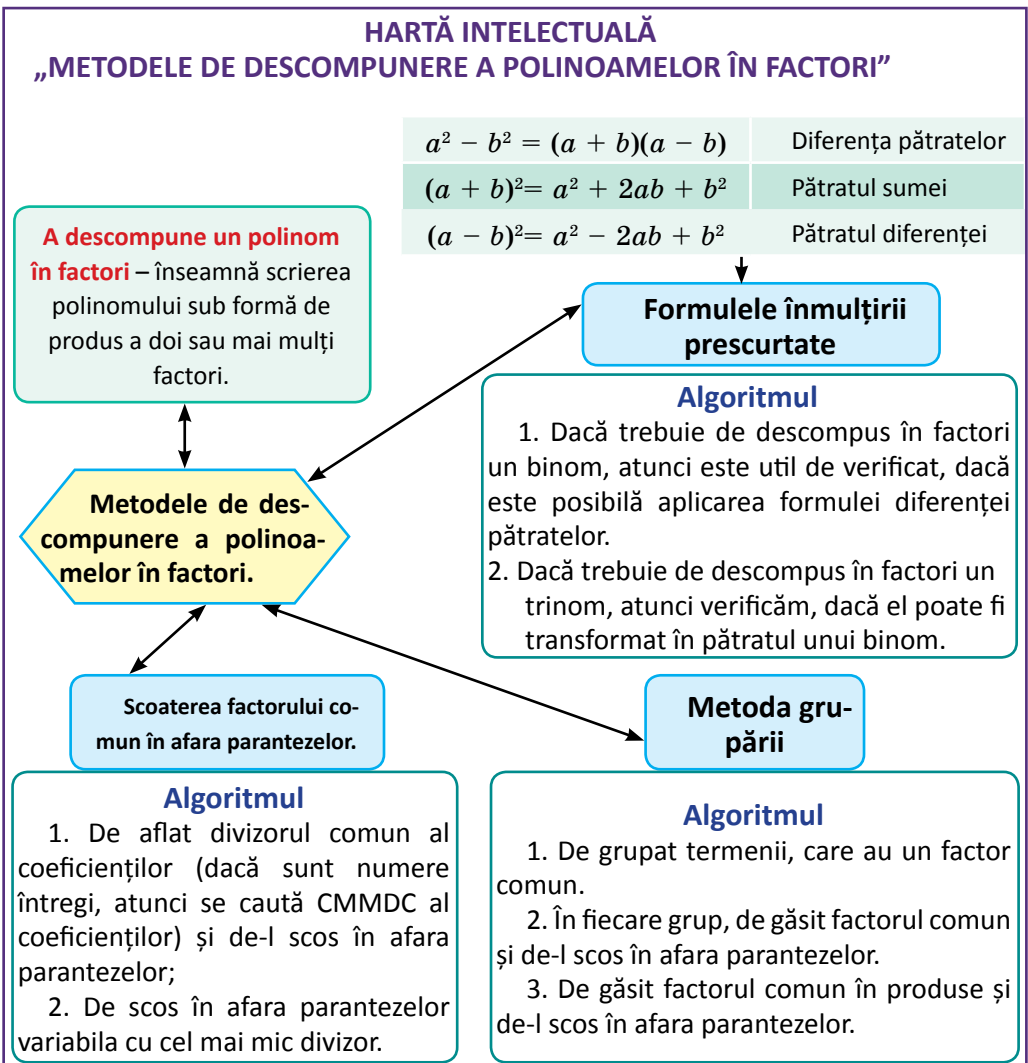
- ✓ **Eu** am îndeplinit toate însărcinările pentru tema de acasă?
- ✓ **Eu** am rezolvat însărcinările pentru tema de acasă independent?
- ✓ **Eu** am încercat să-mi testez abilitățile cel puțin după o lecție?
- ✓ **Eu** am ținut o evidență: „știu”, „vreau să știu”, „am învățat”?
- ✓ **Eu** mi-am planificat să învăț mai bine, decât am făcut-o ieri?

#### II. Întrebări pentru autoverificarea propriei performanțe

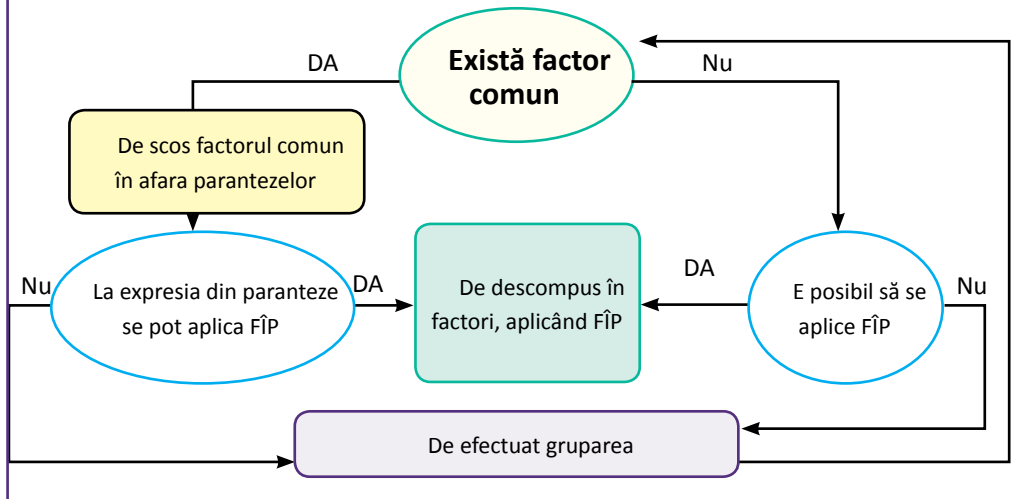
- 1) Oare știi **EU** ce este un polinom?
- 2) Oare **EU** știu, ce înseamnă „de descompus polinomul în factori”?
- 3) Oare **EU** cunosc metodele de descompunere a polinomului în factori?
- 4) Oare **EU** știu să scot factorul comun în afara parantezelor?
- 5) Oare **EU** știu să caut factorul comun?
- 6) Oare **EU** știu să folosesc metoda grupării pentru a descompune un polinom în factori?
- 7) Oare **EU** cunosc formulele înmulțirii prescurtate?
- 8) Oare **EU** pot descompune un polinom în factori, folosind formulele înmulțiri prescurtate?
- 9) Oare **EU** știu să aplic câteva metode de descompunere în factori?
- 10) Oare **EU** știu să rezolv ecuații prin metoda descompunerii în factori?

- 11) Oare **EU** știu să modelez probleme simple de text cu ajutorul unei ecuații liniare sau a unei ecuații, care poate fi redusă la o ecuație liniară?
- 12) Oare **EU** înțeleg că problemele de învățare constituie baza pentru dezvoltarea abilității de rezolvare a problemelor bazate pe competențe?
- Fă concluzie: „Cum ești?”. Oare poți să-ți spui: „Acum EU îmi dau seama, că pot, vreau și voi învăța!”.
- Laudă-te, dacă ești „Bravo!”.

**Însărcinarea 2.** Examinează harta intelectuală la tema „Descompunerea polinoamelor în factori” și amintește-ți schema creării modelului matematic pentru problemă și compune-ți propriile →



### SCHEMA „APLICAREA METODELOR DE DESCOMPUNERE A POLINOAMELOR ÎN FACTORI”



### Exerciții de antrenare

4.95°. De descompus polinomul în factori:

a)  $x^2 - b^2$ ;

c)  $9 - 36t^2$ ;

b)  $(5 + m)^2$ ;

d)  $c^2 - 2cp + p^2$ .

4.96°. De scos factorul comun în afara parantezelor:

a)  $20m + 10mn - 30cm$ ;

c)  $6(a - 3) + 2b(a - 3) - c(a - 3)$ ;

b)  $c^2yk^4 + y^4c^3k^2$ ;

d)  $0,2a(n^3 - 2) + 0,04(n^3 - 2)$ .

4.97°. De calculat valoarea expresiei:

a)  $3,2a + 3,2m$ , dacă  $a = 0,49$ ,  $m = 0,51$ ;

b)  $y^2 - 34,45y$ , dacă  $y = 44,45$ ;

c)  $k^2 - kb + 4k - 4b$ , dacă  $k = 11,11$ ,  $b = 0,11$ ;

d)  $a^2 - m^2$ , dacă  $a = 45,4$ ,  $m = 54,6$ .

4.98°. De reprezentat sub formă de produs din trei factori:

a)  $16y^4 - 1$ ; b)  $64d^3 - d$ ; c)  $81b^4 - 16$ ; d)  $m^3 - m^2 - m + 1$ .

4.99°. De transcris egalitatea în caiet, înlocuind ☼ cu un asemenea monom, încât să se formeze o identitate:

a)  $\text{☼} - 4 = (\text{☼} - 2)(6n + \text{☼})$ ;

b)  $k^2 + \text{☼} + \text{☼} = (\text{☼} + 2m)^2$ ;

c)  $(\text{☼} + \text{☼})^2 = \text{☼} + 30by + 25y^2$ .

**4.100°.** De demonstrat identitatea  $mp + c^2 + c(m + p) = (c + m)(c + p)$ .

**4.101•.** De rezolvat ecuațiile:

a)  $2y^2 + 2y^3 = 0$ ;

c)  $x^2 + 12x + 36 = 0$ ;

b)  $3(x - 4) + 2x(x - 4) = 0$ ;

d)  $y^4 - y^2 = 0$ .

**4.102•.** Produsul a două numere întregi naturale pare consecutive, la care s-a gândit Andrei este egal cu 528. La care numere s-a gândit băiatul?

**4.103•.** De descompus expresia în factori:

a)  $(2a - 1)^2 + 7n(2a - 1) + (1 - 2a)$ ;

b)  $25b^3 - 10b^2 + b$ ;

c)  $3a^4 - 243$ ;

d)  $(4 - a^2)(x - y) + (x^2 - y^2)(4 - a^2)$ .

**4.104••.** De rezolvat ecuațiile:

a)  $5m + m^2 = 5m^2 + m^3$ ;

b)  $x^2 - 0,3(x + 3) = 0,1(x - 9)$ ;

c)  $x^2 + 6x + 8 = 0$ ;

d)  $y^2(y^2 - 8y + 16) - 25(y^2 - 8y + 16) = 0$ .

**4.105••.** De demonstrat, că pentru orice valoare a lui  $y$  expresia  $\frac{y^2}{25} - \frac{2}{5}y + 3$  primește numai valori pozitive.

### *Cercetează situația, lucrând în grup: „Ai vreo idee?”*

**4.106••.** De descompus în factori expresia:

$$m^2(a - y) + a^2(y - m) + y^2(m - a).$$

**4.107••.** Masa totală a două soiuri de mere era de 60 kg. Merele de un soi au fost vândute la 15 grn/kg, iar cele din celălalt – la 20 grn/kg. Pentru toate merele s-au obținut 1000 grn. Câte kg de mere de fiecare soi au fost?

**4.108••.** Raza primului cerc este cu 4 m mai mare decât raza celui de-al doilea. De aflat, de câte ori aria primului cerc va deveni mai mare decât aria celui de-al doilea, dacă raza primului cerc se va mări de 2 ori, iar raza celui de-al doilea se va micșora cu 2 m.

Funcțiile – nu sunt doar reguli aritmetice, ci reprezintă magia matematicii, care ne permite să descoperim lumi fascinante de numere și relații între ele!

Arthur T. Benjamin

## TEMA 5. | FUNCȚII

Această temă o cunoști încă din copilărie, deoarece viața – este o relație funcțională – de unele mărimi depind altele. Matematicienii au unificat aceste dependențe, le-au studiat și le-au clasificat, astfel încât să poți sesiza acest proces de înțelegere a vieții din punct de vedere științific. Se poate spune, că „**funcția**” – este o reflectare matematică magică, care transformă unele numere în altele! Este ca și un fermecător de lădițe, care primește în lădița sa unele numere – „**domeniul de definiție**”, și scoate din ea alte numere, dar conform cu anumite reguli – „**domeniul de valori**”. Sau „funcția” – este o mașină specială, care primește un anumit timp – „argumentul” și returnează numai acele evenimente, care au avut loc în acest timp – „**valoarea funcției**”. Deci vezi, cât de magică este lumea matematicii, iar tu pășești în ea, înveți, însușești, aplici astăzi, dar vei continua să o folosești de-a lungul întregii vieți. Așadar, la început – funcția liniară, cu forma sa analitică și interpretarea grafică, cu domeniul său de definiție și domeniul său de valori. Dacă ai dorință tu le vei putea învăța și **construi** singur, folosind planul de coordonate, **stabilind** dinainte cum și **amplasând** modelele lor – graficele – separat sau împreună.





## §5.1 Dependența funcțională dintre mărimi. Funcția. Modurile de definire a funcției



Salut! Cum ești?

Vă propun un motto pentru învățare: „**Funcțiile – cheia înțelegerii matematice a lumii: învță, aplic, cre- ez!**”

Astăzi, Cubul lui Bloom îți va ajuta să diagnostichezi, „- dacă știi?” și „dacă știi cum?”, iar apoi – vom trece la rezolvarea exercițiilor – „oare știi să faci?” și prin cercetare vom dobân- di noi cunoștințe despre dependența dintre mărimi.

**Așadar, Cubul lui Bloom îți propune:**

<p><b>NUMEȘTE</b> for- mulele, pe care le cunoașteți despre figuri geometrice; distanță, viteză și timp</p>	<p><b>EXPLICĂ</b> cum distanța, pe care o parcurgi cu bicicleta depinde de timpul pe care ți-l rezervi pentru aceasta</p>	<p><b>DE CE</b> valorile funcțiilor <math>y = x^2 - 5</math> și <math>y = (x - 5)^2</math> sunt diferite, dacă <math>x \neq 3</math>, și egale, dacă <math>x = 3</math>?</p>	<p><b>PROPUNE</b> o for- mulă pentru calculul numărului de luni școlare în școală (de la 1 septembrie până la 1 octombrie) pe o perioadă de 7 ani.</p>
		<p><b>DISTRIBUIE</b> observațiile tale privind variația traiectoriei de zbor a mingii în funcție de timp.</p>	

**Cercetează în parteneriat: „Oare tu știi?”**

- De aflat** perimetrul pătratului, dacă latura lui este egală cu:  
a) 7 dm;      b) 4,5 m;      c)  $a$  cm.
- De exprimat** cu ajutorul unei formule dependența lui  $V$  de  $a$ , unde  $a$  – lungi- mea muchiei cubului în cm și  $V$  – volumul lui în  $\text{cm}^3$ . De aflat  $V$ , dacă muchia cubului este egală cu:  
a) 5 cm;      b) 7 cm;      c) 12,5 cm.
- De studiat** un dreptunghi, dacă laturile lui sunt egale cu  $x$  cm și 6 cm, și anume:

- a) De reprezentat prin formulă dependența perimetrului  $P$  de  $x$ .  
 b) De aflat valoarea lui  $P$ , dacă  $x = 5$  cm.  
 c) De stabilit, se poate oare afla o altă valoare a lui  $P$ , dacă valoarea lui  $x$  nu se va schimba.

**Analizează și trage concluzii – creează strategia de învățare!**

## AȘTEPTĂ LUCRUL MERITĂ SĂ ȘTII ȘI SĂ POȚI APLICA

- 1 Pentru a formula răspunsul la fiecare problemă de cercetare, trebuie de analizat datele cu scopul elaborării unei strategii de rezolvare. În special: 1) de efectuat anumite cercetări și de găsit formula pentru perimetrul pătratului, care este de 4 ori mai mare decât latura lui; 2) de cercetat situația și de scris formula pentru volumul cubului; 3) de cercetat situațiile: a) pentru laturile cu lungimea de 5 cm și 6 cm perimetrul dreptunghiului este întotdeauna egal cu 22 cm; b) dacă una dintre laturi este egală cu 6 cm și cealaltă – ia valori diferite, atunci perimetrul dreptunghiului poate fi exprimat sub forma unei dependențe – formule.
- 2 Probabil că, dacă ar apărea necesitatea de a afla valoarea perimetrului pentru 50 de pătrate, ale căror laturi sunt cunoscute, atunci această muncă de rutină o să-ți pară plictisitoare și ai fi creat un program de calculator, care să găsească aceste perimetre și să le înregistreze într-un tabel de date.
- 3 Așadar, fiecare problemă de cercetare a necesitat capacitatea de a utiliza tehnici logice, înțelegerea relațiilor și abilitățile de generalizare, inclusiv cunoașterea formulelor corespunzătoare:

$$S = a^2$$

$$S = ab$$

$$P = 4a$$

$$P = 2(a + b)$$

$$V = a^3$$

$$V = abc$$

$$s = vt; \quad v = \frac{s}{t}; \quad t = \frac{s}{v}$$

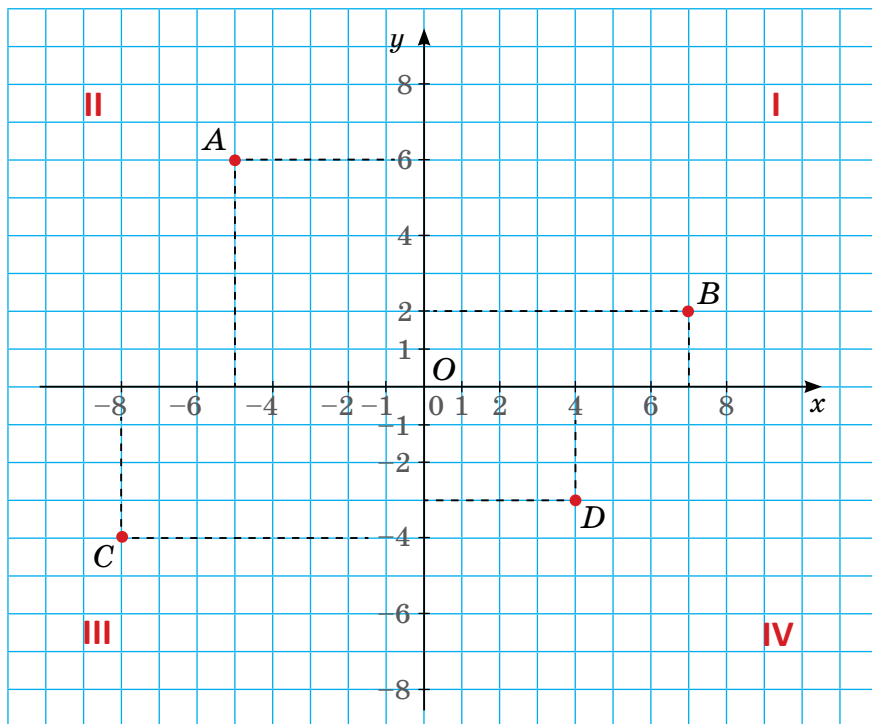
### Reține!

Dacă pe un plan se va trasa două axe de coordonate reciproc perpendiculare, care se intersectează în punctul  $O$  – originea coordonatelor, atunci se spune, că este dat *un sistem de coordonate dreptunghiular*. Planul, pe care este reprezentat sistemul de coordonate dreptunghiular se numește **plan de coordonate**, iar liniile de coordonate – **axe de coordonate**. Axa orizontală se numește **axa absciselor**, cunoscută și sub numele de axa  $x$  sau axa  $Ox$ . Axa verticală se numește **axa ordonatelor** și, de asemenea, axa  $y$  sau  $Oy$ . Punctul  $O$  se numește **originea coordonatelor**.



Axele de coordonate împart planul de coordonate în patru cadrane, numite **cadrane de coordonate**.

În figură este reprezentat planul de coordonate, pe care sunt marcate câteva puncte și sunt numerotate cadranele. De exemplu, punctul  $B(7; 2)$  este un punct în I cadran, iar 7 și 2 sunt abscisa și, respectiv, ordonata acestui punct;  $A(-5; 6)$  – punct în al II cadran;  $C(-8; -4)$  – punct în al III cadran;  $D(4; -3)$  – în IV cadran.



Așadar, pe planul de coordonate, fiecărei pereche de numere îi corespunde un singur punct și, invers, fiecărui punct de pe planul de coordonate îi corespunde o singură pereche de numere.

Să examinăm tabelul al costului cartofilor, al căror preț este de 15 grn pe kg

Cartofi, $x$ kg	3	5	10	...	$x - 1$	$x$
Preț, $y$ grn	45	75	150	...	$15(x - 1)$	$15x$

Folosind datele din acest tabel, puteți crea o formulă pentru a găsi valoarea lui  $y$ , dată fiind o valoare cunoscută a lui  $x$ , adică o formulă pentru relația dintre costul unei achiziții și cantitatea de cartofi cumpărată. Cantitatea de cartofi  $x$  și prețul de achiziție  $y$  sunt variabile care se schimbă, de aceea se numesc **variabile  $x$  și  $y$** . Iar fiecărei valori a lui  $x$  îi corespunde o singură valoare a lui  $y$ . Această dependență a unei variabile de alta se numește **relație funcțională sau funcție**.

Deoarece valoarea lui  $x$  poate fi aleasă în mod arbitrar, iar valoarea lui  $y$  depinde de valoarea aleasă a lui  $x$ ,  $x$  se numește **variabilă independentă** sau **argument**, iar  $y$  – **variabilă dependentă sau valoare a funcției**.

Pentru a arăta că  $y$  depinde de  $x$ , funcția se scrie de obicei ca  $y(x)$  sau  $y = f(x)$ .

Folosind această notație, dependența valorilor funcției de valorile argumentului, de exemplu, costul cartofilor cumpărați în funcție de numărul de kg, poate fi scrisă în felul următor:

$$f(3) = 45, f(5) = 75, f(10) = 150, \dots, f(x) = 15(x - 1), f(x) = 15x.$$

### Reține! Este important!

Dependența unei variabile de o altă variabilă se numește **funcție**, dacă fiecare valoare a variabilei independente corespunde unei singure valori a variabilei dependente, conform unei anumite reguli.

Există patru metode principale de definire a funcției: *verbală, tabelară, grafică și analitică*.

Vom examina aplicarea lor în următorul exemplu.

**Problema 1:** Costul total al unei curse cu taxiul depinde de distanță. De scris printr-o funcție dependența costului cursei cu taxiul de lungimea traseului, dacă o cursă la distanța ce nu depășește 2 km, costă 35 grn, iar pentru fiecare km în plus de distanță trebuie de plătit 9 grn.

- 1 Metoda verbală.** Această metodă constă în faptul, că regula conform căreia o variabilă se pune în corespondență cu alta este descrisă cu cuvinte. Atunci descrierea funcției pentru problema 1 și reprezintă condiția problemei.
- 2 Metoda tabelară.** Această metodă constă în faptul, că corespondența dintre variabilele  $x$  și  $y$  este dată sub forma unui tabel.

Să dăm funcția costului cursei cu taxiul sub forma unui tabel.

Costul cursei cu taxiul în dependență de distanță										
Distanța, $x$ (km)	1	2	3	4	5	6	7	8	9	...
Costul, $y$ (grn)	35	35	44	53	62	71	80	89	98	...

- 3 Metoda analitică.** Această metodă constă în faptul, că funcția este dată cu ajutorul formulei  $y = f(x)$ , unde  $f(x)$  – expresie cu variabila  $x$ .
- 4 Metoda grafică.** Această metodă constă în faptul, că funcția este dată cu ajutorul unui grafic.

**Graficul funcției** se numește mulțimea de puncte pe planul de coordonate, ale căror abscise sunt egale cu argumentul funcției, iar ordonatele sunt egale cu valoarea corespunzătoare a funcției.

În fig. 1 este reprezentat graficul dependenței costului cursei cu taxiul de distanță.

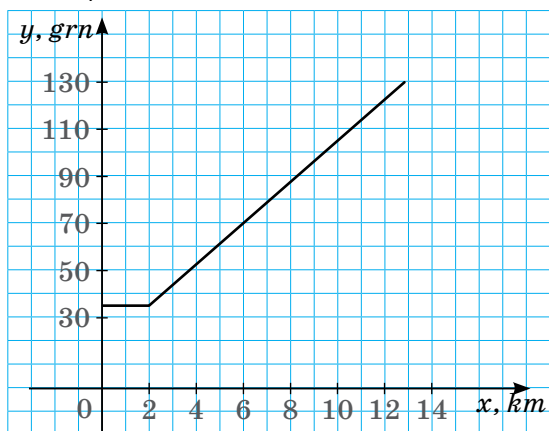


Fig. 1

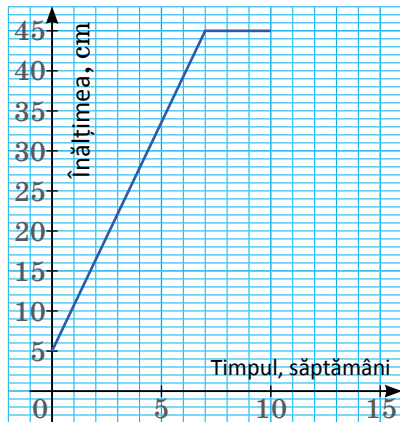


Fig. 2

Vom examina un exemplu de aplicare a graficului funcției.

**Problema 2.** Timp de 10 săptămâni, Maria a urmărit creșterea unui răsad de roșii "Ucrainene". Dependența înălțimii răsadului de vârsta lui este reprezentată grafic (fig. 2). După grafic se poate ajunge la concluzia, că:

- 1) observația a fost efectuată din momentul, în care răsadul atinsese deja o înălțime de 5 cm;
- 2) în primele 7 săptămâni, planta a crescut până la 45 cm;
- 3) în următoarele 3 săptămâni, înălțimea plantei a rămas neschimbată.

### Exerciții de antrenare

**5.1°.** De selectat dependența nefuncțională dintre variabilele  $x$  și  $y$  din dependențele (A-D) prezentate în tabel. De ce este anume așa?

	A				B				C				D						
$x$	1	2	3	4	$x$	1	2	3	4	$x$	1	1	3	4	$x$	4	3	2	1
$y$	3	6	9	12	$y$	2	3	4	1	$y$	2	3	4	1	$y$	4	1	2	3

**5.2°.** Pe cântar a fost pus un bidon cu masa de 7 kg, care conținea 38 l de apă și apoi s-au mai turnat de trei ori câte 1 l de apă. De transcris tabelul în caiet și de-l completat.

Masa apei				
Masa bidonului cu apă				

**5.3°.** Funcția este dată de formula  $y = 2x + 3$ . De transcris tabelul în caiet și de-l completat.

$x$	-2	-1	0	1	1,5	2	2,5	3	5
$y$									

**5.4°.** De aflat valoarea lui  $x$  pentru funcția  $y = -3x + 2$ , pentru care  $y = 0$ .

**5.5°.** De aflat valoarea lui  $f(3)$ , dacă  $f(x) = 2x^2 - x + 3$ .

De scris prin formulă relația funcțională (5.6–5.10).

**5.6°.** Într-un portofel din 1500 grn au rămas  $y$  grn după ce s-au cheltuit  $x$  grn.

**5.7°.** Un turist a parcurs distanța de  $y$  km în  $x$  ore cu o viteză de 4,5 km/h.

**5.8°.** Cantitatea de mere  $y$ , care a fost produsă de pomii tineri în primul an depinde de numărul de pomi tineri  $x$ . Se știe, că fiecare astfel de măr avea câte 6 fructe în pom și numai 5 mere erau pe pământ

**5.9°.** Înălțimea plantei depinde de numărul  $x$  de zile, în care ea crește zilnic cu 1 cm, începând de la înălțimea plantei de 15 cm.

**5.10°.** Termometrul indica 12 °C, însă în decurs de  $x$  ore temperatura  $T$  scădea cu 3 °C.

**5.11°.** Funcția este dată de formula  $y = -0,5x - 12$ . Transcrie tabelul în caiet și completează-l

$x$	- 0,5	4,2			60	-1			- 40
$y$			-15,7	-12			-11	15,5	

**5.12°.** De pus în corespondență funcția (1-4) și valoarea ei (A-F) pentru valoarea argumentului, ce este egală cu (-6).

*Funcția*

1.  $y = 3 - x$

2.  $y = -\frac{1}{3}x + 2$

3.  $y = 5x + 24$

4.  $y = x^2 - 39$

*Valoarea funcției*

A. 9

B. -3

C. 2

D. -0,2

E. 4

F. -6

**5.13°.** O oală a fost umplută cu apă la temperatura de 15 °C. Pe măsură ce oala se încălzea, temperatura apei din ea creștea cu 8 °C în fiecare minut.

a) De scris formula dependenței temperaturii apei  $y$  de timpul  $t$  de încălzire a ei.

- b) De aflat valoarea lui  $y$ , care corespunde valorilor argumentului  $t = 7$ ; 9; 10.  
 c) De aflat valorile lui  $t$ , pentru care  $y = 45$ ; 55; 70.  
 d) De aflat valoarea lui  $t$ , la care apa va fierbe (apa fierbe la 100 °C).

**5.14°.** Studiind cantitatea de precipitații dintr-o regiune timp de 4 luni, meteorologii au decis să determine modul, în care aceasta afectează cantitatea de apă dintr-un râu. Datele sunt rezumate în tabelul de mai jos:

Luna	Precipitațiile "P"(cm)	Apa "A" în râu (l)
Ianuarie	3	150
Februarie	5	200
Martie	2	125
Aprilie	4	175

De ales din variantele propuse (A-D) pe cea, care reprezintă corect dependența dintre cantitatea de precipitații (P) și cantitatea de apă (A) din râu.

A	B	C	D	E
$C = 500$	$C = 750$	$C = 750 + 25$	$C = 250 + 75$	$C = 500 + 75$

**5.15°.** De evaluat în mod critic procesul de rezolvare a problemei.

**Problemă.** În sala de cinema sunt  $n$  rânduri cu câte 16 locuri în fiecare. De exprimat prin formulă numărul total de  $N$  de locuri în sală și de aflat venitul maxim posibil  $P$  pentru vânzarea biletelor pentru un spectacol, dacă prețul unui bilet este de 80 grn.

**Rezolvare.** Scriem prin formulă numărul total de locuri  $N$  în sala de cinematograful:  
 $N = n \cdot 16$

Acum, pentru a afla venitul obținut pentru un spectacol, trebuie de înmulțit numărul de locuri cu prețul unui bilet:  
 $P = N \cdot 80$ .

Înlocuim în această egalitate expresia obținută mai sus pentru  $N$ , obținem:

$$P = (n \cdot 16) \cdot 80 = 1280 \cdot n.$$

**Răspuns:**  $P = 1280n$ .

**Problemă.** Oleg avea 240 grn. După ce a cumpărat câteva plăcinte la un preț de 15 grn, i-a rămas  $y$  grn. De exprimat prin formulă dependența lui  $y$  de numărul de plăcinte cumpărate.

Este oare această dependență o funcție?

**Rezolvare.** Notăm numărul de plăcinte cumpărate cu  $x$ , atunci costul plăcintelor va fi  $15x$ .

Banii ce i-au rămas lui Oleg pot fi calculați prin formula  $y = 15x - 240$ .

Această dependență este o funcție, deoarece fiecărei valori a lui  $x$  îi corespunde o singură valoare a lui  $y$ .

**Răspuns:** funcția este  $y = 15x - 240$ .

5.16\*. O anumită funcție  $f(n)$  este dată prin metodă verbală: fiecărui număr natural  $i$  se pune în corespondență suma dintre numărul dublat și pătratul numărului 4. De selectat dintre formulele (A-D) formula, cu care poate fi dată această funcție.

- A.  $f(n) = 2(n^2 + 4)$ ;                      C.  $f(n) = (n + 4)^2$ ;  
 B.  $f(n) = 2n + 4^2$ ;                      D.  $f(n) = 2n + 2^2$

5.17\*. De determinat, dacă relația din fiecare dintre figurile 3 și 4 este o funcție.

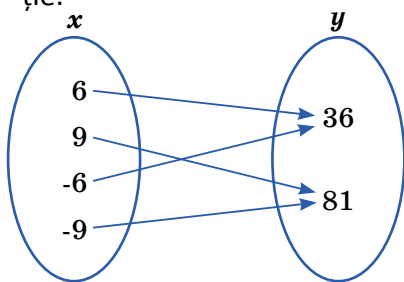


Fig. 3

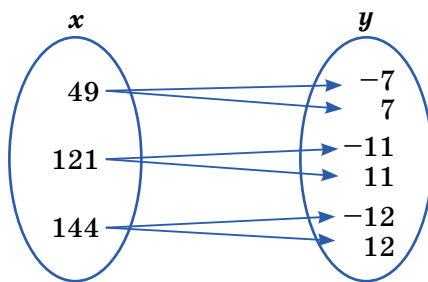


Fig. 4

5.18\*. Cafeneaua pentru copii „SmakoLiub” vinde ceai (C) și biscuiți (B). Prețul unei cești de ceai este de 30 grn, iar prețul biscuiților – de 10 grn. Totodată, dacă cumperi o ceașcă de ceai și biscuiți împreună, se poate obține o reducere de 5 grn. De stabilit, care dintre formulele dependențelor funcționale (A-D) indică cumpărătura cu reducere (P – prețul cumpărăturii).

- A.  $P = 30C + 20B$ ;                      C.  $P = 20C + 30B - 5$ ;  
 B.  $P = 50(C + B) - 5$ ;                      D.  $P = 30C + 20B - 5$ .

### Cercetează situația, lucrând în grup: „Ai vreo idee?”

5.19\*\*. Mihail l-a ajutat pe tatăl său să pompeze apă într-un rezervor pentru a uda grădina. În fig. 5 este reprezentat graficul variației volumului de apă din rezervor pe parcursul a 30 de minute.

1. Se poate oare afirma, că în rezervor era apă înainte ca ei să înceapă să pompeze? Dacă da, atunci cât de multă?
2. Până la ce valoare și cu cât a crescut volumul de apă din rezervor în primele 14 minute?
3. Cât timp volumul de apă din rezervor nu s-a schimbat?

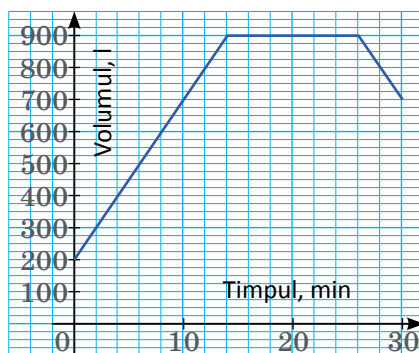


Fig. 5

4. Cât timp le-a trebuit lui Mihail și tatălui său să ude grădina, dacă în rezervor au rămas 700 l de apă?

5.20••. Să presupunem că există un tabel școlar cu următoarele atribute: "Numele", "Prenumele", "Vârsta", "Clasa", "Balul mediu". De determinat, dacă sunt posibile următoarele dependențe funcționale:

- |                              |                             |
|------------------------------|-----------------------------|
| a) "Balul mediu" și "Clasa"; | d) "Prenumele" și "Numele"; |
| b) "Vârsta" și "Clasa";      | e) "Numele" și "Vârsta";    |
| c) "Clasa" și "Balul mediu"; |                             |

5.21••. De aflat valoarea minimă a funcției  $y = x^2 - 2x + 2$ .

5.22••. Funcția este dată de formula  $y = x^2 + 5x + 7$ , unde  $x$  – orice număr întreg pozitiv. De determinat, dacă această funcție poate lua valori negative.

### Formulează întrebări pentru probleme, lucrând în cooperativa de clasă: „Oare știi să faci?”

5.23. De compus întrebarea pentru condițiile problemelor.

- Problema „Călătorim prin țară”. Trenul "Cernăuți-Kiev", mișcându-se cu viteza de 60 km/h, a parcurs în  $x$  ore  $y$  km.
- Problema „Alimentația sănătoasă”. Svetlana cumpără fructe într-un supermarket. Prețul pentru 1 kg este de 25 grn.
- Problema „Bugetul energetic al familiei”. O familie are un cazan pe gaz, care consumă 4 metri cubi de gaz pe oră.

### VERIFICĂ-TE „CUM EȘTI?”

Fișa „§5.1. Dependența funcțională dintre mărimi. Funcția. Modurile de definire a funcției”.



## § 5.2 Graficul funcției. Domeniul de definiție și domeniul de valori al funcției

Salut! Cum ești?

Vă propun un motto pentru învățare: „*Succesul – este o stare de spirit, care îți permite să faci ceva ce nu pare posibil!*” (Walt Disney)

Astăzi, Cubul lui Bloom îți va ajuta să diagnostichezi „dacă știi?” și „dacă știi cum?”, iar apoi – vom trece la rezolvarea exercițiilor – „oare știi să faci?” și vom dobândi noi cunoștințe despre funcție și graficul ei.

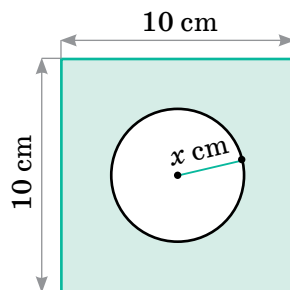
**Așadar, Cubul lui Bloom îți propune:**

**NUMEȘTE** câte tone de cereale pot fi măcinate în 6 ore la o moară, dacă productivitatea acesteia este constantă și ea macină 15 tone de cereale în 2 ore.

**EXPLICĂ** cum se reprezintă dependența funcțională dintre aria unui pătrat și latura lui  $(a + 5)$  cm.

**DE CE** funcția  $y = x^2 - 5$  are valoare minimă, dar funcția  $y = 5 - x^2$  – nu are valori?

**INVENTEAZĂ** cum, prin formulă, se poate scrie dependența ariei părții colorate a figurii de raza cercului, folosind datele reprezentate în figură, și indică domeniul de definiție.



**DISTRIBUIE** cum se definește prin metoda analitică funcția, ale cărei valori sunt opuse valorilor îndoite ale argumentului  $x$ .

**PROPUNE** formula dependenței cantității de soia  $m$  q, pe care o păstrează un fermier în depozit, de cantitatea  $n$  q – re aprovizionarea zilnică din noua recoltă, dacă soldul anului precedent este de 500 q de soia.

**Cercetează în parteneriat: „Oare tu știi?”**

- De aflat** suma absciselor și produsul ordonatelor punctelor  
a)  $A(3; 4)$ ;    b)  $B(-8,5; -6)$ ;    c)  $C(0,5; -1)$ ;    d)  $D(0; -0,5)$ .
- De calculat** valoarea funcției  $f(x) = 2x^2 + 3$ , dacă  $x$  este egal cu:  
a) 0;    b) 2;    c) -4;    d) -0,5.





3) De construit tabelul valorilor funcției  $y(x) = 2x + 1$  pentru valorile întregi ale lui  $x$  de la  $-3$  până la  $3$ .

**Analizează și trage concluzii – creează strategia de învățare!**

## AÇEST LUCRU MERITĂ SĂ ȘTII ȘI SĂ POȚI APLICA

- 1 Fără a deosebi abscisa de la ordonată pentru punctele planului de coordonate, este imposibil să se efectueze însărcinarea 1. Așadar, este important să puteți citi și marca punctele pe planul de coordonate. Această însărcinare este importantă și actuală, de aceea ea este inclusă în Testarea independentă externă (TIE).
- 2 Dacă trebuie de efectuat însărcinarea „de aflat valoarea funcției”, având anumite valori ale argumentului, atunci singura metodă de a face acest lucru – de înlocuit valorile. Apoi, de scris expresia numerică și de calculat rezultatul lui. Există patru răspunsuri, deoarece sunt date 4 valori ale lui  $x$ .
- 3 Dacă însă de aflat valoarea funcției în formă tabelară, atunci în afară de calcule trebuie de introdus corect în tabel argumentele și valorile corespunzătoare ale funcției. Deoarece argumentele sunt numere întregi de la  $-3$  până la  $3$ , trebuie de știut, că vor fi șapte argumente în total:  $-3, -2, -1, 0, 1, 2, 3$ , și de căutat valorile corespunzătoare pentru ele. Cu ajutorul tabelului e comodă citirea datelor și compararea valorilor argumentelor sau ale funcțiilor.

### Reține!

Având tabelul cu valorile funcției  $y(x) = 2x + 1$  pentru cinci valori ale argumentului, s-au obținut cinci puncte, care pot fi marcate pe planul de coordonate (fig. 6) și legate printr-o linie (fig. 7).

$x$	$-2$	$-1$	$0$	$1$	$2$
$y(x)=2x+1$	$-3$	$-1$	$1$	$3$	$5$

Segmentul din figura 7 este graficul funcției  $y(x) = 2x + 1$  pentru  $-2 \leq x \leq 2$ . Aceste valori ale lui  $x$  formează domeniul de definiție al funcției, iar valorile corespunzătoare lui  $-3 \leq y \leq 5$  formează domeniul de valori ale ei.

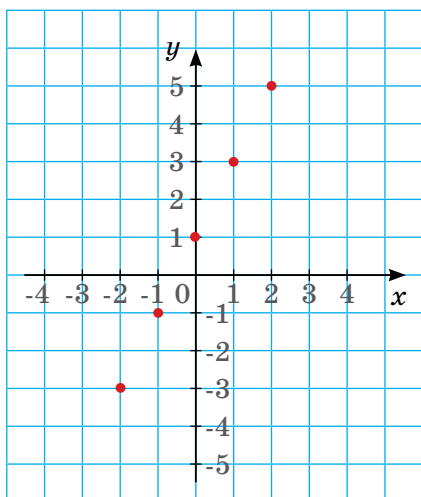


Fig. 6

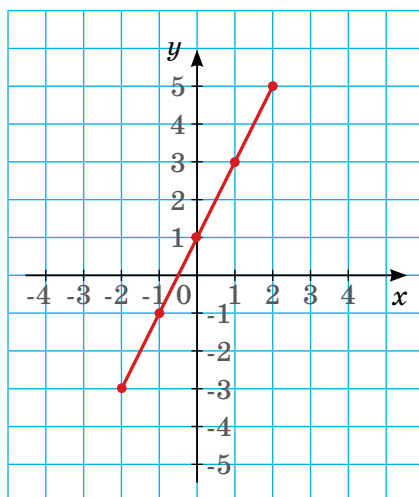


Fig. 7

Vom menționa, că se pot lua mult mai multe puncte pentru a construi graficul acestei funcții, și atunci segmentul construit poate fi prelungit la infinit în ambele direcții și se obține o dreaptă. Această dreaptă este graficul funcției  $y(x) = 2x + 1$ , dar domeniul ei de definiție reprezintă toate numerele și domeniul de valori la fel.

Graficul funcției  $y(x) = 2x + 1$ , al cărei domeniu de definiție și domeniul de valori este mulțimea tuturor numerelor este reprezentat în figura 8.

Așadar, figurile 6-8 reprezintă pașii de construire a graficului funcției  $y(x) = 2x + 1$ , pe planul de coordonate, și acest grafic este o dreaptă.

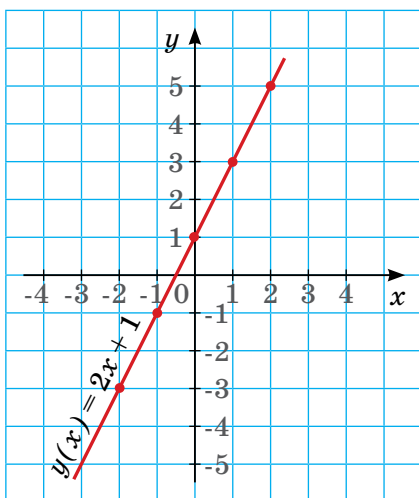


Fig. 8

### Reține! Este important!

Deoarece **graficul funcției** – este mulțimea tuturor punctelor planului de coordonate, ale căror abscise sunt egale cu valorile argumentului, dar ordonatele – cu valorile corespunzătoare ale funcției, prin metoda descrisă mai sus se poate construi întotdeauna și graficele altor funcții.

De exemplu,

să construim graficul funcției  $y = \frac{2}{x}$  cu condiția, că  $0,5 \leq x \leq 4$ .

Marcând câteva puncte pe planul de coordonate și unindu-le cu o linie lentă, obținem curba reprezentată în figura 9.

Având graficul funcției, se poate indica valoarea corespunzătoare a funcției pentru orice valoare a argumentului.

Dacă coordonatele unui punct oarecare transformă formula funcției într-o egalitate adevărată, atunci acest punct aparține graficului funcției. Și invers, dacă punctul aparține graficului funcției, atunci coordonatele lui transformă formula funcției într-o egalitate adevărată.

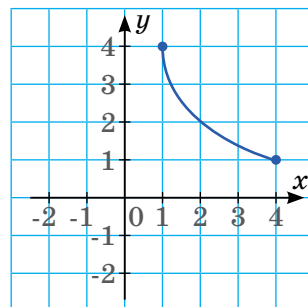


Fig. 9

Toate valorile, pe care le poate primi argumentul funcției se numește *domeniul de definiție al funcției*, iar toate valorile corespunzătoare ale funcției se numește *domeniul de valori al funcției*.

De exemplu, domeniul de definiție al funcției  $y(x) = 2x + 1$  – mulțimea tuturor numerelor, iar domeniul de definiție al funcției  $y = \frac{4}{x}$  – mulțimea tuturor numerelor, în afară de numărul 0, deoarece împărțirea la 0 nu există.

### ***E important!***

Domeniul de definiție al funcției, care este dată de:

- **un polinom cu o singură variabilă**, – reprezentat de toate numerele;
- **o fracție, al cărei numitor conține o variabilă**, – reprezentat de toate numerele, cu excepția acelor valori ale variabilei, la care numitorul este egal cu zero.

