

Arkadij
Merzljak

Vitalij
Polonskij

Mihajlo
Jakir




MATEMATIKA

5



Видавництво
АТЛАНТ

Az ókori Egyiptomban használt számjegyek

							
1	10	10 ²	10 ³	10 ⁴	10 ⁵	10 ⁶	10 ⁷

Római számjegyek

I	V	X	L	C	D	M
1	5	10	50	100	500	1000

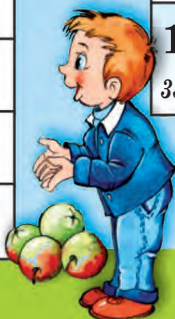
Az ókori Ruszban használt számjegyek

Egyesek		Tízesek		Százások	
ā	1	ī	10	ρ	100
ḃ	2	ķ	20	ē	200
ī	3	ā	30	ṭ	300
ā	4	ā	40	ŷ	400
ē	5	ñ	50	φ	500
š	6	ž	60	χ	600
ž	7	ō	70	ψ	700
ñ	8	π	80	ω	800
ō	9	č	90	ц	900



Nagy számok

10...0 3 nulla	ezer	10...0 36 nulla	szextillió
10...0 6 nulla	millió	10...0 39 nulla	szextilliárd
10...0 9 nulla	milliárd	10...0 42 nulla	szeptillió
10...0 12 nulla	billió	10...0 45 nulla	szeptilliárd
10...0 15 nulla	billiárd	10...0 48 nulla	oktillió
10...0 18 nulla	trillió	10...0 51 nulla	oktilliárd
10...0 21 nulla	trilliárd	10...0 54 nulla	nonillió
10...0 24 nulla	kvadrillió	10...0 57 nulla	nonilliárd
10...0 27 nulla	kvadrilliárd	10...0 60 nulla	decillió
10...0 30 nulla	kvintillió	10...0 63 nulla	decilliárd
10...0 33 nulla	kvintilliárd	10...0 100 nulla	googol



Arkagyij Merzljak
Vitalij Polonszkij
Mihajlo Jakir

MATEMATIKA

5. osztály

Tankönyv a magyar oktatási nyelvű
általános középfokú tanintézetek
számára

Ajánlotta

Ukrajna Oktatási és Tudományos Minisztériuma

Київ
«АТЛАНТ»
2023

УДК 373.167.1:51

М52

Перекладено за виданням:

Мерзляк А. Г. Математика : підруч. для 5 кл. закладів заг. серед. освіти / А. Г. Мерзляк, В. Б. Полонський, М. С. Якір. — Х. : Гімназія, 2022. — 352 с. : іл.

Рекомендовано Міністерством освіти і науки України
(наказ МОН України від 08.02.2022 №140)

Видано за рахунок державних коштів.
Продаж заборонено

A tankönyv a *Matematika. 5—6. osztályok* című mintatanterv alapján készült az általános közép fokú oktatási intézmények számára (szerzők: A. H. Merzljak, D. A. Nomirovskij, M. P. Pihtar, B. V. Rubliov, V. V. Semenov, M. S. Yakir).

A tankönyv szerzői:

Merzljak A. H., Polonszkij V. B., Yakir M. S.

Egyezményes jelek:

- alap- és középszintű tudásnak megfelelő feladatok;
- jó tudásszintnek, illetve a tantervi követelményeknek megfelelő feladatok;
- magas tudásszintnek megfelelő feladatok;
- * matematikai szakkörökre és tanórán kívüli foglalkozásokra ajánlott feladatok jelölése.

Мерзляк А. Г.

М52 Математика : підруч. для 5 класу з навч. угорською мовою закл. загал. серед. освіти / А. Г. Мерзляк, В. Б. Полонський, М. С. Якір ; переклад Д. Ф. Поллої, К. Й. Кучінка. — К. : Вид-во «Атлант», 2023. — 352 с. : іл.

ISBN 978-617-8159-13-9 (угор.)

ISBN 978-966-474-368-3 (укр.)

УДК 373.167.1:51

© Мерзляк А. Г., Полонський В. Б., Якір М. С., 2022

© ТОВ ТО «Гімназія», оригінал-макет, художнє оформлення, 2022

© Поллої Д. Ф., Кучінка К. Й., переклад угорською мовою, 2023

ISBN 978-617-8159-13-9 (угор.)

ISBN 978-966-474-368-3 (укр.)

A szerzőktől

KEDVES GYEREKEK!

Minden embernek szükséges, hogy számolni tudjon, logikusan gondolkodni, kitartó, szorgalmas és pontos is legyen. A matematika elősegíti ezeknek a képességeknek a fejlesztését. Bármilyen szakmát is fogtok majd választani mindig hasznosak lesznek számotokra a megszerzett matematikai ismeretek.

A tankönyv két fejezetre oszlik, melyek paragrafusokra tagozódnak, a paragrafusok pedig összesen 38 pontból állnak. Minden pont elméleti tananyaggal kezdődik. Elsajátítása során fordíts különös figyelmet a **félkövérrel** szedett szövegrészre. Az így kijelölt szavak matematikai fogalmakat takarnak. A szabályokat és a legfontosabb matematikai állításokat **félkövér-dőlt**, illetve **dőlt** betűtípussal jelöltük.

Az elméleti részt rendszerint gyakorló feladatok követik. Az itt ismertetett módszereket a feladatok megoldása során kiválóan alkalmazhatod.

A pontok mindegyike önálló munkát tartalmaz. Megoldásához, csak az elméleti rész elsajátítását követően kezdj hozzá. Az önálló munkák könnyű, közepesen nehéz és nehéz feladatokat tartalmaznak. Az utóbbiakat (*)-gal jelöltük.

A „Ukránul helyesen mondjuk és írjuk” rész a matematika szöveg ukránul való helyes megfogalmazását tartalmazza.