### **Algoritmul de construire a graficului funcției:**

- 1) se construiește tabelul cu valorile funcției;
- 2) se depun punctele pe planul de coordonate;
- 3) se unesc punctele marcate cu o linie lentă.

## **Exerciții de antrenare**

**5.24°.** Funcția este dată prin formula:  $y = -2x + 10$ . De completat tabelul în caiet.

<b><i>x</i></b>	-1	0	1	2	3	4	5	6
<b><i>y</i></b>								

**5.25°.** Funcția este dată prin formula:  $y = 5x - 7$ . De completat tabelul în caiet.

<b><i>x</i></b>	-1		2		0,5				3,2
<b><i>y</i></b>	-12	0		-2	-4,5	-1		8	9

- 5.26°. De construit graficul funcției  $y = x + 2$ , unde  $-1 \leq x \leq 5$ , alcătuiind în prealabil tabelul cu valorile lui.
- 5.27°. Funcția este dată de formula  $y = \frac{6}{x}$ , unde  $1 \leq x \leq 6$ . De construit graficul funcției, alcătuiind în prealabil tabelul cu valorile lui.
- 5.28°. De stabilit, care dintre punctele  $A(-2; 7)$ ,  $B(-6; 11)$ ,  $C(4; -1)$ ,  $D(7; 2)$  aparțin graficului funcției  $y = 5 - x$ .
- 5.29°. De transcris tabelul în caiet și de-l completat, folosind graficul funcției  $y = f(x)$ , care este reprezentat în figura 10.

$x$	-3	-1,5	0	1	3
$f(x)$					

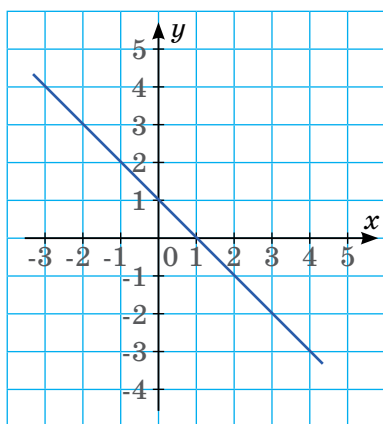


Fig. 10

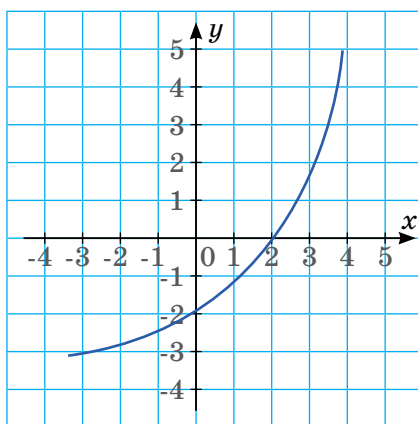


Fig. 11

- 5.30°. De transcris tabelul în caiet și de-l completat, folosind graficul funcției  $y = f(x)$ , care este reprezentat în figura 11.

$x$		0		1		3
$f(x)$	-2		-1		0	

- 5.31°. În figura 12 este reprezentat graficul unei funcții oarecare. Folosind graficul, de aflat:

- valoarea lui  $y$  dacă  $x = -5; -3; 0; 2; 4; 6; 7$ ;
- valoarea lui  $x$  dacă  $y = -3; -2; 0; 1; 2,6$ ;
- valorile argumentului, pentru care valoarea funcției este egală cu zero;
- domeniul de definiție și domeniul de valori al funcției;
- valorile argumentului, pentru care valorile funcției sunt pozitive;
- valorile argumentului, pentru care valorile funcției sunt negative.

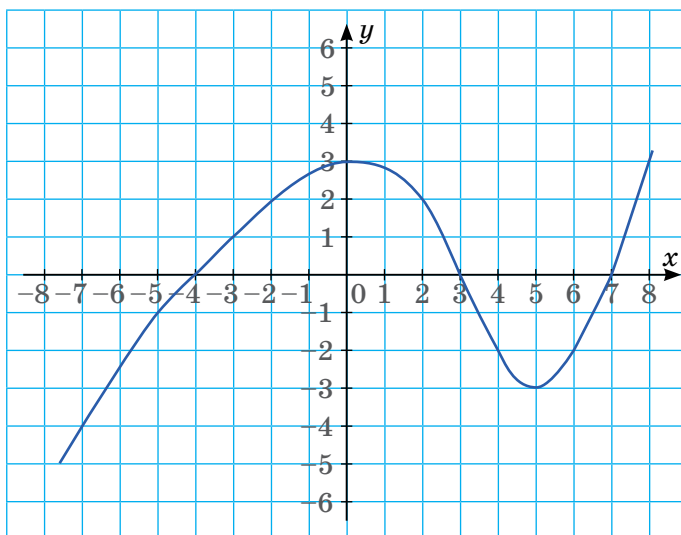


Fig. 12

5.32•. De compus tabelul pentru trei puncte ale graficului funcției:

a)  $y = -3x + 8$ ;    b)  $y = x^2 + 4$ ;    c)  $y = 0,5x^3 - 6$ ;    d)  $y = \frac{10}{x} + 7$  .

5.33•. De stabilit, dacă trece prin originea coordonatelor graficul funcției:

a)  $y = -8x$ ;    c)  $y = \frac{1}{4}x^3 - 6$  ;

b)  $y = x^2 + 1$ ;    d)  $y = \frac{10}{x} + 2$  .

5.34•. De aflat coordonatele punctelor de intersecție a graficului cu axele de coordonate:

a)  $y = -2,5x + 4$ ;    c)  $y = 0,25x - 4$ ;

b)  $y = 0,7x + 4,9$ ;    d)  $y = 10x - 5$ .

**Cercetează situația, lucrând în grup:  
„Ai vreo idee?”**

5.35••. De reprezentat graficele funcțiilor (a-d) într-un plan de coordonate și de determinat, ce proprietate comună au ele.

a)  $y = 4$ ;    b)  $y = -5$ ;    c)  $y = \frac{1}{2}$  ;    d)  $y = \pi$ .

- 5.36••. De construit dreapta  $AC$ , dacă  $A(2; 2)$ ,  $C(-4; 3,5)$ . De aflat coordonatele altor trei puncte ale acestei drepte.
- 5.37••. De pus în corespondență fiecărui număr natural suma întregului pătrat al lui cu numărul opus lui 2.
- 5.38••. De aflat coordonatele punctelor de intersecție cu axele de coordonate ale funcției  $y = 9 - x$  și perimetrul triunghiului dreptunghic format de aceste puncte și originea de coordonate.

### **Formulează întrebări pentru probleme, lucrând în cooperativa de clasă: „Oare știi să faci?”**

- 5.39. De compus întrebări pentru condițiile problemelor.
- Problema „*Supermarketul*”. Marți, supermarketul a primit 4 cutii de bațoane energizante Power, a câte 5 kg în fiecare. A treia zi, vânzările lor sunt stabile – 2,5 kg zilnic.
  - Problema „*Confecționarea shopperului*”. Un shopper – o pungă pentru cumpărături cu un compartiment și mânere de lungime medie. Dacă țesătura folosită la confecționarea lui este naturală, atunci se numește geantă ecologică. Pentru a confecționa un shopper e nevoie de 0,8 m de țesătură.
  - Problema „*Conținutul de grăsimi din alimente*”. În primul bidon se conține lapte, cu o parte de masă de grăsimi de 3 %, iar în cel de-al doilea bidon – smântână cu o parte de masă de grăsimi de 18 %. Prin amestecarea laptelui cu o parte de masă de grăsime de 6 %, se obțin alte conținuturi de grăsime.

### **VERIFICĂ-TE „CUM EȘTI?”**

Fișa „§5.2. Graficul funcției. Domeniul de definiție și domeniul de valori al funcției”.



## §5.3 Funcția liniară, graficul și proprietățile ei. Proportionalitate directă, graficul și proprietățile ei



Salut! Cum ești?

Vă propun un motto pentru învățare: „*Fericirea corpului e sănătatea, fericirea minții e știința.*” (Thales).

Astăzi, Cubul lui Bloom îți va ajuta să diagnostichezi „dacă știi?” și „dacă știi cum?”, iar apoi – vom trece la rezolvarea exercițiilor – „oare știi să faci?” și vom dobândi noi cunoștințe despre funcție și graficul ei.

**Așadar, Cubul lui Bloom îți propune:**

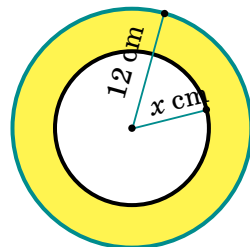
**NUMEȘTE** pentru ce valoare a argumentului valoarea funcției  $y = 0,5x + 3$  este egală cu 3.

**EXPLICĂ** oare trece graficul funcției  $y = 5x - 3$  prin punctul  $A(3; 12)$ ?

**DE CE** Alexandru a obținut o valoare incorectă a funcției  $y = x^2 - 3$  în punctul  $x = -2$ , dacă el a efectuat calculul în felul următor:  $y(-2) = -2^2 - 3 = -7$ ?

**INVENTEAZĂ** formula funcției, care descrie dependența dintre aria pătratului  $S$  și perimetrul lui, care este egal cu  $(4a + 12)$  cm.

**DISTRIBUIE** formula ta pentru a defini dependența dintre aria părții colorate a figurii și raza circumferinței, folosind datele din figură.



**PROPUNE** o metodă de a găsi valoarea lui  $m$  dacă se știe, că graficul funcției  $y = x^2 - m$  trece prin originea de coordonate.

**Cercetează în parteneriat: „Oare tu știi?”**

1) **De aflat** domeniul de definiție al funcției:

a)  $y = 1 - 2x + 4x^2 - x^3$ ;      b)  $y = \frac{4}{x^2 - 16}$  .

2) **De calculat** valoarea funcției

$3(2,5 + y) + 4(5 - 3y)$ , dacă  $y = -0,2$ .

3) **De determinat**, pentru care valori ale argumentului funcția  $k(x) = 2x - 2$  primește valori negative.

## Analizează și trage concluzii – creează strategia de învățare!

### ACEST LUCRU MERITĂ SĂ ȘTII ȘI SĂ POȚI APLICA

- 1 Domeniul de definiție al funcției indică valorile posibile ale argumentului, de aceea este important de știut când există restricții pentru valorile argumentului. În special, dacă există împărțirea la 0, care nu poate fi efectuată, atunci trebuie de studiat valorile argumentului. Așadar, abilitate de a găsi domeniul de definiție și domeniul de valori ale unei funcții după formula ei, – două direcții de întrebări noi în activitatea ta.
- 2 Valoarea expresiei se caută, de obicei, după simplificare, însă în acest caz, se poate imediat înlocui și calcula valoarea ei.
- 3 Întrebarea „de determinat, când funcția primește valori negative?” nu este o întrebare standard pentru tine. Dacă ar fi fost construit graficul, atunci s-ar putea vedea, dacă graficul este amplasat pe o anumită porțiune a argumentului sub axa  $Ox$ . Așadar, mai întâi se poate reprezenta grafic funcția, iar apoi – efectua examinarea.

### Reține!

În procesele și fenomenele reale, este adesea necesar să se efectueze cercetări, folosind modele matematice, care sunt funcții. De exemplu:

- 1 Dacă un automobil se mișcă cu viteza constantă de 90 km/h, atunci în  $t$  ore el va parcurge distanța (în km):  $s(t) = 90t$ .
- 2 Dacă automobilul a parcurs 80 km în prima oră de călătorie și apoi s-a mișcat cu viteza constantă de 90 km/h, atunci în  $t$  ore el va parcurge distanța (în km):  $s(t) = 90t + 80$ .
- 3 Dacă pe un șantier de construcții se află un rezervor, în care se conțin 500 l de apă, și din el se varsă 0,5 l de apă în fiecare secundă, atunci peste  $t$  s, în rezervor vor rămâne (în l):  $V(t) = 500 - 0,5t$ .
- 4 Dacă densitatea  $\rho$  a argintului este de 10,5 g/cm<sup>3</sup>, atunci masa  $m$  a unei bucăți de argint (în g) cu un volum  $V$  este egală cu:  $m(V) = 10,5V$ .
- 5 Dacă o bucată de argint, densitatea căruia este de 10,5 g/cm<sup>3</sup> și volumul  $V$  este ambalată într-o cutie de cadou cu masa de 25 g, atunci masa cadoului cu bucata de argint (în g) este:  $m = 10,5V + 25$ .



- 6 Dacă Nicolai a cumpărat  $n$  caiete cu 5 grn fiecare și un pix cu 3 grn, atunci costul acestei cumpărături  $N$  (în grn) este:

$$N(n) = 5n + 3.$$

Exemplele proceselor și fenomenelor reale date mai sus sunt unite prin faptul, că ele sunt modelate cu ajutorul funcțiilor, ale căror formule au forma  $y = kx + b$ , unde  $x$  – variabilă, iar  $k$  și  $b$  – numere arbitrare.

### Reține! Este important!

**Funcție liniară** se numește funcția de forma  $y = kx + b$ , unde  $x$  – variabilă, iar  $k$  și  $b$  – numere arbitrare, care se numesc coeficienții funcției liniare.

Vom studia două funcții liniare  $y = 2x - 4$  și  $y = -0,5x + 3$  și vom construi graficele lor.

Pentru fiecare funcție construim tabelul valorilor și notăm punctele pe planul de coordonate (fig. 13 (a, b)).

$x$	-1	0	1	2	3	4
$y$	-6	-4	-2	0	2	4

$x$	-4	-2	0	2	4	6
$y$	5	4	3	2	1	0

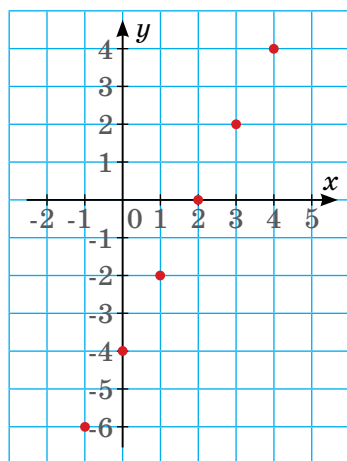


Fig. 13a

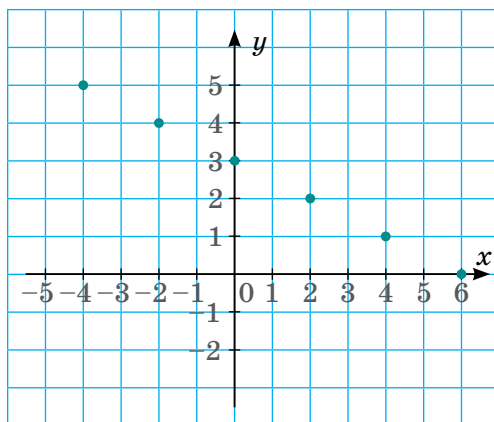


Fig. 13b

Apoi, unim punctele obținute cu o linie lentă. Observăm că, pentru fiecare funcție, aceste puncte sunt situate pe o linie dreaptă, ceea ce poate fi ușor de verificat, punând rigla pe puncte. Trasăm aceste drepte.

Am obținut graficele funcțiilor  $y=2x-4$  și  $y=-0,5x+3$  (fig.13 (c, d)).

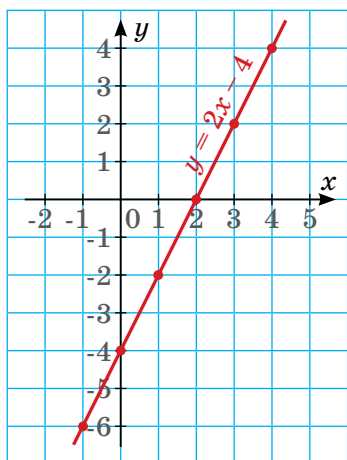


Fig. 13c

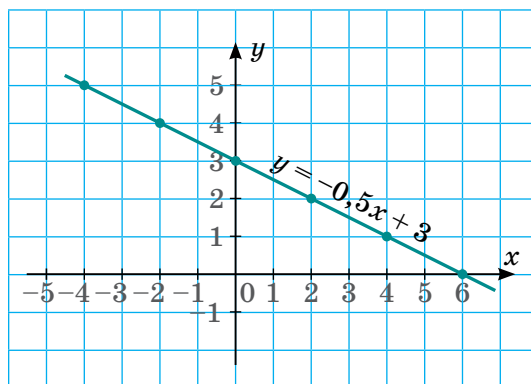


Fig. 13d

Construind încă câteva grafice ale funcțiilor liniare (faceți acest lucru de sine stătător), ne putem convinge, că obținem, de asemenea, linii drepte.

Așadar, *graficul oricărei funcții liniare este o dreaptă*.

Deoarece pentru a construi o dreaptă este suficient de două puncte ale ei (conform axiomei planimetriei), pentru a construi graficul funcției liniare este de asemenea suficient să găsim coordonatele ale doar două puncte ale ei.

De exemplu, pentru funcția  $y=1,5x-2$ , este convenabil să luăm valori pare ale argumentului, de exemplu, 0 și 2.

$x$	0	2
$y$	-2	1

În continuare, notăm punctele (0; -2) și (2; 1) pe planul de coordonate și trasăm prin ele o dreaptă (figura 14), care și va fi graficul funcției  $y=1,5x-2$ .

Această dreaptă cu direcția pozitivă a axei  $Ox$  formează un unghi ascuțit, iar în figura 13(d), - un unghi obtuz. În funcția  $y=2x-4$  coeficientul  $k=2>0$ , iar în funcția  $y=-0,5x+3$  coeficientul  $k=-0,5<0$ . Deoarece unghiul format de graficul funcției liniare cu direcția pozitivă a axei  $Ox$  depinde de  $k$ ,  $k$  se numește *coeficientul unghiular al dreptei*.

Astfel, dreapta formează un **unghi ascuțit** cu direcția pozitivă a axei  $Ox$  dacă  $k>0$  și un **unghi obtuz** dacă  $k<0$ .

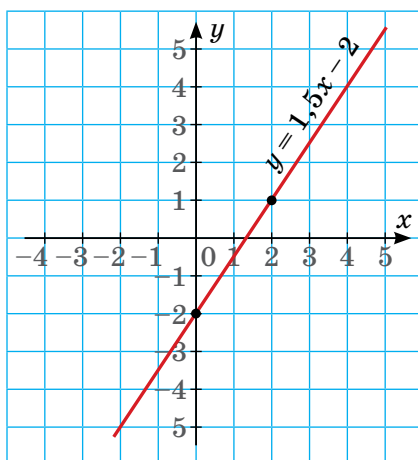


Fig. 14

**Reține! Este important!**

Să clarificăm, cum caracterizează coeficientul  $b$  funcția liniară.

Să observăm, de exemplu, punctul de intersecție al graficului funcției  $y=2x-4$  cu axa  $Oy$ . Acesta este punctul  $(0; -4)$ . Iar pentru funcția  $y=-0,5x+3$  – punctul este  $(0; 3)$ .

Adică, dacă  $x=0$ , atunci  $y=b$ , și  $(0; b)$  – punctul de intersecție cu axa  $Oy$ .

Așadar, coeficientul  $b$  din formula funcției liniare  $y=kx+b$  este ordonata punctului de intersecție al graficului ei cu axa  $Oy$ .

**Cazuri speciale ale funcției liniare**

- 1** Dacă  $k=0$ , atunci funcția  $y=kx+b$  ia forma  $y=b$ . Graficul unei astfel de funcții este o dreaptă paralelă cu axa  $Ox$ .

Să studiem funcția  $y=2$ . Punctele graficului acestei funcții au forma  $(x; 2)$ , unde  $x$  – orice număr. Astfel, graficul funcției  $y=2$  este o dreaptă paralelă cu axa  $Ox$ . Graficul ei este prezentat în fig. 15.

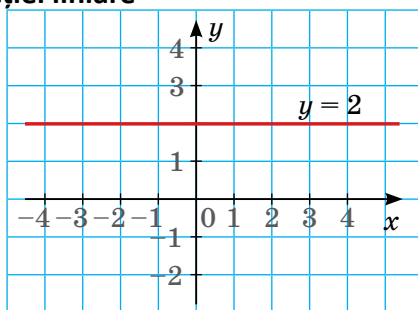


Fig. 15

- 2** Dacă  $k \neq 0$ ,  $b=0$ , atunci funcția liniară are forma  $y=kx$ .

Funcția de forma  $y=kx$ , unde  $x$  – variabilă,  $k$  – un număr oarecare, se numește **proporționalitate directă**. Valorile unei astfel de funcții sunt direct proporționale cu valorile argumentului, iar  $k$  – coeficientul acestei proporționalități.

Dacă  $x=0$ , atunci  $y=k \cdot 0=0$ , prin urmare, graficul proporționalității directe trece întotdeauna prin originea coordonatelor – punctul  $(0; 0)$ .

În schimb, dacă graficul unei funcții este o dreaptă care trece prin originea coordonatelor, atunci această funcție este direct proporțională (Fig. 16).

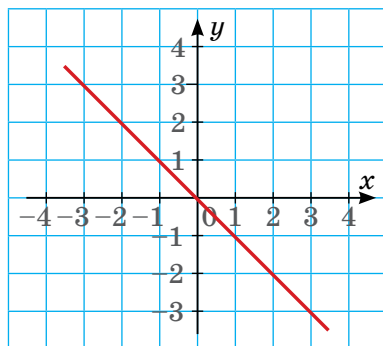


Fig. 16

**Exerciții de antrenare**

5.40°. De numit coeficientul unghiular al funcției liniare.

- a)  $y=-5x+3$ ;    b)  $y=x+4$ ;    c)  $y=0,4x-1$ ;    d)  $y=-\frac{x}{2}+7$

5.41°. De aflat, care dintre funcțiile date sunt funcții liniare și de scris valorile lui  $k$  și  $b$ .

a)  $y = \frac{1}{3}x^4 + 1$  ; b)  $y = \frac{7}{3x} + 3$  ; c)  $y = \frac{x}{7} + 9$  ; d)  $y = \frac{3-3x}{3}$  .

5.42°. De construit graficul funcției liniare.

a)  $y = 2x$ ; b)  $y = -3x$ ; c)  $y = 4$ ; d)  $y = x + 1$ ; e)  $y = 2,5 - x$  .

5.43°. Se știe, că graficul funcției  $y = kx + b$  intersectează axa  $Oy$  în punctul  $A(0; -2)$ . De aflat valoarea lui  $b$ .

5.44°. De construit graficul funcției  $y = -2x + 1$ . Folosind graficul, de aflat:

a)  $y$ , dacă  $x = -2,5$ ;  $x = 3,5$ ,  $x = -2$ ; b)  $x$ , dacă  $y = -4,5$ ;  $y = 3$ .

5.45°. De construit graficul funcției  $y = 4 - 3x$  și de completat tabelul în caiet.

$x$	-2		-1		2		
$y$		-1		-2,5		2	5

5.46°. De stabilit printre funcțiile date proporționalitatea directă.

1)  $y + x = 4$ ; 3)  $y - 10 = 0$ ; 5)  $y - 3x = 0$ ; 7)  $y = 0,25x$ ;

2)  $y - x = 7$ ; 4)  $y + 7x = 0$ ; 6)  $y + 5x = 4$ ; 8)  $y + \frac{6}{7}x = 0$  .

5.47°. În figura 17 este reprezentat graficul unei funcții oarecare. De aflat după grafic:

1) valoarea lui  $y$ , dacă  $x = -1$ ; 0; 2; 4;

2) valoarea lui  $x$ , dacă  $y = -3$ ; 0; 1;

3) două valori ale argumentului, pentru care valorile funcției vor fi pozitive;

4) două valori ale argumentului, pentru care valorile funcției vor fi negative.

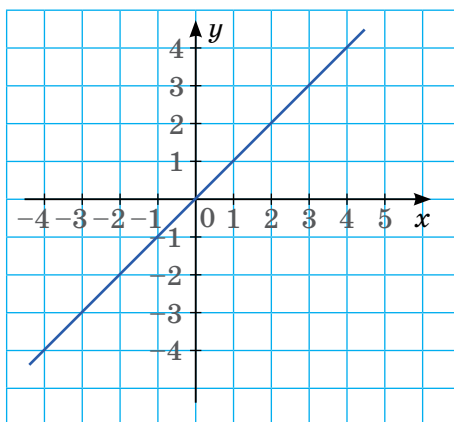


Fig. 17

5.48°. De construit graficul funcției liniare:

a)  $y = 7x - 5$ ; b)  $y = 2x + 1$ ;

c)  $y = -2x + 5$ ; d)  $y = 2,5 - x$ .

5.49°. De stabilit, dacă trece prin originea coordonatelor graficul funcției:

a)  $y = -1,7x$ ; b)  $y = 7x - 2$ ; c)  $y = 6$ ; d)  $y = \frac{3}{4}x$  .

5.50°. De construit graficul proporționalității directe:

a)  $y = 2x$ ;      b)  $y = -2x$ ;      c)  $y = 0,5x$ ;      d)  $y = -0,5x$ .

5.51°. De aflat, fără a efectua construcția, care dintre punctele  $A(-2; 7)$ ,  $B(-4; 11)$ ,  $C(9; -1,5)$ ,  $D(7; 2,5)$ ,  $K(0; 6)$  aparține graficului funcției  $y = 6 - 0,5x$ .

5.52°. De aflat punctele de intersecție ale graficului funcției cu axele de coordonate fără a efectua construcția:

a)  $y = -0,5x + 1$ ;      c)  $y = 0,4x + 0,8$ ;  
 b)  $y = \frac{x}{2} - 3$ ;      d)  $y = -\frac{x}{3} + 1$ .

5.53°. De alcătuit tabelul valorilor funcției  $y = \frac{x}{5} + 1$  pentru toate valorile întregi ale lui  $x$ , dacă  $-5 \leq x \leq 5$ .

5.54°. De aflat valorile lui  $m$  și  $n$ , dacă graficul funcției  $y = mx + n$  trece prin punctele  $A(-2; -6)$  și  $C(0; 4)$ .

5.55°. De aflat coordonatele punctelor de intersecție ale graficului funcției cu axele de coordonate:

a)  $y = -3,5x + 7$ ;      c)  $y = 0,2x - 5$ ;  
 b)  $y = 0,3x + 1,8$ ;      d)  $y = 10x - 1$ .

### **Cercetează situația, lucrând în grup: „Ai vreo idee?”**

5.56°. De scris formula pentru oricare două funcții liniare, ale căror grafice trec printr-un punctul:

a)  $A(0; 2)$ ;      b)  $B(3; 0)$ ;      c)  $C(2; 5)$ ;      d)  $D(-2; 3)$ .

### **Formulează întrebări pentru probleme, lucrând în cooperativa de clasă: „Oare știi să faci?”**

5.57. De compus întrebări pentru condițiile problemelor.

- a) Problema „Concursul”. Gimnaziul a introdus următorul sistem de notare pentru concursul de matematică: elevul/eleva primește un bonus – 20 de puncte la început pentru încurajare, și pentru fiecare problemă rezolvată corect – 7 puncte.

### **VERIFICĂ-TE „CUM EȘTI?”**

Fișa „§ 5.3. Funcția liniară, graficul și proprietățile ei. Proporționalitatea directă, graficul și proprietățile ei”.

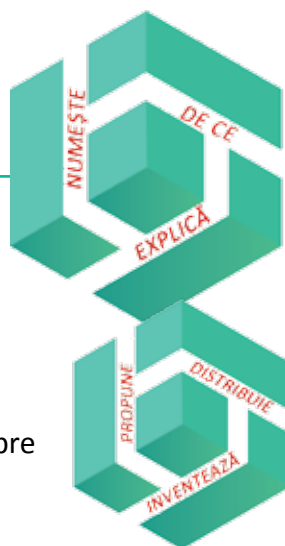


## § 5.4 Construirea graficelor funcțiilor liniare și citirea lor

Salut! Cum ești?

Vă propun un motto pentru învățare: „**Nu este suficient să știi, trebuie să și aplici. Nu este suficient să vrei, trebuie să acționezi.**” (Johann Wolfgang von Goethe).

Astăzi, Cubul lui Bloom îți va ajuta să diagnostichezi „dacă știi?” și „dacă știi cum?”, iar apoi – vom trece la rezolvarea exercițiilor – „oare știi să faci?” și vom conștientiza mai detaliat cunoștințele și abilitățile obținute despre graficele funcțiilor liniare.



**Așadar, Cubul lui Bloom îți propune:**

**NUMEȘTE** prin care cadrane de coordonate trece dreapta  $y = -5x - 2$ .

**EXPLICĂ**, cum se exprimă printr-o formulă funcția, care este o proporționalitate directă, dacă graficul ei trece prin punctul  $M(5; -4)$ .

**DE CE** formula  $x = a$  nu poate exprima o funcție, dar formula  $y = b$ , – poate?

**INVENTEAZĂ** o problemă sub formă de text, care se poate modela de o funcție liniară.

**DISTRIBUIE** algoritmul tău de construire a graficului funcției  $y = |x - 3|$ .

**PROPUNE** o idee de formulare a problemei, care să determine dependența dintre masa unui butoi umplut cu benzină și volumul benzinei din el, dacă se știe că densitatea benzinei –  $0,8 \text{ kg/dm}^3$  și masa butoiului gol –  $5 \text{ kg}$ .

**Cercetează în parteneriat: „Oare tu știi?”**

- De aflat** pentru funcția  $y(x) = 2x + 1$  valoarea:
  - funcției, dacă valoarea argumentului este egală cu 0;
  - argumentului, dacă valoarea funcției este egală cu 0.
- De stabilit**, dacă trece prin originea coordonatelor graficul funcției:
 

a) $y = -12,9x$ ;	c) $y = 10$ ;
b) $y = 5x + 4$ ;	d) $y = \frac{4}{15}x$ .

## Analizează și trage concluzii – creează strategia de învățare!

### AÇEST LUCRU MERITĂ SĂ ȘTII ȘI SĂ POȚI APLICA

- 1 Pentru a înțelege sensul noțiunii de funcție, este important să facem o deosebire clară între argumentul și valoarea funcției. De altfel, ne putem încurca ce și unde trebuie de înlocuit în formulă și care anume valori să înlocuim pentru  $x$  și pentru  $y$ . Dacă, la fel ca în cazul pentru cercetare, trebuie să înlocuim numărul 0 atât pentru  $x$ , cât și pentru  $y$ , atunci este important să ținem minte, că punctul situat pe abscisă are forma  $(a; 0)$ , ceea ce înseamnă, că abscisa lui este diferită de 0. Punctul situat pe axa ordonatelor are forma  $(0; b)$ , ceea ce înseamnă că ordonata lui este diferită de 0. Excepția este originea coordonatelor, punctul  $(0; 0)$ .
- 2 Pentru a stabili, care grafic poate trece prin originea coordonatelor, trebuie să analizăm situațiile, când se poate forma identitatea  $0 = 0$ .

### Reține!

Pentru funcție este **caracteristic** faptul, că fiecărei valori ale argumentului îi corespunde **o singură** valoare a funcției. Aceasta înseamnă, că din grafic întotdeauna vei putea determina, oare este acest grafic anume graficul funcției. Pentru aceasta este suficient să trasăm o linie imaginară paralelă cu axa ordonatelor. Dacă această linie va intersecta graficul într-un singur punct, atunci acesta este graficul funcției, iar dacă intersectează mai multe puncte, atunci graficul nu este graficul funcției!

De exemplu, în fig. 18 – este funcție, iar fig. 19 și 20 nu sunt funcții.

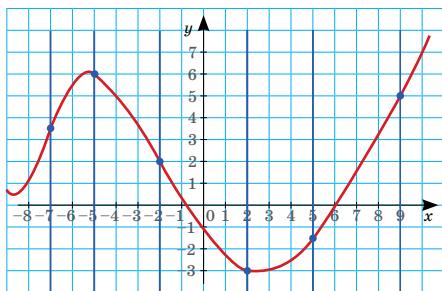


Fig. 18

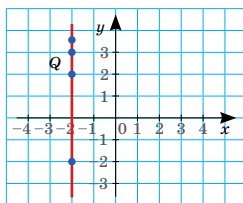


Fig. 19

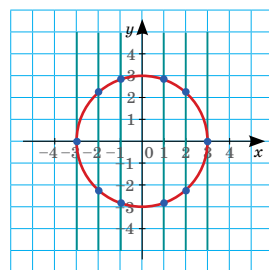


Fig. 20

Din graficul funcției putem determina:

- 1) coordonatele punctului, care aparține graficului (fig. 21);
- 2) domeniul de definiție al funcției (fig. 21);
- 3) domeniul de valori al funcției (fig. 21);
- 4) punctele de intersecție al graficului cu axele de coordonate (fig. 22);
- 5) valorile argumentului, la care  $y > 0$  și la care  $y < 0$  (fig. 23).

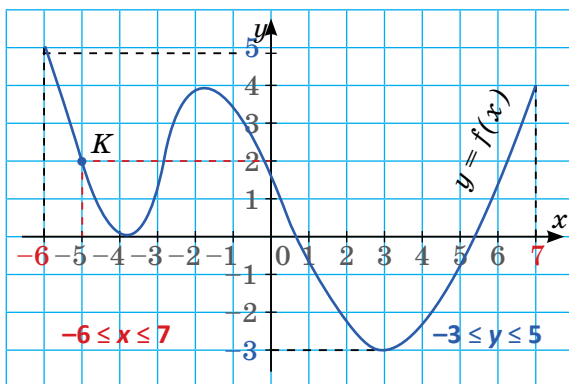


Fig. 21

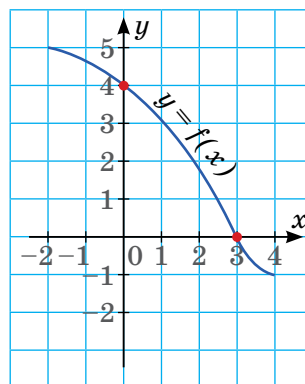


Fig. 22

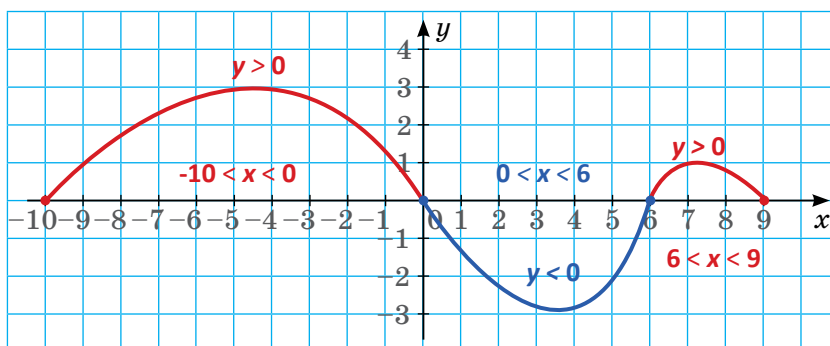


Fig. 23

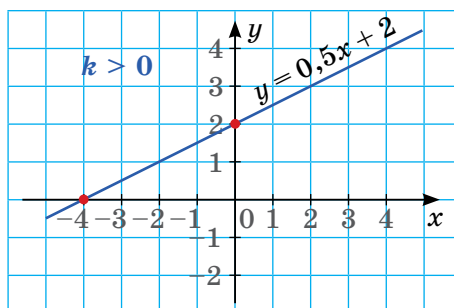
Abilitatea de a determina proprietățile amintite ale funcției după graficul ei se numește *citire* a graficului. Această abilitate va fi perfecționată în fiecare an, pe măsură ce vei studia și alte funcții și mai multe proprietăți ale acestora, iar în cele din urmă vei citi graficele la fel ca tabelele și diagramele.

### Reține! Este important!

Să studiem proprietățile unor funcții după graficul lor.

**Exemplul 1:** Proprietățile funcției  $y = 0,5x + 2$ .

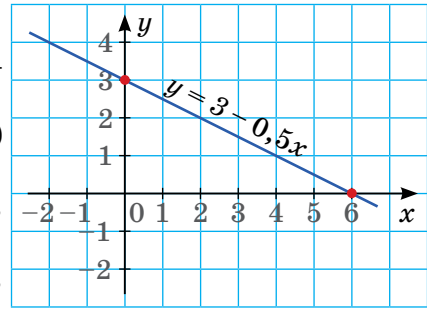
- 1) Domeniul de definiție: *toate numerele*.
- 2) Domeniul de valori: *toate numerele*.
- 3) Dacă  $x = 0$ , atunci  $y = 2$ , deci,  $(0; 2)$  – punctul de intersecție al graficului cu axa  $Oy$ .
- 4) Dacă  $y = 0$ , to  $x = -4$ , atunci,  $(-4; 0)$  – punctul de intersecție al graficului cu axa  $Ox$ .
- 5) Funcția ia valori pozitive, adică  $y > 0$ , dacă  $x > -4$ ;
- 6) Funcția ia valori negative, adică  $y < 0$ , dacă  $x < -4$ ;





**Exemplul 2:** Proprietățile funcției  $y = 3 - 0,5x$ .

- 1) Domeniul de definiție: toate numerele.
- 2) Domeniul de valori: toate numerele.
- 3) Dacă  $x = 0$ , atunci  $y = 3$ , atunci,  $(0; 3)$  – punctul de intersecție a graficului cu axa  $Oy$ .
- 4) Dacă  $y = 0$ , atunci  $x = 6$ , atunci,  $(6; 0)$  – punctul de intersecție al graficului cu axa  $Ox$ .
- 5) Funcția ia valori pozitive, adică  $y > 0$ , dacă  $x < 6$ ;
- 6) Funcția ia valori negative, adică  $y < 0$ , dacă  $x > 6$ ;
- 7)  $k = -2 < 0$ , unghiul de înclinare al graficului față de semiaxa pozitivă  $Ox$  – obtuz.



### Reține! Este important!

Să studiem proprietățile funcției liniare  $y = kx + b$  la formă generală conform fig 24.

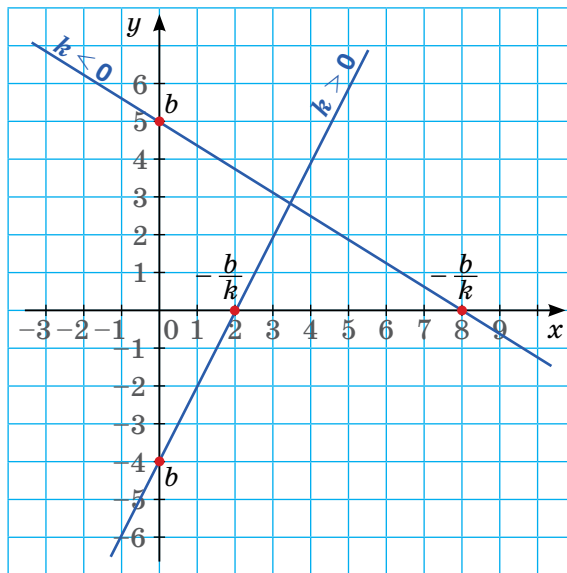
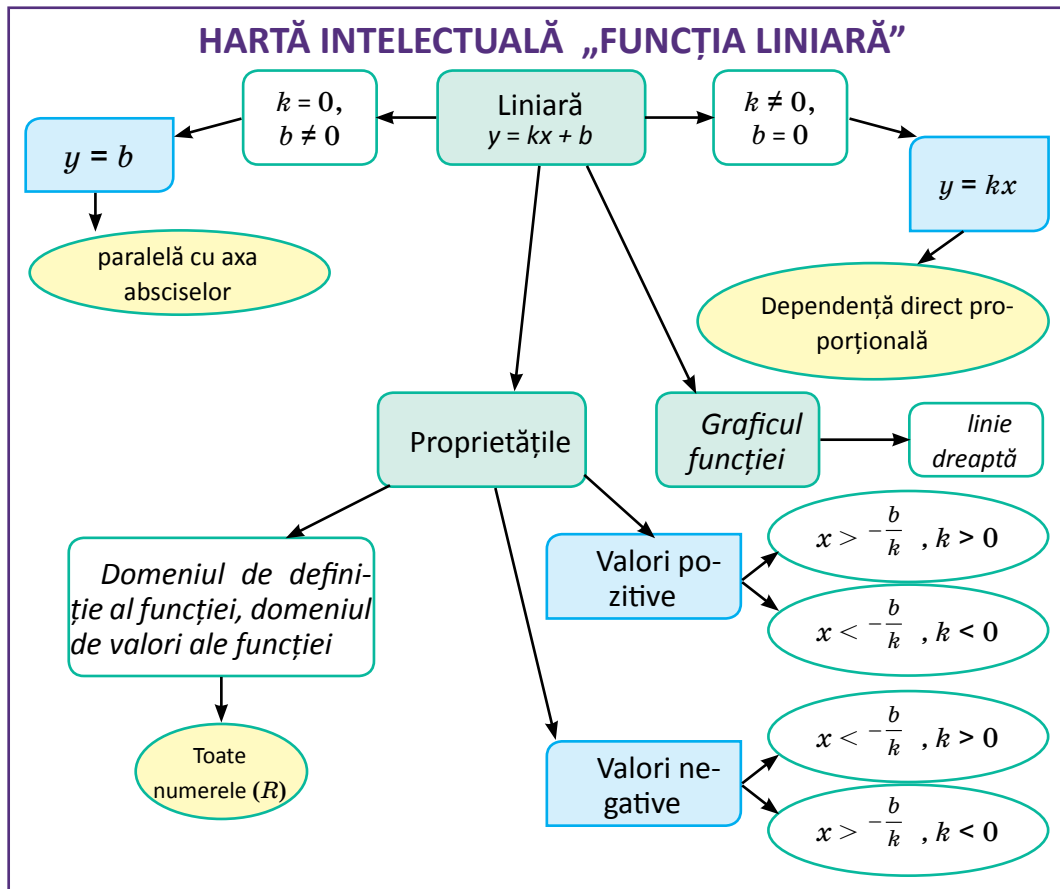


Fig. 24

- 1) Domeniul de definiție: toate numerele.
- 2) Domeniul de valori: toate numerele.
- 3) Dacă  $x = 0$ , atunci  $y = b$ ;
- 4) Dacă  $y = 0$ , atunci  $x = -\frac{b}{k}$  ;
- 5) Funcția ia valori pozitive, adică  $y > 0$ , pentru  $x > -\frac{b}{k}$  ,  
dacă  $k > 0$ , și pentru  $x < -\frac{b}{k}$  , dacă  $k < 0$ ;

6) Funcția ia valori negative, adică  $y < 0$ , pentru  $x < -\frac{b}{k}$ , dacă  $k > 0$ , și pentru  $x > -\frac{b}{k}$ , dacă  $k < 0$ ;

7) unghiul de înclinare al graficului față de semi-axa pozitivă  $Ox$  – ascuțit, dacă  $k > 0$ , obtuz, dacă  $k < 0$ .



### Exerciții de antrenare

5.58°. În figura 25 este prezentat graficul funcției  $y = f(x)$ , definită pentru  $-4 \leq x \leq 5$ . De determinat din figură, prin care puncte trece graficul acestei funcții.

- a) (3; 0);      d) (-1; 5);  
 b) (-2; -1);    e) (4; -1).  
 c) (-1; 3);

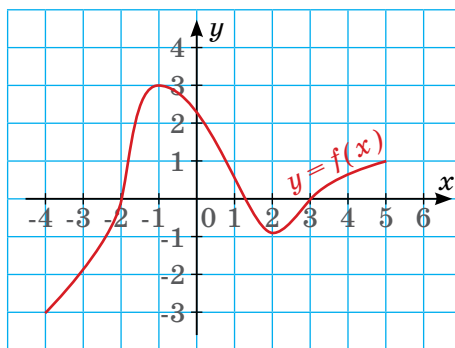
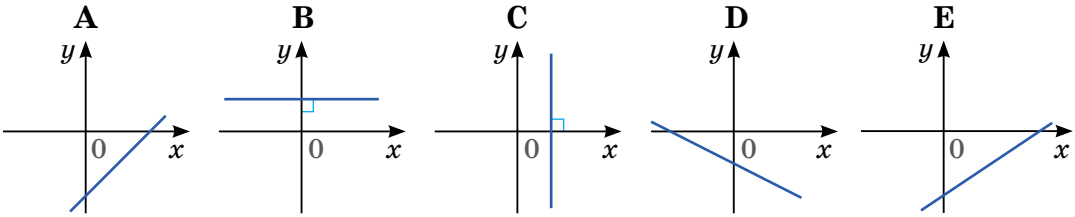


Fig. 25

5.59°. De indicat, pe care dintre figuri graficul nu definește o funcție.



5.60°. În figura 26 este reprezentat graficul funcției  $y = f(x)$ , definit pentru  $-7 \leq x \leq 7$ . Folosind graficul, de aflat:

- a)  $f(-4)$ ;
- b)  $f(-2)$ ;
- c)  $f(2)$ ;
- d)  $f(6)$ .

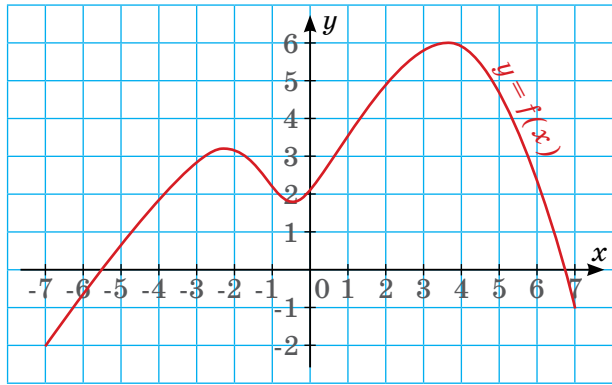


Fig. 26

5.61°. De aflat coordonatele punctelor de intersecție al graficului funcției liniare cu axa ordonatelor.

- a)  $y = -x + 3$ ;
- b)  $y = -x - 4$ ;
- c)  $y = -2x - 7$ ;
- d)  $y = -7x - 3$ ;
- e)  $y = -6x$ ;
- d)  $y = 17$ .

5.62°. De determinat, folosind graficul funcției  $y = kx + b$  (fig. 27) semnele coeficienților  $k$  și  $b$  și de indicat afirmația corectă (A – F).

- A.  $k > 0$  și  $b < 0$ ;
- B.  $k < 0$  și  $b > 0$ ;
- C.  $k < 0$  și  $b < 0$ ;
- D.  $k > 0$  și  $b > 0$ ;
- E.  $k = 0$  și  $b > 0$ ;
- F.  $k = 0$  și  $b < 0$ .

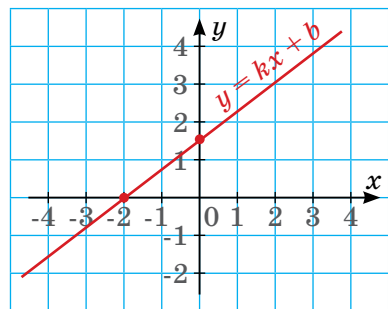


Fig. 27

5.63°. Avem funcția liniară  $y = -5x + 3$ . De construit graficul acestei funcții și de completat tabelul în caiet:

$x$	-1	0	1	2	3	4	5	6
$y$								

- 5.64°°.** Avem funcția liniară  $y = \frac{1}{4}x - 4$ . De construit graficul acestei funcții și după grafic de determinat proprietățile ei.
- 5.65°°.** De reprezentat graficul funcției  $y = x + 6$  și de indicat punctele de intersecție ale lui cu axele de coordonate.
- 5.66°.** De aflat punctele de intersecție ale graficului funcției liniare cu axele de coordonate și de verificat grafic rezultatul:  
a)  $y = -x + 6$ ; b)  $y = -4 + 3x$ ; c)  $y = -x - 7$ ; d)  $y = -0,5x - 6$ .
- 5.67°.** Fără a efectua construirea de aflat punctele de intersecție ale graficului funcției  $y = -\frac{1}{4}x + 8$  cu axele de coordonate.
- 5.68°.** De construit graficul funcției  $y = x - 3$ . De indicat domeniul de definiție al acestei funcții și domeniul de valori. Pentru care valori ale lui  $x$  funcția ia valori pozitive și pentru care – negative?
- 5.69°.** De construit graficul funcției liniare  $y = 1,5x + 4$ . Folosind graficul, de aflat:  
a) valoarea lui  $y$  dacă  $x = -3,5; 1,5$ ;  
b) valoarea lui  $x$  dacă  $y = -0,5; 4,5$ ;  
c) pentru care valori ale lui  $x$  valorile lui  $y$  sunt pozitive și pentru care sunt negative.
- 5.70°.** De construit graficul funcției  $y = -3x + 6$  și de indicat, pentru care valori ale lui  $x$ :  
a)  $y = 0$ ; b)  $y > 0$ ; c)  $y < 0$ .
- 5.71°°.** De construit graficul funcției  $y = 4x - 10$ . Folosind graficul, de indicat, cum se modifică  $y$  atunci când  $x$  variază: a) de la  $-4$  la  $0$ ; b) de la  $0$  la  $12$ .
- 5.72°°.** De exprimat  $y$  în funcție de  $x$  din ecuațiile date și de reprezentat grafic funcția liniară obținută:  
a)  $3y - x = 6$ ; c)  $x - y = 5$ ; e)  $-x - y = 8$ ; g)  $y - 9 = 0$ ;  
b)  $y - x = 2$ ; d)  $5x + y = -10$ ; f)  $y + 7x = 0$ ; h)  $y + 3,5 = 0$ .

### **Cercetează situația, lucrând în grup: „Ai vreo idee?”**

- 5.73°°.** De construit în același plan de coordonate graficele funcțiilor  
 $y = \frac{1}{4}x - 6$  și  $y = 3 - 4x$ . De formulat proprietățile lor și de indicat amplasarea reciprocă a graficelor.

5.74••. În figura 28 este reprezentat graficul unei oarecare funcții.

1) De definit funcția cu o formulă.

2) Folosind graficul, de aflat:

a) ) valoarea lui  $y$  dacă  $x = -3$ ;  
-1; 0; 1; 4;

b) valoarea lui  $x$  dacă  $y = -2$ ;  
0; 1;

c) valorile lui  $x$ , pentru care  
 $y > 0$ ;

d) valorile lui  $x$ , pentru care  
 $y < 0$ .

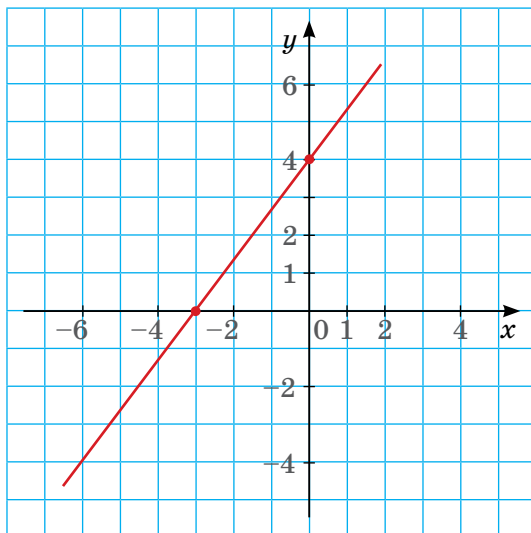


Fig. 28

**Formulează întrebări pentru probleme, lucrând în cooperativa de clasă: „Oare știi să faci?”**

5.75. De compus întrebări pentru condiția problemei.

La momentul inițial de timp, biatlonista se afla la distanța de 40 m de linia de sosire. În figura 29 este reprezentat graficul variației distanței biatlonistei de la linia de sosire în funcție de timp.

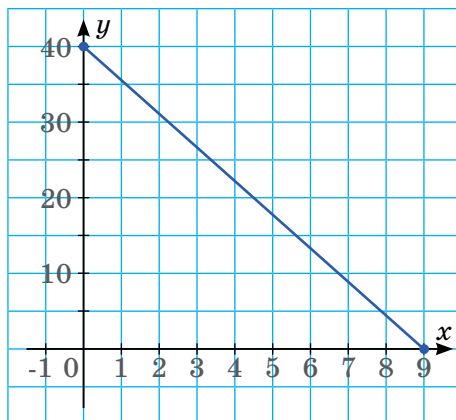


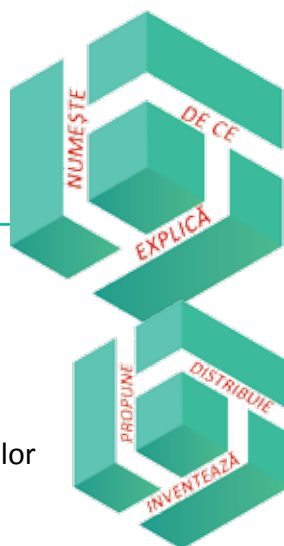
Fig. 29

**VERIFICĂ-TE „CUM EȘTI?”**

Fișa „§ 5.4. Construirea graficelor funcțiilor liniare și citirea lor”.



## § 5.5 Studiarea amplasării reciproce a graficelor funcțiilor liniare



Salut! Cum ești?

Vă propun un motto pentru învățare: **„Și puterea dispare în fața rațiunii.”** (Proverb).

Astăzi, Cubul lui Bloom îți va ajuta să diagnostichezi „dacă știi?” și „dacă știi cum?”, iar apoi – vom trece la rezolvarea exercițiilor – „oare știi să faci?” și ne vom învăța cum să studiem amplasarea reciprocă a graficelor funcțiilor liniare construite în același plan de coordonate.

**Așadar, Cubul lui Bloom îți propune:**

**NUMEȘTE** funcția, care exprimă dependența dintre timpul și viteza, cu care te miști, mergând la școală.

**EXPLICĂ** oare este o dependență între masa biscuiților și prețul lor.

**DE CE** punctul  $A(-2; 8)$  aparține graficului funcției  $y = -x + 6$ , dar punctul  $C(2; 8)$  nu-i aparține?

**INVENTEAZĂ** cum de exprimat prin formulă dependența dintre cantitatea de benzină consumată și distanța parcursă de un scuter, dacă 2 km din cei 16 km de drum el le-a parcurs cu bacul.

**DISTRIBUIE** abilitățile tale de a găsi  $f(-2) + f(4)$ , dacă  $f(x) = -x + x^2$ .

**PROPUNE** formula funcției liniare dată în tabelul

$x$	-1	0	1	2
$y$	-4	-1	2	5

**Cercetează în parteneriat: „Oare tu știi?”**

1) **De aflat** valoarea funcției pentru valoarea dată a argumentului:

a)  $f(x) = -2x + 1$ , dacă  $x = -2$ ;

c)  $f(x) = -12x$ , dacă  $x = \frac{5}{6}$  ;

b)  $g(x) = x - 4$ , dacă  $x = -0,2$ ;

d)  $g(x) = \frac{1}{6}x - 1$  , dacă  $x = 12$ .

2) **De scris** formula proporționalității directe, graficul căreia trece prin punctul:  
a)  $C(2; 4)$ ; b)  $C(-5; 15)$ .

3) **De determinat**, care dintre grafice intersectează axa absciselor.

a)  $f(x) = -3x + 1$ ;

b)  $f(x) = 6$ ;

c)  $f(x) = -0,5$ ;

d)  $x = 6$ .

## Analizează și trage concluzii – creează strategia de învățare!

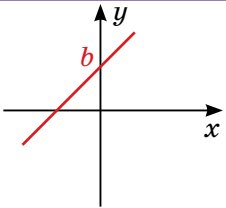
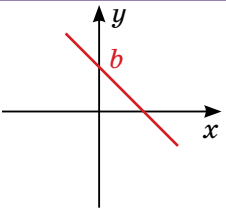
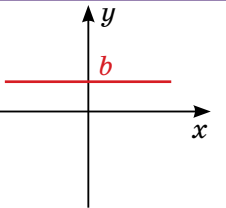
### ACEST LUCRU MERITĂ SĂ ȘTII ȘI SĂ POȚI APLICA

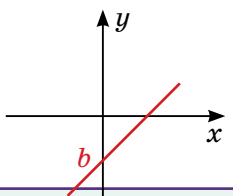
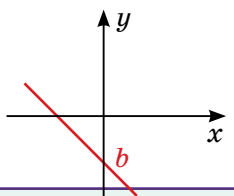
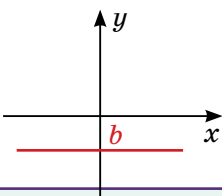
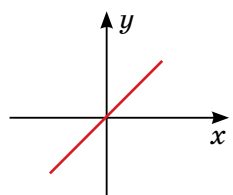
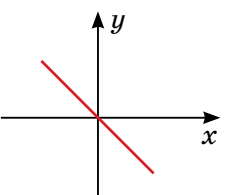
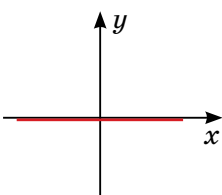
- 1 Chiar dacă cunoașteți bine algoritmul aflării valorii funcției pentru anumite valori ale argumentului, dar faceți greșeli în calcule, acest lucru vă va strica nota – „însărcinarea nu este efectuată corect”. Așadar, regulile de înmulțire a numerelor cu semne diferite, de înmulțire a unui număr cu o fracție, de înmulțire a fracțiilor, care se regăsesc inevitabil în funcțiile liniare, trebuie repetate din când în când.
- 2 O însărcinare foarte interesantă constă în crearea funcției de proporționalitate directă, dacă graficul ei trece printr-un punct dat. Cunoscând forma generală a unei astfel de funcții,  $y = kx$  se înlocuiesc valorile pentru  $x$  și  $y$ , formând o ecuație nouă, care conține variabila necunoscută  $k$ . S-ar părea, că lucrați la tema „Funcție”, dar reveniți la tema „Ecuații, care se reduc la liniare”.
- 3 Graficul funcției liniare este o dreaptă. Dacă două drepte diferite sunt construite în același sistem de coordonate, atunci ele pot să nu se intersecteze sau să se intersecteze doar într-un singur punct (axiomă). Totodată, intersectându-se să formeze unghiuri. Unghiul dintre drepte poate fi doar ascuțit sau drept. Două drepte se numesc paralele, dacă ele nu se intersectează.

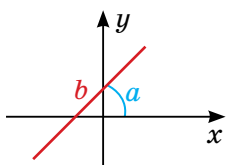
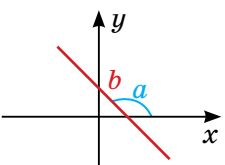
### Reține! Este important!

Funcția liniară are forma  $y = kx + b$ .

Deoarece în definiția funcției liniare nu există restricții asupra valorilor lui  $k$  sau  $b$ , ele pot lua orice valoare. Să examinăm diferite valori ale coeficienților  $k$  și  $b$  și amplasarea corespunzătoare a graficelor lor.

	$k > 0$ graficul este situat în cadranele I, II și III	$k < 0$ graficul este situat în cadranele I, II și IV	$k = 0$ graficul este situat în cadranele I și II
$b > 0$			

	$k > 0$ graficul este situat în cadranele I, III și IV	$k < 0$ graficul este situat în cadranele I, III și IV	$k = 0$ graficul este situat în cadranele III și IV
$b < 0$			
	$k > 0$ graficul este situat în cadranele I și III	$k < 0$ graficul este situat în cadranele II și IV	$k = 0$ graficul coincide cu axa bsciselor
$b = 0$			

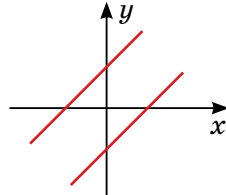
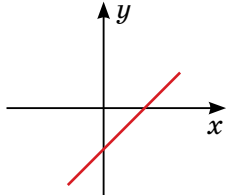
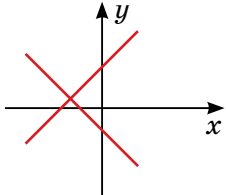
$k > 0$	$k < 0$
	
$\alpha$ – unghi ascuțit	$\alpha$ – unghi obtuz

### Reține! Este important!

**Dreptele cu coeficienții unghiulari egali sunt paralele.**

Pentru a construi graficul funcției  $y = kx + b$ , este suficient să se reprezinte grafic proporționalitatea directă corespunzătoare  $y = kx$  și să se deplaseze cu  $b$  unități în sus, dacă  $b > 0$ , sau cu  $b$  unități în jos, dacă  $b < 0$ .

Să examinăm amplasarea reciprocă a graficelor funcțiilor  $y = k_1x + b_1$  și  $y = k_2x + b_2$ .

Amplasarea reciprocă a dreptelor		
1) $k_1 = k_2, b_1 \neq b_2$	2) $k_1 = k_2, b_1 = b_2$	3) $k_1 \neq k_2$
dreptele sunt paralele 	dreptele coincid 	dreptele se intersectează 



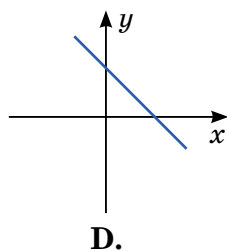
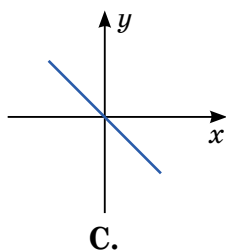
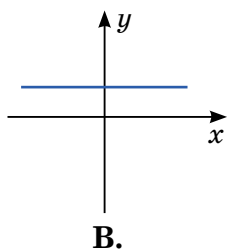
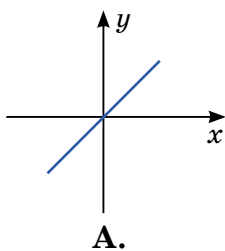
### Exerciții de antrenare

5.76°. De selectat două funcții, graficele cărora nu trec în cadranul IV:

a)  $y = x + 1$ ;                      c)  $y = \frac{x}{3} + 2,1$  ;              e)  $y = -4x - 3$ ;

b)  $y = -2x + 11$ ;                  d)  $y = 0,4x - 6$ ;              f)  $y = -9,76x$ .

5.77°. De stabilit, care din figurile (A-D) reprezintă graficul funcției  $y = kx + b$ , unde  $k < 0$ ,  $b = 0$ .



5.78°. De reprezentat graficul funcțiilor într-un plan de coordonate. De făcut concluzii despre amplasarea lor reciprocă.

a)  $y = 3$ ;            b)  $y = 4x + 3$ ;            c)  $y = -2x + 3$ ;            d)  $y = \frac{2}{5}x + 3$

5.79°. De stabilit, graficul cărei funcții formează un unghi obtuz cu direcția pozitivă a axei  $Ox$ .

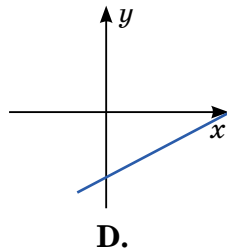
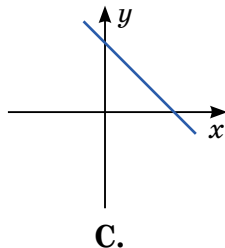
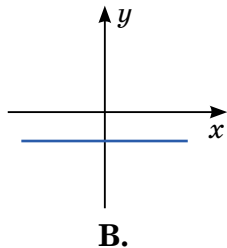
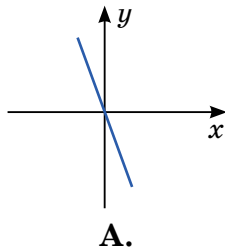
a)  $y = 25x + 1$ ;    c)  $y = -x - 3$ ;  
b)  $y = 0,25x - 1$ ;    d)  $y = 0,7 - 4x$ .

5.80°. De construit graficul funcției  $y = -2x + 6$ . De determinat după grafic punctele de intersecție cu axele de coordonate.

5.81°. De construit graficele funcțiilor (a-d) în același plan de coordonate. De scris concluzia despre amplasarea reciprocă a lor.

a)  $y = -3x$ ;    c)  $y = -3x + 3$ ;  
b)  $y = -3x + 1$ ;    d)  $y = -3x - 4$ .

5.82°. De determinat semnul coeficientului  $b$  pentru fiecare grafic al funcției liniare (A-D).



**5.83°.** De aflat poziția reciprocă a fiecărei perechi de grafice ale funcțiilor în planul de coordonate, fără a efectua construcția.

- a)  $y = 5x + 4$ ,  $y = 5x + 3$ ;                      c)  $y = x + 2$ ,  $y = -x + 3$ ;  
 b)  $y = -3x + 1$ ,  $y = -3x + 1$ ;                      d)  $y - 4 = 0$ ,  $y = -6$ .

**5.84°.** De pus în corespondență funcția (1-4) și poziția graficului ei pe planul de coordonate (A-D).

**Funcția**

1.  $y = -3x$
2.  $y = 0,2x$
3.  $y = -6$
4.  $y = 6$

**Poziția graficului**

- A. cadranele I și III
- B. cadranele II și IV
- C. cadranele I și II
- D. cadranele III și IV

**5.85°.** Fără a efectua construcția, de aflat punctul de intersecție al graficului funcției cu axa  $Oy$ . De explicat două metode de a găsi acest punct

- a)  $y = -x + 2$ ;    b)  $y = 3x - 4$ ;    c)  $y = -4x + 2,3$ ;    d)  $y = 5x - 5$ .

**5.86°.** De construit graficele a trei funcții în același plan de coordonate și de studiat pozițiile lor reciproce.

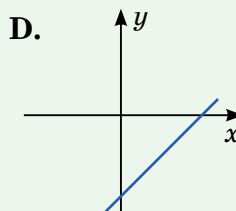
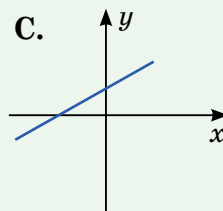
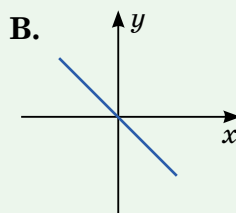
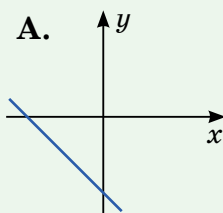
- a)  $y = -0,5x + 4$ , dacă  $-8 \leq x \leq 0$ ;    b)  $y = -2$ , dacă  $-6 \leq x \leq 0$ ;  
 $y = x + 8$ , dacă  $-3 < x < 0$ ;                       $y = 5x - 2$ , dacă  $0 < x < 1$ ;  
 $y = 8$ , dacă  $-8 \leq x \leq 0$ ;                       $y = -2x + 5$ , dacă  $1 \leq x \leq 4$ .

**5.87°.** De pus în corespondență funcția (1-4) și graficul ei (A-D).

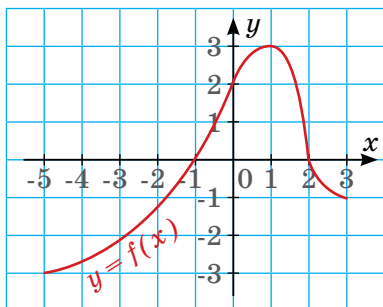
- 1)  $y = x - 4$ ;    2)  $y = 0,5x + 1$ ;    3)  $y = -2x - 4$ ;    4)  $y = -4x$ .

**Funcția**

1.  $y = x - 4$
2.  $y = 0,5x + 1$
3.  $y = -2x - 4$
4.  $y = -4x$

**Poziția graficului**

- 5.88•. De evaluat în mod critic procesul de completare a tabelului pe baza graficului unei anumite funcții  $y = f(x)$ .



	$x$	$y$
a)	-5	-3
b)	-3	2
c)	-2	1
d)	0	2
e)	1	3
f)	2	0
g)	3	-1

- 5.89••. De aflat, fără a reprezenta grafic, un astfel de punct al graficului funcției  $y = 5x + 10$ , pentru care abscisa este egală cu ordonata.
- 5.90••. Funcția liniară este definită prin formula  $y = kx + 13$ . De determinat valoarea lui  $k$ , pentru care graficul acestei funcții trece prin punctul:  
a)  $A(-2; -10)$ ;      b)  $C(4; 0)$ ;      c)  $C(0, 1; -1)$ .
- 5.91••. De determinat formula pentru calcul sumei de bani, care trebuie plătită pentru comunicarea mobilă la tariful „Vacanță”, dacă taxa lunară de abonament este de 135 grn, iar pentru fiecare minut de convorbire se achită 35 cop. De reprezentat grafic funcția obținută.
- 5.92••. Funcția liniară este dată prin formula  $y = kx + 4$ . Pentru ce valoare a lui  $k$  graficul funcției:  
a) este paralel cu graficul funcției  $y = -2x + 1$ ;  
b) trece prin punctul  $A(-2; 3)$ ;  
c) intersectează axa  $Ox$  în punctul  $C(5; 0)$ ;  
d) are un punct comun cu graficul funcției  $y = ax + 4$  ?

### Cercetează situația, lucrând în grup: „Ai vreo idee?”

- 5.93••. Graficele funcțiilor  $y = -3x - 2$ ,  $y = \frac{2}{3}x + 1$  și  $y = ax$  au un punct comun. De aflat valoarea lui  $a$ .
- 5.94••. De construit grafice ale funcțiilor liniare într-un sistem de coordonate  $y_1 = 1,5x + 6$  și  $y_2 = 6 - 1,5x$  în același plan de coordonate. De aflat coordonatele punctelor de intersecție a lor cu axele de coordonate. De studiat forma triunghiului format de grafice și axa  $Ox$ , de calculat aria lui.

## Formulează întrebări pentru probleme, lucrând în cooperativa de clasă: „Oare știi să faci?”

5.95. De compus întrebări pentru condițiile problemelor.

- Problema „Cartea Roșie”. Bizonul este inclus în Cartea Roșie. Numărul lor poate fi calculat cu ajutorul formulei  $y = 50 + 30t$ , unde  $t$  – anii, iar  $y$  – numărul de bizoni.
- Problema „Broaștele țestoase”. Există o concepție greșită, conform căreia țestoasele sunt animale foarte lente. De fapt, acest lucru nu este adevărat. Broaștele țestoase pelloase se pot deplasa cu o viteză de 15 km/h. Pentru a ajunge la bazinul vecin ea are nevoie de  $t$  ore.
- Problema „Plata pentru energia electrică”. Cantitatea lunară de energie electrică consumată de o familie din 4 persoane este prezentată în tabel, unde prețul pentru 1 kWh, inclusiv TVA – 2,64 grn.

Ianuarie	Februarie	Martie	Aprilie	Mai	Iunie	Iulie	August	Septembrie	Octombrie	Noiembrie	Decembrie
320	280	230	186	165	140	148	155	175	180	210	300

## VERIFICĂ-TE „CUM EȘTI?”

Fișa „§ 5.5. Studiarea amplasării reciproce a graficelor funcțiilor liniare”.

## §5.6 Aplicarea funcției liniare în situații practice



Salut! Cum ești?

Vă propun un motto pentru învățare: „*Dacă te-ai născut fără aripi, nu le împiedica să crească*” (Henri Guidel).

Astăzi, Cubul lui Bloom îți va ajuta să diagnostichezi „dacă știi?” și „dacă știi cum?”, iar apoi – vom trece la rezolvarea exercițiilor – „oare știi să faci?” și vom studia cazuri aparte de aplicare a funcției liniare.

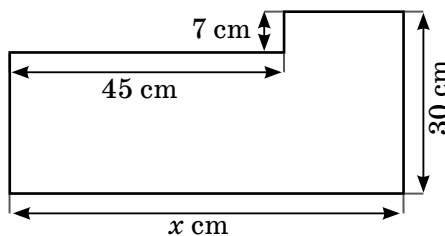
**Așadar, Cubul lui Bloom îți propune:**

**NUMEȘTE** în ce condiții graficele funcțiilor  $y = k_1x - 2$  și  $y = k_2x + 1$  se vor intersecta în punctul  $M(3; 4)$ .

**EXPLICĂ** amplasarea reciprocă a graficelor funcțiilor liniare în dependență de valoarea coeficientului unghiular  $k$  și a termenului liber  $b$ .

**DE CE** dreapta este graficul funcției  $y = 4x$ , și nu este graficul funcției  $y = \frac{4}{x}$  ?

**INVENTEAZĂ** un exemplu de funcție liniară, graficul căreia este paralel cu graficul funcției  $y = -\frac{1}{8}x + 3$ .



**DISTRIBUIE** abilitățile tale de compunere a problemelor după figură și de creare a modelelor matematice corespunzătoare lor.

**PROPUNE** o problemă privind dependența dintre prețul asigurării împotriva accidentului în timpul saltului cu parașuta la un anumit preț fix și prețul pentru un salt, modelul ei în formă algebrică și grafică.

**Cercetează în parteneriat: „Oare tu știi?”**

**1) De pus** în corespondență perechea de funcții (1-4) și amplasarea lor reciprocă pe planul de coordonate (A-C).

**Funcția**

**Amplasarea dreptelor**

1.  $y = 3x + 1$  și  $y = 3x + 2$ ;

A. se intersectează;

2.  $y = -5x + 7$  și  $y = -5x + 7$ ;

B. sunt perpendiculare

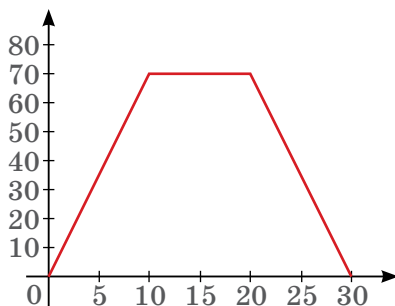
3.  $y = x + 4$  și  $y = -x + 2$ ;

C. sunt paralele.

4.  $y - 6 = 0$  și  $y = -7$ ;

- 2) **De determinat**, pentru care valoare a lui  $k$  graficul funcției  $y = kx + 3$  va trece prin punctul  $A(-5; 8)$ .
- 3) **De citit** graficul funcției, care exprimă numărul de persoane dintr-o anumită comunitate teritorială, care au avut gripă iarna trecută și de dat răspunsul la următoarele întrebări:

- 1) Câte părți conține graficul fiecărui proces?
- 2) Ce se întâmplă în prima etapă a procesului?
- 3) La ce etapă situația a atins punctul maxim?
- 4) Cât timp a durat situația de pic?
- 5) În care zi a început să scadă numărul de bolnavi?
- 6) Ce se întâmplă în ultima etapă a procesului?



**Analizează și trage concluzii – creează strategia de învățare!**

## ACEST LUCRU MERITĂ SĂ ȘTII ȘI SĂ POȚI APLICA

- 1 Capacitatea de a afla amplasarea graficelor a două funcții liniare fără a efectua construirea lor – una dintre realizările importante ale temei. Dreptele intersectându-se, pot forma un unghi drept atunci, când produsul coeficienților  $k$  al celor două funcții este egal cu  $-1$ .  
Așadar, dacă  $y = k_1x + b_1$ ,  $y = k_2x + b_2$  și  $k_1 \cdot k_2 = -1$ , atunci dreptele sunt perpendiculare.
- 2 În a doua problemă ați trecut la rezolvarea ecuației cu variabila  $k$  și rezolvând-o, ați obținut răspunsul la problemă.
- 3 În practică, graficele în trepte precum cel din problema 3 se întâlnesc foarte des, ele sunt utilizate în mod obișnuit în medicină, economie, sociologie și alte domenii. Acestea sunt funcții liniare, al căror domeniu de definiție este un segment, iar graficul – o linie frântă. Veți studia aceste întrebări mai târziu.

### Reține!

Se poate spune, că funcțiile sunt peste tot – sistemele informatice, telefoanele mobile, aplicațiile, calculul de prețuri/venituri, impozitele, contractele de închiriere, previziuni privind creșterea populației etc. Fiecare grafic al unei funcții dă o reprezentare vizuală a dependenței dintre mărimi și descrie diferite procese. În special, funcțiile liniare joacă un rol esențial în înțelegerea și modelarea diferitelor fenomene din lumea reală, datorită simplității și clarității lor matematice. Există, de asemenea, dispozitive speciale, care înregistrează automat procesele și desenează grafice ale dependențelor funcționale corespunzătoare, valorile funcțiilor, duce evidența lor etc.

În acest paragraf, vom studia aplicarea funcției liniare  $y = kx + b$  în situațiile, în care ea este o componentă esențială pentru rezolvarea unor probleme practice.

### Exerciții de antrenare

- 5.96°°.** În cinematograful, un bilet pentru filmul „Dovbush” costă 120 grn. Plătind încă 35 grn, spectatorul poate primi popcorn. De compus funcția liniară pentru a determina costul total al biletului și popcornului în dependență de numărul de spectatori.
- 5.97°°.** Un operator de telefonie mobilă a stabilit taxa de abonament lunară de 10 grn, iar fiecare minut de apel costă 1,5 grn. De scris formula, după care se poate determina costul total al facturii telefonice în dependență de durata convorbirilor.
- 5.98°°.** Temperatura în cuptor crește cu 75 °C pe oră. Fie ca temperatura inițială în cuptor este  $-22$  °C. De compus funcția liniară pentru determinarea temperaturii în cuptor la orice moment de timp  $t$ , unde  $0 < t < 4$ .
- 5.99°°.** O plantă crește în fiecare lună cu 8 cm. De scris formula pentru determinarea înălțimii ei în orice lună, dacă înălțimea inițială este de 5 cm.
- 5.100°°.** Într-un supermarket un pix costă 12 grn. De compus funcția liniară, care modelează veniturile supermarketului în dependență de numărul de pixuri vândute.
- 5.101°°.** De la baza de odihnă până la gară un turist a mers primii 2 km pe jos, iar apoi și-a continuat mișcarea sa cu bicicleta cu o viteză de 18 km/h. De scris cu ajutorul formulei dependența variabilei  $s$  de variabila  $t$ , unde  $s$  – distanța până la gară (în kilometri), iar  $t$  – timpul mișcării lui (în ore). De aflat după formulă:
- a)  $s$ , dacă  $t = 0,5$  ore;                      b)  $t$ , dacă  $s = 38$  km.
- 5.102°•.** În fiecare secundă se varsă  $0,8 \text{ m}^3$  de apă într-o piscină. Câți metri cubi de apă vor fi în piscină după  $x$  s, dacă acum în ea sunt  $130 \text{ m}^3$  de apă? De exprimat prin formulă dependența volumului de apă din piscină de timpul de umplere a ei. De calculat volumul apei din piscină după 20 s; după 35 s
- 5.103°•.** De construit graficul dependenței costului țesăturii (în grn) de cantitatea ei (în metri), știind că 3 m de țesătură costă 750 grn. De construit graficul acestei dependențe și de determinat după grafic, cât costă 4,5 m de țesătură.
- 5.104°•.** O companie de produse cosmetice plătește unui vânzător pentru  $x$  unități de produse vândute  $(2x + 35)$  grn, dacă sunt vândute mai puțin de 32 de unități, și îi plătește suplimentar 30% dacă sunt vândute 32 de unități sau mai mult. De descris dependența dintre numărul de unități vândute și salariul vânzătorului și de construit graficul corespunzător.

**5.105••.** La transportarea mărfurilor cu două tipuri de transport, cheltuielile se calculează după formulele:  $y_1 = 25x + 90$ ,  $y_2 = 120 + 20x$ , unde  $x$  – distanța de transport în sute de kilometri,  $y_1$  și  $y_2$  – cheltuielile de transport pentru primul și al doilea tip de transport în sute de grivne. De determinat, la ce distanță și cu ce tip de transport este mai convenabil de transportat mărfurile.

**Cercetează situația, lucrând în grup:**  
**„Ai vreo idee?”**

**5.106••.** Un încălzitor de apă a fost umplut cu apă, luată la temperatura de 10 °C și încălzită până la 60 °C. În procesul încălzirii, temperatura a crescut cu 2 °C în fiecare minut. De scris formula pentru dependența temperaturii apei  $y$  (în grade Celsius) de timpul încălzirii  $x$  (în minute). De construit graficul acestei dependențe și de determinat după grafic:

- care a fost temperatura apei peste 7 min după începutul încălzirii?
- peste cât timp apa se va încălzi până la 58 °C?

**Formulează întrebări pentru probleme, lucrând în cooperativa de clasă: „Oare știi să faci?”**

**5.107.** De compus întrebări pentru condițiile problemelor.

- Problema „*Mișcarea pe râu*”. În 2 ore împotriva cursului apei și 5 ore în direcția cursului apei o barcă cu motor parcurge 120 km. În 2 ore în direcția cursului apei și 1 oră împotriva cursului apei, aceeași barcă parcurge 51 km.
- Problema „*Venitul unui mecanic auto*”. Salariul lunar al unui mecanic auto se calculează conform principiului: rata fixă de 4 200 grn plus 3% din venitul lunar al întreprinderii de reparații auto. Venitul lunar al întreprinderii a fost: în iunie – 120 560 grn; în iulie – 132 150 grn; în august – 127 300 grn.
- Problema „*Componenta economică*”. Două cofetării trebuiau să producă 300 de torturi într-o zi. Atunci când prima cofetărie a îndeplinit 55% din sarcina sa, iar cea de-a doua – 60% din sarcina sa, s-a dovedit, că prima cofetărie a produs cu 27 de torturi mai mult decât a doua.

**VERIFICĂ-TE „CUM EȘTI?”**

**Fișa „§ 5.6. Aplicarea funcției liniare în situații practice”.**



# Generalizarea și sistematizarea competențelor dobândite la temă

## „FUNȚII”

„O călătorie de o mie de mile începe cu un singur pas”

(Lao Tzu)

Salut! Cum ești?

Vă propun un motto pentru învățare: **„Pentru a avea succes, trebuie să crezi în tine, în abilitățile tale și în visele tale!”**

Astăzi, Cubul lui Bloom nu te va ajuta să diagnostichezi „oare tu știi?”, „oare tu poți?”, și „oare știi să faci?”, ci tu singur îți vei forma personalitatea „Eu – personalitate!” prin autoverificarea integrității tale și a propriilor activități.

**Însărcinarea 1. Exercițiul: „Notează,\*”dacă răspunsul este da”.**

### I. Verifică-ți integritatea

- ✓ **Eu** am îndeplinit toate însărcinările pentru tema de acasă?
- Eu** am rezolvat însărcinările pentru tema de acasă independent?
- ✓ **Eu** am încercat să-mi testez abilitățile cel puțin după o lecție?
- ✓ **Eu** am ținut o evidență: „știu”, „vreau să știu”, „am învățat”?
- ✓ **Eu** mi-am planificat să învăț mai bine, decât am făcut-o ieri?

### II. Întrebări pentru autoverificarea propriei performanțe

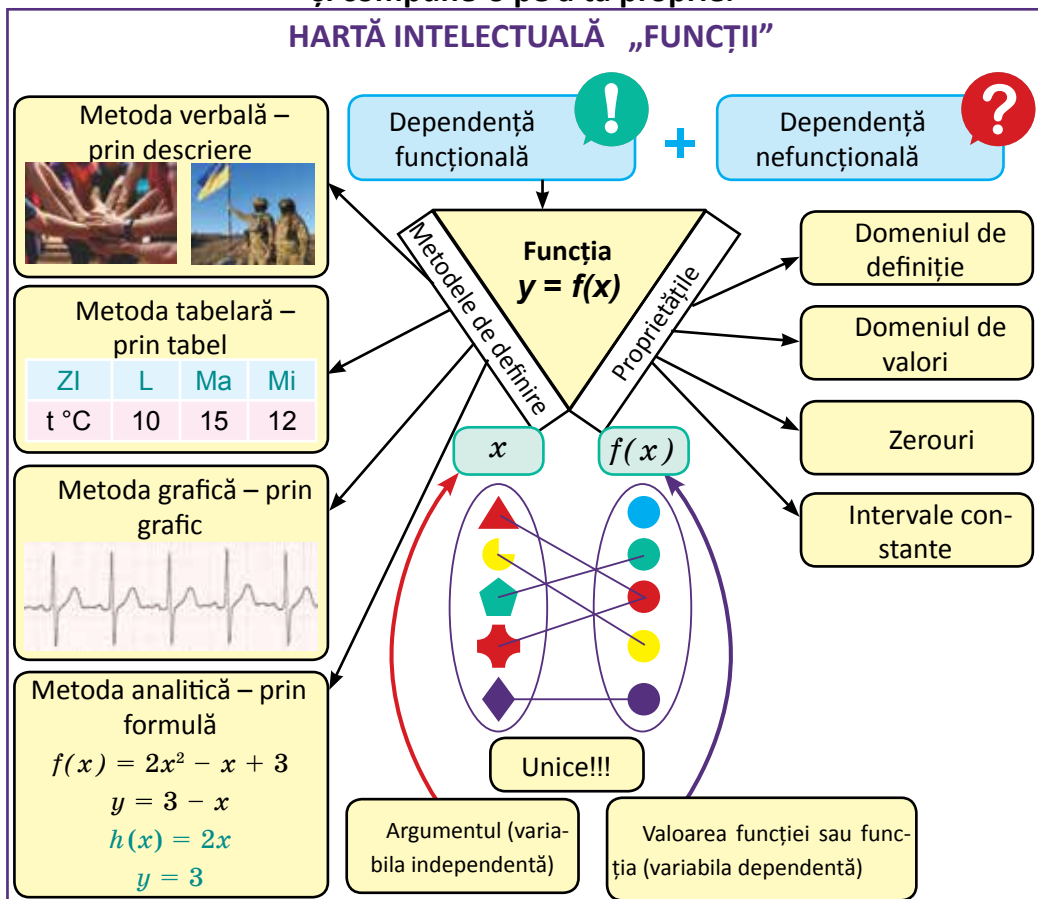
- 1) Oare **EU** înțeleg ce este o funcție?
- 2) Oare **EU** deosebesc argumentul de valoarea funcției?
- 3) Oare **EU** cunosc metodele de definire a funcției?
- 4) Oare **EU** știu să găsesc domeniul de definiție și domeniul de valori al funcției?
- 5) Oare **EU** știu ce se numește graficul funcției?
- 6) Oare **EU** știu, care funcție se numește liniară?
- 7) Oare **EU** deosebesc funcția liniară de alte funcții?
- 8) Oare **EU** pot să construiesc graficul funcției liniare??
- 9) Oare **EU** aplic diferite metode de construire a graficului funcției liniare?
- 10) Oare **EU** pot să aplic teoria într-o situație practică?
- 11) Oare **EU** pot să dau exemple de dependențe funcționale?
- 12) Oare **EU** pot să aflu valorile funcției și valorile argumentului după grafic?
- 13) Oare **EU** pot să determin caracteristici aparte ale funcției după graficul ei?

- 14) Oare **EU** știu, prin ce se deosebesc formulele, ce definesc o proporționalitate directă de formulele funcției liniare?
- 15) Oare **EU** știu, cum influențează valoarea coeficientului  $k$  asupra amplasării graficului funcției liniare  $y = kx + b$  c în planul de coordonate?
- 16) Oare am clarificat **EU** pentru mine, care este diferența dintre formulele, ce definesc funcțiile liniare, graficele cărora se intersectează, ori sunt paralele, ori coincid?

Fă concluzie: „Cum ești?”. Oare poți să-ți spui: „Acum EU îmi dau seama, că pot, vreau și voi învăța!”.

Lăudă-te, dacă ești „Bravo!”.

### Însărcinarea 2. Examinează harta intelectuală la tema „Funcție” și compune-o pe a ta proprie.



### Exerciții de antrenare

- 5.108°. Avem funcția  $y = -2x + 3$ . De transcris tabelul în caiet și de-l completat.

$x$	- 4	- 2			0	1			1,5
$y$			- 6	3			11	15	

5.109°. Fără a reprezenta grafic funcția  $y=5x-9$ , indicați prin care dintre punctele  $A (2;9)$ ,  $B (-3;6)$ ,  $C (1;-4)$ ,  $D (1,8; 0)$ ,  $K (0; 9)$  el trece.

5.110°. Funcția este definită prin formula  $y=1,5x-2$ . De determinat:

- a) valoarea funcției, dacă valoarea argumentului este egală cu 6;
- b) valoarea argumentului, pentru care valoarea funcției este egală cu 5,5.

5.111°. În figura 30 este reprezentat graficul unei oarecare funcții. De aflat, folosind graficul:

- a) valoarea lui  $y$ , dacă  $x=-2$ ;  $-1$ ;  $0$ ;  $1$ ;  $3,5$ ;  $5$ ;
- b) valoarea lui  $x$ , dacă  $y=-3$ ;  $-2$ ;  $0$ ;  $1$ ;  $3$ ;
- c) valoarea argumentului, pentru care valoarea funcției este egală cu 0;
- d) valoarea funcției, pentru care valoarea argumentului este egală cu 0;
- e) domeniul de definiție și domeniul de valori al funcției;
- f) valorile argumentului, pentru care valoarea funcției este pozitivă;
- e) valorile argumentului, pentru care valorile funcției sunt negative.

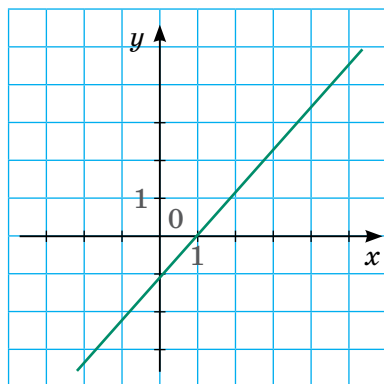


Fig. 30

5.112°. De aflat punctele de intersecție ale graficului cu axele de coordonate.

- a)  $y=-2,4x+4,8$ ;      c)  $y=0,6x+3,6$ ;
- b)  $y=\frac{1}{8}x-2$  ;      d)  $y=\frac{10}{x}+5$  .

5.113°. De construit graficul funcției liniare, de indicat coeficientul ei unghiular și termenul liber  $b$ .

- a)  $y=4,5x-9$ ;    b)  $y=-x+3$ ;    c)  $y=-3x$ ;    d)  $y=\frac{1}{3}x+6$  .

5.114°. De construit graficul funcției  $y=-7x+4$ . De formulat proprietățile ei.

5.115°. De aflat punctele de intersecție ale graficului funcției cu axele de coordonate și de verificat rezultatul grafic.

- a)  $y=-x+5$ ;      c)  $y=-x-3,5$ ;
- b)  $y=-4+2x$ ;    d)  $y=-0,5x-7$ .