Mindegyik pont egy különleges feladattal zárul, melyet Bölcs Bagoly feladványának neveztünk el. Megoldásukhoz találmányosságra, csavaros észjárásra lesz szükséged.

Miután felkészültél az órára rubrikában fontos matematikai fogalmakkal, számokkal és alakzatokkal, valamint ezek történetével és kialakulásával ismerkedhetsz meg. Reméljük, hogy ez is tovább fokozza a matematika iránti érdeklődésedet.

Ehhez kívánunk sok sikert és kitartást!

TISZTELT KOLLÉGÁK!

Nagyon reméljük, hogy ez a tankönyv az önök megbízható segítőtársa lesz fáradságos, de kemény munkájuk során.

Egyezményes jelek:

 Szóban oldd meg!



Gyakorlatok



Ismétlő gyakorlatok



Megtanuljuk alkalmazni a matematikát



Bölcs Bagoly feladványa

A Gyakorlatok rész feladatai nehézségi szint szerint csoportosítva vannak. A feladatok többsége nehézségiszint szerint kettesével párosítva vannak. **Kék** színnel van jelölve a feladatpárok közül a házi feladatnak ajánlott feladat sorszáma, **lilával** pedig azok, amelyet szóban lehet megoldani.

A **Megtanuljuk alkalmazni a matematikát** rubrikához azok a feladatok tartoznak, melyek valamilyen valós problémák matematikai modelljei lehetnek és a megoldásaik elősegítik a társadalmi tudatban a korszerű kompetenciáknak a fejlesztését, a természettudományok, a technika, a technológia, a kultúra, a számítástechnikai és a pénzügyi képességek, az innovációs képesség, a természeti erőforrásokhoz való takarékos hozzáállás, az egészséges életmódra való orientáció tudományágakban.

A **Gyakorlati házi feladat** feladatai egyszerű környezeti kísérletek. Ezek bonyolultabb projektekhez készíti fel a tanulókat.

A Találd meg a hibát feladatai hibásan megoldott feladatokat tartalmaz. Ezeknek a célja a kritikus gondolkodás fejlesztése, melyeknek a céljai a saját és a mások által elkövetett hibák megtalálása.

Kreatív ihletet és türelmet kívánunk!

I. fejezet

TERMÉSZETES SZÁMOK. MŰVELETEK A TERMÉSZETES SZÁMOKKAL

Ebben a fejezetben lévő tananyag nagyobbik része számokra már az elemi iskolából ismert. Ez a természetes számok és az ezekkel való műveletek. Ennek a fejezetnek az elsajátítása során fejleszteni fogjátok a természetes számokkal való műveletek elvégzésének képességeit, az egyenletek és a szóveges feladatok megoldását, és a ki-fejezések értékeinek meghatározását.

Megismerkedtek a változókat tartalmazó kifejezésekkel, és egy újabb számtani művelettel – a hatványra emeléssel.

Megismételtek és tovább mélyítetek a legfontosabb mér-tani alakzatokról és mennyiségekről tanultakat.

Megtudjátok, hogyan kell alkalmazni az új ismereteket a gyakorlatban.

1. §. TERMÉSZETES SZÁMOK

1. A természetes számok sora

Hány nap maradt még a szünidő végéig? Hány barátot hívsz meg a születésnapodra? Hány tantárgyat fogtok tanulni ebben a félévben? Hogy válaszoljunk ezekre a kérdésekre tudnunk kell számolni.

Az 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, ..., számokat a tárgyak megszámlolására használjuk és ezeket **természetes számoknak** nevezzük.

Például az 1, 3, 24, 60, 365, 1 000 000 — természetes számok.

Megjegyezzük, hogy nem minden általunk használt szám lesz természetes. Például a 0 , $\frac{1}{2}$, $\frac{2}{3}$ nem természetes számok.

Valamennyi növekvő sorrendbe felírt természetes szám a **természetes számok** sorát képezi, vagy **természetes számsort** alkot. A sor első eleme az 1, második a 2, harmadik a 3, és így tovább.

A természetes számok sorában minden szám után, az előzőnél eggyel nagyobb szám következik. Ezért a természetes számsornak nincs utolsó tagja. Az 1-es számnak nincs megelőzője. Tehát a legkisebb természetes szám az 1-es, de nem létezik legnagyobb természetes szám.

Mivel a teljes természetes számsor felírhatatlan, ezért általános alakban így írják fel: felírják az első néhány számát a természetes számok sorának, és utána három pontot tesznek:

1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, ...



1. Hogyan nevezzük azokat a számokat, melyeket a tárgyak számolására használunk? **2.** A természetes számok között van-e legkisebb? Legnagyobb? Igenlő válasz esetén nevezd meg ezt a számot! **3.** A természetes számsorban minden számnak van –e: 1) rákövetkező száma; 2) megelőző száma?



Szóban oldd meg!

1. Add össze:

1) 48 és 7; 2) 16 és 9; 3) 25 és 34; 4) 52 és 49!

2. Vond ki:

1) 6-ot a 14-ből; 3) a 32-ből a 8-at;
2) et a 23-ból; 4) 45-ből a 19-et!

3. Szorozd össze:

1) 12-öt a 4-gyel; 2) 5-öt a 20-szal;
3) 13-at a 6-tal; 4) 10-et a 100-zal!

4. Osztd el:

1) 36-ot a 12-vel; 3) a 8-cal a 96-ot;
2) 55-öt a 11-gyel; 4) 20-szal a 160-at!

5. 1. Az iskolába 370 tanuló jár. Van-e köztük legalább két olyan tanuló, akik a születésnapjukat ugyanazon a napon tartják?