- 5.116°.** De construit graficele funcțiilor în același plan de coordonate. De făcut concluzia despre amplasarea lor reciprocă.
- a)  $y = 2$ ;                      c)  $y = -7x + 2$ ;  
 b)  $y = 4x + 2$ ;                d)  $y = \frac{2}{3}x + 2$  .
- 5.117°.** De aflat domeniul de definiție al funcției.
- a)  $y = x^3 - 3x + 4$ ;            b)  $y = \frac{5}{x + 6}$  .
- 5.118°.** O latură a dreptunghiului este egală cu  $x$  cm, iar cealaltă latură – de trei ori mai mare. De scris formula pentru dependența ariei  $S$  a dreptunghiului de  $x$ . De compus tabelul valorilor funcției obținute pentru primele 6 valori naturale ale argumentului.
- 5.119°.** Avem o funcție liniară  $y = 2x + b$ . De aflat valoarea lui  $b$ , pentru care graficul funcției trece prin punctul:
- a)  $A(-2; -5)$ ;      b)  $C(3; 0)$ ;      c)  $C(0,6; -1)$ .
- 5.120°.** Dacă  $x = 4$ , atunci funcția liniară  $y = 0,5x + b$  ia valoarea 9. De aflat valoarea lui  $b$ .
- 5.121°.** De construit graficul funcției  $y = -3x - 6$ . De determinat:
- a) valoarea lui  $x$ , pentru care valoarea funcției este egală cu zero;  
 b) valorile argumentului, pentru care funcția ia valori negative.
- 5.122°.** De definit prin formulă funcția liniară, al cărei grafic trece prin originea de coordonate și punctul  $A(-2; -8)$ .
- 5.123°.** Pentru a confecționa o cămașă brodată din pânză de casă, trebuie 2,5 m de țesătură. De compus formula pentru calculul țesăturii rămase după ce au fost cusute  $x$  cămăși brodate dintr-un sul, în care sunt 150 m de țesătură. Ce valori poate lua  $x$ ?

***Cercetează situația, lucrând în grup:  
 „Ai vreo idee?”***

- 5.124°.** Graficul funcției  $y = kx + b$  intersectează axele de coordonate în punctele  $A(2; 0)$  și  $C(0; -4)$ . De aflat valorile lui  $k$  și  $b$ .
- 5.125°.** Pentru ce valoare a lui  $n$  graficul funcției  $y = nx + 3n - 6$  intersectează axa  $Ox$  în punctul cu abscisa 2?

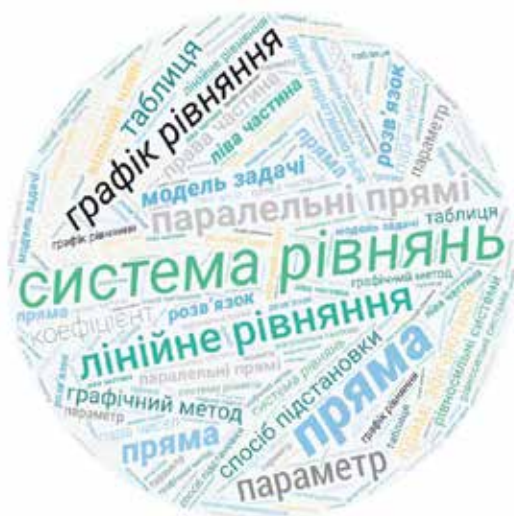
- 5.126••. Graficul funcției liniare trece prin punctele  $A(1; -2)$  și  $C(-2; 1)$ . De scris formula funcției.
- 5.127••. De generalizat informațiile obținute la tema „Funcția” sub forma unui „Senkan”, conform următoarelor reguli:
1. Primul rând reprezintă – **tema** (substantiv).
  2. Al doilea rând – **descrierea temei** (două adjective).
  3. Al treilea rând – **denumirea acțiunii** legate de temă, formată din trei verbe.
  4. Al patrulea rând – **o propoziție**, de obicei din 4 cuvinte, care exprimă atitudinea față de temă, sentimente.
  5. Al cincilea rând – **un singur cuvânt** – un sinonim al cuvântului (temei), o concluzie a poeziei.

*Oamenii care nu cunosc algebra,  
nu-și pot imagina acele lucruri,  
care pot fi realizate cu ajutorul acestei științe.*  
Gottfried Leibniz

## TEMA 6. | SISTEME DE ECUAȚII LINIARE CU DOUĂ VARIABILE

În această temă, **vei înțelege**, cum ecuațiile liniare cu două variabile formează un sistem de ecuații, **vei face cunoștință** cu forma generală a sistemului de ecuații liniare, **vei învăța** să le deosebești de altele și **să le rezolvi** prin diferite metode și de asemenea vei învăța să compui un sistem de ecuații, cunoscând soluția lui.

Acum vei folosi mai des cuvântul „**perechea de numere**” ca soluție a unui sistem de ecuații. **Vei înțelege**, de asemenea, că sistemele de ecuații pot fi **echivalente**, iar pentru a determina această echivalență, trebuie de înlocuit fiecare ecuație din sistem cu ecuația sa echivalentă, folosind proprietățile ecuațiilor liniare cu două variabile. Probabil, cel mai important lucru pentru tine va fi faptul, că vei învăța să folosești sistemele de ecuații liniare pentru a modela probleme algebrice și altele – probleme practice, bazate pe competențe, situaționale – cu care se poate descrie activitatea și viața ta.





## § 6.1 Ecuația liniară cu două variabile și graficul ei

### Sistemul de două ecuații liniare cu două variabile



Salut! Cum ești?

Vă propun un motto pentru învățare: **„A învăța fără a gândi – este dăunător, a gândi fără a învăța – este periculos”.**

Astăzi, Cubul lui Bloom îți va ajuta să diagnostichezi „dacă știi?” și „dacă știi cum?”, iar apoi – vom trece la rezolvarea exercițiilor – „oare știi să faci?” și vom obține cunoștințe noi despre ecuațiile liniare cu două variabile și sistemele lor.

**Așadar, Cubul lui Bloom îți propune:**

**Cercetează în parteneriat:**

**INVENTEAZĂ**, cum de transformat pătratul binomului

$$\left(5a^2 + \frac{1}{10}b\right)^2$$

într-un polinom la formă standard.

**NUMEȘTE**, care dintre funcțiile

$$y = x(1-x);$$

$$y = 4 - 0,5x;$$

$$y = \frac{1}{2x};$$

$$y = 12x^2 - 10$$

este liniară

**EXPLICĂ**, dacă există asemenea valori întregi ale lui  $x$ , pentru care valoarea polinomului  $4x^2 + 2x + 11$  este un număr par?

**DE CE** diferența polinoamelor

$$(9a+2b) \text{ și } (5a+6b),$$

unde  $a, b$  – niște numere naturale, se divide cu 4?

**PROPUNE** metoda ta de rezolvare a ecuației.

$$\frac{5x - 11}{6} + \frac{3x - 1}{9} = 12$$

**DISTRIBUIE** abilitățile tale, cum de reprezentat trinomul  $la^2 - 20ak + 100k^2$  sub formă de pătrat al diferenței.

**„Oare tu știi?”**

**1) De stabilit**, dacă printre funcțiile date (a-d) există funcții, ale căror grafice sunt paralele.

a)  $y = x + 0,5$ ;    b)  $y = -0,5x + 4$ ;    c)  $y = 5x - 1$ ;    d)  $y = 0,5x + 1$ .

**2) De calculat**, care poate fi numărul populației peste un an într-un oraș, unde locuiesc 3600 de persoane și se prevede o creștere de 2%.

- 3) **De creat** modelul matematic pentru problemă, dacă se știe, că într-un sac sunt  $m$  kg de făină, în al doilea –  $n$  kg, totodată:
- în ambii saci împreună sunt 20 kg de făină;
  - în primul sac sunt cu 5 kg mai mult decât în al doilea.

**Analizează și trage concluzii – creează strategia de învățare!**

## ACEST LUCRU MERITĂ

### SĂ ȘTII ȘI SĂ POȚI APLICA

- 1 Dacă nu se cunosc proprietățile coeficienților, pentru care graficele funcțiilor liniare – dreptele – vor fi paralele, atunci va trebui de construit 4 grafice, iar acest lucru este puțin incomod. Acele grafice vor fi paralele, în care coeficienții  $k$  vor avea aceleași valori.
- 2 Abilitatea de a găsi procentul dintr-un număr – o problemă de viața zilnică, deoarece fiecare magazin oferă un card de reduceri, pentru a-și menține clienții. Procentul dintr-un număr – este operația de înmulțire a acestui procent cu acest număr.
- 3 Evident, că atunci când se știe: „cât este în total”, atunci, în termeni matematici – este suma, din care se obține modelul matematic al problemei: (a) – ecuația  $m + n = 20$ . Când însă se știe „cu cât mai mult”, atunci aceasta este diferența, de aceea modelul matematic pentru problemă este (b):  $m - n = 5$ .

### Reține!

Ambele ecuații din a treia problemă de cercetare conțin nu una, ci *două variabile*. Și dacă vom examina fiecare ecuație în parte, atunci fiecare va avea – o mulțime de soluții. De exemplu,

$$5 + 15 = 20, 12 + 8 = 20, \dots \text{ sau } 15 - 10 = 5, 12 - 7 = 5, \dots$$

Ecuația de forma  $ax + by = c$ , unde  $a$ ,  $b$  și  $c$  – numere oarecare, se numește **ecuație liniară cu două variabile**. Pentru anumite valori ale lui  $a$ ,  $b$  și  $c$ , această ecuație se poate transforma într-o ecuație liniară cu o singură variabilă.

#### Întrebări:

- 1 Oare pot fi îndeplinite simultan ambele condiții ale acestei probleme?

Adică, avem o situație, în care evenimentele se produc simultan: „În doi saci se conțin 20 kg de făină, totodată în unul dintre ei – cu 5 kg mai mult decât în al doilea”. O astfel de situație, bineînțeles, schimbă modelul matematic al problemei – acestea sunt ecuațiile: 1)  $x + x + 5 = 20$  sau 2)  $x + x - 5 = 20$ , care au o formă diferită în funcție de faptul, masa cărui sac este notată cu  $x$ , însă soluțiile ecuațiilor sunt aceleași: 7,5 kg de făină în sacul mai mic și 12,5 kg în sacul mai mare.



**2** Oare există o altă metodă de scriere a astfel de evenimente simultane?

Da, există! Matematicienii au prevăzut această situație: dacă trebuie de aflat o soluție comună la două sau mai multe ecuații, atunci ei spun, că aceste ecuații formează un **sistem de ecuații**.

Pentru a scrie acest lucru se folosește simbolul « $\{$ » – o paranteză curbă.

Așadar, avem un nou model matematic pentru problemă – un sistem de două ecuații liniare cu două variabile: 
$$\begin{cases} m + n = 20, \\ m - n = 5. \end{cases}$$

**Reține! Este important!**

Ecuația de forma  $ax + by = c$ , unde  $a$  și  $b$  sunt numere diferite de zero, este o ecuație de gradul întâi. Numerele  $a$ ,  $b$  și  $c$  se numesc coeficienții ai unei astfel de **ecuații cu două variabile**.

Fiecare pereche de numere, care satisface această ecuație, adică o transformă într-o egalitate adevărată, se numește **soluție a ecuației cu două variabile**.

Pentru a găsi soluțiile ecuației cu două variabile, trebuie de înlocuit o valoare arbitrară pentru o variabilă în ecuație și rezolvând ecuația obținută, de aflat valoarea corespunzătoare pentru cea de-a doua variabilă.

De exemplu, ecuația  $2x + 5y = 22$  va avea drept soluții următoarele perechi de numere:

$$\left(2; \frac{18}{5}\right), \left(1; \frac{20}{5}\right), \left(3; \frac{16}{5}\right), \left(-2; \frac{26}{5}\right), \left(-4; \frac{30}{5}\right).$$

Două ecuații cu două variabile se numesc **echivalente**, dacă soluțiile lor coincid. Ecuațiile, care nu au soluții sunt, de asemenea, considerate echivalente.

Pentru ecuațiile cu două variabile sunt valabile aceleași proprietăți ca și pentru ecuațiile cu o singură variabilă. Prin urmare, orice ecuație liniară cu două variabile poate fi redusă la următoarea formă:

$$by = c - ax; \quad y = \frac{c}{b} - \frac{a}{b}x, \quad \text{dacă } b \neq 0; \quad y = -\frac{a}{b}x + \frac{c}{b}, \quad \text{dacă } b \neq 0.$$

În mod similar, ambele părți ale ecuației puteau fi împărțite la  $a \neq 0$ .

Ecuația obținută este formula funcției liniare, de aceea graficul unei ecuații liniare cu două variabile este o linie dreaptă. Și invers, orice dreaptă din planul de coordonate – este graficul unei ecuații liniare cu două variabile.

Pentru a construi graficul unei ecuații liniare cu două variabile, este suficient de găsit două soluții ale ei, adică două perechi ordonate de numere, care sunt coordonatele punctelor ce aparțin graficului acestei ecuații.

Marcând aceste puncte pe planul de coordonate și trasând prin ele o dreaptă, obținem graficul acestei ecuații liniare.

### Reține! Este important!

Două ecuații cu două variabile necunoscute, care descriu condiția unei anumite probleme, se numește sistem de două ecuații cu două variabile.

Un sistem de ecuații se numește **liniar**, dacă toate ecuațiile, ce intră în el sunt liniare. La forma generală, un sistem de două ecuații liniare cu două variabile poate fi reprezentat în felul următor:

$$\begin{cases} a_1x + b_1y = c_1, \\ a_2x + b_2y = c_2. \end{cases}$$

**Soluție a sistemului de ecuații cu două variabile** se numește perechea ordonată de valori ale variabilelor, care transformă fiecare ecuație din sistem într-o egalitate adevărată.

De exemplu, pentru a verifica, dacă perechea de numere (9; 1) este soluție a

sistemului de ecuații  $\begin{cases} x + y = 10, \\ x - y = 8, \end{cases}$  se înlocuiesc valorile  $x = 9$  și

$y = 1$  în fiecare dintre ecuațiile sistemului.

Dacă se obțin egalități adevărate  $9 + 1 = 10$  și  $9 - 1 = 8$ , atunci această pereche de numere este **o soluție** a sistemului de ecuații.

### Exerciții de antrenare

De selectat printre (a-d) ecuația liniară cu două variabile (6.1–6.2).

6.1°. a)  $2x + 55 = 110$

c)  $75 - y^3 = y$

b)  $\frac{1}{6}p + 3c = 7$

d)  $k = 1 - k(1 - k)$

6.2°. a)  $2x - x^2 = 0$

c)  $2,36x + 1,14y = 2,25$

b)  $0,25x + 0,75 = 1$

d)  $2 : x = 8 : 4x$

De ales dintre sistemele de ecuații (a-d) sistemul de ecuații liniare cu două variabile (6.3–6.4)

6.3°. a)  $\begin{cases} x^2 - 9y = 25, \\ x + y = 3; \end{cases}$

c)  $\begin{cases} x - 9y = 7, \\ x + y = 27; \end{cases}$

b)  $\begin{cases} 5x + y^2 = 4, \\ -5x + y = -4; \end{cases}$

d)  $\begin{cases} x^2 - 6y = 3, \\ 3x + 6y = 15. \end{cases}$

6.4°. a)  $\begin{cases} x^2 + y = 5, \\ x - y = 7; \end{cases}$

c)  $\begin{cases} x^2 + \frac{2}{y} = 1, \\ x^2 - y = 2; \end{cases}$

b)  $\begin{cases} x + y = 8, \\ x - 6y = 3; \end{cases}$

d)  $\begin{cases} y^2 - 8y = 12, \\ 5x - 7y = 14. \end{cases}$

6.5°. De transcris tabelul în caiet și de-l completat, dacă  $(x; y)$  – perechea de numere, care este soluția ecuației liniare  $4x - 5y = 12$ .

$x$	-2		0		8
$y$		0		4	

6.6°. De ales o variantă dintre (a-d), care exprimă corect variabila  $y$  în funcție de variabila  $x$  din ecuația  $3x - 4y = 7$

a)  $y = \frac{3x+7}{4}$     b)  $y = \frac{3x-7}{4}$     c)  $y = \frac{7x-3x}{4}$     d)  $y = \frac{4x-7}{4}$

6.7°. De ales o variantă dintre (a-d) care exprimă corect variabila  $x$  în funcție de variabila  $y$  din ecuația

a)  $x = \frac{5+7y}{2}$     b)  $x = \frac{7x-2}{10}$     c)  $x = \frac{10-7y}{2}$     d)  $x = \frac{7y+10}{2}$

6.8°. De stabilit, dacă perechea de numere  $(2; -1)$  este soluție a sistemului de ecuații.

a)  $\begin{cases} x - 2y = 6, \\ x + y = 1; \end{cases}$     b)  $\begin{cases} 4x - 3y = 11, \\ x + y = 1; \end{cases}$     c)  $\begin{cases} x - y = 3, \\ 2x + y = 8. \end{cases}$

6.9°. De stabilit, care dintre perechile de numere  $(-3; 2)$ ,  $(3; -2)$ ,  $(3; 2)$  este soluție a sistemului de ecuații

$$\begin{cases} 4x - 5y = 2, \\ x + 2y = 7. \end{cases}$$

6.10°. De verificat, este oare perechea de numere  $(4; 1)$  soluție a sistemului de ecuații.

a)  $\begin{cases} 3x - 2y = 10, \\ x + y = 5; \end{cases}$     b)  $\begin{cases} 4x - 5y = 12, \\ x + y = 3; \end{cases}$     c)  $\begin{cases} x - y = 3, \\ 4x + y = 10? \end{cases}$

- 6.11•.** De aflat coordonatele punctului de intersecție al graficelor ecuațiilor:  
 a)  $2x + y = 0$  i  $x - y = -3$ ;      b)  $2x + y = 2$  i  $2x - y = 6$ .
- 6.12•.** De compus sistemul de ecuații, a cărui soluție este perechea de numere:  
 a) (3; 5);    b) (-2; 1);    c) (0; 4);    d) (5; 0).
- 6.13•.** De compus un model matematic pentru problema. Paulina a cumpărat 400 g de bomboane și 300 g de turtă dulce, plătind 126 grn. Iar Mihail a plătit 134 grn pentru 600 g de aceleași bomboane și 200 g de aceeași turtă dulce. Cât costă 100 g de bomboane și cât costă 100 g de turtă dulce? De aflat soluția problemei prin metoda potrivirii.
- 6.14•.** Pe dreapta, care este graficul ecuației  $4x + 9y = 1$ , este luat un punct, a cărui ordonată este egală cu 1. De aflat abscisa acestui punct.

**Cercetează situația, lucrând în grup:  
 „Ai vreo idee?”**

- 6.15••.** De creat clusterul pentru construirea graficului ecuației liniare  $ax + by = c$  la formă generală.
- 6.16••.** De cercetat pentru ce valori ale coeficienților  $a$  și  $b$  soluție a sistemului de ecuații:
- a)  $\begin{cases} 5x - ay = 10, \\ bx + 2y = 4 \end{cases}$  este perechea de numere (2; -1);
- b)  $\begin{cases} 9x + by = 4, \\ ax + y = 3 \end{cases}$  este perechea de numere (2; -7).
- 6.17••.** De cercetat amplasarea reciprocă a graficelor pe planul de coordonate a două ecuații liniare cu două variabile în dependență de coeficienții lor.

**Formulează întrebări pentru probleme, lucrând în cooperativă de clasă: „Oare știi să faci?”**

- 6.18.** De compus întrebări pentru condiția problemei.  
 Problema „Bani mei de buzunar”. Dacă se va cumpăra 7 batoane de ciocolată și 2 tablete de ciocolată, va trebui de plătit 265 grn, iar dacă se va cumpăra 3 batoane, atunci ele sunt cu 30 grn mai scumpe decât o singură tabletă de ciocolată.

**VERIFICĂ-TE „CUM EȘTI?”**

Fișa „§ 6.1. Ecuația liniară cu două variabile și graficul ei. Sistemul de două ecuații liniare cu două variabile”.



## § 6.2 Rezolvarea sistemelor de ecuații liniare cu două necunoscute prin metoda grafică



Salut! Cum ești?

Vă propun un motto pentru învățare: **„Nu este suficient să ai o minte bună, principalul este să o folosești rațional.”**

Astăzi, Cubul lui Bloom îți va ajuta să diagnostichezi „dacă știi?” și „dacă știi cum?”, iar apoi – vom trece la rezolvarea exercițiilor – „oare știi să faci?” și vom aplica cunoștințele noastre despre funcția liniară și ecuațiile cu două variabile pentru rezolvarea sistemelor de ecuații.

**Așadar, Cubul lui Bloom îți propune:**

**NUMEȘTE**, câte mere au rămas în coș, dacă se iau mai întâi 3 mere din el, apoi – o treime din merele rămase și apoi încă 3 mere.

**EXPLICĂ**, cum se află o astfel de valoare a coeficientului  $k$  pentru funcția  $y = kx + 3$ , încât graficul funcției obținute să treacă prin punctul  $(2; 4)$ .

**DE CE** ecuația  $(k - 2)x + 2 = k$  pentru unele valori ale lui  $k$  nu are nici o rădăcină?

**INVENTEAZĂ** un astfel de sistem de două ecuații liniare cu două variabile, a cărei soluție ar fi perechea de numere  $(1; -1)$ .

**DISTRIBUIE** abilitățile tale de compunere a problemei după modelul matematic gata

$$\begin{cases} x + 4y = -12; \\ x - 4y = 32. \end{cases}$$

**PROPUNE**, cum se poate demonstra, că pentru orice număr întreg  $n$ , valoarea expresiei  $(n + 2)^2 - (n - 2)^2$  se divide cu 8.



**Cercetează în parteneriat: „Oare tu știi?”**

**1) De determinat**, care dintre sistemele de ecuații (a-c) sunt sisteme de ecuații liniare cu două variabile.

a)  $\begin{cases} x^2 + y = 6, \\ x - y = 2; \end{cases}$

b)  $\begin{cases} x + 2y = 6, \\ x - 6y = 3; \end{cases}$

c)  $\begin{cases} x^2 + \frac{2}{y} = 1, \\ x^2 - y^2 = 2. \end{cases}$

2) **De stabilit**, care dintre următoarele perechi de numere este o soluție a sistemului de ecuații

$$\begin{cases} x + y = 6, \\ x - y = 2. \end{cases}$$

- a) (4; 2);      b) (2; 4);      c) (-2; 4);      d) (-4; 2)

3) **De construit** în același sistem de coordonate graficele ecuațiilor.

- a)  $y - x = 5$ ;      b)  $x + y = 5$ ;      c)  $x - y = 1$ ;      d)  $x - y = -5$ .

**Analizează și trage concluzii – creează strategia de învățare!**

## ACEST LUCRU MERITĂ

### SĂ ȘTII ȘI SĂ POȚI APLICA

**1** Un sistem de două ecuații va fi liniar, dacă ambele ecuații din sistem sunt liniare sau dacă o ecuație din sistem este liniară cu două variabile, iar a doua – cu o singură variabilă.

De exemplu:

$$\begin{cases} a_1x + b_1y = c_1, \\ a_2x = c_2; \end{cases} \quad \begin{cases} a_1x + b_1y = c_1, \\ b_2y = c_2; \end{cases} \quad \begin{cases} a_1x = c_1, \\ a_2x + b_2y = c_2; \end{cases} \quad \begin{cases} b_1y = c_1, \\ a_2x + b_2y = c_2. \end{cases}$$

De asemenea, se examinează cazul, când una dintre ecuații – liniară cu două variabile, iar cealaltă are forma  $y = a$ , unde  $a$  – număr arbitrar, – această dreaptă este paralelă cu axa  $Ox$ .

**2** Perechea de numere este soluție a sistemului de ecuații, dacă transformă fiecare dintre ecuații într-o egalitate numerică adevărată:  $2 = 2$ ,  $3 = 3$ ,  $100 = 100$ .

Dacă avem o ecuație de gradul întâi cu două variabile, atunci graficul acesteia este întotdeauna o linie dreaptă, pentru trasarea căreia sunt suficiente două puncte (acest lucru este afirmat prin axioma: *prin două puncte se poate duce o dreaptă și numai una singură*). Cu toate acestea, dacă sunt duse patru astfel de drepte pe același plan, este clar, că ele pot să nu se intersecteze – să fie paralele, să se intersecteze într-un punct (inclusiv să fie perpendiculare) sau – pot coincide. Aceasta este amplasarea reciprocă a dreptelor pe plan, care depinde de coeficienții ecuațiilor liniare.

**Reține!**

Analizând rezultatele studierii problemei a treia, avem următoarele concluzii:

- 1 graficele ecuațiilor  $y - x = 5$ ,  $x - y = 1$  și  $x - y = 5$  nu se intersectează, adică nu există un punct, care să aparțină fiecărui grafic;
- 2 graficele ecuațiilor  $y - x = 5$  și  $x + y = 5$  și  $y - x = -5$  și  $x - y = 1$  se intersectează, adică au un astfel de punct, care aparține fiecărui grafic;
- 3 graficele ecuațiilor  $y - x = 5$  și  $x - y = -5$  se suprapun și au o mulțime puncte comune.

În aceasta constă sensul unei metode de rezolvare a sistemelor de ecuații liniare cu două variabile.

**Algoritmul rezolvării:**

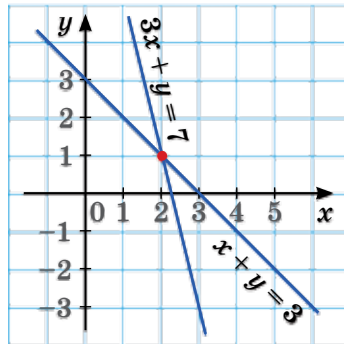
- 1 pentru fiecare ecuație a sistemului, se compune tabelul cu valorile lui  $x$  și  $y$ ;
- 2 se construiesc graficele ambelor ecuații ale sistemului în același plan de coordonate;
- 3 după graficele construite, se găsesc coordonatele punctului de intersecție;
- 4 se notează perechea de coordonate găsită, care reprezintă soluția sistemului de ecuații.

**De exemplu**, să rezolvăm grafic sistemul de ecuații 
$$\begin{cases} x + y = 3, \\ 3x + y = 7, \end{cases}$$

**Rezolvare**

$x + y = 3$		
$x$	0	3
$y$	3	0

$3x + y = 7$		
$x$	2	3
$y$	1	-2



Construim două drepte, notăm punctul lor de intersecție (2; 1). Deci, sistemul de ecuații are soluția (2; 1).

**Răspuns:** (2; 1).

**Reține! Este important!**

Așadar, există **trei cazuri** posibile de amplasare a două drepte pe plan – grafice ale ecuațiilor sistemului:

- 1 **Dreptele se intersectează**, adică au un punct comun. Atunci sistemul **are o singură soluție**.
- 2 **Dreptele sunt paralele**, adică nu au puncte comune. Atunci sistemul de ecuații **nu are soluții**.
- 3 **Dreptele coincid**. Atunci sistemul de ecuații **are o mulțime de soluții**.

**Reține! Este important!**

**Numărul de soluții ale unui sistem de ecuații liniare cu două variabile:**

- 1 sistemul nu are soluții, dacă  $\frac{a_1}{a_2} = \frac{b_1}{b_2} \neq \frac{c_1}{c_2}$
- 2 sistemul are o singură soluție, dacă  $\frac{a_1}{a_2} \neq \frac{b_1}{b_2}$
- 3 sistemul are un număr infinit de soluții, dacă  $\frac{a_1}{a_2} = \frac{b_1}{b_2} = \frac{c_1}{c_2}$

**De exemplu.**

$$1) \begin{cases} 3x - 4y = 15, \\ 6x - 8y = 11. \end{cases} \quad \frac{3}{6} = \frac{-4}{-8} \neq \frac{15}{11} \quad - \text{ nu are soluții;}$$

$$2) \begin{cases} 3x - 4y = 13, \\ x + y = 9. \end{cases} \quad \frac{3}{1} \neq \frac{-4}{1} \quad - \text{ o singură soluție } (7; 2);$$

$$3) \begin{cases} 3x - 4y = 15; \\ 6x - 8y = 30. \end{cases} \quad \frac{3}{6} = \frac{-4}{-8} = \frac{15}{30} \quad - \text{ o mulțime de soluții.}$$

**Reține! Este important!**

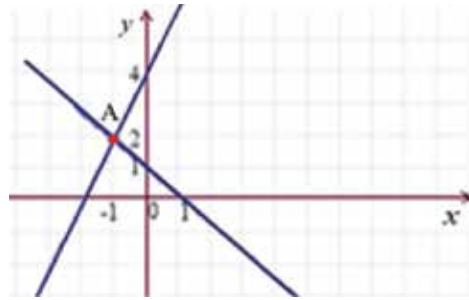
**Metoda grafică de rezolvare a sistemelor de ecuații liniare este dificilă și imprecisă.** Precizia soluției găsite prin această metodă depinde de acuratețea construcției și de precizia graficelor ecuațiilor sistemului. De aceea, rezolvând grafic sistemul de ecuații liniare, trebuie de efectuat verificarea.



### Exerciții de antrenare

**6.19°.** De găsit coordonatele punctului  $A$ , ce este soluția sistemului de ecuații, a cărei soluție grafică este reprezentată în figură.

- a)  $(1; 2)$       c)  $(-1; 2)$   
b)  $(1; -2)$     d)  $(2; 1)$

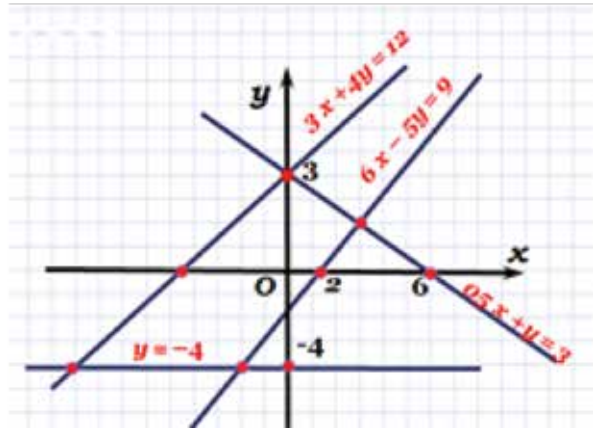


**6.20°.** De selectat dintre funcțiile (a-d) pe cea, care are un singur punct de intersecție cu dreptele reprezentate în figură.

- a)  $y - 2 = 0$     b)  $y + 2 = 0$     c)  $y - 4 = 0$     d)  $y + 2 = 0$

**6.21°.** De rezolvat sistemul de ecuații prin metodă grafică, folosind figura.

- a)  $\begin{cases} 0,5x + y = 3, \\ y - 2 = 0; \end{cases}$   
b)  $\begin{cases} 0,5x + y = 3, \\ y + 4 = 0; \end{cases}$   
c)  $\begin{cases} 0,5x + y = 3, \\ 6x - 5y = 9; \end{cases}$   
d)  $\begin{cases} 0,5x + y = 3, \\ 3x + 4y = 12. \end{cases}$



**6.22°.** De rezolvat sistemul de ecuații  $\begin{cases} x + 3y = 9, \\ 2x - y = 4; \end{cases}$  construind în același plan de coordonate graficele ecuațiilor lor  $2x - y = 4$  și  $x + 3y = 9$  și aflând punctul lor de intersecție.

**6.23°.** De rezolvat sistemul de ecuații prin metodă grafică

- a)  $\begin{cases} 4x - y = 5, \\ 3x + 2y = 12; \end{cases}$     b)  $\begin{cases} x - 2y = 6, \\ x - 2y = -4; \end{cases}$     c)  $\begin{cases} 4x + 6y = 14, \\ 2x + 3y = 7. \end{cases}$

**6.24°.** Câte soluții are sistemul de ecuații

$$\begin{cases} 6x + 10y = 36, \\ 3x + 5y = 18? \end{cases}$$

De aflat TREI soluții ale lui.

**6.25°.** Determinați corectitudinea formării unui asemenea sistem (A-D) din ecuațiile (1-5), care va avea o mulțime de soluții.

**Ecuații**

1.  $2x - 3y = -9$

2.  $-\frac{1}{2}x + \frac{1}{3}y = -3$

3.  $-3x + 2y = 18$

4.  $3x - 2y = -3$

5.  $6x - 4y = -6$

**Sistem de ecuații**

A. 1 și 4

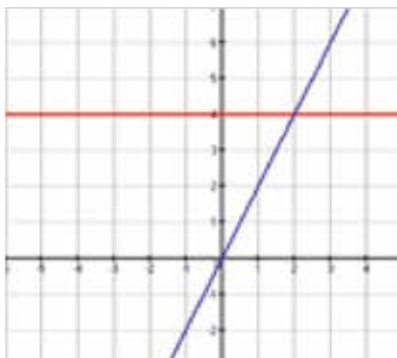
B. 1 și 5

C. 2 și 5

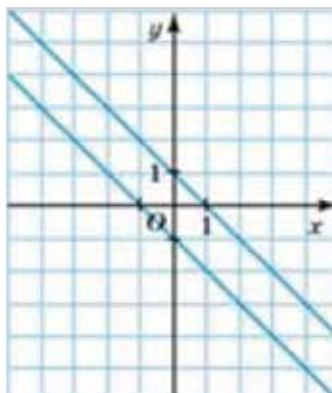
D. 2 și 4

E. 2 și 3

**6.26°.** De compus un sistem de ecuații, ale căror grafice sunt reprezentate în figurile (a-b) și după figură de aflat soluția lui. Și, de asemenea, un sistem încât (1; 4) să fie soluția lui.



a)



b)

**6.27°.** De rezolvat sistemul de ecuații prin metodă grafică:

a)  $\begin{cases} y = x + 5, \\ 0,5x + y = 2; \end{cases}$

b)  $\begin{cases} x + y = 0, \\ 2x + y = -3; \end{cases}$

c)  $\begin{cases} y = 2, \\ 3x - y = 4; \end{cases}$

**6.28°.** De stabilit, dacă are soluții sistemul de ecuații:

a)  $\begin{cases} y = x + 5, \\ 0,5x + y = 2; \end{cases}$

c)  $\begin{cases} y = 2, \\ 3x - y = 4; \end{cases}$

b)  $\begin{cases} x + y = 0, \\ 2x + y = -3; \end{cases}$

d)  $\begin{cases} x + y = -1, \\ 3x + 3y = -2. \end{cases}$

**6.29°.** De demonstrat, fără a construi graficele, că sistemul de ecuații nu are soluții

a)  $\begin{cases} 8x + 2y = 15, \\ 8x + 2y = 35; \end{cases}$

b)  $\begin{cases} 3x - y = 8, \\ 3x - y = 16. \end{cases}$

**6.30••.** De găsit o ecuație pentru ecuația  $3x - y = 2$  pentru a obține un sistem de două ecuații care:

- a) are o singură soluție;
- b) are o mulțime de soluții;
- c) nu are soluții.

**6.31••.** De ales, dacă este posibil, o astfel de valoare a lui  $a$  pentru, care sistemul are o singură soluție, nu are soluții, are o mulțime de soluții:

$$\text{a) } \begin{cases} 5x - y = 7, \\ ax - y = -3; \end{cases} \quad \text{b) } \begin{cases} 2x - y = 2, \\ ax - 3y = 6. \end{cases}$$

### **Cercetează situația, lucrând în grup: „Ai vreo idee?”**

**6.32••.** De creat clusterul pentru numărul de soluții ale sistemului de ecuații liniare cu două variabile

$$\begin{cases} a_1x + b_1y = c_1 \\ a_2x + b_2y = c_2 \end{cases} \quad \text{la formă generală.}$$

**6.33••.** De determinat cantitatea de soluții ale fiecărui sistem, aplicând raportul coeficienților:

$$\text{a) } \begin{cases} x + y = 7, \\ x - y = 1; \end{cases} \quad \text{b) } \begin{cases} 2x + 3y = 12, \\ 2x + 3y = 6; \end{cases} \quad \text{c) } \begin{cases} x + y = 0, \\ 2x + y = -3. \end{cases}$$

**6.34••.** De rezolvat grafic sistemul de ecuații  $\begin{cases} 4(x - 3y) + 33y = 50, \\ 5(x + 2y) - 3 = 18. \end{cases}$

### **Formulează întrebări pentru probleme, lucrând în cooperativa de clasă: „Oare știi să faci?”**

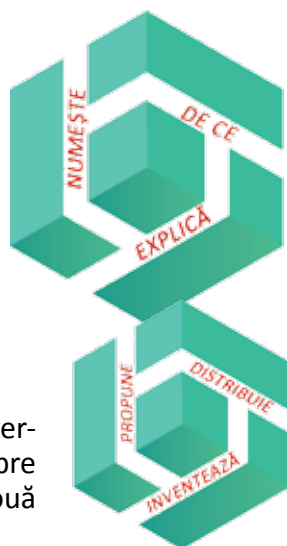
**6.35••.** De compus întrebări pentru condiția problemei.

- a) Problema „Viteza pe drum”. Un turist a călătorit cu trenul și cu autobuzul. Viteza trenului este cu 10 km/h mai mare decât viteza autobuzului, de aceea el a parcurs 450 km în 3 ore cu autobuzul și 5 ore cu trenul.
- b) Problema „Numărarea banilor”. Eu am plătit 130 grn pentru 7 caiete și 4 pixuri. Magazinul are o ofertă pentru aceleași caiete și pixuri: 40% reducere la prețul caietelor și 20% – la prețul pixurilor. Pixul a devenit cu 6 grn mai scump decât caietul.

### **VERIFICĂ-TE „CUM EȘTI?”**

**Fișa „§ 6.2. Rezolvarea sistemelor de ecuații liniare cu două necunoscute prin metoda grafică”.**

## § 6.3 Rezolvarea sistemelor de ecuații liniare cu două necunoscute prin metoda substituției



Salut! Cum ești?

Vă propun un motto pentru învățare: „*Tot ceea ce faci acum este pentru viitorul tău. Gândește-te la aceasta*”.

Astăzi, Cubul lui Bloom îți va ajuta să diagnostichezi „dacă știi?” și „dacă știi cum?”, iar apoi – vom trece la exerciții – „oare știi să faci?” și vom obține cunoștințe noi despre aceea, cum se pot rezolva sistemele de ecuații liniare cu două variabile prin altă metodă.

**Așadar, Cubul lui Bloom îți propune:**

**NUMEȘTE** cinci puncte, ce aparțin graficului ecuației liniare cu două variabile  $5x - 2y = 7$ .

**EXPLICĂ**, cum monomul  $4((x^2)^3)^4 \cdot (-2(x^4)^4)^2$  poate fi reprezentat la formă standard.

**DE CE** unul dintre graficele construite în figura 1(a) este funcție, iar altul – în figura 1 (b) – nu?

**INVENTEAZĂ**, cum de aflat ultima cifră din numărul  $4^{45}$ .

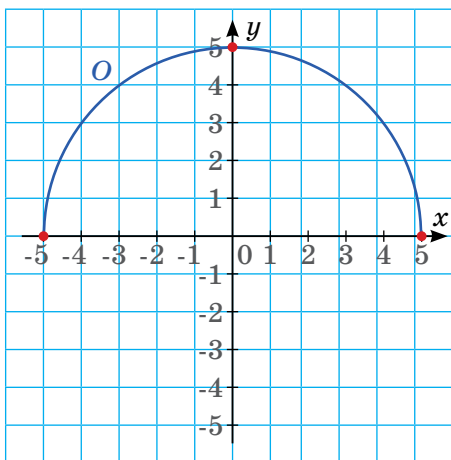


Fig. 1, a

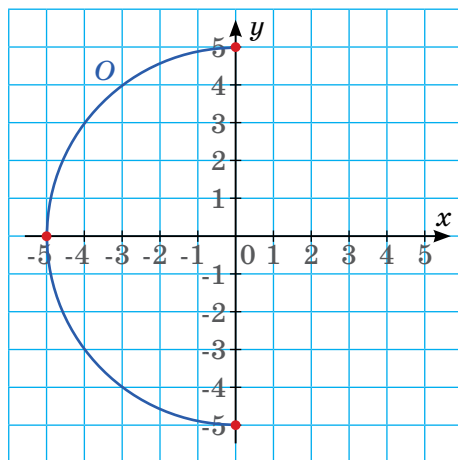


Fig. 1, b

**DISTRIBUIE** abilitățile tale de rezolvare a ecuației

$$\frac{x+1}{6} + \frac{2-x}{8} - \frac{x-3}{12} = \frac{1}{4} .$$

**PROPUNE** o metodă convenabilă pentru tine de aflare a tuturor valorilor lui  $a$ , pentru care una dintre soluțiile ecuației

$$2(a+1)^2x - 5(2a-1)^2y = 7 \text{ este perechea de numere } (2; 5).$$

### Cercetează în parteneriat: „Oare tu știi?”

- De aflat** ordonata punctului, care aparține graficului funcției liniare, dacă se cunoaște valoarea abscisei ei.
  - $y = 3x - 11$  pentru  $x = 5$ ;
  - $4x + 5y = 16$  pentru  $x = -4,5$ ;
  - $y = \frac{5-7x}{8}$  pentru  $x = 6$ .
- De calculat** valoarea expresiei prin metoda convenabilă.
  - $99 \cdot 101$ ;
  - $49 \cdot 51$ ;
  - $2,8 \cdot 3,2$ ;
  - $10,1 \cdot 9,9$ ;
  - $5,3 \cdot 4,7$ .
- De numit** câte trei perechi de numere întregi, care sunt rădăcini ale ecuației.
  - $3x + 2y = 5$ ;
  - $2x - 5y = 7$ .

### Analizează și trage concluzii – creează strategia de învățare!

## ACEST LUCRU MERITĂ

### SĂ ȘTII ȘI SĂ POȚI APLICA

- Dacă trebuie de aflat ordonata punctului, ce aparține graficului funcției liniare după valoarea cunoscută a abscisei ei, sau valoarea funcției după valoarea cunoscută a argumentului ei, atunci acestea sunt probleme echivalente și singura metodă – de înlocuit în loc de  $x$  numărul în formula, care va lua forma unei ecuații, de unde vom afla valoarea lui  $y$ . Coordonatele fiecărui punct al graficului funcției transformă formula într-o egalitate adevărată.
- Pentru a calcula valoarea expresiilor date în însărcinările de cercetare, este important să putem analiza condiția. Aici, în fiecare produs, se pot înlocui factorii cu suma și diferența aceluiași numere și apoi aplica formula diferenței pătratelor:  $(a-b)(a+b) = a^2 - b^2$ . Acest calcul este mult mai convenabil decât cel dat.
- A treia însărcinare necesită abilitatea de a analiza o situație pentru a găsi perechile de numere întregi, care sunt rădăcinile ecuației. Trebuie de exprimat valoarea unei variabile prin intermediul alteia, conșide-

rând una dintre ele ca valoare cunoscută. De exemplu:  $2y = 5 - 3x$ , de unde  $y = \frac{5 - 3x}{2}$ , și acum este mult mai convenabil să se aleagă astfel de valori ale lui  $x$ , încât expresia să se dividă cu 2.

4\*

Dacă problema ar fi fost „De rezolvat ecuația în numere întregi”, atunci ar fi fost nevoie de și mai multă cercetare, doar este vorba de o căutare a tuturor perechilor de numere întregi, care transformă ecuația într-o egalitate adevărată. De aceea nu este suficient să se tragă concluzii despre divizibilitatea lui  $y$  cu 2, deci se cercetează partea dreaptă a egalității și divizibilitatea ei cu 2.

$$y = 2 \frac{1}{2} - 1 \frac{1}{2}x = 2 + \frac{1}{2} - x - \frac{1}{2}x = (2 - x) + \frac{1}{2}(1 - x).$$

Așadar, expresia  $\frac{1}{2}(1 - x)$  va fi un număr întreg, dacă  $(1 - x)$  se divide cu 2, adică  $1 - x = 2k$ , unde  $k$  – număr întreg, de unde  $x = 1 - 2k$ , unde  $k$  – număr întreg.

$$y = \frac{5 - 3(1 - 2k)}{2} = \frac{5 - 3 + 6k}{2} = \frac{2 + 6k}{2} = \frac{2(1 + 3k)}{2} = 1 + 3k.$$

Așadar, soluții ale ecuației sunt perechile numerelor întregi de forma  $(1 - 2k; 1 + 3k)$ , unde  $k$  – număr întreg.

### Reține!

Vom examina sistemul de ecuații: 
$$\begin{cases} 2y = 6; \\ 4x - 2y = 14. \end{cases}$$

Este evident, că în a doua ecuație a sistemului,  $2y$  se poate înlocui imediat cu 6, și această ecuație va lua forma  $4x - 6 = 14$ ,  $4x = 20$ ,  $x = 5$ .

Atunci  $y = 10$ .

Răspuns: (5; 10).

Metoda, în care în loc de o valoare a variabilei se poate înlocui alta se numește **metoda substituției**. Ea este utilizată pentru a rezolva sisteme de două ecuații liniare cu două variabile.

De exemplu, 
$$\begin{cases} y = 2x - 1, \\ 2x + 3y = 5, \end{cases}$$
 atunci în a doua ecuație se poate în loc de  $y$

de substituit expresia  $(2x - 1)$ , și ecuația va obține forma:

$$2x + 3(2x - 1) = 5.$$

$$2x + 6x - 3 = 5, 8x = 8, x = 1.$$

$$\text{Atunci } y = 2x - 1 = 2 \cdot 1 - 1 = 2 - 1 = 1.$$

Răspuns: (1; 1).

**Reține! Este important!****ALGORITMUL rezolvării sistemului de două ecuații liniare cu două variabile prin metoda substituției.**

- Pasul 1.** De exprimat o variabilă din orice ecuație a sistemului prin intermediul alteia (de obicei, se alege situația mai ușoară, de exemplu, coeficientul înaintea variabilei este egal cu 1, 2, 5 etc.).
- Pasul 2.** De substituit expresia obținută în primul pas în cealaltă ecuație a sistemului.
- Pasul 3.** De rezolvat ecuația cu o singură variabilă obținută, pentru a găsi valoarea variabilei, care figurează în ecuație.
- Pasul 4.** De înlocuit valoarea găsită a variabilei în expresia, care a fost obținută la exprimarea unei variabile prin intermediul altei variabile (pasul 1).
- Pasul 5.** De aflat valoarea celeilalte variabile.
- Pasul 6.** De scris răspunsul.