Gyakorlatok

- 1.° Nevezd meg az első 14 természetes számot!
- 2.° Melyik szám hiányzik, hogy a következő sor a természetes számok sora legyen: 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 9, 10, 11, ...?
- 3.° Az 5, $\frac{1}{6}$, 8, 129, 0, $\frac{3}{7}$, 4128, $\frac{1}{5}$ számok közül válaszd ki a természetes számokat!
- 4.° A természetes számsorban melyik szám követi a következő számot: 1) 34; 2) 246; 3) 8297?
- 5.° Írd fel azt a számot, melyek a természetes számsorban a következő szám után lesz:
1) 72; 2) 121; 3) 6459!
- 6.° A természetes számsorban melyik szám lesz a következő szám előtt:
1) 58; 2) 631; 3) 4500?
- 7.° Írd fel azt a számot, melyek a természetes számsorban a következő szám előtt áll:
1) 42; 2) 215; 3) 3240!
- 8.° A tornaórán az osztály 26 tanulója egy sorban sorakozott fel. Azt tudjuk, hogy Sanyi a hetedik volt a sorban, ha balról jobbra számoltuk, ha jobbról balra akkor a tizenhétedik. Hány tanuló volt ebben az osztályban között?
- 9.° Hány szám áll a természetes számsorban a következő számok között:
1) 6 és 24; 2) 18 és 81?
- 10.° Hány szám áll a természetes számsorban a következő számok között:
1) 13 és 28; 2) 29 és 111?
- 11.° A tornaórán az osztály 26 tanulója egy sorban sorakozott fel. Azt tudjuk, hogy Peti a tizennegyedik volt a sorban, ha balról jobbra számoltuk, Ilona pedig a huszadik volt, ha jobbról balra számoltuk meg őket. Hány tanuló volt Peti és Ilona között?

12.** Egy adott természetes szám nagyobb, mint 3, melyet jelöljük meg a -val. Írd fel az a számnak a két megelőző és a három öt követő természetes számot!

13.** Állapítsd meg azt a szabályt, amely alapján felírtuk az adott számsort, és írd fel a következő három számot:

- 1) 1, 3, 5, 7, ...;
- 2) 2, 5, 8, 11, ...;
- 3) 2, 5, 7, 10, 12, 15, ...;
- 4) 1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, ...

14.** Állapítsd meg azt a szabályt, amely alapján felírtuk az adott számsort, és írd fel a következő három számot:

- 1) 2, 4, 6, 8, ...;
- 2) 7, 11, 15, 19, ...;
- 3) 5, 6, 8, 9, 11, 12, 14, ...



Ismétlő gyakorlatok

15. Számítsd ki:

- | | | |
|--------------------|-------------------|--------------------|
| 1) $238 + 435$; | 3) $843 - 457$; | 5) $23 \cdot 46$; |
| 2) $4385 + 2697$; | 4) $2000 - 546$; | 6) $645 \cdot 36!$ |

16. Végezd el a következő műveleteket:

- | | |
|--------------------------------|---------------------------------|
| 1) $43 + 24 \cdot 58 - 39$; | 3) $43 + 24 \cdot (58 - 39)$; |
| 2) $(43 + 24) \cdot 58 - 39$; | 4) $(43 + 24) \cdot (58 - 39)!$ |

17. Az egyik részlegesen 34 bokor ribizli nő, a másikon ennél 18-cal kevesebb. Hány ribizliborkor nő a két részlegesen összesen?

18. Csizmás Kandúr pálcájának tömege 60 pud, a szablyájának tömege ennél 12-szer kevesebb. Mekkora a KandúrBandi pálcájának és a szablyának az össztömege?



Bölcs Bagoly feladványa

19. 1. Határozd meg a parkolóban lévő gépkocsi helyének sorszámát (1. ábra)!



1. ábra

20. A négyzet (2. ábra) mindegyik sorában, oszlopában és átlóin, melyek mindegyike három kis négyzetet tartalmaz számokat írtak úgy, hogy ezeknek az összegei egyenlők. Milyen számnak kell lennie a csillaggal jelölt négyzetben?

10	*	
9		13
14		

2. ábra

2. Számjegyek. A természetes szám felírása a tízes számrendszerben

Ahhoz hasonlóan, ahogyan a házakat téglákból építik, a szavak pedig betűkből állnak, a természetes számokat is speciális jelek, úgynevezett számjegyek segítségével írják fel. A számok leírására 10 számjegyet használunk: 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9.

Azokat a természetes számokat, melyek egy számjeggyel vannak felírva *egyjegyű* számoknak, a két számjeggyel felírtakat *kétjegyűeknek*, a három számjeggyel felírtakat pedig *háromjegyű* számoknak nevezzük, és így tovább. Minden számot, melyek nem egyjegyűek, többjegyű számoknak nevezzük. A *többjegyű* számok a 0-át kivéve bármilyen számjeggyel kezdődhetnek.

Könnyen elolvashatjuk a 917-es háromjegyű számot, a 17025543607 számot már sokkal nehezebb. Ahhoz, hogy a többjegyű számot elolvassuk célszerű jobbról balra háromjegyű csoportokra felosztani: 17 025 543 607 (a bal szélső csoportban három számjegy is lehet, vagy kettő, mint a mi példánkban is ez van, vagy akár egy számjegy szerepelhet). Ezeket a csoportokat **osztályoknak** nevezzük. Az első jobb oldali csoport az **egyesek** osztálya, a második az **ezreseké**, a harmadik a **milliók** osztálya, a negyedik pedig a **milliárdoké**, és így tovább.

A többjegyű számok olvasásakor, az osztályokat úgy kell olvasni, mint a háromjegyű, vagy a kétje-

gyű, vagy az egyjegyű számokat, hozzátéve a megfelelő osztály nevet (az egyesek osztályának a nevét nem mondjuk). A 17 025 543 607 számot így olvassuk el:

17 milliárd 25 millió 543 ezer 607.

Minden osztály jobbról balra **három helyi értékre** oszlik: egyesek, tízesek, százaskok.

Az adott példában az egyesek osztályában 7 egyes 0 tízes és 6 százaskos van, a milliók osztályában pedig 5 egyes, 2 tízes 0 százaskos van. A 17 025 543 607 szám mindegyik számjegyének a nevét a következő táblázatban találjuk.

A milliárdok osztálya			A milliók osztálya			Az ezrek osztálya			Az egyesek osztálya		
	1	7	0	2	5	5	4	3	6	0	7
	Tízmilliárdok	Egy milliárdok	Százmilliók	Tízmilliók	Egy milliók	Száz ezrek	Tízezrek	Egyszázalékok	Százalékok	Tízesek	Egyesek

Ha az egyik osztálynak minden számjegye nulla, akkor ezt az osztálynevet a szám olvasásakor nem ejtjük ki. Például a 2 000 724 számot így olvassuk el: 2 millió 724.

A természetes számok azon felírását, melyet mi is használunk, a **tízes számrendszernek** nevezzük. Ez az elnevezés azzal kapcsolatos, hogy az adott osztályban szereplő egységből tíz a következő egység egy egységét adja meg. Például, tíz egyes egy tízest ad, tíz tízes egy százast alkot és így tovább.

A 2958 számot a következő összegként lehet felírni:

$$2958 = 2000 + 900 + 50 + 8$$

$$\text{Vagy } 2958 = 2 \cdot 1000 + 9 \cdot 100 + 5 \cdot 10 + 8 \cdot 1.$$

Az utóbbi felírását a 2958-as számnak a *számjegyeik valódi összegeként* írtuk fel.



1. Hány jelet alkalmaznak természetes számok tízes számrendszerű felírásánál? Hogy nevezzük ezeket a jeleket? 2. Milyen természetes számokat nevezünk egyjegyűeknek? Kétjegyűeknek? Háromjegyűeknek? Többjegyűeknek? 3. Melyik számjegy nem állhat az első helyen a természetes számok felírása során? 4. Hogyan nevezzük a természetes számok számjegyeinek hármascsoportjait, melyeket a többjegyű számok felírásánál jobbról balra felé történő felosztásakor kapunk? 5. Nevezd meg a természetes számok felírásakor keletkező első négy osztályt! 6. Hány egységre (helyi értékre) oszlik mindegyik osztály? Hogyan nevezzük ezeket? 7. Hogyan nevezzük az általunk használt természetes számok felírását?



Szóban oldd meg

1. Mennyivel: 1) nagyobb a 18, mint a 6; 2) kisebb a 4, mint a 12?
2. Hányszorosa: 1) a 18, a 6-nak; 2) hányada a 4, a 12-nek?
3. Számítsd ki:
1) $12 \cdot 5 + 1$; 3) $12 \cdot (5 + 1)$; 5) $12 : (5 + 1)$;
2) $12 \cdot 5 - 1$; 4) $12 \cdot (5 - 1)$; 6) $12 : (5 - 1)$!
4. Nevezd meg azt az öt egymást követő természetes számot, melyek a következő számokkal kezdődnek: 1) 423; 2) 1658; 3) 2997.
5. Fordított sorrendben nevezd meg azt az öt egymást követő természetes számot, melyek a következő számokkal kezdődnek: 1) 358; 2) 1573; 3) 4001.
6. Nevezd meg azokat a négyjegyű számokat, melyek számjegyeinek az összege 2.
7. A kétjegyű szám utolsó számjegye 4. Ha hozzáadjuk, azt a számot, melynek a számjegyei megegyeznek az előzővel, csak a sorrendjük fordított, akkor az összegük 99 lesz. Határozd meg ezt a két számot.
8. (**Vicces feladat**) Ha Poltavában éjjel 11 órákkor esik az eső, akkor lehet hogy 48 óra múlva ugyanebben a városban fog esni?



Gyakorlatok

- 21.^o A következő számokban nevezd meg a 4-es számjegy helyi értékét:
1) 34; 2) 246; 3) 473; 4) 24 569!

22.° Olvasd el a számokat:

- | | |
|-----------------|---------------------|
| 1) 234 642; | 5) 6 704 917 320; |
| 2) 502 013; | 6) 72 016 050 400; |
| 3) 9 145 679; | 7) 491 872 653 000; |
| 4) 105 289 001; | 8) 305 002 800 748! |

23.° Írd fel tízes számrendszerben a következő számokat:

- 1) 34 millió 384 ezer 523;
- 2) 85 millió 128 ezer 23;
- 3) 16 millió 26 ezer 4;
- 4) 8 milliárd 801 millió 30 ezer 5;
- 5) 22 milliárd 33 millió 418;
- 6) 251 milliárd 538;
- 7) 607 milliárd 3!

24.° Írd fel tízes számrendszerben a következő számokat:

- | | |
|----------------------------|----------------------------|
| 1) 23 millió 275 ezer 649; | 4) 1 milliárd 5 millió 19; |
| 2) 12 millió 20 ezer 21; | 5) 8 milliárd 742 ezer; |
| 3) 8 millió 7 ezer 3; | 6)) 92 milliárd 29! |

25.° Írd fel számjegyekkel a számokat:

- 1) negyvenhatmilliárd-négyszázötvenhétmillió-hétszázhuszonthétezer-háromszáznyolcvannyolc;
- 2) hatszázharminckétmilliárd-kétszáznegymillió-harmincötezer-negyvenhét;
- 3) százötmilliárd-ötszázharminckilencezer-száz;
- 4) harmincmilliárd-húszezer-kilencven;
- 5) nyolcmilliárd- hétmillió- tizenötezer- tizen- négy;
- 6) egymilliárd- kétezer -kettő!