De exemplu, să rezolvăm următorul sistem de ecuații: 
$$\begin{cases} 3x + y = 9; \\ 8x + 2y = 24. \end{cases}$$

Este evident, că din prima ecuație se poate exprima ușor  $y$  prin  $x$ , lăsând valoarea lui  $y$  din stânga, iar restul – transferând în partea dreaptă a ecuației.

$$\begin{cases} y = 9 - 3x; \\ 8x + 2(9 - 3x) = 24; \end{cases} \quad \begin{cases} 8x + 18 - 6x = 24; \\ 2x = 6; x = 3; y = 9 - 3 \cdot 3; y = 0. \end{cases}$$

**Răspuns:** (3; 0)

**Exerciții de antrenare**

**6.36°.** De ales, care dintre substituțiile (a-d) este corectă pentru sistemul de ecuații

$$\begin{cases} x = 4y - 5, \\ 3x + 2y = 11. \end{cases}$$

- a)  $3x + 2(4y - 5) = 11;$                       c)  $3x + 2(5 - 4y) = 11;$   
 b)  $3(4y - 5) + 2y = 11;$                       d)  $3(5 - 4y) + 2y = 11.$

**6.37°.** De ales ecuațiile (a-d), în care s-a comis o eroare în timpul substituirii unei variabile cu alta pentru a rezolva sistemul de ecuații 
$$\begin{cases} y = 7x + 2, \\ 5x - 4y = 17. \end{cases}$$

- a)  $5x + 4(7x + 2) = 17;$                       c)  $5x - 28x - 8 = 17;$   
 b)  $5x - 4(7x + 2) = 17;$                       d)  $5(7x + 2) - 4y = 17.$

De rezolvat sistemul de ecuații prin metoda substituției (6.38–6.40).

$$6.38^{\circ\circ}. \text{ a) } \begin{cases} 6x = 24, \\ 5x - 2y = 14; \end{cases}$$

$$\text{b) } \begin{cases} 7x - y = 4, \\ 3y = -18. \end{cases}$$

$$6.39^{\circ\circ}. \text{ a) } \begin{cases} 5y = 30, \\ 7x - y = 15; \end{cases}$$

$$\text{b) } \begin{cases} 2x - y = 7, \\ 4x = -36. \end{cases}$$

$$6.40^{\circ\circ}. \text{ a) } \begin{cases} x = y + 4, \\ 2x - 5y = 29; \end{cases}$$

$$\text{b) } \begin{cases} y = x + 5, \\ 7x + 3y = -5. \end{cases}$$

6.41<sup>o</sup>. De aflat soluția sistemului de ecuații, folosind metoda substituției:

$$\text{a) } \begin{cases} 3x + 4y = -13, \\ 2x - 5y = 22; \end{cases}$$

$$\text{c) } \begin{cases} x - 3y = -14, \\ 4x + 5y = 12; \end{cases}$$

$$\text{b) } \begin{cases} x - y = 10, \\ 2x - 3y = 27; \end{cases}$$

$$\text{d) } \begin{cases} 2x + y = -13, \\ 5x - 2y = -19. \end{cases}$$

6.42<sup>o</sup>. De aflat coordonatele punctului de intersecție al graficelor ecuațiilor  $x - y = 3$  și  $3x + 2y = 14$ , fără a efectua construcții.

6.43<sup>o</sup>. De aflat coordonatele punctului de intersecție al graficelor ecuațiilor  $5x - 2y = 12$  și  $x + y = 8$ , fără a efectua construcții

6.44<sup>o</sup>. De rezolvat sistemul de ecuații:

$$\text{a) } \begin{cases} 3x + 4y = -13, \\ 2x - 5y = 22; \end{cases}$$

$$\text{c) } \begin{cases} 8x - 2y = 6, \\ 9x + 3y = 33; \end{cases}$$

$$\text{b) } \begin{cases} 3x + 2y = 0, \\ 7x + 4y = -2; \end{cases}$$

$$\text{d) } \begin{cases} 4x - 6y = 24, \\ 10x - 2y = 34. \end{cases}$$

6.45<sup>o</sup>. De aflat soluția sistemului de ecuații:

$$\text{a) } \begin{cases} 4(x + y) = 8y - 4, \\ 7(y + 1) = 22 + y; \end{cases}$$

$$\text{b) } \begin{cases} 9(x - 2y) - 6x = -11, \\ 8(x + y) = 6y + 4. \end{cases}$$

6.46<sup>o</sup>. De demonstrat, că graficele ecuațiilor  $6x + 3y = 14$  și  $4x + 2y = 18$  sunt drepte paralele.

6.47<sup>o</sup>. De rezolvat sistemul de ecuații:

$$\text{a) } \begin{cases} \frac{x}{2} - \frac{y}{3} = 2, \\ 5x - y = 34; \end{cases}$$

$$\text{b) } \begin{cases} 6y - 5x = 1, \\ \frac{x-1}{2} + \frac{3y-x}{4} = -4\frac{3}{4}. \end{cases}$$



**Cercetează situația, lucrând în grup:  
„Ai vreo idee?”**

**6.48••.** Se știe, că graficul funcției  $y = kx + l$  este dreapta, ce trece prin punctele  $A(2; -2)$  și  $B(-3; -17)$ . De găsit o modalitate de a afla  $k$  și  $l$ .

**6.49••.** De determinat, pentru ce valori ale lui  $p$  sistemul de ecuații:

a) 
$$\begin{cases} 3x - y = 7; \\ 6x + py = 11 \end{cases} \quad \text{nu are soluții;}$$

b) 
$$\begin{cases} 15x + 10y = 30; \\ px + 2y = 6 \end{cases} \quad \text{are o mulțime de soluții.}$$

**Formulează întrebări pentru probleme, lucrând în cooperati-  
va de clasă: „Oare știi să faci?”**

**6.50.** De compus întrebarea pentru condiția problemei.

- Problema „*Mișcarea pe râu*”. Distanța dintre două porturi este de 72 km. Barca, mișcându-se în direcția apei, a parcurs această distanță în 3 ore. Viteza proprie a bărcii este de 21 km/h.
- Problema „*Tineri voluntari*”. Daniil a confecționat 15 lumânări de tranșee în 3 ore, Natalia – 12 lumânări în 4 ore, iar Ivan a confecționat 4 lumânări într-o oră.
- Problema „*Să începem construcția*”. Pentru a construi un garaj, se folosește unul dintre cele două tipuri de fundație: beton sau blocuri de spumă. Pentru o fundație din blocuri de spumă, e nevoie de 3 metri cubi de blocuri de spumă și 6 saci de ciment. Pentru o fundație din beton e nevoie de 3 t de pietriș și 30 de saci de ciment. Un metru cub de blocuri de spumă costă 800 grn, pietrișul – 180 grn pentru tonă, un sac de ciment – 60 grn.

**VERIFICĂ-TE „CUM EȘTI?”**

**Fișa „§ 6.3. Rezolvarea sistemelor de ecuații liniare cu două necunoscute prin metoda substituției”.**

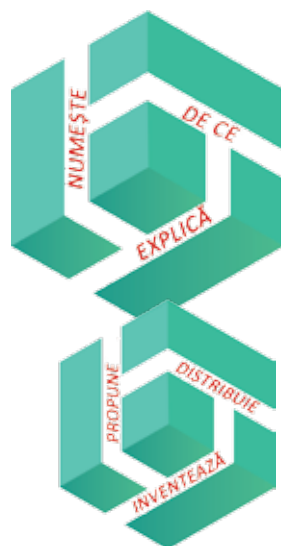


## § 6.4 Rezolvarea sistemelor de ecuații liniare cu două necunoscute prin metoda adunării

Salut! Cum ești?

Vă propun un motto pentru învățare: „**Succesul este suma unor eforturi mici, repetate zi de zi**” (Robert Collier).

Astăzi, Cubul lui Bloom te va ajuta să diagnostichezi „dacă știi?” și „dacă știi cum?”, iar apoi – vom trece la rezolvarea ecuațiilor și sistemelor de ecuații – „oare știi să faci?” și vom obține cunoștințe noi despre aceea, cum se poate rezolva un sistem de ecuații prin metoda adunării.



**Așadar, Cubul lui Bloom îți propune:**

**NUMEȘTE** trei perechi oarecare de numere, care sunt soluții ale ecuației  $0x - 2y = 10$ .

**EXPLICĂ**, cum se află punctul de intersecție al graficului ecuației  $2x + by = 10$  cu axele de coordonate și dacă este posibil acest lucru pentru toate valorile lui  $b$ .

**DE CE** perechea de numere  $(1; 3)$  nu este soluție a sistemului de ecuații

$$\begin{cases} 2x + y = 7, \\ 3x - y = -2 \end{cases} \quad ?$$

**INVENTEAZĂ** un sistem de ecuații, care va avea o mulțime de soluții.

**DISTRIBUIE** experiența, cum se găsește punctul de intersecție al graficelor a două ecuații  $4x - 3y = -10$  și  $2x + 3y = 4$ , fără a efectua construcții.

**PROPUNE** două sisteme de ecuații și rezolvă-le prin metoda adunării.

**Cercetează în parteneriat: „Oare tu știi?”**

1) **De aflat** valoarea expresiei pentru  $x = 5$ ,  $y = -2$ :

a)  $(2x - 3) - (4x + 5y - 8) + 7y$ ;      b)  $9x + 5y - (-3x + 8y - 11) + y$ ;

2) **De ales** sistemul de ecuații, în care ecuația NU conține coeficienți opuși pentru aceleași variabile.

a)  $\begin{cases} 4x - 2y = 8, \\ 3x + 2y = 6; \end{cases}$       b)  $\begin{cases} -5x + 9y = 11, \\ 5x - 2y = 10; \end{cases}$       c)  $\begin{cases} 7y + 3x = 5, \\ 5y - 2x = -1. \end{cases}$

3) De determinat printre sistemele (a-d) acele, care sunt echivalente.

$$\begin{array}{ll} \text{a)} \begin{cases} x + 2y = 5, \\ 3x - y = 6; \end{cases} & \text{c)} \begin{cases} 2x - 3y = 9, \\ 4x - 12y = 24; \end{cases} \\ \text{b)} \begin{cases} x + 1, 5y = 9, \\ x - 3y = 12; \end{cases} & \text{d)} \begin{cases} 2x + 4y = 10, \\ 6x - 2y = 12. \end{cases} \end{array}$$

**Analizează și trage concluzii – creează strategia de învățare!**

## ACEST LUCRU MERITĂ

### SĂ ȘTII ȘI SĂ POȚI APLICA

- 1 Aflarea valorii unei expresii necesită, în primul rând, simplificare. În acest caz, abilitatea de a deschide corect parantezele, în fața cărora stă semnul „+” sau „-” și apoi – reducerea termenilor asemenea, înlocuirea valorii în loc de variabilă și calculul expresiei numerice obținute.
- 2 Deoarece coeficienții dintr-un sistem general de ecuații sunt numere, coeficienți opuși vor fi cei al căror modul este același, dar al căror semn – opuse, adică -2 și 2, -5 și 5. Suma a două numere opuse este întotdeauna egală cu zero:  $a + (-a) = 0$ .
- 3 Dacă ambele părți ale ecuației **se vor înmulți sau se vor împărți la unul și același număr, diferit de zero**, atunci se va obține o ecuație echivalentă cu cea dată. Prin urmare, urmărind această proprietate, se pot alege sisteme echivalente de ecuații fără a le rezolva.
- 4 Adunarea termen cu termen a ecuațiilor sistemului face posibilă excluderea uneia dintre variabile, dacă coeficienții pentru aceleași variabile din ambele ecuații sunt opuși.

### Reține!

Sistemele de ecuații a)  $\begin{cases} 4x - 2y = 8, \\ 3x + 2y = 6 \end{cases}$  și b)  $\begin{cases} -5x + 9y = 11, \\ 5x - 2y = 10 \end{cases}$  se deosebesc

de celelalte prin faptul, că coeficienții *din fața variabilelor cu același nume sunt numere opuse*. Deoarece suma numerelor opuse este egală cu zero, acest fapt este utilizat pentru rezolvarea a astfel de sisteme prin metoda adunării termen cu termen. Acest lucru înseamnă, că trebuie de adunat părțile stângi ale ecuațiilor și părțile drepte, formând o nouă ecuație cu o singură variabilă, apoi – de aflat valoarea acestei variabile, și în continuare – de găsit valoarea celei de-a doua variabile.

De exemplu:

$$\begin{array}{l} \text{a)} \quad 4x - 2y + 3x + 2y = 8 + 6; \quad 7x = 14; \quad x = 2; \\ \text{b)} \quad -5x + 9y + 5x - 2y = 11 + 10; \quad 7y = 21; \quad y = 3. \end{array}$$

Având valoarea pentru o variabilă, putem înlocui în orice ecuație din sistem și să aflăm a doua valoare:

a)  $4 \cdot 2 - 2y = 8$ ,  $y = 0$ ; b)  $5x - 2 \cdot 3 = 10$ ,  $x = 3,2$ .

**Răspuns:** a) (2; 0); b) (3,2; 3).

### Reține! Este important!

#### ALGORITMUL rezolvării sistemului de două ecuații liniare cu două variabile prin metoda adunării.

**Pasul 1.** De format coeficienți opuși în fața variabilelor cu același nume prin înmulțirea ambelor părți ale ecuațiilor sistemului cu factorii corespunzători.

**Pasul 2.** De adunat termen cu termen părțile stângă și dreaptă ale ecuațiilor.

**Pasul 3.** De rezolvat ecuația obținută cu o singură variabilă.

**Pasul 4.** De substituit valoarea variabilei, aflate în oricare ecuație a sistemului și de aflat valoarea corespunzătoare a variabilei a doua.

**Pasul 5.** De scris răspunsul.

De exemplu, să rezolvăm sistemul de ecuații: 
$$\begin{cases} 3x - 5y = 2, \\ 2x + 3y = -5. \end{cases}$$

Coeficienții opuși se pot forma atât înaintea variabilei  $x$ , cât și înaintea variabilei  $y$ . Deoarece semnele dinaintea lui  $y$  sunt deja opuse, înmulțim prima ecuație cu 3 și a doua – cu 5.

Obținem sistemul echivalent de ecuații: 
$$\begin{cases} 9x - 15y = 6, \\ 10x + 15y = -25. \end{cases}$$

În continuare, facem adunarea termen cu termen și aflăm o variabilă:

$9x - 15y + 10x + 15y = 6 + (-25)$ ;  $19x = -19$ ;  $x = -1$ .

Înlocuim valoarea obținută în prima ecuație a sistemului:

$3 \cdot (-1) - 5y = 2$ ;  $-3 - 2 = 5y$ ;  $5y = -5$ ;  $y = -1$ .

**Răspuns:** (-1; -1).

### Exerciții de antrenare

**6.51°.** De ales sistemul de ecuații, care este mai convenabil de rezolvat prin metoda adunării:

a) 
$$\begin{cases} 2x + y = 6, \\ 3x + y = 11; \end{cases}$$

c) 
$$\begin{cases} x - 3y = -14, \\ 4x + 3y = 9; \end{cases}$$

b) 
$$\begin{cases} x - y = 10, \\ 2x - 8y = 27; \end{cases}$$

d) 
$$\begin{cases} 4x + y = -10, \\ 7x - 2y = -16. \end{cases}$$

**6.52°.** De ales dintre ecuațiile (a-d) pe cea, în care este efectuată corect adunarea ecuațiilor  $\begin{cases} 7x + 5y = -14; \\ -7x - 4y = 17. \end{cases}$

- a)  $7x + 7x + 5y - 4y = -14 + 17;$   
 b)  $-7x - 7x - 5y + 4y = -14 + 17;$   
 c)  $7x - 7x + 5y - 4y = -14 + 17;$   
 d)  $7x + 7x + 5y - 4y = 14 - 17.$

**6.53°.** De ales afirmațiile corecte, privind rezolvarea sistemului de ecuații  $\begin{cases} 2x + y = 4, \\ 3x - y = 11. \end{cases}$

- a) Dacă adunăm prima ecuație cu a doua, obținem ecuația  $5x = 15.$   
 b) Din sistemul dat, rezultă că  $x = 2.$   
 c) Din prima ecuație a sistemului avem:  $y = 2x + 4.$   
 d) Soluție a sistemului dat este perechea de numere  $(3; -2).$

De rezolvat sistemul de ecuații prin metoda adunării (**6.54–6.56**).

**6.54°°.** a)  $\begin{cases} 3x - y = 6, \\ 2x + y = 14; \end{cases}$  b)  $\begin{cases} -7x + 2y = 13, \\ 7x - 5y = 8. \end{cases}$

**6.55°°.** a)  $\begin{cases} -4x - y = -9, \\ 6,5x + y = 19; \end{cases}$  b)  $\begin{cases} 5x - 2y = 6, \\ x + 2y = -18. \end{cases}$

**6.56°°.** a)  $\begin{cases} x + 3y = -5, \\ -3y - 4x = 23; \end{cases}$  b)  $\begin{cases} -3y - x = 5, \\ 7x + 3y = 1. \end{cases}$

De găsit soluția sistemului, folosind metoda adunării (**6.57–6.58**).

**6.57°.** a)  $\begin{cases} x - y = 3, \\ 3x + 2y = -21; \end{cases}$  c)  $\begin{cases} x - 3y = -1, \\ 4x - 8y = 12; \end{cases}$

b)  $\begin{cases} 3x - 6y = 33, \\ x - 3y = 2; \end{cases}$  d)  $\begin{cases} 2x + 5y = -13, \\ x - 2y = 16. \end{cases}$

**6.58°.** a)  $\begin{cases} x + y = 1, \\ x - y = 7; \end{cases}$  c)  $\begin{cases} x - 3y = -5, \\ -x + 4y = 7; \end{cases}$

b)  $\begin{cases} -3x + 2y = 10, \\ 3x + y = 5; \end{cases}$  d)  $\begin{cases} 3x - 8y = 11, \\ 4x - 6y = 17. \end{cases}$

**6.59•.** De identificat sistemele de ecuații liniare cu două variabile, care au aceeași soluție.

$$\text{a) } \begin{cases} x + y = 1, \\ x - y = 7; \end{cases}$$

$$\text{c) } \begin{cases} 2x + 3y = -1, \\ 4x - 3y = 25; \end{cases}$$

$$\text{b) } \begin{cases} x + y = -1, \\ x - y = -7; \end{cases}$$

$$\text{d) } \begin{cases} 2x - 5y = -3, \\ 3x + 2y = 5. \end{cases}$$

**6.60•.** De rezolvat sistemul de ecuații:

$$\text{a) } \begin{cases} 2x - 3y = -1, \\ 3x + 4y = 24; \end{cases}$$

$$\text{c) } \begin{cases} 3x - 4y = 11, \\ 4x + 6y = 26; \end{cases}$$

$$\text{b) } \begin{cases} 3x + 2y = 2, \\ x + 4y = -2; \end{cases}$$

$$\text{d) } \begin{cases} 4x - 5y = -22, \\ 3x + 2y = 18. \end{cases}$$

**6.61••.** De găsit soluția sistemului:

$$\text{a) } \begin{cases} 2(3x + 2y) + 9 = 8x + 20, \\ 2x + 10 = 4 - (6x + 3y); \end{cases}$$

$$\text{b) } \begin{cases} 3(2x + y) - 26 = 3x - 2y, \\ 15 - (x - 3y) = 2x + 5. \end{cases}$$

**6.62••.** De găsit soluția sistemului:

$$\text{a) } \begin{cases} 2(3x - y) = 2x - 10, \\ 5 - (x - 2y) = 4x + 13; \end{cases}$$

$$\text{b) } \begin{cases} -3(2x - y) - 3 = 2x - 5y, \\ 7 - (x + 2y) = -5x + 18. \end{cases}$$

**6.63••.** De rezolvat sistemul de ecuații:

$$\text{a) } \begin{cases} \frac{x + 10}{6} = \frac{y + 9}{3}, \\ 3y + 7x = 24; \end{cases}$$

$$\text{b) } \begin{cases} \frac{x - 10}{3} = \frac{y + 6}{2}, \\ 4x + 5y = -12. \end{cases}$$

**6.64••.** De rezolvat sistemul de ecuații:

$$\text{a) } \begin{cases} \frac{x + 3}{2} + \frac{y - 2}{3} = 2, \\ \frac{x - 1}{4} - \frac{y + 1}{3} = 4. \end{cases}$$

$$\text{b) } \begin{cases} \frac{x + y}{2} + \frac{x - y}{3} = 6, \\ \frac{x + y}{4} - \frac{x - y}{3} = 6. \end{cases}$$

**Cercetează situația, lucrând în grup:**  
„Ai vreo idee?”

**6.65••.** De aflat produsul coeficienților  $k_1$  și  $k_2$ , dacă se știe, că dreapta  $k_1x - y = b_1$  trece prin punctele  $A(6; 1)$  și  $C(0; 5)$ , iar dreapta  $k_2x - y = b_2$  - prin punctele  $C(3; 3)$  și  $K(1; 0)$ .

**6.66••.** De determinat, pentru ce valori ale lui  $a$  sistemul de ecuații:

- a)  $\begin{cases} 2x - y = 5, \\ -2x + ay = 6 \end{cases}$  nu are soluții;
- b)  $\begin{cases} 5x + 10y = -6, \\ ax - 10y = 6 \end{cases}$  are o mulțime de soluții.

**Formulează întrebări pentru probleme, lucrând în cooperativa de clasă: „Oare știi să faci?”**

**6.67.** De compus întrebarea pentru condiția problemei.

- a) Problema „*Dulciuri în supermarket*”. Într-un supermarket, conform standardului, bomboanele sunt ambalate separat și biscuiții separat. Trei pachete de bomboane sunt cu 60 g mai grele decât două pachete de biscuiți, iar cinci pachete de bomboane și patru pachete de biscuiți cântăresc 1 kg 860 g.
- b) Problema „*Adăpostul de animale*”. Voluntarii de la un adăpost de animale au cumpărat  $x$  pachete de hrană pentru pisici și  $y$  pachete de hrană pentru câini pentru o sumă de 5400 grn. Se știe, că 3 pachete de hrană pentru pisici sunt cu 300 grn mai scumpe decât 4 pachete de hrană pentru câini.
- c) Problema „*Plata pentru gazul natural*”. Consumatorii ucraineni de gaz natural, pe lângă taxa lunară de abonament pentru gazul consumat, plătesc și pentru transportul lui. Taxa de transport al gazului este o plată lunară fixă pe parcursul anului calendaristic. Dar se calculează ea în felul următor: volumul mediu lunar de gaz consumat se înmulțește cu tariful. Volumul lunar de gaz consumat este prezentat în tabelul de mai jos, în care tariful pentru 1 metru cub de gaz natural pentru consumatorii casnici este de 7,96 grn, iar tariful pentru serviciile de transport al gazelor naturale este de 2,11 grn pentru 1 metru cub de gaz.

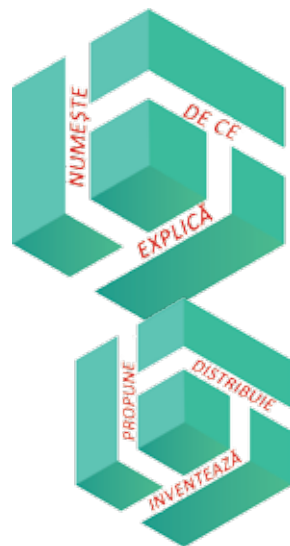
Ianuarie	Februarie	Martie	Aprilie	Mai	Iunie	Iulie	August	Septembrie	Octombrie	Noiembrie	Decembrie
150	185	102	54	22	25	18	24	32	64	124	220

**VERIFICĂ-TE „CUM EȘTI?”**

**Fișa „§ 6. 4. Rezolvarea sistemelor de ecuații liniare cu două necunoscute prin metoda adunării”.**



## § 6.5 Rezolvarea sistemelor de ecuații liniare cu două necunoscute prin diferite metode



Salut! Cum ești?

Vă propun un motto pentru învățare: *„Nu poți face mare lucru până nu înveți. Dar trebuie să faci multe pentru a învăța”*. (Confucius).

Astăzi, Cubul lui Bloom te va ajuta să diagnostichezi „dacă știi?” și „dacă știi cum?”, iar apoi – vom trece la rezolvarea exercițiilor – „oare știi să faci?” și vom generaliza abilitățile noastre de aplicare a oricăreia dintre metodele de rezolvare a unui sistem de ecuații, folosind exemple.

**Așadar, Cubul lui Bloom îți propune:**

**NUMEȘTE** valoarea sumei  $a + b$ , unde  $(a; b)$  – soluția sistemului de ecuații

$$\begin{cases} 2x - 4y = 3, \\ 3x + 4y = 7? \end{cases}$$

**EXPLICĂ** algoritmul rezolvării sistemului de ecuații  $\begin{cases} 3x - 2y = 3, \\ -2x + 5y = 7 \end{cases}$  prin metoda adunării.

**DE CE** perechea de numere  $(1; 3)$  nu este soluție a sistemului de ecuații

$$\begin{cases} 2x + y = 7; \\ 3x - y = -2? \end{cases}$$

**INVENTEAZĂ** un sistem de ecuații, care nu are soluții.

**DISTRIBUIE** experiența ta, cum de determinat valorile lui  $x$  pentru un sistem de două ecuații liniare.

$$\begin{cases} 12x - 3y = -26, \\ -5x + 3y = 5. \end{cases}$$

**PROPUNE** un sistem de ecuații, care este convenabil de rezolvat prin metoda substituției.



## Cercetează în parteneriat: „Oare tu știi?”

1) De selectat sistemele de ecuații liniare cu două variabile.

$$\text{a) } \begin{cases} 2x - y^2 = 1, \\ -7x + y = -6; \end{cases} \quad \text{c) } \begin{cases} 2x - 3y = 5, \\ 3x - 4y = -1; \end{cases}$$

$$\text{b) } \begin{cases} x^2 - 3y = 6, \\ x + y = 4; \end{cases} \quad \text{d) } \begin{cases} -x + 6y = 7, \\ x^2 + y^2 = 5. \end{cases}$$

2) De selectat sistemul de ecuații printre (a-c), în care este corect efectuată

trecere de la sistemul de ecuații dat  $\begin{cases} x + y = 6, \\ -x + 6y = 1. \end{cases}$

$$\text{a) } \begin{cases} y = 6 - x, \\ -x + 6 - x = 1; \end{cases} \quad \text{b) } \begin{cases} y = 6 - x, \\ -x + 6(6 - x) = 1; \end{cases} \quad \text{c) } \begin{cases} y = 6 + x, \\ -x - 6(x - 6) = 1. \end{cases}$$

3) De selectat sistemul de ecuații, care poate fi rezolvat prin metoda adunării fără pași suplimentari de transformare.

$$\text{a) } \begin{cases} 9x - 4y = 6, \\ 2x + 5y = 11; \end{cases} \quad \text{b) } \begin{cases} -6x + 3y = 12, \\ 6x - 2y = -8; \end{cases} \quad \text{c) } \begin{cases} -2y + 4x = 8, \\ 5y - 2x = -3. \end{cases}$$

## Analizează și trage concluzii – creează strategia de învățare!

### ACEST LUCRU MERITĂ

### SĂ ȘTII ȘI SĂ POȚI APLICA

- 1 Sistemul de ecuații este liniar atunci, când fiecare dintre ecuațiile lui are forma:  $ax + by = c$ , unde  $a, b, c$  – numere date.
- 2 Primul pas în rezolvarea sistemelor de ecuații prin metoda substituției este exprimarea unei variabile prin intermediul altei variabile. Acest proces se efectuează cu ajutorul proprietăților ecuațiilor.
- 3 Numărul de soluții ale sistemului de ecuații liniare cu două variabile depinde de coeficienții dinaintea variabilelor, și anume:

- 1 sistemul nu are soluții, dacă  $\frac{a_1}{a_2} = \frac{b_1}{b_2} \neq \frac{c_1}{c_2}$  ;
- 2 sistemul are o singură soluție, dacă  $\frac{a_1}{a_2} \neq \frac{b_1}{b_2}$  ;
- 3 sistemul are o mulțime de soluții, dacă  $\frac{a_1}{a_2} = \frac{b_1}{b_2} = \frac{c_1}{c_2}$  .

**Reține!**

Sistemul de ecuații liniare cu două variabile

$$\begin{cases} a_1x + b_1y = c_1 \\ a_2x + b_2y = c_2 \end{cases}$$

Metodele de rezolvare

Metoda grafică

Metoda substituției

Metoda adunării

**Reține! Este important!**

Să rezolvăm unul și același sistem de două ecuații liniare cu două variabile

prin diferite metode:  $\begin{cases} 2x + y = 2, \\ x - 2y = 6? \end{cases}$ 

$x$	-1	0
$y$	4	2

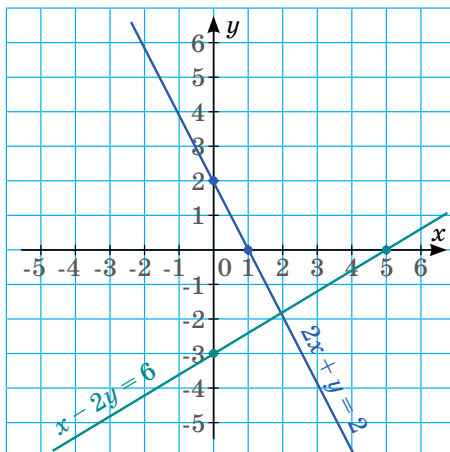
**1 Metoda grafică:**

1)  $2x + y = 2.$

2)  $x - 2y = 6.$

$x$	0	2
$y$	-3	-2

Răspuns: (2; -2)

**2 Metoda substituției.**

$$\begin{cases} 2x + y = 2, \\ x - 2y = 6. \end{cases}$$

$$\begin{cases} y = 2 - 2x, \\ x - 2(2 - 2x) = 6. \end{cases}$$

$x - 4 + 4x = 6;$

$x + 4x = 6 + 4; 5x = 10; x = 2.$

$y = 2 - 2 \cdot 2;$

$y = -2;$

Răspuns: (2; -2)

**3 Metoda adunării.**

$$\begin{cases} 2x + y = 2, /(\cdot 2) \\ x - 2y = 6. \end{cases}$$

$$\begin{cases} 4x + 2y = 4, \\ x - 2y = 6. \end{cases}$$

$4x + x + 2y - 2y = 4 + 6;$

$5x = 10; x = 10 : 5; x = 2.$

$2 \cdot 2 + y = 2; 4 + y = 2;$

$y = 2 - 4; y = -2.$

Răspuns: (2; -2)

### Exerciții de antrenare

6.68°. De selectat sistemul de ecuații liniare cu două variabile:

$$\text{a) } \begin{cases} 3x^2 - 2y = 5, \\ \frac{x}{4} + 2y = 3; \end{cases}$$

$$\text{c) } \begin{cases} 2y - 3x = 2, \\ 4x + y = 13; \end{cases}$$

$$\text{b) } \begin{cases} -8x - y^2 = 0, \\ 8x + y = -1; \end{cases}$$

$$\text{d) } \begin{cases} 9x^2 - y = 12, \\ x + 4y = 6. \end{cases}$$

6.69°. De selectat, care dintre ecuațiile (a-d) este substituția aplicată corect pentru rezolvarea sistemului de ecuații

$$\begin{cases} y = -3x - 1, \\ 2x + 4y = 16? \end{cases}$$

$$\text{a) } 2x + 4(-3x - 1) = 16;$$

$$\text{c) } 2x - 4x - 4 = 16;$$

$$\text{b) } 2(-3x - 1) + 4y = 16;$$

$$\text{d) } 2x + 12x + 4 = 16.$$

6.70°. De scris perechea de numere, care este soluția sistemului de ecuații:

$$\text{a) } (3; 2)$$

$$\text{c) } (2; 3)$$

$$\text{b) } (2; -3)$$

$$\text{d) } (3; 1)$$

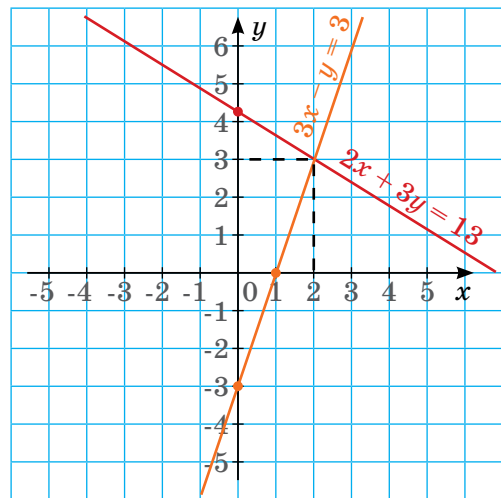
6.71°. De selectat sistemele, care e mai convenabil de rezolvat prin metoda adunării:

$$\text{a) } \begin{cases} 0,7x - 2y = 3, \\ -2,7x + 2y = 5; \end{cases}$$

$$\text{b) } \begin{cases} x + y = 6, \\ 2x - 3y = 27; \end{cases}$$

$$\text{c) } \begin{cases} x - 3y = -14, \\ 4x + 3y = 9; \end{cases}$$

$$\text{d) } \begin{cases} 4x + y = -10, \\ 7x - 2y = -16. \end{cases}$$



De rezolvat sistemele de ecuații prin diferite metode (6.72–6.73).

6.72°.

Grafică

Substituției

Adunării

$$\text{a) } \begin{cases} x + y = 8, \\ x - y = -2; \end{cases}$$

$$\text{b) } \begin{cases} x - y = 2, \\ 2x + y = 13; \end{cases}$$

$$\text{c) } \begin{cases} x + 3y = 14, \\ 4x - 3y = 11. \end{cases}$$

6.73<sup>oo</sup>.

Grafică

Substituției

Adunării

a) 
$$\begin{cases} x + y = 12, \\ x - y = 4; \end{cases}$$

b) 
$$\begin{cases} 2x - y = 2, \\ x + 2y = 6; \end{cases}$$

c) 
$$\begin{cases} 7x - 2y = 4, \\ 7x + 2y = 10. \end{cases}$$

De rezolvat sistemele de ecuații prin oricare dintre metode (6.74–6.77).

6.74<sup>oo</sup>.

a) 
$$\begin{cases} 2x + y = 5, \\ x + 2y = 6; \end{cases}$$

c) 
$$\begin{cases} 2x - y = -7, \\ x + 2y = 4; \end{cases}$$

b) 
$$\begin{cases} x - y = 5, \\ x + y = -1; \end{cases}$$

d) 
$$\begin{cases} 5x - 2y = 16, \\ 5x + 2y = 4. \end{cases}$$

6.75<sup>•</sup>.

a) 
$$\begin{cases} 2x - 7y = 3(x - 3y) - 4, \\ 3x + 5y = 12 - 2y; \end{cases}$$

b) 
$$\begin{cases} x + 2y - 1 = -2(x + 2y), \\ 4x - 3y = 1 + 2(2,5x + 2y). \end{cases}$$

6.76<sup>•</sup>.

a) 
$$\begin{cases} 6x - 3(y + 4) = 5x - 2(2y + 4,5), \\ -2(x + 1) + 6y = -3x + 2(2y + 1); \end{cases}$$

b) 
$$\begin{cases} 5(x + 1) - 3y = 2(2x - y) + 8, \\ 7x - 3(y + 2) = 6x - 2(2,5y + 1). \end{cases}$$

6.77<sup>•</sup>. De pus în corespondență sistemul de ecuații (1-4) și suma  $x_0 + y_0$  (A-D) a soluțiilor ei  $(x_0; y_0)$ :

**Sistemul de ecuații****Suma  $(x_0 + y_0)$** 

1 
$$\begin{cases} 4(x + y) - 5(x - y) = 15, \\ 5(x + y) - 4(x - y) = 21; \end{cases}$$

2 
$$\begin{cases} 8 + 5x = 3(4 - y), \\ 5 - (2x + 3) = 4y - 8; \end{cases}$$

3 
$$\begin{cases} 4 - 2x = 4(2y + 5), \\ 5(x + y) = -10; \end{cases}$$

4 
$$\begin{cases} 3(x - 6) = 4x - 10y, \\ 6x - 7 = 2(y - 2) + 5. \end{cases}$$

A 2

B 4

C 5

D -5

E -2

**6.78•.** De determinat sistemele de ecuații liniare cu două variabile, ce au aceeași soluție.

$$\text{a) } \begin{cases} x + 2y = 7, \\ 3x - 2y = 3; \end{cases}$$

$$\text{c) } \begin{cases} 2x + 3y = 17, \\ 3x - 2y = -7; \end{cases}$$

$$\text{b) } \begin{cases} x + y = 6, \\ x - y = -4; \end{cases}$$

$$\text{d) } \begin{cases} 2x + 3y = 13, \\ 4x - 3y = 17. \end{cases}$$

**6.79••.** De rezolvat sistemele de ecuații liniare cu două variabile:

$$\text{a) } \begin{cases} 2(x + 7) - y = 15, \\ \frac{x}{2} - \frac{6y}{5} = 4, 6; \end{cases}$$

$$\text{c) } \begin{cases} \frac{1}{2}x + \frac{1}{4}y = \frac{13}{4}, \\ \frac{1}{2}x - \frac{1}{4}y = \frac{7}{4}; \end{cases}$$

$$\text{b) } \begin{cases} 3x - 10y = -13, \\ \frac{5 - 6x}{11} + \frac{4y + 1}{5}; \end{cases}$$

$$\text{d) } \begin{cases} \frac{2x}{3} + \frac{3y + 1}{4} = -1, \\ 3x + 5y = -4. \end{cases}$$

**Cercetează situația, lucrând în grup:**  
**„Ai vreo idee?”**

**6.80••.** De selectat pentru ecuația  $2x - y = 3$  a doua ecuație astfel, încât să se obțină un sistem de ecuații, care nu are soluții.

**6.81••.** Perechea de numere  $(1, 5; -2)$  este o soluție a sistemului de ecuații

$$\begin{cases} 2x - by = 3; \\ ax + 4y = -5. \end{cases} \quad \text{De aflat valoarea lui } a \text{ și } b.$$

**Formulează întrebări pentru probleme, lucrând în cooperativă de clasă: „Oare știi să faci?”**

**6.82••.** De compus întrebări pentru condițiile problemelor.

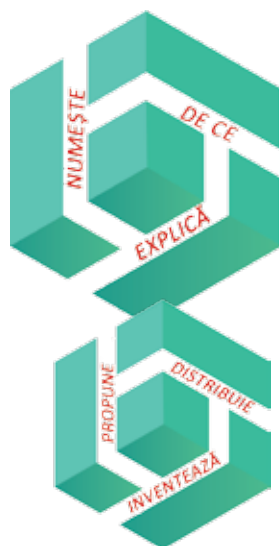
- Problema „*Turiștii*”. Luni turiștii au parcurs  $x$  km, marți – cu 20 % mai mult decât luni, iar miercuri aceeași distanță ca luni și marți împreună, iar în trei zile turiștii au parcurs 17,6 km.
- Problema „*Cocktail de vitamine*”. Pentru a pregăti un cocktail sănătos, trebuie de amestecat lapte, zmeură, căpșuni, afine și miere. Luând totodată o anumită cantitate de lapte în funcție de el se stabilește corespunzător: 0,6 părți de zmeură, 0,3 părți de căpșuni, 0,75 – de afine și 0,15 – de miere.

**VERIFICĂ-TE „CUM EȘTI?”**

**Fișa „§ 6. 5. Rezolvarea sistemelor de ecuații liniare cu două necunoscute prin diferite metode”.**



## § 6.6 Rezolvarea problemelor geometrice, ce se modelează cu ajutorul sistemului de două ecuații liniare cu două necunoscute



Salut! Cum ești?

Vă propun un motto pentru învățare: „**Fii concentrat, hotărât și perseverent, și de asemenea... fii atent!**”.

Astăzi, Cubul lui Bloom te va ajuta să diagnostichezi „dacă știi?” și „dacă știi cum?”, iar apoi – vom trece la rezolvarea problemelor cu ajutorul sistemelor de două ecuații liniare cu două variabile – „oare știi să faci?”

**Așadar, Cubul lui Bloom îți propune:**

**NUMEȘTE** principalele metode de rezolvare a sistemelor de două ecuații liniare cu două variabile.

**EXPLICĂ**, cum se rezolvă un sistem de două ecuații liniare cu două variabile prin metoda adunării.

**DE CE** sistemul de două ecuații liniare cu două variabile

$$\begin{cases} x + 3y = 5, \\ 3x + 9y = 15 \end{cases} \text{ are o mulțime de soluții?}$$

**INVENTEAZĂ** o ecuație după următoarea condiție: „Într-o cutie sunt  $x$  kg de biscuiți, iar în a doua –  $y$  kg de biscuiți. Dacă se vor transfera 3 kg de biscuiți din prima cutie în cea de-a doua, atunci în cele două cutii vor fi biscuiți în cantități egale”.

**DISTRIBUIE** algoritmul pentru rezolvarea problemelor, care se modelează printr-o ecuație liniară cu două variabile.

**PROPUNE** condiția unei probleme, al cărei model matematic va fi reprezentat în același timp de două ecuații  $x - y = 5$  și  $2(x + y) = 42$ .

**Cercetează în parteneriat: „Oare tu știi?”**

1) **De scris** în limbajul matematicii (sub formă de egalitate):

- $a$  este cu 3 mai mare decât  $b$ ;  $b$  este de trei ori mai mare decât  $a$ .
- dacă  $a$  se micșorează cu 3, iar  $b$  se mărește cu 3, obținem expresii egale.

2) De calculat diferența  $x_0 - y_0$ , unde  $(x_0; y_0)$  – soluție a sistemului de ecuații:

$$\text{a) } \begin{cases} 5x - y = 11, \\ 5x + y = -1 \end{cases}$$

$$\text{b) } \begin{cases} x + y = 0, \\ 3x + y = 4 \end{cases}$$

3) De determinat, câte soluții are sistemul de ecuații

$$\begin{cases} ax - 3y = 5, \\ 2x - 3y = 5 \end{cases} \quad \text{în funcție de valorile coeficientului } a.$$

**Analizează și trage concluzii – creează strategia de învățare!**

## ACEST LUCRU MERITĂ SĂ ȘTII ȘI SĂ POȚI APLICA

- 1 Abilitatea de a scrie pe scurt condiția problemei ajută la crearea unui model matematic corect pentru problemă. În special, dacă un număr este „cu” mai mare (mai mic) decât altul, atunci aceasta este suma sau diferența, „de” mai mare (mai mic) decât altul, atunci aceasta este produsul sau câtul. Dacă se spune despre expresii sunt „egale”, atunci aceasta este o ecuație.
- 2 Abilitatea de a aplica orice metodă pentru rezolvarea sistemelor de ecuații vă ajută să le rezolvați repede și corect. Deseori, în probleme trebuie de găsit suma sau produsul valorilor perechii de numere, care este soluția sistemului, de aceea întotdeauna se citesc cerințele problemei pentru a da răspuns la întrebare.
- 3 Abilitatea de a rezolva sisteme de ecuații liniare cu două variabile vă permite să rezolvați o varietate de probleme textuale, inclusiv cele cu sens geometric. În timpul analizei conținutului problemei, se creează modelul matematic, și anume sistemul de ecuații cu două variabile. După rezolvarea lui, găsim soluțiile, care îndeplinesc condițiile și cerințele problemei.

**Amintește-ți. Algoritmul de rezolvare a problemei textuale cu ajutorul unei ecuații liniare!**

### Reține!

În mod analogic cu algoritmul de rezolvare a unei probleme textuale cu ajutorul unei ecuații liniare, **se poate crea un algoritm pentru rezolvarea unei probleme textuale cu ajutorul unui sistem de două ecuații liniare cu două variabile:**

- 1 De analizat condiția problemei.
- 2 De notat două mărimi necunoscute, de exemplu, prin  $x$  și  $y$ .

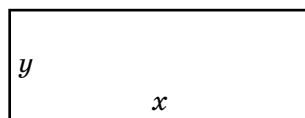
- 3 De creat modelul matematic al problemei date sub forma unui sistem de două ecuații cu două variabile.
- 4 De rezolvat sistemul de ecuații obținut.
- 5 De analizat soluțiile lui.
- 6 De scris răspunsul.

### Reține! Este important!

Vom studia aplicarea algoritmului de mai sus pentru rezolvarea unei probleme geometrice.

**Problemă.** Perimetrul unui dreptunghi este de 30 cm, iar lungimea unei laturi este cu 6 cm mai lungă decât lungimea celeilalte. De aflat lungimea laturilor dreptunghiului.

*Rezolvare.*



- 1 Analiza condiției problemei: lungimile laturilor dreptunghiului și sunt necunoscutele.
- 2 Vom nota prin  $x$  cm – lungimea uneia laturi a dreptunghiului, cu  $y$  cm – lungimea celeilalte laturi.
- 3 Creați modelul matematic.

Folosind formula pentru perimetrul dreptunghiului  $P = 2(a + b)$ , unde  $a$  și  $b$  – laturile dreptunghiului, avem ecuația:  $2(x + y) = 30$ .