26.° Írd fel számjegyekkel a számokat:

- 1) hárommillió-háromszázharmincháromezer- háromszázharminchárom;
- 2) hárommillió-háromszázezer;
- 3) hárommillió-háromezer;
- 4) hárommillió-harminc;

5) hárommillió-harmincezer-háromszáz;

6) hárommillió-háromezer-három;

7) hárommillió-három!

27.° Írd fel számjegyekkel a számokat:

1) hatvannyolcmilliárd-kétszáznegyvenkilencmillió- kilencszázötvennégyezer-hétszázhuszonhárom;

2) nyolcszáztizennégymilliárd-százkilencmillió-kétezer-harminchárom;

3) háromszázhétmilliárd-hatszázhuszonegyezer-négyszáz;

4) kilencvenmilliárd-tizezer- húsz;

5) kétmilliárd-hárommillió- négyezer -öt;

6) egymilliárd-egyezer -egy!

28.° Írd le, majd olvasd el azt a számot, amely az 514 -nek: 1) kétszeri; 2) háromszori; 3) négyszeri leírásával kapott számot.

29.° Írd le, majd olvasd el azt a számot, amely a 48-nak: 1) kétszeri; 2) háromszori; 3) négyszeri; 4) 5-szöri leírásával kapott számot!

30.* Add meg a következő számok számjegyei valódi értékeinek összegeként:

1) 846; 3) 12 619; 5) 32 598 009;

2) 2375; 4) 791 105; 6) 540 007 020!

31.* Add meg a következő számok számjegyei valódi értékeinek összegeként:

1) 34 729; 2) 478 254; 3) 23 487 901!

32.* Írd le azt a számot, amely:

1) 1-gyel kisebb a legkisebb háromjegyű számnál;;

2) 4-gyel nagyobb a legnagyobb háromjegyű számnál;

3) 5-tel kisebb a legkisebb 5-jegyű számnál;

4) 6-tal nagyobb a legnagyobb hatjegyű számnál;

5) 7-tel nagyobb a legkisebb nyolcjegyű számnál!

33. Írd fel a legnagyobb nyolcjegyű számot, valamint az azt követő és az azt megelőző számokat is!

34. Írd fel a legkisebb hétjegyű számot, valamint az azt követő és az azt megelőző számokat is!

35.** Egy kétjegyű számot egymás után kétszer leírtak. A keletkezett négyjegyű szám hányszorosa lesz az eredeti kétjegyű számnak?

36.** Egy háromjegyű számot egymás után kétszer leírtak. A keletkezett hatjegyű szám hányszorosa lesz az eredeti kétjegyű számnak?

37.* A könyv oldalait egytől a százhetvenkettőig megszámozták. Hány számjegyet használtak fel a számozáshoz?

38.* A könyv oldalainak a számozásához 672 számjegyet használtak. Hány oldalas volt a könyv?



Ismétlő gyakorlatok

39. Számítsd ki:

- | | | |
|----------------------|----------------------|------------------|
| 1) $754 \cdot 60$; | 4) $407 \cdot 306$; | 7) $782 : 34$; |
| 2) $2504 \cdot 82$; | 5) $852 : 6$; | 8) $3198 : 26$; |
| 3) $364 \cdot 276$; | 6) $67\,216 : 8$; | 9) $4532 : 22!$ |

40. Végezd el a műveleteket:

- | | |
|--------------------------------|-----------------------------|
| 1) $49 + 26 \cdot (54 - 27)$; | 3) $(801 - 316) \cdot 29$; |
| 2) $36 : 9 + 18 \cdot 5$; | 4) $(488 + 808) : 18!$ |

41. A helikopter 4 óra alatt 720 km-t tud megtenni. Milyen távolságot repül ugyanilyen sebességgel 6 óra alatt?

42. János, a kovács három nap alatt 432 patkót készít. Hány patkót készít 5 nap alatt, ha ugyanilyen ütemben dolgozik?



Megtanuljuk alkalmazni a matematikát

43. Az Ukrajna név először a kijevi krónikában (az Ipatyev-jegyzék) szerepel 1187. évszám alatt, a Perejaszlav, Kijev és Csernyihiv földeket nevezték így ebben. Hány év telt el az Ukrajna” név első krónikai említése óta?

44. Az első űrrepülést Jurij Gagarin a Szovjetunió állampolgára hajtotta végre 1961-ben. Nyolc év múlva Holdra lépet az első ember, aki Neil Armstrong amerikai űrhajós volt. 28 év múlva a Columbia egyik űrhajósaként a független Ukrajna első asztronautája, Leonyid Kadenyuk is űrutazáson vett részt. Mikor került sor erre?



Leonyid Kadenyuk
(1951–2018)

45. A híres Sorbonne Egyetem, amely Párizsban (Franciaország) található, 1215-ben alapították. 6 évvel fiatalabb Cambridge Egyetemenél (Nagy-Britannia), de 417 évvel idősebb a Kijev-Mohila Akadémiától. Határozd meg az alapítási évet: 1) Cambridge Egyetemnek; 2) Kijev-Mohila Akadémiának! Határozd meg, hogy hány éves lesz ebben az idén a Lvivi Egyetemen, Ukrajna legrégebbi egyeteme, ha a Cambridge-i Egyetemen 452 évvel idősebb nála?



**Kijev-Mohilya
Akadémia**



Lvivi Egyetem



Bölcs Bagoly feladványa

46. Ebben az évben Édesapa születésnapja vasárnap volt. A hét melyik napján ünnepeltük Édesanya születésnapját, ha 62 nappal fiatalabb Apánál?



Hogyan számoltak az ókorban?

Az ősember által lakott helyeken a régészek olyan leleteket találtak, melyekre pontok, vonalak, mély barázdák vannak rávésve. Ezek a számrovásos emlékek arról tanúskodnak, hogy a kőkorszakban az emberek nem csak számolni tudtak, hanem már képesek voltak a számításaik eredményeinek rögzítésére is.



Mivel az olyan primitív módszerek, mint a rovások számlálása a boton vagy a kavicsok megszámlolása nem elégítette ki a kereskedelem és a termelés szükségleteit, ezért a társadalom fejlődésével a számolási módszerek is tökéletesedtek.

Kr. e. 3000 körül már megtörtént a legfontosabb felfedezés: az emberek különleges jeleket találtak egy bizonyos számú tárgy megjelölésére. Például az egyiptomiaknál a tízet az **∩**, szimbólummal, a százat pedig az **⊙** mal jelölték. A 123 számot így írták le: **⊙∩∩∩∩**.

Az ókori Rómában a számokat a következő számjegyekkel írták le:

- | | |
|------------|-------------|
| I — egy; | C — száz; |
| V — öt; | D — ötszáz; |
| X — tíz; | M — ezer. |
| L — ötven; | |

A **római számrendszer** a következő elvre épül: ha a számot balról jobbra olvasva a kisebb szám a nagyobb után áll, akkor ezt hozzá kell adni a nagyobbhoz: VI = 6, XXXII = 32; ha a kisebbik szám

a nagyobb előtt áll, akkor ezt ki kell vonni a nagyobból: $IV = 4$, $VL = 45$.

A római számként a 14-et így kell felírni: XIV. Ebben az esetben az I két nagyobb szám között áll, ezek az X és V. Ekkor az I számot a tőle jobbra lévő számból vonjuk ki (a mi esetünkben ez az V).

Az 1814-es évet, amely Tarasz Sevcsenko születési éve, római számokkal így kell felírni: MDCCCXIV.

Ez a rendszer a mai napig megmaradt. Gyakran találkozhatunk olyan feliratokkal, melyekben római számokat alkalmaznak: XXI.század, VI.fejezet. A műemlék épületek óráinak számlapján szintén láthatjuk ezeket.

Bizonyára észrevettétek, hogy a római számokkal leírt számokat nem egyszerű még elolvasni sem. Annál inkább bonyolult az ilyen számokkal számításokat végezni. Ezen kívül. ha elég nagy számokat kell leírni (millió, milliárd, stb.), akkor új számjegyeket is ki kellene találni. Különbén a szám nagyon hosszú lenne. Például, az 1 000 000 számot csak az M számjegy alkalmazásával íránk le, akkor ezer ilyen számjegyre lenne szükség. Ezek a hiányosságok nagyban szűkítették a római számok alkalmazását.

Az ókori Oroszországban a számoknak nem találtak ki különleges jeleket. Hanem az ábécé betűit használták fel. A betűk felé hullámos vonalkákat húztak.

Például a 241-et így írták le: **ĊMĪĀ**.

Az emberiség egyik legnagyobb felfedezése a helyiértékes tízes számrendszer alkalmazása. Segítség-



**Nagyboldogasszony
székesegyház
(Harkiv városa)**

gével a nagyon nagy számok felírásához is csak tíz számjegyet alkalmazunk. Ebben a számrendszerben ugyanannak a számjegynek különböző értéke lehet. Amennyiben megváltoztatjuk a felírásban a számjegy helyét (pozícióját), ezzel a szám értéke is megváltozik.

A 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 számjegyeket arab számoknak hívják. Az arabok azonban csak a hinduk által létrehozott helyiértékes tízes számrendszert vették át. Egyes törzsek és népek másfajta helyi értékű számrendszereket használtak. Például a maja indián törzsek a húszas rendszert, az ókori sumér nép pedig a hatvanas számrendszert alkalmazta. A húszas számrendszer nyomai néhány európai nép nyelvében ma is fellelhetők. Így a franciák a nyolcvan helyett „négyezer húszat” (quatre-vingts) használnak. Egy órában 60 perc van, egy percben pedig 60 másodperc, ami jól példázza a hatvanas számrendszer megmaradásának nyomait.

A tízes számrendszer létrejöttének az oka az ujjainkkal történő számolás volt. A kéz és láb ujjainak száma okozta a húszas számrendszer keletkezését. Az ujjaknak köszönhetjük a tizenkettes számrendszer kialakulását is: próbáljátok megérinteni hüvelykujjatokkal a kezetek mutató-, középső-, gyűrűs- és kisujjának ujjperceit. Amint a 3. ábrán is látható 12 fog kijönni.



3. ábra

Így keletkezett a tucattal történő számolás.

A mai napig Európában a zsebkendőket, gombokat, tyúktojásokat tucattal árulják. A evőeszközök (villa, kés, kanál, tányér, csésze, pohár stb.) száma 6 (fél tucat), 12, 24 stb.

Más pozicionálás számrendszerek is léteznek. A számítógép felépítése és működési elve a kettes számrendszerre alapszik, amely csak két számjegyet használ a 0-t és az 1-t. A kettes számrendszerrel részletesebben az informatika órákon ismerkedtek majd meg.

Hogyan nevezik a „óriási számokat”

Véleményetek szerint a millió nagy vagy kis szám lesz-e? Például ahhoz, hogy eltöltsünk a tanórákon egymillió percet, ehhez 20 évet kellene az iskolába járni. Ez a példa is mutatja, hogy a millió egy nagyon nagy szám.

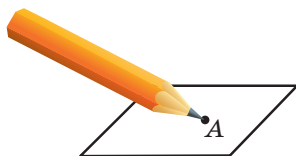
De egyes tudományágaknak, mint például a közgazdaságtannak, a csillagászatnak, a fizikának, a kémiának a milliónál sokkal nagyobb számokra is szüksége van.

Ezermilliót **milliárdnak**, az ezermilliárdot **billiárdnak** nevezik. Ha a billiárdhoz jobbról három nullát írunk, akkor **billiárdot** kapunk. Továbbá, alkalmanként három nullát hozzáírva, egy olyan számsorozatot kapunk, melyeket így neveztek el: **trillió**, **trilliárd**, **kvadrillió**, **kvadrilliárd**, **kvintillió**, **kvintilliárd**, **szextillió**, **szeptillió**.