Deoarece lungimea unei laturi este cu 6 cm mai lungă decât lungimea celeilalte, avem o altă ecuație:  $x - y = 6$ . Am obținut modelul matematic al problemei – un sistem de două ecuații liniare cu două variabile:

$$\begin{cases} 2(x + y) = 30, \\ x - y = 6. \end{cases}$$

Având model matematic – sistemul de ecuații cu două variabile, găsim soluțiile acestei probleme geometrice.

$$\begin{array}{r} \left\{ \begin{array}{l} 2(x + y) = 30 \mid : 2, \\ x - y = 6 \end{array} \right. \quad \left\{ \begin{array}{l} x + y = 15, \\ x - y = 6 \end{array} \right. \quad + \\ \hline 2x = 21, \\ x = 10,5; \end{array}$$

$$10,5 - y = 6; y = 10,5 - 6; x = 4,5.$$

Așadar, 10,5 cm și 4,5 cm – lungimile laturilor.

**Răspuns:** 10,5 cm, 4,5 cm.

### Exerciții de antrenare

**6.82°.** Perimetrul unui dreptunghi este egal cu 34,2 cm. De aflat lungimile laturilor lui, dacă una dintre ele este cu 1,8 cm mai scurtă decât cealaltă.



- 6.83°.** Lungimea laturii laterale a unui triunghi isoscel este cu 8 cm mai mică decât lungimea bazei. De aflat lungimea bazei triunghiului, dacă perimetrul triunghiului este de 41 cm.
- 6.84°.** Perimetrul unui paralelogram este de 60 cm. Lungimea unei laturi este cu 10 cm mai mare decât lungimea celeilalte laturi. De aflat lungimile laturilor paralelogramului.
- 6.85°.** Măsura în grade a unuia dintre unghiurile unui triunghi este egală cu  $80^\circ$ , iar diferența dintre celelalte două este egală cu  $40^\circ$ . De aflat măsurile în grade ale unghiurilor necunoscute ale triunghiului.
- 6.86°.** Perimetrul unui triunghi isoscel este egal cu 57,3 dm. Lungimea laturii laterale este cu 6,6 dm mai mare decât lungimea bazei. De aflat lungimile laturilor triunghiului.
- 6.87°.** Măsura în grade a unuia dintre unghiurile formate la intersecția a două drepte este cu  $50^\circ$  mai mică decât măsura în grade a celuilalt unghi. De aflat măsurile în grade ale acestor unghiuri.
- 6.88°.** De modelat matematic problema conform condiției date în tabel și de rezolvat această problemă.

	Latura pătratu- lui 1	Latura pătratu- lui 2	Suma perimetre- lor (cm)
A fost	$x$	$y$	60
A devenit	$2x$	$y - 3$	80

- 6.89°.** Perimetrul unui dreptunghi este egal cu 56 cm. Dacă două laturi opuse ale lui se măresc cu 12 cm, iar celelalte două se micșorează cu 4 cm, aria dreptunghiului va crește cu  $48 \text{ cm}^2$ . De aflat laturile dreptunghiului.
- 6.90°.** Perimetrul unui dreptunghi este egal cu 32 cm, iar diferența dintre perimetrele pătratelor construite pe două laturi alăturate ale lui – 12 cm. De aflat laturile dreptunghiului.
- 6.91°.** Perimetrul unui dreptunghi este egal cu 56 cm. Dacă o latură a lui se va micșora cu 3 cm, iar cealaltă – cu 2 cm, aria dreptunghiului se va reduce cu  $60 \text{ cm}^2$ . De aflat laturile dreptunghiului.

**Cercetează situația, lucrând în grup:**  
**„Ai vreo idee?”**

- 6.92°.** De aflat, cum de împărțit un segment cu lungimea de 81 cm în două părți, astfel încât partea mai mică să reprezinte 80% din cea mai mare.

**6.93••.** De aflat perimetrul unui triunghi isoscel, dacă baza lui este cu 3 cm mai mare decât latura lui laterală și cu 4 cm mai mică decât suma laturilor laterale.

**Formulează întrebări pentru probleme, lucrând în cooperativa de clasă: „Oare știi să faci?”**

**6.94••.** De compus întrebări pentru condițiile problemelor.

- Problema „*Amenajarea unui strat de flori*”. Matei a decis să aranjeze un strat de flori în formă de trapez. Se știe, că o latură a lui – 3 m, a doua – cu 1 m mai lungă decât prima, a treia – de 3 ori mai mică decât a doua, iar a patra este cu 1 m mai lungă decât prima și a treia împreună.
- Problema „*Antrenamentul în piscină*”. Piscina pentru antrenamentul echipei de înot are un perimetru de 150 m. Lungimea laturii mai scurte a piscinei – 25 m. Pentru a câștiga competiția, un înotător trebuie în fiecare zi să înoate de cel puțin 8 ori în ambele direcții de-a lungul laturii mai lungi a piscinei.
- Problema „*Stația experimentală*”. Pe o suprafață de formă dreptunghiulară a stației experimentale au fost plantați lăstari de diferite tipuri de arbuști de agriș și coacăze, respectând cerințele ca distanța dintre arbuști să fie de 1 m 20 cm, iar între rânduri – 2 m.

**VERIFICĂ-TE „CUM EȘTI?”**

**Fișa „§ 6. 6. Rezolvarea problemelor geometrice, ce se modelează cu ajutorul sistemului de două ecuații liniare cu două necunoscute”.**

## § 6.7 Sistemul de ecuații liniare ca model matematic pentru problemele bazate pe competențe



Salut! Cum ești?

Vă propun un motto pentru învățare: „**Străduiește-te – și vei reuși!**”

Astăzi, Cubul lui Bloom te va ajuta să diagnostichezi „dacă știi?” și „dacă știi cum?”, iar apoi ne vom învăța să creăm modelul matematic sistemului de ecuații liniare – pentru probleme bazate pe competențe și să le rezolvăm – „oare știi să faci?”

**Așadar, Cubul lui Bloom îți propune:**

**NUMEȘTE**, metodele de rezolvare a sistemelor de ecuații liniare cu două variabile.

**EXPLICĂ**, cum de rezolvat o problemă textuală cu ajutorul sistemelor de ecuații liniare cu două variabile

**DE CE** perechea de numere (7; 5) este soluție a sistemului de ecuații?

$$\begin{cases} x - y = 2, \\ 3x + 2y = 31. \end{cases}$$

**INVENTEAZĂ** modelul verbal al problemei după modelul ei matematic

$$\begin{cases} 8x - 4y = 84, \\ 5y - 7x = 3. \end{cases}$$

**DISTRIBUIE** abilitățile de a potrivi o astfel de ecuație  $\begin{cases} x - y = 5, \\ 3x + y = -1. \end{cases}$

**PROPUNE**, cum de completat golurile astfel, încât înregistrările obținute să fie corecte (metoda substituției)

$$\begin{cases} x - 2y = 4, \\ 2x - 5y = 8; \end{cases} \quad \begin{cases} x = \dots, \\ 2 \cdot (\dots) - 5y = 8; \end{cases} \quad \begin{cases} x = \dots, \\ y = \dots \end{cases}$$

### Cercetează în parteneriat: „Oare tu știi?”

- De aflat** valoarea parametrului  $a$ , pentru care dreptele  $2x - y = 6$  și  $x + 2y = a$  se intersectează în punctul situat pe axa:
  - absciselor;
  - ordonatelor?
- De compus** o ecuație, care împreună cu ecuația  $x + 2y - 5 = 0$  ar forma un sistem de două ecuații liniare cu două variabile care:
  - are o soluție;
  - are o mulțime de soluții;
  - nu are soluții.
- De determinat**, prin ce metodă se poate rezolva sistemul de ecuații neliniare:

$$\begin{cases} 2x - y^2 = 5, \\ 2x + y^2 = 7. \end{cases}$$

### Analizează și trage concluzii – creează strategia de învățare!

#### ACEST LUCRU MERITĂ SĂ ȘTII ȘI SĂ POȚI APLICA

- Dacă punctul este situat pe axa  $Ox$ , atunci valoarea lui  $y = 0$ . Prin urmare, substituind în ecuație în loc de  $y$  zero, se obține o ecuație cu o singură variabilă, de unde se găsește valoarea ei. Punctul este comun pentru ambele drepte, de aceea coordonatele lui satisfac și ecuația care conține parametrul și de aici el se obține.
- Capacitatea de a crea un sistem, care are o soluție, nu are soluții sau are o mulțime de soluții – este abilitatea de a utiliza coeficienții și descrierea efectuată în paragraful anterior.
- Este important de știut, că metodele de rezolvare a sistemelor de ecuații liniare, pe care le cunoaștem nu se aplică numai pentru ecuațiile liniare.

#### Reține!

**Amintește-ți! Problemele de competență** sunt probleme din diferite domenii ale activității omului, care necesită abilitatea lui de a aplica în practică cunoștințele dobândite.

**Problemele bazate pe competențe** – sunt probleme, al căror scop este de a rezolva o situație standard sau nestandardizată cu utilizarea obligatorie a cunoștințelor matematice.

Capacitatea de a vedea și de a aplica matematica în viața reală vă permite să rezolvați probleme aplicate în diverse domenii de activitate, să construiți modele matematice pentru rezolvarea problemelor.

Vom studia problemele, în care sistemele de ecuații liniare sunt utilizate ca modele matematice ale unor situații reale, pe exemplul problemei bazate pe competențe, care promovează patrimoniul cultural al poporului ucrainean.

### Reține! Este important!

**Problemă.** Mama a alocat o parcelă dreptunghiulară pentru a semăna sfeclă roșie. Când Nazar a adunat lungimile a trei dintre laturile ei, a obținut 33 m, iar când Nadea a adunat lungimile a altor trei laturi, a obținut 21 m. De aflat dimensiunile parcelei.

#### Rezolvare:

- 1 Analiza condiției problemei: necunoscutele sunt dimensiunile parcelei – lungimea și lățimea dreptunghiului.
- 2 Notarea mărimilor necunoscute: fie că  $x$  m – lungimea dreptunghiului și  $y$  m – lățimea lui.
- 3 Crearea modelului matematic:  
conform condiției, suma lungimilor a trei laturi  $2x + y = 33$ , iar suma lungimilor celorlalte trei laturi – altă ecuație  $x + 2y = 21$ .

Așadar, avem sistemul de ecuații: 
$$\begin{cases} 2x + y = 33, \\ x + 2y = 21. \end{cases}$$

- 4 Rezolvăm sistemul obținut:

$$\begin{cases} 2x + y = 33 \cdot (-2), \\ x + 2y = 21 \end{cases}$$

$$\begin{array}{r} \begin{cases} -4x - 2y = -66, \\ x + 2y = 21 \end{cases} + \\ \hline -3x = -45, \\ x = 15. \end{array}$$

$$2 \cdot 15 + y = 33, y = 33 - 30, y = 3.$$

- 5 Tragem concluzia: 15 m, 3 m – dimensiunile parcelei.
- 6 Răspuns: 15 m; 3 m.

### Exerciții de antrenare

- 6.95°.** Un câmp de 400 ha este împărțit în două părți, astfel încât aria unei părți este cu 10 ha mai mare decât aria celeilalte. De aflat ariile ambelor părți.
- 6.96°.** Într-un grajd se află găini și iepuri. Ei au 50 de capete și 160 de picioare. De aflat câte găini și câți iepuri sunt în grajd.

- 6.97°.** La competițiile de alergare au participat 225 de persoane. Numărul participanților, care au întrecut-o pe Daria era de trei ori mai mic, decât cel al persoanelor, pe care i-a întrecut Daria.
- De compus modelul matematic al problemei și de calculat numărul de participanți, care au întrecut-o pe Daria.
  - Ce fructe i-ați recomanda Dariei să mănânce pentru a-și reface energiile pierdute, dacă ea consumă 532 kcal pentru o oră de alergare, iar cursa a durat 15 minute?
- 6.98°.** Un grup de turiști a plecat într-o excursie cu 14 bărci. O parte dintre bărci erau cu două locuri, iar altă parte – cu trei locuri. Câte bărci erau cu două locuri și câte bărci erau cu trei locuri, dacă grupul era compus din 37 de turiști și toate locurile erau ocupate?
- 6.99°.** Tanea și Maria își ajutau mama să facă plăcinte. Dacă Tanea ar mai face 5 plăcinte, ar avea de două ori mai multe decât Maria, iar dacă ar face cu 4 plăcinte mai puține, ar avea de două ori mai puține decât Maria.
- Câte plăcinte a făcut Tanea și câte Maria?
  - Cine a făcut mai multe plăcinte a doua zi și câte plăcinte a făcut, dacă au lucrat cu aceeași productivitate și au făcut 52 de plăcinte împreună?
- 6.100°.** La un depozit erau  $1500 \text{ m}^3$  de lemne de mesteacăn și de pin. În prima lună s-au utilizat 15% din lemnele de pin și 20% din lemnele de mesteacăn, formând împreună –  $270 \text{ m}^3$ . Câte lemne de pin și câte lemne de mesteacăn erau în depozit?
- 6.101°.** Două mașini automate pot produce 2000 de piese în 8 ore de lucru în comun. Prima mașină în 2 ore și cea de-a doua în 3 ore pot produce 60 de piese împreună. Câte piese poate produce fiecare mașină pe oră?
- 6.102°.** Nicolai și tatăl său participă la o cursă de ciclism. Dacă ei concomitent pornesc în direcții opuse, atunci, după 2 minute distanța dintre ei devine 1 km, iar dacă pornesc în aceeași direcție – atunci, tot în același timp tatăl este cu 200 m înaintea lui Nikolai.
- De aflat viteza, cu care se mișcă Nicolai și viteza, cu care se mișcă tatăl său.
  - De calculat media aritmetică a vitezelor lui Nicolai și a tatălui său. De exprimat rezultatul în km/h
- 6.103°.** Laptele de la o vacă conține 5 % grăsime, iar de la alta – 3,5 %. Amestecând laptele celor două vaci, se obțin 10 l de lapte cu un conținut de grăsime de 4%. Câți litri de lapte de la fiecare vacă au fost folosiți pentru aceasta?

- 6.104 • Nicolai Petrovici a primit un premiu de 1000 grn. El a decis să pună banii într-un cont de depozit în bancă. Banca stabilă A oferă o rată a dobânzii puțin mai mică decât banca nou înființată C. În banca A el va primi cu 200 grn mai puțin pe an decât în banca C. Dacă el va împărți banii în mod egal între cele două depozite, atunci venitul său anual va fi de 1 700 grn. Câte procente ale dobânzii îi oferă băncile lui Nikolai Petrovici?
- 6.105 • Un bec obișnuit de incandescență consumă cu 145 W mai multă energie electrică în 2 ore decât un bec cu economie de energie în 3 ore. Dacă sunt folosite împreună, ele vor consuma 920 W de energie electrică în 8 ore.
- Câtă energie electrică consumă becul de incandescență?
  - Câtă energie electrică va economisi un locuitor al casei în 8 ore, dacă va folosi numai becuri cu economie de energie?
- 6.106 • Maxim avea 160 grn pe telefonul său mobil. După câteva minute de convorbiri cu Maria și Oxana, i-au mai rămas 135 grn. Convorbirea cu Oxana a fost de două ori mai lungă decât convorbirea cu Maria. Câte minute a durat convorbirea cu fiecare dintre fete, dacă costul a 1 minut de convorbire este de 25 cop.?

**Cercetează situația, lucrând în grup:**  
**„Ai vreo idee?”**

- 6.107•• Pentru care valori ale lui  $a$  și  $b$  soluție a sistemului de ecuații
- $$\begin{cases} ax - y = 7, \\ x + by = -5 \end{cases} \quad \text{va fi perechea de numere: a) } (2; -1) \text{ ; b) } (3, 8)?$$
- 6.108•• Artiom a cumpărat 2 batoane de ciocolată și 2 Kinder Surprise, plătind 80 de grivne pentru totul. Un Kinder Surprise este cu 12 grivne mai scump decât un baton de ciocolată.
- Cât costă 1 baton de ciocolată și 1 Kinder Surprise?
  - Care este masa unui baton de ciocolată și a unui Kinder Surprise, dacă 3 batoane și 4 Kinder Surprise cântăresc 194 de grame, iar 4 batoane și 2 Kinder Surprise – 192 de grame.

## Formulează întrebări pentru probleme, lucrând în cooperativa de clasă: „Oare știi să faci?”

**6.109••.** De compus întrebări pentru condițiile problemelor.

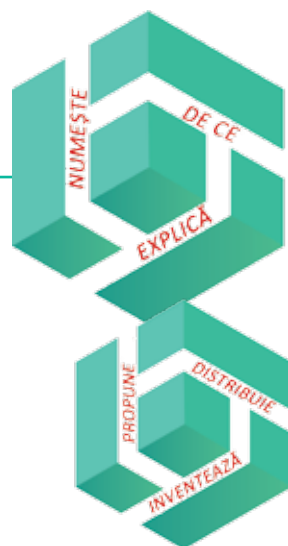
- Problema „Îngerii-amuletă”. O cutie în formă de paralelipiped dreptunghiular cu dimensiunile de 25 cm, 20 cm și 15 cm este umplută cu cuburi cu muchia de 5 cm, fiecare dintre acestea conținând un ingeri-amuletă pentru soldații din Forțele Armate ale Ucrainei.
- Problema „Conturi bancare”. Un deponent a depus 12000 grn în două conturi diferite. Banca plătește 6 % pe an pentru primul cont și 8 % pe an pentru cel de-al doilea. Peste un an deponentul a primit 800 grn dobândă. Câți bani el a pus în fiecare cont?
- Problema „Bicicleta de vis”. Vasile intenționează să cumpere o bicicletă de 7 000 grn cu banii primiți la ziua sa de naștere și cu banii de buzunar economisiți în termen de două luni. De la ziua sa de naștere, el are 40 % din sumă, iar în fiecare zi el a economisit un sfert din cei 100 grn primiți de la tatăl său.

## VERIFICĂ-TE „CUM EȘTI?”

Fișa „§ 6.7. Sistemul de ecuații liniare ca model matematic pentru problemele bazate pe competențe”.



## § 6.8\* Cercetarea și rezolvarea ecuațiilor liniare cu parametru



Salut! Vrei unic să devii?

Ai o logică bună! Bineînțeles că trebuie să reții!

Pentru a fi al matematicii geniu,

Trebuie să devii prietenul „Parametrului”

Toate tainele să le cunoști.

Și culmea „Olimpului cunoașterii” să o cucerești.

Ghicește!

Primul pas deja l-ai depășit.

Parametrul în ecuațiile liniare l-ai însușit.

Reține!

Mai trebuie cu încredere sistemele de ecuații parametrice să rezolvi,

O cercetare proprie a numărului de rădăcini să prezinți.

Și atunci cu „Parametrul” prietenie vei lega,

Așa că grăbește-te, tinere Prieten scopul de a-ți realiza.

Astăzi, Cubul lui Bloom te va ajuta să diagnostichezi „oare tu știi?” și „oare tu poți?”, iar apoi – vom trece la rezolvarea exercițiilor – „oare știi să faci?” să aplici ceea ce știi și ceea ce poți pentru ecuații de cercetare, vei face cunoștință cu metode noi privind analiza situațiilor

**Așadar, Cubul lui Bloom îți propune:**

**NUMEȘTE** printre sistemele de ecuații liniare enumerate pe aceea, ce are o singură soluție:

a) 
$$\begin{cases} 2x + 3y = 6, \\ 3x + 2y = 4; \end{cases}$$

c) 
$$\begin{cases} 2x + 3y = 6, \\ 4x + 6y = 6; \end{cases}$$

b) 
$$\begin{cases} 2x + 3y = 6, \\ x + 1,5y = 3; \end{cases}$$

d) 
$$\begin{cases} 3x + 4,5y = 7, \\ 2x + 3y = 12. \end{cases}$$

**EXPLICĂ** în ce condiții un sistem de ecuații liniare cu două necunoscute:

a) are o mulțime de soluții;

b) nu are soluții.

**DE CE** sistemul de ecuații 
$$\begin{cases} x + y = 4 \\ x - y = 4 \end{cases}$$
 are o singură soluție?

Ce este reprezentarea grafică a sistemului de ecuații liniare?

**INVENTEAZĂ** pentru ce valori ale lui  $a$  și  $b$  sistemul de ecuații 
$$\begin{cases} ax + 2y = 4 \\ 4x + by = 8 \end{cases}$$
 are o mulțime de soluții.

**DISTRIBUIE** abilitățile de rezolvare a sistemului de ecuații liniare

$$\begin{cases} 0,1x + 3y = 5 \\ 0,3 - 7y = -1 \end{cases} \text{ prin metoda adunării. Indică algoritmul ei.}$$

**PROPUNE** un model matematic al problemei aplicative și găsește soluția ei: distanța dintre două orașe este de 53 km. Din ele au pornit unul în întâmpinarea celuilalt doi bicicliști și s-au întâlnit peste 2 ore. De aflat viteza fiecărui biciclist, dacă al doilea parcurge cu 17 km mai mult în 3 ore decât primul în 2 ore.

**Analizează și trage concluzii – creează strategia de învățare!**

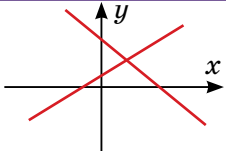
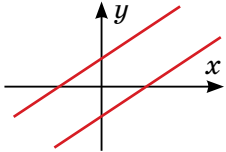
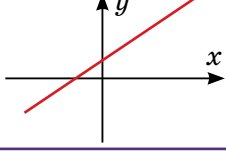
## ACEST LUCRU MERITĂ SĂ ȘTII ȘI SĂ POȚI APLICA

Sistemul din două ecuații liniare cu două necunoscute  $x$  și  $y$  se numește sistemul de ecuații de forma 
$$\begin{cases} a_1x + b_1y = c_1, \\ a_2x + b_2y = c_2, \end{cases}$$

unde  $a_1, b_1, c_1, a_2, b_2, c_2$  – sunt numere arbitrare.

A studia un sistem înseamnă a determina după coeficienții ei, care dintre următoarele cazuri are loc:

- 1** sistemul are o singură soluție;
- 2** sistemul nu are soluții;
- 3** sistemul are o mulțime de soluții.

Caracterizarea sistemului de ecuații liniare	Ilustrarea grafică	Dependența dintre coeficienți
Sistemul are o singură soluție ( <i>dreptele se intersectează</i> )		$\frac{a_1}{a_2} \neq \frac{b_1}{b_2}$
Sistemul nu are soluții ( <i>dreptele sunt paralele</i> )		$\frac{a_1}{a_2} = \frac{b_1}{b_2} \neq \frac{c_1}{c_2}$
Sistemul are o mulțime de soluții ( <i>dreptele coincid</i> )		$\frac{a_1}{a_2} = \frac{b_1}{b_2} = \frac{c_1}{c_2}$

A studia un sistem de ecuații înseamnă a determina:

- dacă sistemul este definit, adică are o singură soluție, și când;
- dacă sistemul este incompatibil, adică nu are soluții și când;
- dacă are o mulțime de soluții, și când.

Fie că este dat sistemul de ecuații liniare  $\begin{cases} a_1x + b_1y = c_1 \\ a_2x + b_2y = c_2 \end{cases}$ , unde  $x, y$  – necunoscutele;  $a_1, a_2, b_1, b_2$  – parametrii.

Soluție a sistemului de ecuații cu două variabile este o astfel de pereche de numere  $(x; y)$  care, la substituire în fiecare dintre ecuațiile acestui sistem, le transformă în egalități adevărate.

Graficul ecuației liniare cu două variabile este o dreaptă. Interpretarea geometrică a sistemului de două ecuații liniare sunt două drepte, care se intersectează, două drepte paralele sau două drepte, care coincid.

Dacă  $\frac{a_1}{a_2} \neq \frac{b_1}{b_2}$ , adică dreptele, ce caracterizează ecuațiile corespunzătoare, se intersectează, atunci sistemul are o singură soluție.

Dacă  $\frac{a_1}{a_2} = \frac{b_1}{b_2} \neq \frac{c_1}{c_2}$ , adică dreptele, ce caracterizează ecuațiile corespunzătoare cu parametru, sunt paralele, atunci sistemul nu are soluții.

Dacă  $\frac{a_1}{a_2} = \frac{b_1}{b_2} = \frac{c_1}{c_2}$ , adică dreptele, ce caracterizează ecuațiile corespunzătoare cu parametru, coincid, atunci sistemul are o mulțime de soluții.

La rezolvarea sistemelor de ecuații liniare cu un parametru, se poate utiliza **metoda lui Kramer regula pentru calcularea rădăcinilor sistemului liniar cu ajutorul determinantilor** și de asemenea metoda de studiere a soluțiilor în funcție de ei – una dintre cele mai bune descoperiri din algebră.

### Reține!

Metoda lui Kramer – regula de calcul al soluțiilor sistemului liniar cu ajutorul determinantilor.

Așadar, sistemele de ecuații liniare pot fi rezolvate cu ajutorul determinantilor:  $\Delta x, \Delta y, \Delta$ .

LE CALCULĂM CU AJUTORUL FORMULELOR:

$$\Delta x = \begin{vmatrix} c_1 & b_1 \\ c_2 & b_2 \end{vmatrix} = c_1 \cdot b_2 - b_1 \cdot c_2 \quad - \text{determinantul variabilei } x;$$

$$\Delta y = \begin{vmatrix} a_1 & c_1 \\ a_2 & c_2 \end{vmatrix} = a_1 \cdot c_2 - c_1 \cdot a_2 \quad - \text{determinantul variabilei } y;$$

$$\Delta = \begin{vmatrix} a_1 & a_2 \\ b_1 & b_2 \end{vmatrix} = a_1 \cdot b_2 - a_2 \cdot b_1 \quad - \text{determinantul sistemului.}$$

Apoi îi apreciem.

### Reține!

Dacă determinantul sistemului  $\Delta \neq 0$ , atunci **sistemul are o singură soluție**  $(x; y)$ , pe care-l găsim prin  $x = \frac{\Delta x}{\Delta}$ ,  $y = \frac{\Delta y}{\Delta}$ . O ilustrare grafică este punctul de intersecție a două drepte.

### Reține!

Dacă determinantul sistemului  $\Delta = 0$ , iar cel puțin unul dintre determinanți  $\Delta x \neq 0$  sau  $\Delta y \neq 0$ , atunci **sistemul este incompatibil**, adică **nu are soluții**. O ilustrare grafică sunt două drepte paralele.

### Reține!

Dacă toți determinanții sunt egali cu 0:  $\Delta = 0$ ,  $\Delta x = 0$ ,  $\Delta y = 0$ , atunci sistemul are o mulțime de soluții. O ilustrare grafică sunt două drepte paralele.

## Exerciții de antrenare

**6.110°.** De pus în corespondență numărul de soluții ale sistemului de ecuații (1-3) și valorile parametrului  $a$  (A-E).

**Numărul de soluții ale sistemului**

**Valoarea parametrului  $a$**

1.  $\begin{cases} ax + 3y = 9 \\ 12x + ay = 18 \end{cases}$ , o mulțime de soluții

2.  $\begin{cases} ax + 3y = 9 \\ 12x + ay = 18 \end{cases}$ , nici o soluție

3.  $\begin{cases} ax - 2y = 1 \\ 2x + y = 7 \end{cases}$ , nici o soluție

A.  $a = -6$ ;

B.  $a = 2$ ;

C.  $a = 1$ ;

D.  $a = 6$ ;

E.  $a = -4$ .

**6.111°.** De pus în corespondență numărul de soluții ale sistemului de ecuații (1-3) și valorile parametrului  $a$  (A-E).

**Numărul de soluții ale sistemului**

**Valoarea parametrului  $a$**

1.  $\begin{cases} x + 7y = 1 \\ 2x + ay = 3 \end{cases}$  , o soluție

2.  $\begin{cases} x + 5y = 4 \\ 2x + ay = 8 \end{cases}$  , o mulțime de soluții

3.  $\begin{cases} ax + 2y = 3 \\ 18x + ay = 5 \end{cases}$  , nici o soluție

A.  $a = 4$

B.  $a = 10$

C.  $a = \pm 6$

D.  $a = -10$

E.  $a = 14$

**6.112°.** De determinat, pentru care valoare a parametrului  $m$  sistemul de ecuații

$$\begin{cases} (2m - 5)x + 3y = 4 \\ 5x + 12y = 16 \end{cases} \quad \text{are o mulțime de soluții?}$$

**6.113°.** De determinat, pentru care valoare a parametrului  $a$  sistemul de ecuații

$$\begin{cases} 2x + (3a - 1)y = 6 \\ 3x + 4y = 12 \end{cases} \quad \text{n-are soluții?}$$

**6.114°.** De determinat, pentru care valoare a parametrului  $a$  sistemul de ecuații

$$\begin{cases} x + ay = 1 \\ ax - 3ay = 2a + 3 \end{cases} \quad \text{n-are soluții?}$$

**6.115°.** De determinat, pentru care valoare a parametrului  $a$  sistemul de ecuații

$$\begin{cases} (a - 1)x + 3y = a \\ x + (a + 1)y = 2 \end{cases} \quad \text{are:}$$

- o singură soluție și de o găsit;
- o mulțime de soluții;
- n-are soluții.

**6.116°.** De determinat, pentru care valoare a parametrului  $a$  sistemul de ecuații

$$\begin{cases} (a - 1)x + 3y = a + 1 \\ x + (a + 1)y = 3 \end{cases} \quad \text{are:}$$

- o singură soluție și de o găsit;

- b) o mulțime de soluții;  
c) n-are soluții.

**6.117°.** De rezolvat sistemul de ecuații liniare cu parametru

$$\begin{cases} 2x - ay = 5 \\ x + 2y = 3 \end{cases} .$$

**6.118•.** De rezolvat sistemul de ecuații pentru toate valorile lui  $a$   $\begin{cases} ax + 5y = 2 \\ 2x - 5y = a \end{cases}$

**6.119•.** De rezolvat sistemul de ecuații liniare cu parametru

$$\begin{cases} ax + 2y = 2 \\ (a + 2)x + 2ay = a + 2 \end{cases} .$$

**6.120••.** De determinat, pentru ce valoare maximă naturală a lui  $a$   $x < y$ , unde  $x, y$  – soluții ale sistemului

$$\begin{cases} x + 3y = 3 \\ 4x + 7y = a - 1 \end{cases} .$$

**6.121••.** De determinat, pentru care valori ale parametrului  $a$  soluția sistemului

$$\begin{cases} 6x + 3y = -1 \\ ax - 5y = 2 \end{cases} , \text{ unde } x, y \text{ – soluțiile sistemului, totodată } x < 0, y > 0.$$

# Generalizarea și sistematizarea competențelor dobândite la temă

## „SISTEME DE ECUAȚII LINIARE CU DOUĂ VARIABLE”

„A cunoaște – înseamnă, în primul rând, a fi capabil să folosești cunoștințele.”  
(Vasyl Suhomlynskyi)

Salut! Cum ești?

Vă propun un motto pentru învățare: **„Știu că succesul vine la cei, care tind spre el!”**

Astăzi, Cubul lui Bloom nu te va ajuta să diagnostichezi „oare tu știi?”, „oare tu poți?”, și „oare știi să faci?”, ci tu singur îți vei forma personalitatea „Eu – personalitate!” prin autoverificarea integrității tale și a propriilor activități.

### Însărcinarea 1. Exercițiul: „Notează „\*”dacă răspunsul este da”.

#### I. Verifică-ți integritatea

- ✓ **Eu** am îndeplinit toate însărcinările pentru tema de acasă?
- ✓ **Eu** am rezolvat însărcinările pentru tema de acasă în mod independent?
- ✓ **Eu** am încercat să-mi testez abilitățile cel puțin după o lecție?
- ✓ **Eu** am ținut o evidență: „știu”, „vreau să știu”, „am învățat”?
- ✓ **Eu** mi-am planificat să învăț mai bine, decât am făcut-o ieri?

#### II. Întrebări pentru autoverificarea propriei performanțe

- 1) Oare **EU** înțeleg ce este un sistem de ecuații liniare cu două variabile?
- 2) Oare **EU** deosebesc, prin care metodă se rezolvă sistemul?
- 3) Oare **EU** știu, că sistemul de ecuații liniare poate avea o soluție, o mulțime sau nici-o soluție?
- 4) Oare **EU** deosebesc situația, când sistemul de ecuații liniare cu două variabile nu are soluții?
- 5) Oare **EU** știu, cum se rezolvă sistemul de ecuații liniare cu două variabile prin metoda grafică?
- 6) Oare **EU** știu, cum se rezolvă sistemul de ecuații liniare cu două variabile prin metoda substituției?
- 7) Oare **EU** știu, cum se rezolvă sistemul de ecuații liniare cu două variabile prin metoda adunării?
- 8) Oare **EU** știu să efectuez corect transformările în ecuațiile sistemului?

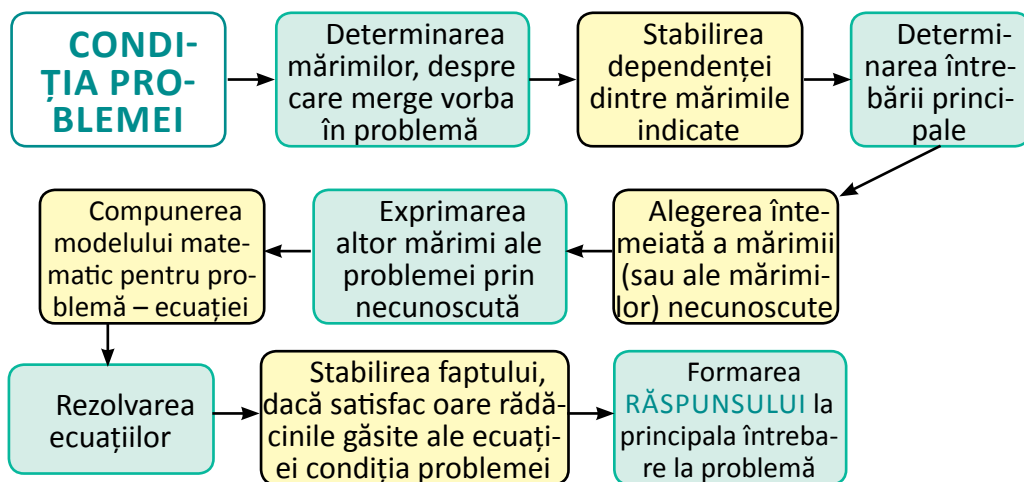
- 9) Oare **EU** știu să rezolv sistemul de ecuații liniare cu două variabile, care se reduc la cele mai simple?
- 10) Oare **EU** pot să modelez cele mai simple probleme textuale cu un sistem de ecuații liniare cu două variabile?
- 11) Oare **EU** înțeleg, că problemele de învățare constituie bază pentru formarea abilității de rezolvare a problemelor de competență?
- 12) Oare **EU** înțeleg studierea și rezolvarea sistemelor de ecuații liniare cu un parametru?

Fă concluzie: „Cum ești?”. Oare poți să-ți spui: „Acum EU îmi dau seama, că pot, vreau și voi învăța!”.

Lăudă-te, dacă ești „Bravo!”.

**Însărcinarea 2. Examinează harta intelectuală la tema „Sisteme de ecuații liniare cu două variabile” și schema creării modelului matematic pentru problemă și compune-ți propriile.**

**HARTĂ INTELECTUALĂ**  
**„SISTEME DE ECUAȚII LINIARE CU DOUĂ VARIABILE” SCHEMA CREĂRII MODELULUI MATEMATIC PENTRU PROBLEMĂ**



**Exerciții de antrenare**

**6.122°.** De rezolvat sistemul de ecuații

$$\begin{cases} x + y = 6, \\ 2x - y = -3 \end{cases} \quad \text{prin metoda substituției și de indicat răspunsul.}$$

a) (1; -5);    b) (1; 5);    c) (-1; 5);    d) (5; 1).



**6.123°.** De rezolvat grafic sistemul de ecuații liniare cu două variabile.

$$\text{a) } \begin{cases} y = 4, \\ 2x + y = 6; \end{cases} \quad \text{b) } \begin{cases} x + y = 1, \\ 2x - y = 5. \end{cases}$$

**6.124°.** De rezolvat sistemul de ecuații liniare cu două variabile prin metoda adunării.

$$\text{a) } \begin{cases} 4x - 3y = -2, \\ 5x + 3y = 11; \end{cases} \quad \text{b) } \begin{cases} 3x - y = 1, \\ x + 3y = 7. \end{cases}$$

**6.125°.** Într-un supermarket 5 pachete de biscuiți sunt mai scumpe decât 4 tablete de ciocolată cu 100 grn, iar 7 pachete de aceeași biscuiți și 6 tablete de ciocolată costă 546 grn.

a) De determinat sistemul de ecuații, care satisface condiția problemei ca model matematic al ei.

$$\text{a) } \begin{cases} 5x + 4y = 100, \\ 7x - 6y = 546; \end{cases} \quad \text{c) } \begin{cases} 5x - 4y = 100, \\ 7x - 6y = 546; \end{cases}$$

$$\text{b) } \begin{cases} 5x - 4y = 100, \\ 7x + 6y = 546; \end{cases} \quad \text{d) } \begin{cases} 5x + 4y = 100, \\ 6x + 7y = 546. \end{cases}$$

b) De calculat, cât vor costa 5 pachete de biscuiți și 5 tablete de ciocolată cu o reducere de 2%.

**6.126°.** Pentru 5 batoane de ciocolată și 2 tablete de ciocolată s-au plătit 114 grn. Cât costă un baton și cât – o tabletă de ciocolată, dacă se știe că trei batoane sunt cu 20 grn mai scumpe decât o tabletă de ciocolată?

**6.127°.** Este dat un dreptunghi, a cărui lățime –  $x$  cm, iar lungime –  $y$  cm, totodată lungimea lui este cu 5 cm mai mare decât lățimea, iar perimetrul – 26 cm.

a) De determinat sistemul de ecuații, care reprezintă modelul matematic al acestei probleme.

$$\text{a) } \begin{cases} (x + y) : 2 = 26, \\ y - x = 5; \end{cases} \quad \text{c) } \begin{cases} (x + y) : 2 = 26, \\ x - y = 5; \end{cases}$$

$$\text{b) } \begin{cases} (x + y) \cdot 2 = 26, \\ x - y = 5; \end{cases} \quad \text{d) } \begin{cases} (x + y) \cdot 2 = 26, \\ y - x = 5. \end{cases}$$

b) De calculat costul unei benzi colorate cu lățimea de un centimetru pentru a încheia acest dreptunghi, dacă prețul a 1 m de astfel de bandă este de 12 grn 50 copeici.

**6.128•.** În 3 ore cu autobuzul și 2 ore cu trenul un turist a parcurs 300 km. De aflat viteza autobuzului și viteza trenului, dacă viteza trenului este cu 10 km/h mai mare decât viteza autobuzului.

**6.129•.** De rezolvat sistemul de ecuații prin metoda indicată.

<i>Grafică</i>	<i>Substituției</i>	<i>Adunării</i>
a) $\begin{cases} x - y = 2, \\ x + 3y = 6; \end{cases}$	b) $\begin{cases} x + 2y = 11, \\ 2x - 3y = 1; \end{cases}$	c) $\begin{cases} 3x + 2y = 6, \\ 4x - 2y = 8. \end{cases}$

**6.130••.** De rezolvat sistemul de ecuații.

a) $\begin{cases} 3(x - y) - 2(x + y) = 4, \\ 4x - 3(x + 2y) = 12; \end{cases}$	b) $\begin{cases} 3x - 2(2y + 1) = 16 = 2x, \\ 2(x - 3) - 4y = -2(x + y). \end{cases}$
---	--

### Cercetează situația, lucrând în grup: „Ai vreo idee?”

**6.131••.** De determinat, pentru ce valoare a coeficientului  $a$  sistemul de ecuații liniare  $\begin{cases} x + 3y = 4, \\ 2x + ay = 8; \end{cases}$  are o mulțime de soluții.

**6.132••.** Un producător privat de lactate oferă lapte cu un conținut de grăsime de 2 % și 5 %.

- a) De determinat, ce cantitate din fiecare tip de lapte trebuie luată pentru a obține 240 l de lapte cu un conținut de grăsime de 3%, presupunând că 1 litru de lapte cântărește 1 kilogram.
- b) De determinat cât va costa 1 l de acest lapte în magazin, dacă prețul include prețul de achiziție al laptelui (1 l de lapte cu 2% grăsime costă 4 grn, iar cu 5% grăsime – 10 grn), prelucrarea produsului (4 grn pentru 1 litru), TVA – 20% din costul total și 10% – adaosul de profit al magazinului.

**6.133••.** De generalizat informațiile obținute la tema „Sisteme de ecuații liniare cu două variabile” sub forma unui „Senkan”, conform următoarelor reguli:

1. Primul rând reprezintă – tema (substantiv).
2. Al doilea rând – descrierea temei (două adjective).
3. Al treilea rând – denumirea acțiunii legate de temă, formată din trei verbe.
4. Al patrulea rând – o propoziție, de obicei din 4 cuvinte, care exprimă atitudinea față de temă, sentimente.
5. Al cincilea rând – un singur cuvânt – un sinonim al cuvântului (temei), ca o concluzie a poeziei.

Matematica – este structura maiestuoasă  
creată de imaginația omului pentru a cunoaște Universul.  
(Le Corbusier)

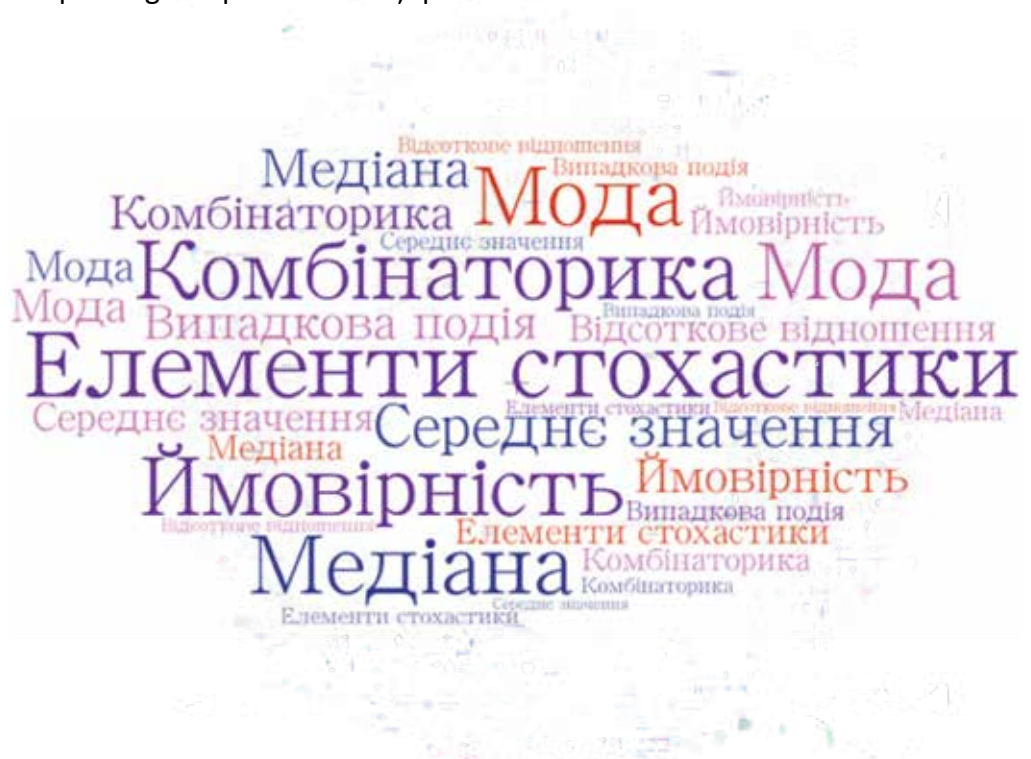
## TEMA 7. | ELEMENTE DE STOCASTICITATE

În această temă, **vei face cunoștință** cu așa rubrici ale matematicii ca statistica matematică, elementele teoriei probabilităților și combinatorica;

**vei învăța** să folosești calculele procentuale pentru rezolvarea problemelor, inclusiv a celor cu conținut aplicativ.

**Vei învăța**, de asemenea, formulele pentru aflarea intervalului, modului, mediane și a valorii medii a rândului de variație, precum și pentru calculul probabilității de apariție a unui eveniment.

**Vei rezolva** exerciții de aflare a numărului de combinații posibile și vei învăța să aplici regulile pentru sumă și produs.





## §7.1 Metodele de obținere a datelor. Citirea și analiza datelor. Caracteristicile selecției: modul, mediană, valoarea medie.



Salut! Cum ești?

Vă propun un motto pentru învățare: **„Nu este suficient sa ai o minte bună. Esențial este să o folosești rațional!”**. (Rene Descartes)

Astăzi, Cubul lui Bloom te va ajuta să diagnostichezi „dacă știi?” și „dacă știi cum?”, iar apoi – vom trece la rezolvarea exercițiilor – „oare știi să faci?” și vom obține cunoștințe noi despre formarea expresiilor cu ajutorul operațiilor de adunare și scădere.

**Așadar, Cubul lui Bloom îți propune:**

**NUMEȘTE** câteva metode, pe care le cunoști de reprezentare grafică a informațiilor.

**EXPLICĂ** cum de aflat media aritmetică a numerelor 5; 6; 0; 3.

**DE CE** media aritmetică a numerelor 3, -7, 8, -6, 7, -5 este egală cu 0?

**INVENTEAZĂ** cum de găsit al patrulea număr necunoscut, dacă se cunosc trei numere: 6, 4, 7, iar media aritmetică a tuturor celor patru numere este egală cu 5.