A **szeptillió**nál is vannak nagyobb számnevek (lásd az előzőeket). Hogy elképzelésünk legyen a fenti számok nagyságáról, bemutatunk még egy példát. A tudósok szerint a Világmindenség életkora nem haladja meg a trillió percet.

3. Szakasz. A szakasz hossza

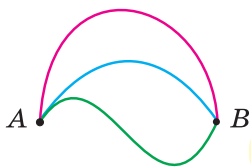
Ha ceruza hegyével megérintjük a papírlapot, akkor ennek nyoma lesz, amit egy pontnak tekinthetünk (3. ábra). A pontokat latin nagybetűkkel szokás jelölni: *A*, *B*, *C*, *D*,



4. ábra

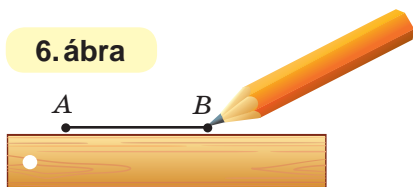
Jelöljünk a papírlapon két pontot: A -t és B -t. Ezeket a pontokat különböző vonalakkal lehet összekötni (5. ábra). Hogyan köthetjük össze az A és B pontokat a legrövidebb vonallal? Ezt vonalzó segítségével tudjuk megoldani (6. ábra).

A kapott vonalat **szakasznak** nevezzük, az A és B pontok pedig a szakasz végpontjai lesznek.



5. ábra

6. ábra

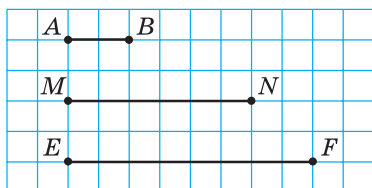


A pont és a szakasz **mértani alakzatok**.

Csak egy olyan szakasz létezik, melynek végpontjai az A és B pontok. Ezért a szakaszt a végpontjainál lévő két betűvel jelöljük. Például az 6. ábrán lévő szakaszt kétféleképpen jelölhetjük: AB vagy BA . Így olvassuk: AB szakasz vagy BA szakasz.

A 7. ábrán három szakasz látható. Az AB szakasz hossza 1 cm. Ez az MN szakaszra pontosan háromszor fér rá, az EF -re pedig pontosan négyszer.

Ezt úgy fogalmazzuk meg, hogy az MN szakasz hossza 3 cm-rel egyenlő, az EF szakasz hossza pedig 4 cm. Így írjuk: $MN = 3$ cm, $EF = 4$ cm.



7. ábra

Az MN és EF szakaszok hosszait az egységnyi szakasszal mértük meg, melynek hossza 1 cm. A szakaszok hosszainak meghatározására más egységnyi szakaszt is alkalmazhatunk, például 1 mm-es, 1 dm-es, 1 km-es szakaszokat. A 8.a ábrán látható PK szakasz hossza 17 mm.



8. ábra

Ennek a hosszát olyan egységnyi szakasszal mérték meg. Esetünkben az egységnyi szakasz a vonalzó egy beosztásértéke. Vonalzó segítségével adott hosszúságú szakaszt tudunk rajzolni, például 24 mm-est is (8.b ábra).

Általánosságban elmondhatjuk: *a szakasz hosszának meghatározásához meg kell számolni, hány egységnyi szakasz fér rá.*

A szakasz hossza a következő tulajdonsággal rendelkezik:

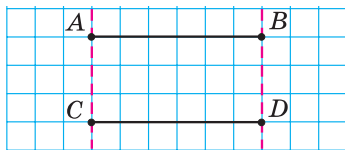
Ha az AB szakaszon jelölünk egy C pontot, akkor az AB szakasz hossza egyenlő az AC és CB szakaszok hosszainak összegével (9. ábra).

Ezt így írjuk le: $AB = AC + CB$.

A 10. ábrán az AB és CD szakaszok láthatók. Ezek a szakaszok egymásra helyezve fedik egymást.



9. ábra



10. ábra

Két szakaszt egyenlőnek nevezzük, ha egymásra helyezve fedik egymást.

Tehát az AB és a CD szakaszok egyenlők. Ezt így írjuk fel: $AB = CD$.

Egyenlő szakaszoknak a hosszuk is egyenlő.



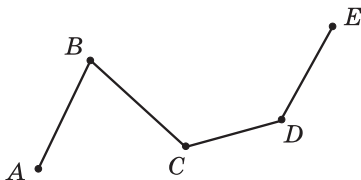
11. ábra

A 11. ábrán az M pont az AB szakaszra illeszkedik, és két egyenlő AM és MB szakaszra osztja azt. Az ilyen esetben azt mondjuk, hogy az M pont az AB szakasz felezőpontja.

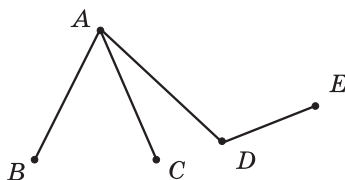
Két nem egyenlő szakasz közül az a nagyobb, melynek a hossza nagyobb. Például, a 7. ábrán az EF szakasz nagyobb az MN szakasznál.

Az AB szakasz hosszát az A és B pontok közötti távolságnak nevezzük.

Ha néhány szakaszt úgy helyezünk el, ahogy a 12. ábrán látható, akkor egy olyan mértani alakzatot kapunk, melyet **töröttvonalnak** nevezünk. Megjegyezzük, hogy a 13. ábrán látható összes szakasz nem fog töröttvonalat alkotni. Akkor fognak a szakaszok töröttvonalat alkotni, ha az első szakasz végpontja egybeesik a második szakasz végpontjával, és a második szakasz végpontja pedig a harmadik kezdőpontjával esik egybe és így tovább.