**DISTRIBUIE** abilitățile tale de construire a graficului temperaturii medii zilnice pentru o săptămână:

Zilele săptămânii	luni	marți	miercuri	joi	vineri	sâmbătă	duminică
t°C	-1°	-2°	3°	1°	-1°	2°	0°

**PROPUNE** o metodă convenabilă de reprezentare grafică a informațiilor înregistrate în tabelul de observații meteorologice din septembrie:

Condiții meteorologice	Zile însorite	Cer parțial noros	Precipitații
Nr. zile	8	15	7

## Cercetează în parteneriat: „Oare tu știi?”

1) **De calculat** media aritmetică a numerelor:

- a) 12; 40; 32; 18;                      c) -4; 0; 7; 8; -3; 10;  
 b) 3,5; 7,4; 8,6; 2,3; 7,2;            d)  $\frac{1}{2}$ ;  $\frac{1}{3}$ ;  $\frac{1}{4}$  .

2) **De aflat** numărul necunoscut  $x$ , dacă se cunoaște media aritmetică a tuturor numerelor (a-c):

- a) 2; 8; 3; 5;  $x$ , dacă media lor aritmetică este egală cu 4;  
 b) 1,2; 5,3; 3,8;  $x$ , dacă media lor aritmetică este egală cu 4;  
 c) -4,5; 2,7; 3,6; -5,1;  $x$ , dacă media lor aritmetică este egală cu 4,7;

3) **De calculat** (a-d):

- a) câte procente constituie 28 din 140;  
 b) câte procente constituie 3,5 din 14;  
 c) câte procente constituie 2,7 din 0,45;  
 d) câte procente constituie  $\frac{1}{25}$  din  $\frac{1}{2}$  .

## Analizează și trage concluzii – creează strategia de învățare!

### ACEST LUCRU MERITĂ

### SĂ ȘTII ȘI SĂ POȚI APLICA

- 1 Pentru a afla  $a$  % dintr-un număr, trebuie de înmulțit acest număr cu procentul scris în formă de fracție zecimală.
- 2 Media aritmetică a mai câteva numere este rezultatul împărțirii sumei acestor numere la cantitatea lor.

### Reține!

- 1 Scopul colectării datelor este de a obține cunoștințe despre obiectul cercetării – identificarea informațiilor utile, tragerea concluziilor, luarea deciziilor. Studiarea informațiilor colectate poate avea mai multe abordări, poate fi efectuată cu ajutorul diferitelor instrumente – inclusiv a celor matematice, statistice, cu ajutorul diferitelor metode de vizualizare, dar sarcina sa principală – analizarea datele colectate. Aceste aspecte sunt în centrul atenției unei ramuri a matematicii numită statistică.
- 2 Statistica (de la latinescul status – stare) – este știința despre obținerea, prelucrarea și analiza datelor cantitative, care caracterizează fenomenele de masă din viață. Statistica matematică – o ramură a matematicii, care studiază metodele matematice de prelucrare a datelor statistice și utilizarea lor pentru observații științifice și practice.

- 3** Datele statistice – totalitatea de numere, care dau o caracteristică cantitativă anumitor obiecte și fenomene, ce ne interesează. Numărul de obiecte ale totalității se numește volumul totalității.
- 4** Numerele, care reprezintă valorile caracteristicilor fiecărui grup, în care poate fi împărțită selecția se numesc variante; succesiunea de variante se numește serie de variații. Este convenabil să se prezinte informațiile colectate (totalitatea de date) sub formă de tabele, grafice, diagrame (histograme).

### Reține!

**Frecvențele** – numerele, care arată de câte ori s-a repetat fiecare valoare a unei totalități. Raportul dintre frecvență și volumul selecției se numește frecvență relativă.

De exemplu. Se dă selecția: 2; 2; 3; 3; 3; 4; 5; 5; 5; 5. De compus tabelul de frecvențe pe baza datelor selecției și de aflat frecvența relativă a variantelor

$x_1 = 2$ ;  $x_2 = 3$ ;  $x_3 = 4$ ;  $x_4 = 5$  – variantele selecției;

2; 3; 4; 5 seria de variante.

Frecvența variantei  $x_1$  este egală cu 2; a variantei  $x_2$  — cu 3; a variantei  $x_3$  — cu 1; a variantei  $x_4$  — cu 4.

Numărul	2	3	4	5
Frecvența	2	3	1	4

Frecvența relativă este raportul dintre frecvență și numărul total, așadar frecvența variantei  $x_1$  este egală cu  $\frac{2}{10} = 0,2 = 20\%$ ; a variantei  $x_2$  este

egală cu  $\frac{3}{10} = 0,3 = 30\%$ , în mod similar, frecvența relativă a variantei  $x_3$

este egală cu 40%, iar a variantei  $x_4$  — 50%.

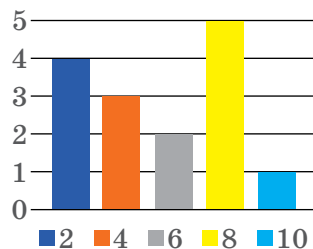
### Reține!

Pentru a reprezenta datele în mod vizual, construim pe planul de coordonate o diagramă în coloane.

În statistică, această diagramă se numește **histogramă**.

De exemplu. Construiește o histogramă după datele din tabel:

Numărul	2	4	6	8	10
Cantitatea	4	3	2	5	1



**Reține! Este important!**

În statistică pentru a caracteriza distribuția unităților totalității după un anumit criteriu sunt utilizate mediile structurale (poziționale): valoarea mediei aritmetice, modul și mediana. Valoarea medie a  $n$  date  $x_1, x_2, \dots, x_n$  ale selecției (sau media aritmetică a datelor selecției) este numărul

$$\bar{x} = \frac{x_1 + x_2 + \dots + x_n}{n}$$

unde  $x$  – valoarea variantei,  $n$  – numărul de unități în selecție.

**Modul** selecției ( $Mo$ ) – este valoarea elementului selecției, care apare mai des decât altele.

**Mediana** ( $Me$ ) – este așa-numita valoarea mijlocului unei serii ordonate de valori ale unei variabile aleatoare: – dacă numărul de numere în selecție este impar, mediana este numărul întreg; – dacă numărul de numere în selecție este par, mediana este media aritmetică a celor două numere din mijloc.

**Amplitudinea**  $R$  a selecției de valori ale unei mărimi aleatorii este diferența dintre cea mai mare și cea mai mică valoare a mărimii.

De exemplu. Se dă selecția: 2; 2; 3; 3; 3; 4; 5; 5; 5; 5. De aflat valoarea medie, modul, mediana și amplitudinea selecției. Valoarea medie:

$$\bar{x} = \frac{2 \cdot 2 + 3 \cdot 3 + 4 \cdot 1 + 5 \cdot 4}{10} = \frac{37}{10} = 3,7.$$

$$Mo = 5; Me = (3 + 4) : 2 = 3,5; R = 5 - 2 = 3.$$

**Exerciții de antrenare**

**7.1°.** De completat tabelul de frecvențe al datelor din selecția de măsurători ale temperaturii aerului ( $t$ , °C) în prima decadă a lunii octombrie: 6; 5; 4; 6; 4; 5; 6; 2; 3; 4.

Temperatura aerului ( $t$ , °C)	2	3	4	5	6
Frecvență					

**7.2°.** De creat tabelul de frecvențe pe baza datelor din selecția:

a) 2; 4; 3; 5; 7; 3; 4; 5; 7; 6; 2; 5; 7; 5; 2;

b) 4; 8; 8; 6; 4; 0; 2; 2; 8; 6; 6; 0; 4; 8; 8; 6; 2; 0;

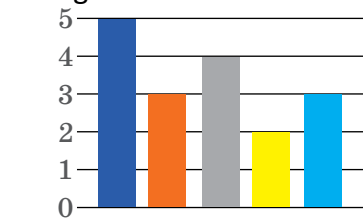
c) 0,3; 0,2; 0,1; 0,3; 0,4; 0,5; 0,1; 0,3; 0,4; 0,5; 0,3; 0,4.

**7.3°.** De completat rândul gol din tabel, calculând frecvența relativă pentru fiecare variantă:

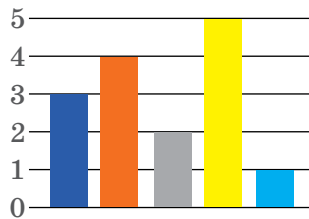
Numărul	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Frecvența	15	21	11	14	22	31	18	39	7	22
Frecvența medie										

- 7.4°.** Pe parcursul unei zile de lucru de opt ore, un lucrător a produs 10; 8; 11; 11; 12; 11; 9; 8; 8; 5 piese pe oră. De construit o histogramă pe baza acestor date.
- 7.5°.** Doi elevi au obținut pentru lucrarea de control la matematică 5 baluri, unul – 6, trei – 7, cinci – 8, opt – 9, șase – 10, trei – 11 și doi – 12. De compus pe baza acestor rezultate tabelul frecvențelor și de construit histograma corespunzătoare.
- 7.6°.** Aranjați în perechi histograma (1-4) și tabelul frecvențelor corespunzător (A-F).

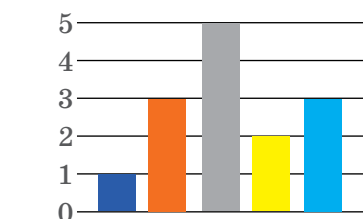
Histograma



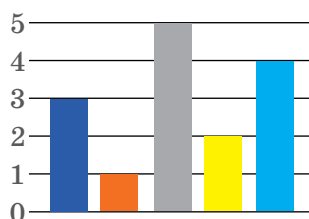
1. ■ 1 ■ 2 ■ 3 ■ 4 ■ 5



2. ■ 1 ■ 2 ■ 3 ■ 4 ■ 5



3. ■ 1 ■ 2 ■ 3 ■ 4 ■ 5



4. ■ 1 ■ 2 ■ 3 ■ 4 ■ 5

Tabelul frecvențelor

A.	Numărul	1	2	3	4	5
	Cantitatea	3	4	2	5	1
B.	Numărul	1	2	3	4	5
	Cantitatea	2	5	3	5	4
C.	Numărul	1	2	3	4	5
	Cantitatea	3	1	5	2	4
D.	Numărul	1	2	3	4	5
	Cantitatea	5	3	4	2	3
E.	Numărul	1	2	3	4	5
	Cantitatea	4	2	3	5	1
F.	Numărul	1	2	3	4	5
	Cantitatea	1	3	5	2	3



**7.7°.** De pus în corespondență fiecărei selecții (1-4) valoarea ei medie (a-f).

1.	4; 10; 6; 7; 7; 3; 10; 5; 5; 5; 10; 3; 4; 4; 7.
2.	23,4; 18,7; 19,6; 20,8; 7,5.
3.	10; 8; -7; 1; -5; -4.
4.	32,15; 31,46; 29,85; 34,54.

Valoarea medie

a)	b)	c)	d)	д)	e)
0,5	31,5	6	32	18	12

**7.8°.** De pus în corespondență: la fiecare selecție (1-4) amplitudinea ei (a-f).

1.	-3; 17; 0; 4; 18; 12; -5; 6.
2.	4; 8; 9; 3; 2; 3; 2; 11.
3.	21,6; 12,3; 37,3; 16,4; 12,7.
4.	100; 150; 60; 80; 120.

Amplitudinea

a)	b)	c)	d)	д)	e)
9	24	12	25	90	23

**7.9°.** De aflat modul, mediana și valoarea medie a selecției.

- a) 4; 5; 6; 7; 1; 0; 2; 7; 5; 6; 1; 4; 0; 1; 2; 5;  
 b) 14; 18; 22; 24; 18; 14; 22; 14; 24; 22; 24;  
 c) 0,6; 1,1; 0,5; 0,8; 0,5; 1,1; 0,8; 0,9; 1,1; 0,8; 0,9; 1,1;  
 d) 47; 50; 52; 47; 52; 49; 45; 43; 53; 53; 47; 52.

**7.10°.** De evaluat în mod critic procesul de calcul al modului, mediane și valorii medii ale valorilor selecției 30; 32; 37; 30; 32; 31; 32; 35; 30; 32; 35; 37.

Modul:  $M_o = 30$ ;

Mediana:  $Me = (31 + 32) : 2 = 31,5$ ;

Valoarea medie:

$$\bar{x} = \frac{30 + 31 + 32 + 35 + 37}{5} = 33.$$

**7.11°.** Pe parcursul săptămânii, au fost vândute 25 de cămăși bărbătești de următoarele mărimi: 39; 41; 42; 41; 40; 44; 41; 41; 42; 40; 41; 42; 43; 39; 40; 40; 40; 40; 41; 42; 40; 41; 43; 41; 41.

De creat rândul de variație, de efectuat distribuția statistică a acestor date. De construit histograma.

**7.12•.** De aflat valoarea medie după datele din tabel:

Numărul	0	3	5	7
Frecvența	13	9	16	12

**7.13•.** De aflat modul și mediana după datele din tabel:

Mărimea încălțăminteii	35	36	37	38	39	40	41	42
Numărul de perechi vândute	2	6	14	24	18	7	3	1

### **Cercetează situația, lucrând în grup: „Ai vreo idee?”**

**7.14••.** Valoarea medie a selecției este egală cu 6,5. Se știe că există 12 elemente în selecție, dintre care unul este necunoscut  $x$ : 7; 12; 5; 9; 7; 6; 6; 9; 5; 4; 12; 7; 7;  $x$ . De-l aflat pe  $x$ .

**7.15••.** De determinat, ce indică modul în cazul dat. Vechimea de muncă a zece muncitori constituie: 6; 5; 5; 8; 6; 8; 8; 11; 4; 9; 6; 6; 5 ani. De aflat mediana acestei selecții.

**7.16••.** De aflat amplitudinea, modul, mediana și valoarea medie a selecției, a cărei distribuție după frecvențe este prezentată în tabel:

Numărul	-2	-1	0	1	2	3
Frecvența	21	33	34	40	32	25

### **Formulează întrebări pentru probleme, lucrând în cooperativă de clasă: „Oare știi să faci?”**

**7.17.** De compus întrebări pentru condițiile problemelor.

a) Problema „Participarea la secții”. Dirigintele de clasă a întrebat toți elevii clasei 7A, care secții ei frecventează după lecții și a întocmit pe baza acestor date următorul tabel:

Denumirea	Secții sportive	Studiouri coregrafice	Secții de informatică	Secții de arte plastice
Numărul de participanți	18	10	12	8

- b) Problema „*Tehnologii*”. La lecția de tehnologii elevii confecționau piese pentru uneltele de grădină și măsurau diametrul piesei obținute, primind următoarele date ale dimensiunii măsurare în centimetri: 3,5; 3,7; 3,2; 3,5; 3,1; 3,4; 3,6; 3,2; 3,7; 3,8.
- c) Problema „*Gospodăria de fermieri*”. Fermierul a însămânțat cinci câmpuri cu grâu, a cules recolta și a introdus datele despre recolta obținută în tabel:

Câmpul	câmpul 1	câmpul 2	câmpul 3	câmpul 4	câmpul 5
Recolta obținută (q/ha)	38	41	39	43	40

- d) Problema „*Lumânări de tranșee*”. În timpul vacanței de toamnă, elevii din clasele a 6-a și a 7-a ai școlii au confecționat lumânări de tranșee pentru Forțele Armate ale Ucrainei. Datele despre cantitatea de produse le-au înregistrat în tabelul:

Clasa	6A	6B	6C	7A	7B	7C
Cantitatea	65	62	64	67	72	70

## VERIFICĂ-TE „CUM EȘTI?”

*Fișa „§ 7.1. Metodele de obținere a datelor. Citirea și analiza datelor. Caracteristicile selecției: modul, mediană, valoarea medie”.*

 §7.2

## Probleme de învățare pentru aflarea fracției (procentului) dintr-un număr și a numărului după fracția (procentul) lui și compunerea rapoartelor fracționare și procentuale.



Salut! Cum ești?

Vă propun un motto pentru învățare: *„Unde gândul este puternic –acțiunea este plină de putere”* (William Shakespeare).

Astăzi, Cubul lui Bloom din nou te va ajuta să diagnostichezi „dacă știi?” și „dacă știi cum?”, iar apoi – vom trece la rezolvarea problemelor cu rapoarte și procente – „oare știi să faci?” și ne vom extinde cunoștințele despre procente.

**Așadar, șase însărcinări de la Cubul lui Bloom:**

**NUMEȘTE** în procente raportul 15 : 120.

**EXPLICĂ** cum se scrie sub formă de fracție zecimală 175 %.

**DE CE** numărul,  $\frac{2}{3}$  al căruia este egal cu 342, constituie 513?

**INVENTEAZĂ** două metode diferite de a afla 35% din 240.

**DISTRIBUIE** abilitățile tale de a calcula 50%, 25%, 10%, 1% din 300.

**PROPUNE** o metodă convenabilă pentru a calcula numărul, 25% al căruia este egal cu 3,7.

**Cercetează în parteneriat: „Oare tu știi?”**

1) **De aflat** valoarea a  $x$  % din 250, dacă:

- a)  $x = 50$ ; c)  $x = 5$ ; e)  $x = 150$ ;  
b)  $x = 1$ ; d)  $x = 75$ ; f)  $x = 0,5$ .

2) **De calculat** valoarea a  $\frac{3}{5}$  din numărul  $n$ , dacă:

- a)  $n = 30$ ; b)  $n = 90$ ; c)  $n = 4,5$ ; d)  $n = 4,5$ .

3) De găsit numărul:

a) 3% din care constituie 57;      c)  $\frac{2}{7}$  din care constituie 98;

b) 125% din care constituie 67,5;      d)  $\frac{3}{11}$  din care constituie 6,6.

*Analizează și trage concluzii – creează strategia de învățare!*

## ACEST LUCRU MERITĂ

### SĂ ȘTII ȘI SĂ POȚI APLICA

- 1 Pentru a înmulți o fracție zecimală cu 10, 100, 1000 etc., trebuie de mutat virgula corespunzător cu 1, 2, 3, ... cifre la dreapta.
- 2 Pentru a împărți o fracție zecimală la 10, 100, 1000 etc., trebuie de mutat virgula corespunzător cu 1, 2, 3, ... cifre la stânga.
- 3 Pentru a înmulți o fracție zecimală cu 0,1, 0,01, 0,001 etc., trebuie de mutat virgula corespunzător cu 1, 2, 3, ... cifre la stânga.
- 4 Pentru a împărți o zecimală la 0,1, 0,01, 0,001 etc., trebuie de mutat virgula corespunzător cu 1, 2, 3, ... cifre la dreapta.
- 5 O sutime din orice număr sau valoare numerică se numește procent.
- 6 Pentru a transforma procente în fracție zecimală, trebuie de împărțit numărul de procente la 100. De exemplu:  $5\% = 5 : 100 = 0,05$ .
- 7 Pentru a transforma o fracție zecimală în procente, trebuie de înmulțit fracția zecimală cu 100%. De exemplu:  $0,08 = 0,08 \cdot 100\% = 8\%$ .

### Reține!

Găsirea fracției dintr-un număr.

I metodă. Pentru a găsi o fracție dintr-un număr, trebuie de împărțit acest număr la numitor și de înmulțit cu numărătorul. De exemplu, de găsit

$\frac{3}{7}$  din 14. Rezolvare:  $14 : 7 \cdot 3 = 6$ .

II metodă. Pentru a găsi o fracție dintr-un număr, trebuie de înmulțit acest număr cu fracția. De exemplu, de găsit  $\frac{3}{5}$  din 15. Rezolvare:

$14 \cdot \frac{3}{7} = 6$ .

Găsirea numărului după fracția lui.

I metodă. Pentru a găsi un număr după valoarea dată a fracției lui, trebuie de împărțit valoarea dată la numărător și de  $\frac{2}{2}$  înmulțit cu numitorul.

De exemplu: de găsit numărul, dacă  $\frac{2}{3}$  din acest număr sunt egale cu 12.

Rezolvare:  $12 : 2 \cdot 3 = 18$ .

II metodă. Pentru a găsi un număr după valoarea dată a fracției lui, trebuie de împărțit valoarea dată la fracție.

De exemplu: de găsit numărul, dacă  $\frac{2}{3}$  din acest număr sunt egale cu 12.

Rezolvare:  $12 : \frac{2}{3} = 12 \cdot \frac{3}{2} = 18$  .

### **Reține! Este important!**

**Găsirea procentului dintr-un număr.**

Pentru a găsi procentul dintr-un număr, trebuie de transformat procentul în fracție zecimală și de înmulțit numărul dat cu această fracție.

De exemplu: de găsit 5% din 84.

Rezolvare:  $5\% = 0,05$ ;  $84 \cdot 0,05 = 42$ .

Așadar,  $p\%$  din  $a$  este egal cu  $\frac{a \cdot p}{100}$  .

**Găsirea numărului după procentul lui.**

Pentru a găsi un număr după procentul lui, trebuie de transformat procentul în fracție zecimală și de împărțit valoarea procentului la această fracție.

De exemplu, să găsim numărul, 12% al căruia este egal cu 72.

Rezolvare.  $12\% = 0,12$ ;  $72 : 0,12 = 600$  – numărul căutat.

Așadar, pentru a găsi numărul, al cărui  $p\%$  sunt egale cu  $a$ , trebuie  $\frac{a \cdot 100}{p}$  .

### **Reține! Este important!**

**Găsirea raportului procentual dintre numere.**

Pentru a găsi raportul procentual al numărului  $a$  către numărul  $b$ , trebuie de împărțit  $a$  la  $b$  și de înmulțit rezultatul cu 100%:  $\frac{a}{b} \cdot 100\%$  .

De exemplu, să găsim câte procente constituie:

a) 12 din 15;      b) 15 din 12.

Rezolvare:

a)  $12 : 15 \cdot 100\% = 80\%$  . Așadar, numărul 12 – 80% din numărul 15.

b)  $15 : 12 \cdot 100\% = 125\%$  . Așadar, 15 – 125% din 12.

**Exerciții de antrenare****7.18°.** De aflat fracția dintr-un număr.

a)  $\frac{1}{2}$  din 584;      c)  $\frac{3}{7}$  din 147;      e)  $\frac{9}{10}$  din 16;

b)  $\frac{2}{5}$  din 160;      d)  $\frac{5}{8}$  din 1200;      f)  $\frac{5}{12}$  din 7,2.

**7.19°.** De aflat:

a) numărul,  $\frac{1}{2}$  al cărui sunt egale cu 37;

b) numărul,  $\frac{2}{3}$  al cărui sunt egale cu 45;

c) numărul,  $\frac{4}{11}$  al cărui sunt egale cu 8,8;

d) numărul,  $\frac{7}{5}$  al cărui sunt egale cu 105;

e) numărul,  $\frac{9}{10}$  al cărui sunt egale cu 0,18.

**7.20°.** De completat în caiet tabelul:

Procentele	10%	20%	25%	50%	75%	100%
Fracția zecimală						
Fracția ordinară						

**7.21°.** De scris fracțiile ordinare sub formă de procente.

a)  $\frac{1}{10}$  ;      c)  $\frac{1}{4}$  ;      e)  $\frac{1}{20}$  ;      g) 1;      i)  $\frac{11}{10}$  ;

b)  $\frac{1}{2}$  ;      d)  $\frac{1}{5}$  ;      f)  $\frac{3}{4}$  ;      h)  $\frac{5}{4}$  ;      j)  $1\frac{1}{2}$  .

**7.22°.** De găsit:

a) 1% din 740;      c) 25% din 212;      e) 20% din 40,5;

b) 50% din 126;      d) 10% din 19;      f) 75% din 268.

**7.23°.** De pus în corespondență procentul (1-4) și notarea lui sub formă de fracție zecimală (A-E).

<i>Procentul</i>	<i>Fracția zecimală</i>
1. 10 %	A. 0,01
2. 0,1 %	B. 0,00001
3. 1 %	C. 0,0001
4. 0,01 %	D. 0,1
	E. 0,001

**7.24°.** De găsit:

- numărul, 50 % al cărui sunt egale cu 109;
- numărul, 25% al cărui sunt egale cu 53;
- numărul, 10 % al cărui sunt egale cu 0,4;
- numărul, 1 % al cărui este egal cu 16;
- numărul, 20 % al cărui sunt egale cu 2,4.

**7.25°.** O încărcare completă a bateriei are o durată de 36 de ore de lucru a telefonului. De aflat, cât timp va funcționa telefonul cu o încărcare a bateriei de 35 %.

**7.26°.** O carte are 245 pagini. Victoria a citit 40 % din carte. De calculat, câte pagini ea mai are de citit.

**7.27°.** Un sportiv 15 minute a făcut încălzirea, ceea ce constituie 12 % din timpul total de antrenament. De aflat timpul de antrenament al sportivului.

**7.28°.** În clasa 7-C sunt 14 fete, ceea ce reprezintă 40% din numărul total de elevi ai clasei. De aflat, câți băieți învață în această clasă.

**7.29°.** Conținutul de zahăr în mere constituie 9,6 %. De aflat câte kilograme de zahăr se conțin în 25 kg de mere.

**7.30°.** De găsit:

- 14 % din 2,5;
- 0,5 % din 5132;
- 54 % din  $\frac{3}{4}$ ;
- 5 % din 1,83;
- 120 % din 3,4;
- 2,3 % din  $5\frac{2}{9}$ .

**7.31°.** De găsit:

- numărul, al cărui 5 % sunt egale cu 6,25;
- numărul, al cărui 0,3 % sunt egale cu 4,8;
- numărul, al cărui 120 % sunt egale cu 6;



- d) numărul, al cărui 0,01 % sunt egale cu 10;  
 e) numărul, al cărui 15 % sunt egale cu  $\frac{2}{5}$ ;

**7.32°°.** De aflat, câte procente reprezintă numărului  $a$  din numărul  $b$ , dacă:

- a)  $a = 15$ ,  $b = 60$ ;                      c)  $a = 120$ ,  $b = 4$ ;  
 b)  $a = 2,1$ ,  $b = 105$ ;                      d)  $a = 45$ ,  $b = 9$ .

**7.33°°.** De găsit, câte procente din unghiul desfășurat constituie:

- a)  $90^\circ$ ;                      b)  $30^\circ$ ;                      c)  $60^\circ$ ;                      d)  $120^\circ$ .

**7.34°.** Un magazin oferă o reducere de 15% la toate articolele sportive. Prețul inițial al unei mingi de fotbal era de 340 grn, al celei de volei – 275 grn, iar al celei de baschet – 290 grn. De calculat costul total al cumpărării a trei mingi diferite.

**7.35°.** O pizzerie are o ofertă specială, care oferă o reducere de 5% pe bonul de casă pentru comenzi mai mari de 500 grn. Elevii au comandat două pizze, care costă 220 grn fiecare și trei deserturi, care costă 40% din costul pizzei. De aflat costul total al comenzii.

**7.36°.** Prețul unei cărți după o reducere dublă cu 25% este de 120 grn. De aflat prețul inițial al cărții.

**7.37°.** De aflat cu câte procente va crește aria unui pătrat, dacă latura lui se va mări cu 25%.

**7.38°.** De determinat prețul mărfii înainte de reevaluare, dacă după o creștere a prețului cu 20% , iar apoi încă cu 12%, această marfă costă acum 4200 grn.

**7.39°.** O geacă de iarnă a costat 2500 grn. La venirea primăverii, prețul gecii a fost redus cu 10%, dar ea a fost vândută numai după ce noul preț a fost redus cu încă 15%. Cu câte procente prețul, la care s-a vândut geaca este mai mic decât prețul inițial?

**7.40°.** Un pieton a traversat drumul printr-un loc nepotrivit și trebuie să plătească o amendă de 600 grn în termenul prevăzut. Pentru fiecare zi de întârziere, se percepe o sumă suplimentară de 2% din amendă. De aflat, cât va trebui să plătească pietonul, dacă va întârzia cu 10 zile.

### ***Cercetează situația, lucrând în grup: „Ai vreo idee?”***

**7.41°°.** De demonstrat, că  $\frac{4}{3}$  din 36 sunt egale cu numărul,  $\frac{3}{4}$  ale căruia sunt egale cu 36.

- 7.42••.** Prețul unui laptop – este de  $a$  grn. Magazinul are o ofertă specială: la cumpărarea a două laptopuri – este reducere de 12% pentru al doilea. De scris expresia pentru determinarea costului de cumpărare a două laptopuri.
- 7.43••.** Prețul unui televizor într-un magazin de produse electrice mai întâi a crescut cu 20%, iar în timpul ofertei a scăzut cu 20%. De calculat, cum și cu câte procente s-a schimbat prețul inițial al televizorului.

### **Formulează întrebări pentru probleme, lucrând în cooperativa de clasă: „Oare știi să faci?”**

- 7.44.** De compus întrebări pentru condițiile problemelor.
- Problema „*Activitatea bancară*”. Un tânăr specialist a primit un credit ipotecar în condiții avantajoase de 2 milioane grn pentru a-și cumpăra o casă. Conform termenilor creditului ipotecar, el trebuie să achite deodată 20% din sumă.
  - Problema „*Cazul fiscal*”. O întreprindere alocă 16 000 grn pe lună pentru plata salariului unui angajat. Angajatorul plătește o singură contribuție socială de 22% pentru fiecare angajat, iar impozitul pe venit constituie 18%.
  - Problema „*Fitness-ul*”. La o întreprindere lucrează 280 de angajați. 25 % dintre ei frecventează clubul sportiv „Sportlive”, 10 % fac yoga, iar 8 % fac exerciții fizice acasă.
  - Problema „*Gospodăria de fermieri*”. Recolta medie a grâului anul trecut a fost de 38 de quintale la hectar. Din cauza condițiilor meteorologice nefavorabile, se așteaptă ca recolta din acest an să scadă cu 5%.
  - Problema „*Mișcarea automobilului*”. În timpul mișcării automobilului în interiorul orașului, consumul de combustibil este de 9,6 l la 100 de kilometri. În afara orașului, consumul de combustibil la 100 km se reduce cu 30%.

### **VERIFICĂ-TE „CUM EȘTI?”**

**Fișa „§ 7.2. Probleme de învățare pentru aflarea fracției (procentului) dintr-un număr și a numărului după fracția (procentul) lui și compunerea rapoartelor fracționare și procentuale”.**

## § 7.3

### Evenimentul aleatoriu și probabilitatea lui. Determinarea clasică și statistică a probabilității unui eveniment pentru calculul probabilităților evenimentelor



Salut! Cum ești?

Vă propun un motto pentru învățare: **„O oră de muncă te va învăța mai mult, decât o zi de explicații”.**

Astăzi, Cubul lui Bloom din nou te va ajuta să diagnostichezi „dacă știi?” și „dacă știi cum?”, iar apoi – vom trece la rezolvarea exercițiilor – „oare știi să faci?” și vom obține cunoștințe noi despre probabilitățile evenimentelor și calculul probabilităților evenimentelor.

**Așadar, șase însărcinări de la Cubul lui Bloom:**

**NUMEȘTE** numărul, al cărui 25% reprezintă 12,5.

**EXPLICĂ** cum se găsește probabilitatea ca culoarea portocalie să apară într-un curcubeu.

**DE CE** probabilitatea de a primi 3 baluri la lucrarea de control este  $\frac{1}{12}$ , dar nu  $\frac{3}{12}$ ?

**INVENTEAZĂ** un exemplu, probabilitatea căruia constituie 50%.

**DISTRIBUIE** ideea de a găsi vârsta medie a 5 jucători de fotbal cu vârste de 17, 19, 19, 20 și 25 de ani.

**PROPUNE** o metodă de determinare a procentului, ce constituie 18 secunde dintr-o oră.

**Cercetează în parteneriat: „Oare tu știi?”**

**1) De reprezentat** fracția ordinară sub formă zecimală.

a)  $\frac{2}{5}$  ; b)  $\frac{6}{10}$  ; c)  $\frac{2}{8}$  ; d)  $\frac{4}{5}$  .

**2) De calculat** valoarea expresiilor.

a)  $1 - \frac{7}{11}$ ;  $1 - \frac{15}{23}$ ;  $1 - \frac{9}{38}$ ;  $1 - \frac{27}{41}$ ;

b)  $1 - 0,24$ ;  $1 - 0,01$ ;  $1 - 0,78$ ;  $1 - 0,324$ .

**3) De scris:**

a) toate numerele impare, mai mici decât 25;

b) toate numerele pare, mai mici decât 18.

4) De comparat expresiile:

a)  $\frac{5}{6}$  și  $\frac{6}{7}$ ;      b)  $\frac{16}{23}$  și 1;      c)  $\frac{9}{11}$  și  $\frac{15}{19}$ .

**Analizează și trage concluzii – creează strategia de învățare!**

## ACEST LUCRU MERITĂ

### SĂ ȘTII ȘI SĂ POȚI APLICA

1  $\frac{1}{2} = 0,5$ ;  $\frac{1}{4} = 0,25$ ;  $\frac{3}{4} = 0,75$ ;  $\frac{1}{5} = 0,2$ ;  $\frac{1}{8} = 0,125$ .

2 Un zar are 6 fețe marcate cu numerele 1, 2, 3, 4, 5, 6.

### Reține!

Noțiunile de bază ale teoriei probabilităților sunt **evenimentul** și **experiența**.

**Evenimentul** este definit ca fiind rezultatul observării, cercetării, experienței.

Prin **încercare** (sau experiență) se înțelege acele condiții, în rezultatul cărora se produce un eveniment.

De exemplu, aruncarea unui zar – experiență, apariția a trei puncte pe fața superioară a zarului – un eveniment; întrebarea profesorului – încercare, iar răspunsul corect al elevului – eveniment.

Evenimentele se notează cu literele A, B, C, ...

### Reține! Este important!

Toate evenimentele (fenomenele), pe care le observăm pot fi împărțite în trei tipuri: *probabile*, *imposibile* și *aleatorii*.

Evenimentul, care se va produce cu siguranță în urma unei încercări se numește **probabil**.

De exemplu, următoarele evenimente sunt probabile: 1) după ziua de joi va urma vinerea; 2) în urma aruncării zarului va ieși un număr de puncte mai mic decât șapte.

Evenimentul, care nu se va produce niciodată în urma unei încercări se numește **imposibil**.

De exemplu, următoarele evenimente sunt imposibile: 1) apa din râu a înghețat la o temperatură de +25 °C; 2) la aruncarea zarului au apărut 7 puncte.

Evenimentul, care poate să apară sau nu în urma unei încercări se numește **aleatoriu**.

De exemplu, următoarele evenimente sunt aleatoare: 1) abonatul va fi ocupat atunci când i se va telefona; 2) la aruncarea zarului vor cădea 2 puncte.

**Reține! Este important!**

Două evenimente, care pot avea loc simultan într-o anumită situație se numesc **compatibile**, iar cele care nu pot avea loc simultan se numesc **incompatibile**.

De exemplu, evenimentele „plouă” și „este dimineață” sunt compatibile, iar evenimentele „este dimineață” și „este noapte” – incompatibile.

Dacă în timpul unei experiențe mai multe evenimente pot avea loc și nu există niciun motiv pentru a crede, că unul dintre ele are mai multe șanse de a se produce decât oricare altul, atunci astfel de evenimente se numesc **egal posibil**.

**Reține! Este important!**

Probabilitățile evenimentelor aleatorii pot fi comparate. Baza pentru o astfel de estimare numerică pot fi rezultatele numeroaselor observații sau experiențe. Practica arată, că multe evenimente se produc cu frecvențe variabile.

$$\text{Frecvența} = \frac{\text{Numărul de apariții ale evenimentului de interes}}{\text{Numărul tuturor încercărilor (observațiilor)}} .$$

**Probabilitatea unui eveniment**  $A$  este raportul dintre numărul de cazuri, care contribuie la evenimentul  $A$  și numărul tuturor cazurilor posibile. Probabilitatea unui eveniment  $A$  se notează în felul următor:  $P(A)$ .

$P(A) = \frac{m}{n}$ , unde  $m$  – numărul de evenimente elementare, care contribuie la evenimentul  $A$ ,  $n$  – numărul total de evenimente pe perechi incompatibile și egal posibil.

Această definiție a probabilității se numește definiția **clasică**.

**Reține! Este important!**

**Probabilitatea evenimentului probabil este egală** cu 1, deoarece toate cazurile posibile ( $m = n$ ) favorizează un astfel de eveniment.

**Probabilitatea evenimentului imposibil** este egală cu zero, deoarece niciunul dintre rezultatele posibile nu favorizează evenimentul imposibil ( $m = 0$ ).

**Probabilitatea evenimentului aleatoriu**  $A$  satisface dubla inegalitate:

$$0 < P(A) < 1.$$

**Probabilitatea oricărui eveniment**  $E$  satisface următoarea condiție:

$$0 \leq P(E) \leq 1.$$

**Reține! Este important!**

**Probabilitate statistică** se numește numărul, în jurul căruia fluctuează frecvența relativă a evenimentului cu condiția unui număr mare de experiențe.

### Exerciții de antrenare

- 7.45°.** De găsit din evenimentele indicate acele probabile, imposibile și aleatorii.
- evenimentul  $A$  – soarele va apune astăzi la ora 23:00;
  - evenimentul  $B$  – în luna august nu vor fi lecții la școală;
  - evenimentul  $C$  – elevul va desena un triunghi, suma unghiurilor interioare ale căruia este egală cu  $189^\circ$ ;
  - evenimentul  $D$  – soarele va fi la zenit astăzi la ora 22.00;
  - evenimentul  $E$  – elevul va descrie în jurul triunghiului o circumferință;
  - evenimentul  $K$  – elevul va rezolva toate problemele lucrării de control.
- 7.46°.** De determinat, oare vor fi compatibile evenimentele  $A$  și  $B$  dacă:
- la o aruncare a monedei are loc: evenimentul  $A$  – cap, evenimentul  $B$  – pajură;
  - la aruncarea zarului are loc: evenimentul  $A$  – va cădea 3 puncte; evenimentul  $B$  – va cădea un număr impar de puncte;
  - arcașul trage în țintă: evenimentul  $A$  – arcașul nimerește; evenimentul  $B$  – arcașul ratează.
- 7.47°.** În cutie sunt 24 de bile, dintre care 15 sunt verzi și 9 sunt roșii. Se scoate o bilă. Care este probabilitatea ca această bilă să fie albastră?
- 7.48°.** Într-o cutie se află 8 bile roșii și 5 bile verzi. Se scoate o bilă la întâmplare. Care este probabilitatea ca aceasta să fie verde?
- 7.49°.** Să se afle probabilitatea, că la o aruncare a zarului să cadă un număr impar.
- 7.50°.** O cutie conține 50 de jetoane (de la 1 la 50). Care este probabilitatea ca numărul unui jeton luat la întâmplare din urnă să nu conțină cifra 3?
- 7.51°.** Care este probabilitatea ca la o singură aruncare a zarului să cadă un număr de puncte divizibil cu 4?
- 7.52°.** Un număr de două cifre a fost ales la întâmplare. Să se afle probabilitatea că acest număr:
- se termină cu 5;
  - este mai mare decât 42, dar mai mic decât 73;
  - se termină cu 1, 3 sau 8.

**7.53°.** Pe tabla cu mărimea de  $8 \times 8$  pătrățele, 16 pătrățele sunt vopsite în culoare albă, 32 celule – în culoare neagră, iar restul – în roșu. De aflat probabilitatea că o pătrățică aleasă la întâmplare să fie:  
a) albă; b) să nu fie roșie; c) neagră sau roșie; d) verde?

**7.54°.** De stabilit corespondența dintre rezultatul aruncării zarului (1-4) și probabilitatea rezultatului respectiv.

**Rezultatul aruncării zarului**

**Probabilitatea rezultatului**

1. A căzut 4 puncte;
2. A căzut un număr impar de puncte;
3. A căzut un număr mai mic decât 6;
4. A căzut un număr mai mare decât 6;

A.  $\frac{5}{6}$  ;

B.  $\frac{1}{3}$  ;

C.  $\frac{1}{2}$  ;

D.  $\frac{1}{6}$  ;

E. 0;

F. 1.

**7.55°.** Într-o cutie sunt 4 bile albastre și câteva bile verzi. Câte bile verzi sunt în cutie, dacă probabilitatea ca o bilă aleasă la întâmplare să fie verde este egală cu  $\frac{3}{5}$  ?

**7.56°.** Un elev numește la întâmplare un număr natural, care nu depășește 100. Care este probabilitatea că acest număr să fie divizibil cu 5, dar să nu fie divizibil cu 2?

***Cercetează situația, lucrând în grup:  
„Ai vreo idee?”***

**7.57°.** Un număr natural de la 1 până la 25 inclusiv este numit la întâmplare. De aflat probabilitatea ca numărul numit să fie:

- a) 9;                      c) mai mic decât 5;                      e) impar;  
b) 29;                      d) multiplul lui 7;                      f) prim.

**7.58°.** Un număr natural de la 11 până la 30 inclusiv este numit la întâmplare. De aflat probabilitatea ca numărul numit să fie:

- a) 5;                      c) mai mare decât 27;                      e) impar;  
b) 15;                      d) multiplul lui 6;                      f) compus.

**7.59••.** Într-un sertar se află 2 bile albe și 4 bile negre. Se scot 2 bile la întâmplare. De aflat probabilitatea ca ele să fie de culori diferite.

**Formulează întrebări pentru probleme, lucrând în cooperativa de clasă: „Oare știi să faci?”**

**7.60.** De compus întrebări pentru condițiile problemelor.

- a) Problema „*Raftul cu cărți*”. Pe raftul elevului se află manuale și cărți cu aceleași coperti netransparente – câteva de algebră și geometrie și 12 cărți de alte materii. Numărul cărților de algebră se raportează la numărul cărților de geometrie ca 2:1. După ce pe raft s-au mai pus încă 2 cărți de geometrie, probabilitatea de a lua o carte de algebră din prima dată a devenit egală cu  $\frac{1}{5}$ .
- b) Problema „*Merele sănătoase*”. Într-o pungă netransparentă se aflau mere. Erau de două ori mai multe mere verzi decât cele roșii, iar galbene – cu 4 mai multe decât cele roșii. Atunci când în pungă s-au mai pus 3 mere roșii, probabilitatea de a obține un măr galben din prima încercare a devenit egală cu  $\frac{5}{11}$ .

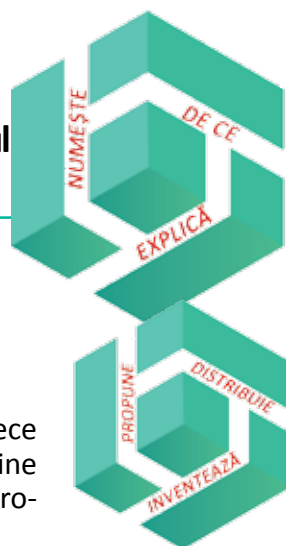
**VERIFICĂ-TE „CUM EȘTI?”**

**Fișa „§7.3. Evenimentul aleatoriu și probabilitatea lui. Determinarea clasică și statistică a probabilității unui eveniment pentru calculul probabilităților evenimentelor”.**





## § 7.4 Aplicarea regulilor combinatorice ale sumei și produsului pentru calculul probabilităților evenimentelor



Salut! Cum ești?

Vă propun un motto pentru învățare: „**O oră de muncă te va învăța mai mult decât o zi de explicații**”.

Astăzi, Cubul lui Bloom din nou te va ajuta să diagnostichezi „dacă știi?” și „dacă știi cum?”, iar apoi – vom trece la rezolvarea exercițiilor – „oare știi să faci?” și vom obține cunoștințe noi despre regulile combinatorice ale sumei și produsului pentru calcularea probabilităților evenimentelor.

**Așadar, șase însărcinări de la Cubul lui Bloom:**

**NUMEȘTE** cel mai mic număr natural, care se divide cu 2; 3; 6; 8; 10.

**EXPLICĂ** prin câte metode din cifrele 3; 4; 5 se pot forma diferite numere de trei cifre.

**DE CE** numărul de metode de a alege 2 cărți diferite din 5 nu este 5·4, ci de două ori mai mic?

**INVENTEAZĂ** un exemplu de evenimente echivalente

**DISTRIBUIE**, în ce condiții frecvența unui eveniment aleatoriu poate estima probabilitatea unui eveniment aleatoriu.

**PROPUNE** o situație, la care nu se poate aplica definiția clasică a unui eveniment aleatoriu.

**Cercetează în parteneriat: „Oare tu știi?”**

1) **De reprezentat** în formă de fracție zecimală fracția ordinară:

a)  $\frac{3}{5}$ ;      b)  $\frac{8}{10}$ ;      c)  $\frac{1}{8}$ ;      d)  $\frac{3}{4}$ .

2) **De calculat** valorile expresiilor.

$$9 + \frac{7 \cdot 8}{2}; \quad 13 + \frac{15 \cdot 16}{2}; \quad \frac{10 \cdot 11}{2} + \frac{8 \cdot 9}{6}; \quad \frac{12 \cdot 13}{6} + \frac{27 \cdot 28}{2}$$

3) **De scris:** a) numerele multiple numărului 30;    b) divizorii numărului 18.

## Analizează și trage concluzii – creează strategia de învățare!

### ACEST LUCRU MERITĂ SĂ ȘTII ȘI SĂ POȚI APLICA:

- 1 Problemele, în care condiția este de a număra un anumit număr de variante se numesc **combinatorice**. În ele se numără diferite combinații de obiecte date.
- 2 Ramura matematicii, care se ocupă cu rezolvarea problemelor combinatorice se numește **combinatorică**.
- 3 Majoritatea problemelor combinatorice se rezolvă cu ajutorul a două reguli – **regula sumei** și **regula produsului**.

#### Reține!

**Regula sumei:** dacă obiectul  $A$  poate fi ales în  $n$  moduri, iar obiectul  $B$  —  $m$  moduri, atunci obiectul  $A$  sau  $B$  poate fi ales în  $(n + m)$  moduri.

De exemplu, pe o farfurie sunt 5 mere și 6 pere. Atunci un fruct – un măr sau o pară poate fi ales în  $5 + 6 = 11$  (moduri).

#### Reține! Este important!

**Regula produsului:** dacă obiectul  $A$  poate fi ales în  $t$  moduri, iar obiectul  $B$  —  $k$  moduri, atunci perechea  $A$  și  $B$  poate fi aleasă în  $(t \cdot k)$  moduri.

De exemplu, pe o farfurie sunt 5 mere și 6 pere. Atunci perechea de fructe – un măr și o pară poate fi aleasă în  $5 \cdot 6 = 30$  (moduri).

### Exerciții de antrenare

- 7.61°. Într-o cutie sunt 9 bile verzi și 5 roșii. Prin câte moduri se poate alege o bilă?
- 7.62°. La cantină se pot alege 3 feluri de mâncare de felul întâi și 4 de felul doi. Prin câte moduri se pot alege prânzul cu felul întâi și doi de mâncare?
- 7.63°. Câte numere diferite de două cifre pot fi formate din cifrele 1, 5, 8 și 9 astfel, încât cifrele din fiecare număr să nu se repete?
- 7.64°. O cutie conține 7 creioane roșii și 3 verzi. Prin câte moduri se poate alege un creion roșu sau unul verde din cutie?
- 7.65°. Pe o masă se află trei cutii cu fructe. În prima cutie sunt 7 mere, în a doua – 10 pere, în a treia – 3 banane.

La întâmplare se ia un fruct din orice cutie. Prin câte moduri diferite se poate face acest lucru?

- 7.66°.** Un bufet oferă 3 tipuri de chifle și 4 tipuri de sucuri. Prin câte moduri se poate alege micul dejun format dintr-o chiflă și un suc?
- 7.67°.** Echipele din 10 școli din oraș iau parte la întrecerile pentru campionatul de fotbal. Câte variante există pentru ca echipele să ocupe locurile întâi și doi?
- 7.68°.** O cafenea oferă un meniu format din 3 mâncări de felul întâi, 6 de felul doi și 5 de felul trei. Câte variante există pentru a alege prânzul cu trei feluri de mâncare?
- 7.69°.** Există 6 trasee pentru a ajunge în vârful muntelui Goverla.
- Prin câte moduri un alpinist poate urca pe munte și coborî de pe munte?
  - Prin câte moduri un alpinist poate urca pe munte și coborî de pe munte, dacă urcarea și coborârea trebuie să se efectueze pe rute diferite.
- 7.70°.** Există 8 drumuri, care duc spre oraș. Prin câte moduri Dumitru poate ajunge în oraș și se poate întoarce, mergând pe drumuri diferite?
- 7.71°.** Din orașul *A* spre orașul *B* duc 5 drumuri, iar din orașul *B* spre orașul *C* – 3 drumuri. În câte moduri se poate ajunge din orașul *A* în orașul *C*?
- 7.72°.** Câte numere pare de patru cifre se pot obține din cifrele 0, 1, 2, 3, 4, dacă nici o cifră din număr nu se repetă?
- 7.73°.** Pe raft sunt cărți: 3 de literatură științifică, 5 de literatură artistică și 6 de referință.
- Câte moduri există de a alege 2 cărți: de literatură științifică și artistică?
  - Câte moduri există de a alege 2 cărți de tipuri diferite?
- 7.74°.** De pus în corespondență problema (1-4) și răspunsul ei (A-F).

**Problema**

- Un coș conține 7 prune și 6 caise. În câte moduri se poate alege un fruct?
- Un coș conține 7 prune și 6 caise. În câte moduri se poate alege 1 prună și 1 caisă?
- Un coș conține 7 prune și 6 caise. În câte moduri se pot alege 2 prune sau 1 caisă?
- Un coș conține 7 prune și 6 caise. În câte moduri se pot alege 2 prune și 1 caisă?

**Răspunsul**

- 27
- 105
- 48
- 42
- 126
- 13

**7.75°.** O cafenea oferă un meniu de 4 salate, 8 feluri de mâncăruri din carne și 7 deserturi. Câte variante există pentru a alege prânzul cu două feluri diferite de mâncare?

**7.76°.** Într-o cutie sunt 4 bile albastre și câteva verzi. Câte bile verzi sunt în cutie, dacă probabilitatea de a alege o bilă verde la întâmplare este egală cu  $\frac{3}{5}$  ?

**7.77°.** Din orașul A spre orașul B duc 4 drumuri, iar din orașul B spre orașul C duc 2 drumuri. În câte moduri se poate călători din orașul A în orașul C?

### **Cercetează situația, lucrând în grup: „Ai vreo idee?”**

**7.78°.** Cinci băieți și patru fete de la un club sportiv pot concura la Campionatul Ucrainei de înot în funcție de rezultatele antrenamentelor lor. Însă de la acest club poate merge la campionat ori o fată, ori un băiat, ori o pereche formată din 1 băiat și 1 fată. În câte moduri un antrenor poate să trimită reprezentanți ai clubului la campionat?

**7.79°.** O încuietoare cu combinație pe ușa are zece butoane cu zece numere diferite pe ele (vezi fig.). Pentru a descuri ușa, trebuie să apăsați în același timp două butoane, ale căror cifre alcătuiesc codul de blocare. Câte variante ale codului de blocare există? Să se considere, că codurile de blocare formate prin permutarea cifrelor (de exemplu, 1-2 și 2-1) sunt identice.



### **Formulează întrebări pentru probleme, lucrând în cooperativa de clasă: „Oare știi să faci?”**

**7.80.** De compus întrebări pentru condițiile problemelor.

a) Problema „*Activități extrașcolare*”. Elevului i se propune pentru studierea la facultativ una dintre cele trei limbi străine și una dintre cele cinci secții sportive.

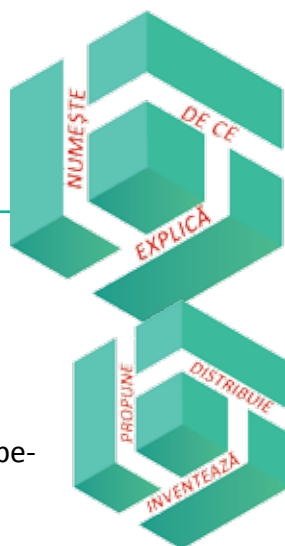
b) Problema „*Alegerea dulciurilor*”. Magazinul are 10 tipuri de torturi și 15 tipuri de biscuiți.

### **VERIFICĂ-TE „CUM EȘTI?”**

**Fișa „§ 7.4. Aplicarea regulilor combinatorice ale sumei și produsului pentru calculul probabilităților evenimentelor”.**

## § 7.5

### Probleme bazate pe competențe, care se modelează prin elemente stocastice



Salut! Cum ești?

Vă propun un motto pentru învățare: „**Nu spune: „nu știi cum”, ci spune „voi învăța!”**.”

Astăzi, Cubul lui Bloom din nou te va ajuta să diagnosticezi „dacă știi?” și „dacă știi cum?”, iar apoi – vom trece la rezolvarea ecuațiilor – „oare știi să faci?” și vom obține cunoștințe noi despre faptul, că problemele bazate pe competențe pot fi modelate prin elemente de stocastică.

**Așadar, șase însărcinări de la Cubul lui Bloom:**

**NUMEȘTE**, ce se înțelege prin probabilitatea unui eveniment.

**EXPLICĂ**, cum se găsește frecvența relativă, dacă frecvența de apariție a unui anumit element în selecție este 12, iar numărul total de elemente este 50.

**DE CE** numărul  $\frac{1}{6}$  reprezintă probabilitatea ca „6” să apară pe zar?

**INVENTEAZĂ** două metode diferite de a găsi 35% din 240.

**DISTRIBUIE** abilitățile tale de a găsi modul și mediana seriei de variație 5, 7, 3; 5; 7; 6; 3; 5; 3; 3; 7.

**PROPUNE** câteva metode de a calcula cantitatea numerelor de trei cifre, care pot fi formate din cifrele 1, 2 și 3.

**Cercetează în parteneriat: „Oare tu știi?”**

- 1) De aflat** probabilitatea evenimentului A, dacă într-o ladă sunt 5 bile roșii, 6 galbene, 8 verzi:
  - a) A – apariția unei bile de culoare roșie;
  - b) A – apariția unei bile de culoare galbenă;
  - c) A – apariția unei bile de culoare verde;
  - d) A – apariția unei bile de culoare albastră.
- 2) De calculat** valoarea medie a seriei de variații:
  - a) 2; 3; 1; 3; 2; 3; 1; 2; 1; 3; 2; 1;
  - b) 4,2; 5,6; 2,4; 3,2; 2,4; 3,2.
- 3) De aflat** prin câte metode se poate alege un telefon și o husă pentru el, dacă magazinul are la alegere 7 telefoane și 4 huse.

## Analizează și trage concluzii – creează strategia de învățare!

### ACEST LUCRU MERITĂ SĂ ȘTII ȘI SĂ POȚI APLICA

- 1 În statistică se numește frecvență numărul, care arată de câte ori s-a repetat fiecare valoare a unei caracteristici a totalității. Raportul dintre frecvență și volumul totalității se numește **frecvență relativă**.
- 2 **Valoare medie** a celor  $n$  date  $x_1, x_2, \dots, x_n$  ale selecției este media aritmetică a datelor selecției.
- 3 **Modul** selecției ( $Mo$ ) – este valoarea elementului selecției, care apare mai des decât altele.
- 4 **Mediana** ( $Me$ ) – este așa-numita valoare de mijloc a unei serii ordonate de valori ale variabilei aleatorii: - dacă cantitatea de numere din serie este impară, atunci mediana – este numărul scris la mijloc; - dacă cantitatea de numere din serie este pară, atunci mediana – este media aritmetică a două numere, ce stau în mijloc.
- 5 **Amplitudinea**  $R$  a unui seriei de valori ale unei variabile aleatoare este diferența dintre cea mai mare și cea mai mică valoare a variabilei.
- 6 **Probabilitatea unui eveniment**  $A$  este raportul dintre numărul de rezultate, care favorizează evenimentul  $A$  și numărul tuturor rezultatelor posibile.

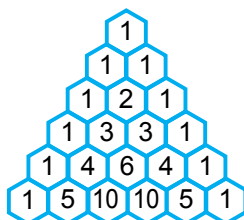
Probabilitatea unui eveniment  $A$  se notează în felul următor:  $P(A)$  și se calculează după formula  $P(A) = \frac{m}{n}$ , unde  $m$  – numărul de evenimente elementare, care favorizează evenimentului  $A$ ,  $n$  – numărul total de evenimente pe perechi incompatibile și la egal probabile.

#### Reguli combinatorice

**Regula sumei:** dacă obiectul  $A$  poate fi ales în  $n$  moduri, iar obiectul  $B$  – în  $m$ , atunci obiectul  $A$  sau  $B$  poate fi ales în  $(n + m)$  moduri.

**Regula produsului:** dacă obiectul  $A$  poate fi ales în  $t$  moduri, iar apoi obiectul  $B$  – în  $k$  moduri, atunci **perchea**  $A$  și  $B$  poate fi aleasă în  $(t \cdot k)$  moduri.

- 7 Cu ajutorul **triunghiului lui Pascal** se pot rezolva **probleme combinatorice**.



**Reține!**

**Amintește-ți!** Modelul matematic al problemei poate fi o formulă, o ecuație, o inegalitate, un sistem de ecuații sau inegalități, o funcție, un tabel, o diagramă, un grafic etc.

Algoritm pentru rezolvarea unei probleme aplicate:

1. Formularea problemei (însărcinării).
2. Crearea modelului matematic al problemei.
3. Rezolvarea modelului matematic corespunzător.
4. Analiza răspunsului.

**Exerciții de antrenare**

- 7.81°.** Avem rezultatele măsurării temperaturii medii zilnice a aerului în regiunea de vest a Ucrainei ( $t$ , °C) în luna aprilie: 5; 6; 4; 3; 4; 5; 6; 2; 4; 6; 0; 1; 2; 3; 5; 4; 1; 4; 0; 7; 5; 4; 3; 7; 4; 5; 6; 7; 5; 6. De creat tabelul frecvențelor, de calculat frecvența relativă pentru fiecare valoare din tabel, de aflat valoarea medie a selecției.
- 7.82°.** Un designer grafic a înregistrat timpul în ore, pe care l-a petrecut pentru a dezvolta diverse proiecte pe parcursul trimestrului: 15 ore, 12 ore, 17 ore, 14 ore, 15 ore, 13 ore, 18 ore, 12 ore, 14 ore, 15 ore. De calculat valoarea medie, modul și mediana acestei selecții.
- 7.83°.** Într-o vază se află 4 mere și 3 pere. În câte moduri poate fi ales un fruct?
- 7.84°.** În câte moduri se pot alege o vocală și o consoană din cuvântul „victorie”?
- 7.85°.** Într-o clasă sunt 10 fete și 8 băieți. În câte moduri se poate alege o pereche (băiat și fată) pentru dans?
- 7.86°.** În câte moduri se poate alege 4 elevi de serviciu din 9?
- 7.87°.** Oceanograful, care studiază schimbările climatice au măsurat adâncimea oceanului în zece locuri diferite și au obținut 3200, 3500, 3100, 3300, 3400, 3200, 3300, 3000, 3100, 3400 (în metri). Pe baza acestor date de compus un tabel, de construit o histogramă, de calculat frecvența, frecvența relativă și adâncimea medie a oceanului în această regiune.
- 7.88°.** Un antrenor de fotbal a măsurat viteza șutului jucătorilor în km/h și a obținut: 90, 89, 92, 88, 88, 95, 91, 87, 95; 93, 89, 90; 94, 92, 95, 90. De alcătuit tabelul de frecvențe, de aflat frecvența relativă a fiecărei valori și viteza medie a șutului.
- 7.89°.** Pentru lucrarea de control la algebră, elevii din clasa a 7-a B au primit următoarele note: 6 baluri – 2 elevi, 7 baluri – 4 elevi, 8 baluri – 6 elevi, 9 baluri – 5 elevi, 10 baluri – 7 elevi, 11 baluri – 3 elevi, 12 baluri – 2 elevi. De alcătuit tabelul de frecvențe, după datele din tabel de construit o histogramă și de aflat media, modul și mediana.

**7.90°.** Avem un tabel cu date privind recolta medie a grâului de iarnă în câteva gospodării de fermieri în anul 2021.

Gospodăria de fermieri	„Pro-gresul”	„Nadia”	Sokil	„Kaly-na”	„Pro-min”	„Doly-na”
Recolta medie a grâului de iarnă, în quintale/hectar	25,5	22,1	28,8	34,6	22,7	23,5

Pe baza datelor din tabel, de construit o histogramă și de găsit randamentul mediu printre gospodăriile de fermieri din această comunitate.

**7.91°.** O firmă de confecții produce pulovere, ale căror etichete indică compoziția materiilor prime: 60% – poliamidă, 40% – lână. Câtă lână trebuie să procure, compania pentru a produce un lot de 50 de pulovere, dacă masa unui pulover este de 600 g?

**7.92°.** La un departament lucrează un anumit număr de bărbați și femei. Pentru sondaj s-au ales la întâmplare unul dintre angajați. Probabilitatea ca acesta să fie un bărbat este egală cu  $\frac{2}{7}$ . De aflat raportul dintre numărul de femei și numărul de bărbați, care lucrează în acest departament.

**7.93°.** Un apicultor depozitează mierea în bidoane identice închise. El are 12 bidoane: în trei se conține miere de flori, în patru – miere de tei, în cinci – miere de hrișcă. De aflat probabilitatea ca primul bidon deschis la întâmplare să conțină miere de hrișcă.

**7.94°.** Un chioșc are 10 tipuri de felicitări. Câte seturi diferite din trei felicitări pot fi formate?

**7.95°.** Un bilet la muzeu costă 150 grn. Copiii de vârstă școlară beneficiază de o reducere de 50%. De calculat, cât costă o vizită la muzeu pentru un grup de 3 adulți și 24 de copii de vârstă școlară, dacă se acordă o reducere suplimentară de 5% pentru grupurile de peste 20 de persoane.

**7.96°.** Sângele constituie 7 % din masa corpului omului, 54 % din volumul total al lui se află în vasele sanguine, 20 % în ficat, 16 % – în splină și 10 % – în vasele subcutanate. Ce cantitate de sânge se conține în vasele sanguine, ficatul, splina și vasele subcutanate ale unui om cu o masă de 84 kg?

**7.97°.** Banca oferă 12% pe an la depunerile de depozit. Un client a depus 15 000 grn în contul său. De calculat suma, pe care o va avea el în contul său de depozit peste un an. Care va fi suma totală din contul de depozit peste 2 ani, dacă clientul va prelungi durata contractului și va adăuga profitul obținut pentru primul an la suma inițială a depozitului?



- 7.98•.** Un lucrător al unei întreprinderi a primit un salariu de 18 250 grn. De calculat deducerile din salariu:
- impozitul pe venitul persoanelor fizice – 18 %;
  - taxa militară – 1,5 %;
  - reținerile sindicale – 0,5 %;
  - suma totală a deducerilor.
- 7.99•.** Într-o cutie sunt 80 de bomboane de ciocolată, dintre care 44 – din ciocolată neagră, iar restul sunt albe. Determinați probabilitatea ca o bomboană luată la întâmplare din cutie să fie din ciocolată albă.
- 7.100•.** Maria a cules 8 narcise și 7 lalele dintr-o clumbă de flori. În câte moduri se pot alege 3 narcise și 2 lalele pentru un buchet?

### **Cercetează situația, lucrând în grup: „Ai vreo idee?”**

- 7.101••.** Prețul unui produs într-un magazin a crescut mai întâi cu  $x\%$ , iar în timpul ofertei a scăzut cu  $y\%$ . De alcătuit expresia pentru a calcula cu câte procente s-a schimbat prețul inițial al produsului.
- 7.102••.** Un sportiv efectuează o singură lovitură în țintă. Probabilitatea ca el să nimerească este de 7 ori mai mare decât probabilitatea ca el să rateze. De calculat probabilitatea ca sportivul să rateze ținta.
- 7.103••.** Matei are 9 fotografii diferite cu el însuși și 7 fotografii diferite cu clasa. În câte moduri se pot alege 3 fotografii cu el însuși pentru pagina personală de pe o rețea de socializare și 2 fotografii cu clasa pentru site-ul școlii?

### **Formulează întrebări pentru probleme, lucrând în cooperativa de clasă: „Oare știi să faci?”**

- 7.104••.** De compus întrebări pentru condițiile problemelor.
- Problema „*Conținutul de apă*”. Toate animalele și plantele conțin o anumită cantitate de apă în organism, în special: animalele – 75%, peștii – 75%, meduzele – 99%, cartofii – 76%, merele – 85%, roșiile – 90%, castraveții – 95%, pepenii verzi – 96%.
  - Problema „*Vânzarea mașinii*”. Costul unei mașini este de 300 000 grn. După 6 luni de utilizare, costul mașinii este de 80% din costul inițial.
  - Problema „*Conținutul sertarului*”. Sertarul conține doar creioane și pixuri.

Se știe că există cu 12 creioane mai puține decât pixuri. Probabilitatea de a alege la întâmplare un pix din sertar este  $\frac{5}{8}$ .

d) Problema „*Decorarea salonului*”. Pentru a decora un salon de înfrumusețare, s-a hotărât să se comande 2 orhidee și 5 tufe de crizanteme de culori diferite. În vânzare sunt orhidee de 10 culori și crizanteme de 8 culori.

### **VERIFICĂ-TE „CUM EȘTI?”**

**Fișa „§ 7.5. Probleme bazate pe competențe, care se modelează prin elemente stocastice”.**

## Generalizarea și sistematizarea competențelor dobândite la temă „ELEMENTE DE STOCASTICITATE”

*Dacă ai început deja – învinge  
(Vasâli Suhomlinschii)*

Salut! Cum ești?

Vă propun un motto pentru învățare: **„Știu că succesul vine la cei, care tind spre el!”**

Astăzi, Cubul lui Bloom nu te va ajuta să diagnostichezi „oare tu știi?”, „oare tu poți?”, și „oare știi să faci?”, ci tu singur îți vei forma personalitatea „Eu – personalitate!” prin autoverificarea integrității tale și a propriilor activități.

**Însărcinarea 1. Exercițiul: „Notează „\*”dacă răspunsul este da”.**

### I. Verifică-ți integritatea

**Eu** am îndeplinit toate însărcinările pentru tema de acasă?

**Eu** am rezolvat însărcinările pentru tema de acasă în mod independent?

**Eu** am încercat să-mi testez abilitățile cel puțin după o lecție?

**Eu** am ținut o evidență: „știu”, „vreau să știu”, „am învățat”?

**Eu** mi-am planificat să învăț mai bine, decât am făcut-o ieri?

### II. Întrebări pentru autoverificarea propriei performanțe

- 1) Oare **EU** știu, ce întrebări se studiază în matematica statistică?
- 2) Oare **EU** înțeleg, ce este frecvența și frecvența relativă a elementelor unei serii de variație?
- 3) Oare **EU** știu, cum se găsește amplitudinea selecției?
- 4) Oare **EU** pot să creez tabelul de frecvențe și să construiesc o histogramă?
- 5) Oare **EU** știu, cum se găsește valoarea medie, modul și mediana selecției?
- 6) Oare **EU** pot să calculez fracția dintr-un număr și numărul după fracția lui?
- 7) Oare **EU** știu să aflu procentele dintr-un număr?
- 8) Oare **EU** știu cum să găsec numărul după procentele lui?
- 9) Oare **EU** știu să calculez raportul procentual a două numere?
- 10) Oare **EU** deosebesc însărcinările, în care trebuie să găsec procentele dintr-un număr sau numărul după procentele lui?
- 11) Oare **EU** știu, ce evenimente din teoria probabilităților se numesc probabile, imposibile, aleatoare?

12) Oare **EU** știu, care două evenimente pot fi numite compatibile și necompatibile?

13) Oare **EU** știu, care două evenimente pot fi numite egal posibile?

14) Oare **EU** cunosc formula, care se aplică pentru calculul probabilității evenimentului **A**?

15) Oare **EU** știu, cu ce este egală probabilitatea unui eveniment probabil, a unui eveniment imposibil?

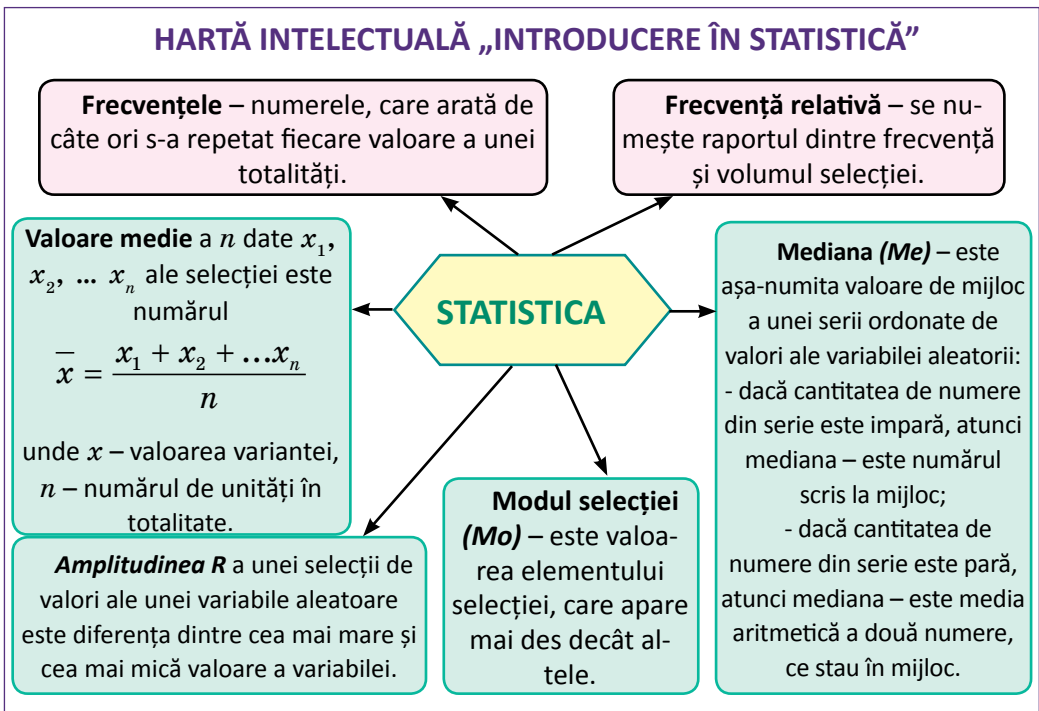
16) Oare **EU** știu, cum se numește rubrica matematicii, care se ocupă cu rezolvarea problemelor combinatorice?

17) Oare **EU** înțeleg, cum se aplică regulile sumei și produsului pentru rezolvarea problemelor combinatorice?

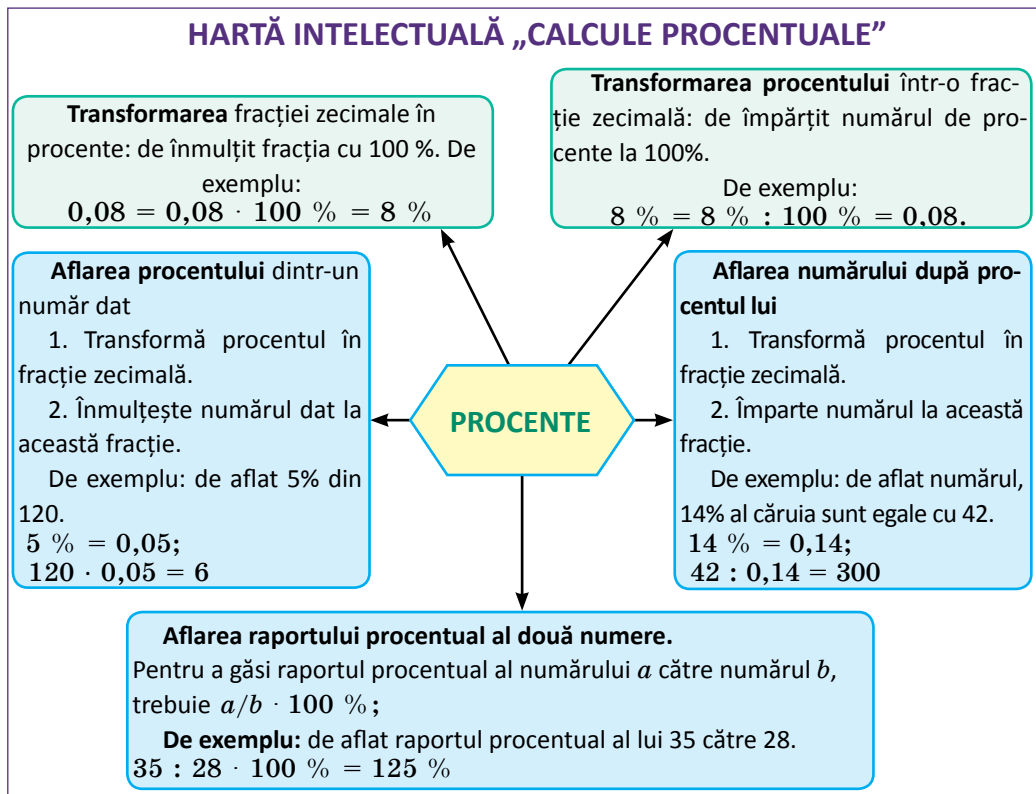
Fă concluzie: „Cum ești?”. Oare poți să-ți spui: „Acum EU îmi dau seama, că pot, vreau și voi învăța!”.

Lăudă-te, dacă ești „Bravo!”.

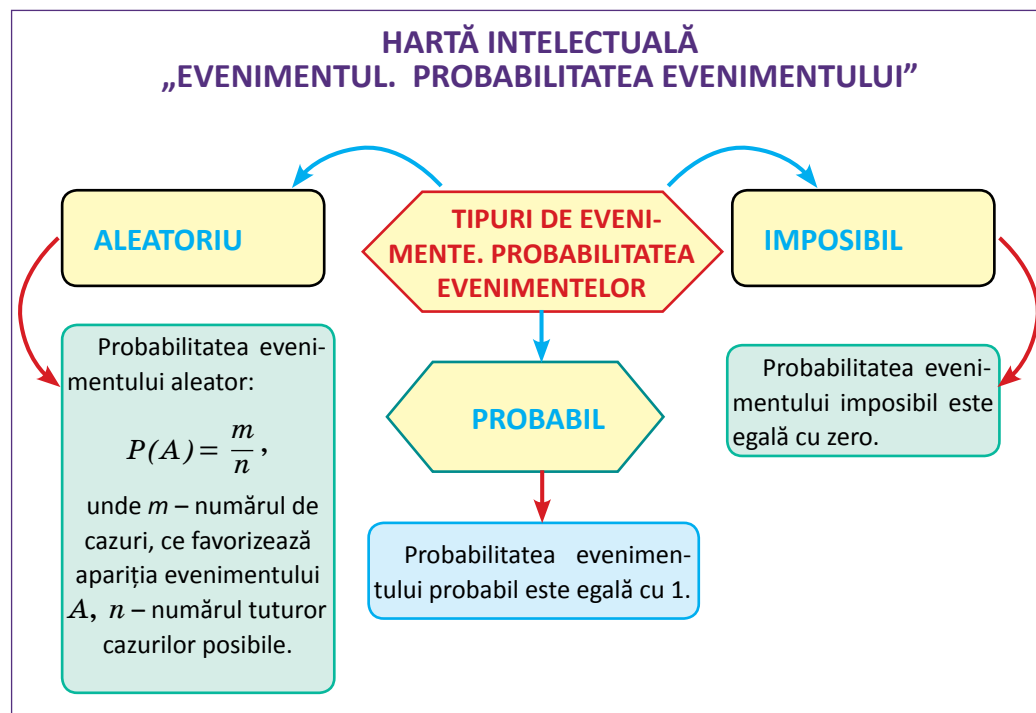
**Însărcinarea 2. Examinează harta intelectuală la tema „Introducere în statistică”, „Calculul procentuale”, „Evenimentul. Probabilitatea evenimentului” și „Combinatorică”.**

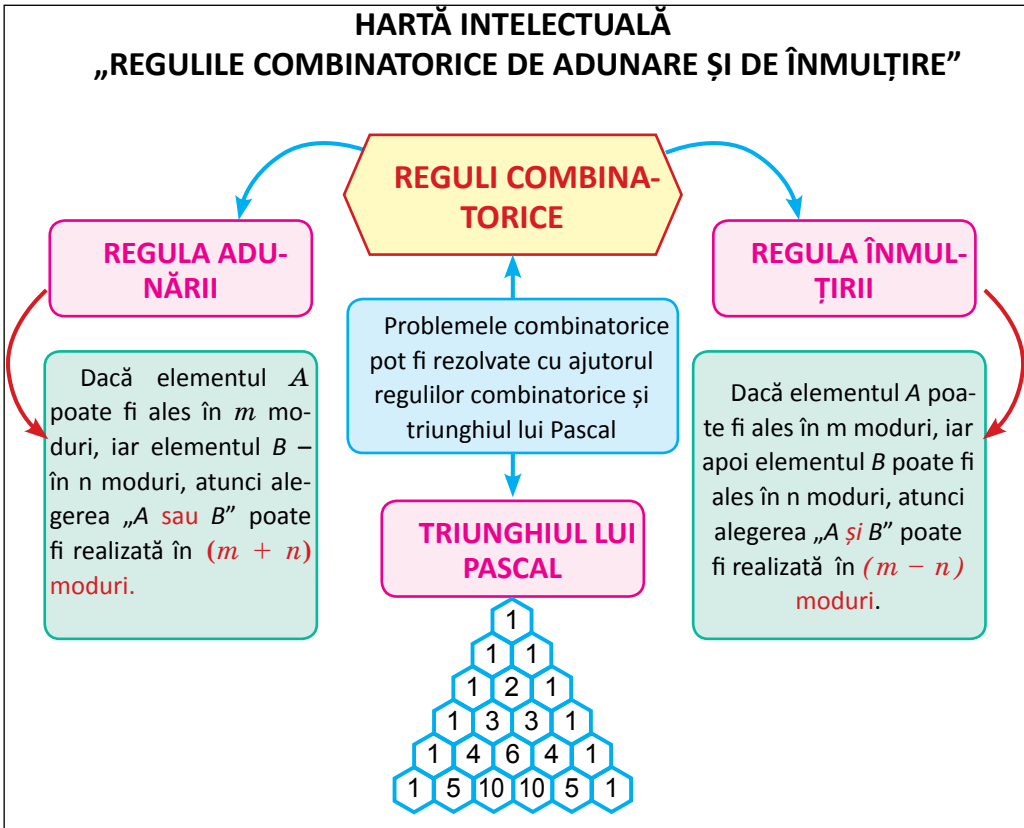


## HARTĂ INTELCTUALĂ „CALCULE PROCENTUALE”



## HARTĂ INTELCTUALĂ „EVENIMENTUL. PROBABILITATEA EVENIMENTULUI”





### Exerciții de antrenare

**7.107°.** Tabelul de mai jos prezintă cantitatea de precipitații (în mm) în prima jumătate a anului în regiunea Cernăuți:

Luna	Ianuarie	Februarie	Martie	Aprilie	Mai	Iunie
Cantitatea de precipitații, mm	14	55	32	16	73	35

De construit o histogramă pe baza datelor din acest tabel.

**7.108°.** Tipurile de camere din hotelul „Carpați” sunt prezentate în tabel:

Tipuri de camere	Econom	Standard	Semi-luxe	Superior	Deluxe
Cantitatea	10	25	15	8	2

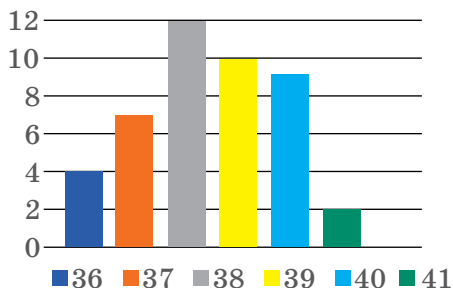
De aflat modul și mediana eșantionului din tabel.

**7.109°.** Elevii au măsurat suprafețele sălilor de clasă (în metri pătrați) de la etajul al treilea al școlii lor și au obținut următoarele rezultate ale selecției: 48, 56, 54, 50, 48, 54, 50, 48, 56, 48. De găsit amplitudinea și valoarea medie a selecției.

**7.110°.** De completat rândul gol din tabel, calculând frecvența relativă pentru fiecare variantă:

Număr	5	7	9	11	13	15	17	19
Frecvență	41	54	27	35	19	52	40	32
Frecvența relativă								

**7.111°.** În histograma sunt indicate datele vânzărilor pantofilor de damă în magazinul „Pantoful” în decurs de o săptămână. Pe baza histogramei, de alcătuit tabelul frecvențelor, de găsit modul, mediana și valoarea medie a selecției.



**7.112°.** Din fiecare tonă de minereu de fier se pot produce 560 kg de fier. De aflat conținutul procentual de fier din minereu.

**7.113°.** Prețul unui produs a crescut mai întâi cu 20%, iar apoi a scăzut cu 10%. De aflat cu câte procente s-a schimbat prețul în urma acestor două reevaluări.

**7.114°.** Prețul unui produs a fost mai întâi redus cu 4 %, iar apoi – cu încă 10 %, astfel încât el costă acum 432 grn. De aflat prețul inițial al produsului.

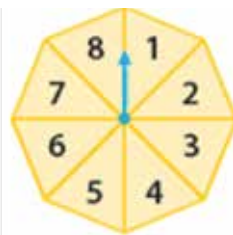
**7.115°.** În timpul uscării, merele pierd 85% din masa lor. De calculat, câte kilograme de mere proaspete trebuie luate pentru a obține 3 kg de mere uscate.

**7.116°.** În urma unei oferte, prețul biscuiților de ciocolată a fost redus cu 20%. De aflat, cu câți biscuiți mai mulți se pot cumpăra cu aceeași sumă de bani.

**7.117°.** De dat răspuns la întrebări, folosind figura:

a) Care este probabilitatea ca săgeata să se oprească la 7 în timpul rotației sale?

b) Care este probabilitatea ca săgeata să se oprească la un număr par în timpul rotației sale?



c) Care este probabilitatea ca săgeata să se oprească la un număr, care nu este mai mare de 8 în timpul rotației sale?

d) Care este probabilitatea ca săgeata să se oprească la un număr, care nu este mai mic de 7 în timpul rotației sale?

**7.118°.** Într-o urnă se află 20 de bile galbene, 12 bile albastre și 8 bile albe, care sunt egale ca mărime și identice la atingere. De dat răspuns la întrebări:

- 1) În câte moduri poate fi aleasă orice bilă?
- 2) Care este probabilitatea ca bila aleasă la întâmplare să fie galbenă?
- 3) Care este probabilitatea ca bila aleasă la întâmplare să fie albastră?
- 4) Care este probabilitatea ca bila aleasă la întâmplare să fie albă?
- 5) Care este probabilitatea ca 2 bile alese la întâmplare să fie albe?
- 6) Care este probabilitatea ca 2 bile alese la întâmplare să fie galbene?
- 7) Care este probabilitatea ca 4 bile alese la întâmplare să fie albastre?

**7.119°.** Într-o cutie sunt 20 de fișe, numerotate de la 1 la 20. O fișă este luată la întâmplare din cutie. De răspuns la următoarele întrebări:

- 1) Care este probabilitatea, că pe ea este scris numărul multiplul lui 3?
- 2) Care este probabilitatea, că pe ea este scris un număr par (impar)?
- 3) Care este probabilitatea, că pe ea este scris un număr prim?
- 4) Care este probabilitatea, că pe ea este scris numărul multiplul lui 4?
- 5) Care este probabilitatea, că pe ea este scris numărul multiplul lui 5?
- 6) Care este probabilitatea, că pe ea este scris numărul multiplul lui 10?

**7.120°.** Victoria trebuie să aleagă un singur desert din 7 tipuri de cocktail, 4 tipuri de înghețată și 3 tipuri de iaurt. În câte moduri poate alege ea un desert?

**7.121°.** Într-o vază se află 7 mere, 3 pere și 7 mandarine. Câte moduri există de a lua din vază un fruct?

**7.122°.** Un magazin de articole sportive oferă 3 tipuri de rucsacuri și brățări reflectorizante de 7 culori. Prin câte moduri un turist își poate face un set de rucsac și o brățară reflectorizantă?

**7.123°.** După ce Petru a cheltuit 40% din banii pentru echipamentul de schi și 75% din restul banilor pentru o scurtă de iarnă, i-au rămas 500 grn. De aflat câți bani avea Petru la început.

- 7.124°.** De aflat probabilitatea ca un număr ales la întâmplare de la 1 la 50 inclusiv să conțină cifrele 4, 7, 8, 9.
- 7.125°.** Care este probabilitatea ca orice număr natural cuprins între 1 și 32 inclusiv să fie un divizor al lui 32?
- 7.126°.** Se alege la întâmplare una din 25 de fișe numerotate de la 1 la 30. Care este probabilitatea ca numărul de pe fișa aleasă să fie multiplul lui 9?
- 7.127°.** Într-un teatru sunt 7 uși. În câte moduri se poate intra și ieși din teatru dacă se intră și se iese prin uși diferite?
- 7.128°.** Se aruncă două monede. Care este probabilitatea că vor cădea sau două „numere”, sau două „steme”?
- 7.129°.** De stabilit corespondența dintre evenimentele întâmplătoare (1-4) și probabilitățile acestor evenimente (A-F).

**Evenimentul**

1. Prima carte extrasă la întâmplare din pachetul de 36 de cărți este „asul”;
2. Prima piesă extrasă la întâmplare din cele 28 de piese de domino va conține un unu, dar nu va fi un dublu;
3. La aruncarea a trei monede, toate vor avea o „stemă”;
4. Când trei cărți răsturnate cu literele „m”, „c”, „o” sunt așezate în rând, una după alta, se obține cuvântul „com”;

**Probabilitatea evenimentului**

- A.  $\frac{1}{8}$ ;
- B.  $\frac{1}{10}$ ;
- C.  $\frac{1}{9}$ ;
- D.  $\frac{1}{6}$ ;
- E. 1;
- F.  $\frac{3}{14}$ .

- 7.130°.** Din mulțimea de numere naturale, care aparțin intervalului  $[30; 54]$ , este ales un număr la întâmplare. Care este probabilitatea, că el va fi par?
- 7.131°.** Unul dintre numere este cu 60% mai mare decât celălalt. De aflat, cu câte procente al doilea număr este mai mic decât primul.
- 7.132°.** Se aruncă două zaruri. Care este probabilitatea, că suma numerelor, care vor cădea să fie 5 sau 6?



**Cercetează situația, lucrând în grup:  
„Ai vreo idee?”**

- 7.133••.** Zece elevi de clasa a șaptea au primit la o lecție de algebră următoarele note: 9, 8, 10, 8, 8, 7, 6, 11, 12, 8,  $x$ . De-l aflat pe  $x$ , dacă mediana acestei selecții este egală cu 8,5.
- 7.134••.** Primul număr constituie 120 % din al doilea, iar raportul dintre primul și al treilea este egal cu  $\frac{12}{15}$ . De găsit toate cele trei numere, dacă diferența dintre al treilea și al doilea este cu 20 mai mică decât numărul, care reprezintă 30% din suma dintre primul și al doilea număr.
- 7.135••.** Având o anumită sumă de bani, se poate cumpăra 1 pui și 1 căpățână de varză sau 1 crap și 1 plăcintă. În câte moduri se poate face cumpărătura, dacă s-au oferit 10 pui, 15 căpățâni de varză, 8 crapei și 6 plăcinte?
- 7.136••.** Pe un raft se află manuale și cărți de specialitate cu coperti identice netransparente – câteva de istorie și fizică și 10 cărți de alte materii. Numărul cărților de istorie se raportează la numărul cărților de fizică ca 3: 1. După ce pe raft au mai fost puse alte 5 manuale de fizică, probabilitatea de a lua o carte de istorie din prima dată a devenit egală cu  $\frac{1}{3}$ . Câte cărți erau în total pe raft la început?
- 7.137••.** De generalizat informațiile la tema „Expresii întregi. Polinoame” sub forma unui „Senkan”, conform următoarelor reguli:
1. Primul rând reprezintă – tema (substantiv).
  2. Al doilea rând – descrierea temei (două adjective).
  3. Al treilea rând – denumirea acțiunii legate de temă, formată din trei verbe.
  4. Al patrulea rând – o propoziție, de obicei din 4 cuvinte, care exprimă atitudinea față de temă, sentimente.
  5. Al cincilea rând – un singur cuvânt – un sinonim al cuvântului (temei), ca o concluzie a poeziei.
- („Senkan” – o poezie fără rimă, formată din cinci rânduri (cuvântul „senkan” provine de la cuvântul francez „cinci”), care formulează o idee complexă și voluminoasă în câteva cuvinte, folosind anumite reguli).

*Навчальне видання*

БІЛЯНИНА Ольга Ярославівна  
БІЛЯНІН Григорій Іванович  
АНДРУХ Юлія Олександрівна  
ГУЦУЛЯК Яна Іванівна  
МУНТЯН Аліна Василівна  
ШАКУН Жанна Василівна

## **АЛГЕБРА**

**Підручник для 7 класу з навчанням  
румунською мовою  
закладів загальної середньої освіти**

*Рекомендовано Міністерством освіти і науки України*

**Видано за рахунок державних коштів. Продаж заборонено**

Підручник відповідає Державним санітарним нормам і правилам  
«Гігієнічні вимоги до друкованої продукції для дітей»

Переклад з української мови  
Перекладач *Рябко Родіка Георгіївна*  
Румунською мовою  
Редактор *Даскалюк К.В.*  
Коректор *Кирчу О.Г.*

Комп'ютерна верстка *Даскалюк О.О.*

За шкільною навчальною програмою «Алгебра. 7–9 класи»  
для закладів загальної середньої освіти  
(автори: Біляніна О. Я., Білянін Г. І., Семчук А. Р., Ілашук О. Г.,  
Мар'янчук О. Т., Рябий С. І.)

Формат 70×100<sup>1</sup>/<sub>16</sub>.  
Ум. друк. арк. 24.70. Обл.-вид. арк. 15.00  
Тираж 2222 пр. Зам. № 24-374

**Державне підприємство  
„Всеукраїнське спеціалізоване видавництво „Світ”**

79008 м. Львів, вул. Галицька, 21  
Свідоцтво суб'єкта видавничої справи серія ДК № 4826 від 31.12.2014  
**www.svit.gov.ua, e-mail: office@svit.gov.ua,  
svit\_vydav@ukr.net**

Друк ПрАТ “Білоцерківська книжкова фабрика”  
09100, Київська обл., м. Біла Церква, вул. Леся Курбаса, 4  
Свідоцтво суб'єкта видавничої справи серія ДК №5454 від 14.08.2017