12. ábra

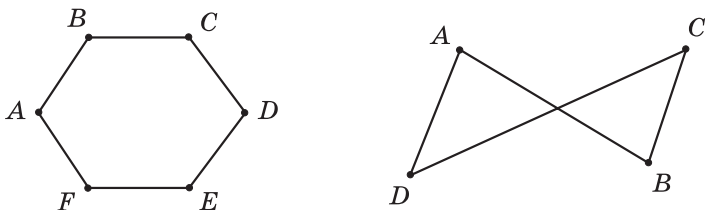


13. ábra

Az A, B, C, D, E pontokat az $ABCDE$ töröttvonal csúcsainak (12. ábra), az A és E csúcsokat pedig a töröttvonal végpontjainak, az AB, BC, CD, DE szakaszokat pedig az éleinek nevezzük.

A **töröttvonal hossza** töröttvonal hossza az élek hosszainak összegével egyenlő.

A 14. ábrán két töröttvonal látható, melynek végpontjai egybeesnek. Az ilyen töröttvonalakat zárt töröttvonalaknak nevezzük.



14. ábra

1. PÉLDA. A BC szakasz 3 cm-rel rövidebb a 8 cm hosszú AB szakasznál (15. ábra). Határozd meg az AC szakasz hosszát!

Megoldás. Adódik, hogy $BC = 8 - 3 = 5$ (cm).



15. ábra

Alkalmazva a szakasz hosszának tulajdonságát, felírhatjuk, hogy $AC = AB + BC$. Innen következik, hogy $AC = 8 + 5 = 13$ (cm).

: 13 cm. ◀

2. PÉLDA. Adott, hogy $MK = 24$ cm, $NP = 32$ cm, $MP = 50$ cm (16. ábra). Határozd meg az NK szakasz hosszát!



16. ábra

Megoldás. Ismert, hogy $MN = MP - NP$. Innen $MN = 50 - 32 = 18$ (cm). Adódik, hogy $NK = MK - MN$. Ekkor $NK = 24 - 18 = 6$ (cm).

Felelet: 6 cm. ◀



1. Hány olyan szakasz létezik, melynek végpontjai az adott két pont? 2. Hogyan jelölik a szakaszt? 3. Milyen hosszegységeket ismersz? 4. Magyarázd meg, hogy mit jelent a szakasz hossz-

zának megmérése! **5.** Milyen a szakasz hosszának a tulajdonsága? **6.** Milyen szakaszokat nevezünk egyenlőknek? **7.** Mit tudunk az egyenlő szakaszok hosszairól? **8.** Két különböző szakasz közül melyik lesz a nagyobb? **9.** Mit nevezünk az A és B pontok közötti távolságnak?

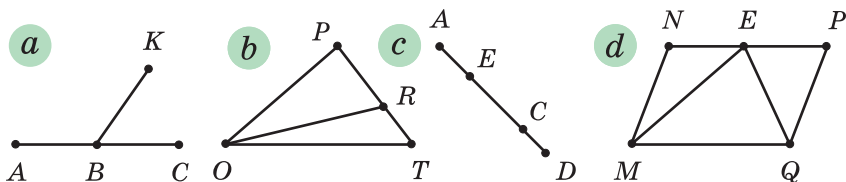
Szóban oldd meg!

1. Melyik szám lesz a 46-nál 9-cel több? Melyik szám lesz a 72-nél 15-tel kisebb? Melyik az a szám, amelyik 7-szer nagyobb 21-nél? Melyik szám kisebb 13-szor a 65-nél?
2. Nevezd meg az összes olyan kétjegyű számot, melynek a számjegyeinek összege 6!
3. Nevezd meg azt a három egymást követő természetes számot, melyek közül a legkisebb a legnagyobb négyjegyű szám lesz!
4. Nevezd meg azt a három egymást követő természetes számot, melyek közül a legnagyobb a legkisebb négyjegyű szám lesz!
5. Fejezd ki centiméterekben: 1) 7 dm 4 cm; 2) 4 m 1 cm; 3) 2 m 6 dm; 4) 1 m 2 dm 5 cm!
6. Fejezd ki deciméterekben és centiméterekben:
1) 72 cm; 2) 146 cm; 3) 450 mm; 4) 8 m 40 mm!



Gyakorlatok

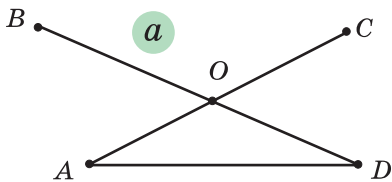
47.° Nevezd meg a 17.ábrán látható összes szakaszt!



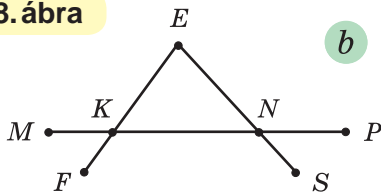
17. ábra

48.° Írd fel a 18.ábrán látható összes szakaszt!

49.° Jelöld a füzetedben az A , B , C és D pontokat, és párosával kösd össze szakaszokkal őket. Hány szakasz keletkezett? Hány szakasznak lesz az A pont a végpontja?



18. ábra



50.° A következő értékek közül melyik lehet 165 cm: 1) a ceruza hossza; 2) az ember magassága; 3) szekrény magassága; 4) az utca hossza?

51.° Milyen mértékegységben érdemes megmérni: 1) a ház magasságát; 2) a csokoládés doboz hosszát; 3) a furnérlemez vastagságát; 4) városok közötti távolságot?

52.° Rajzolj egy MN és AC szakaszt úgy, hogy $MN = 6\text{ cm } 3\text{ mm}$, $AC = 5\text{ cm } 4\text{ mm}$!

53.° Rajzolj egy EF és BK szakaszt úgy, hogy $EF = 9\text{ cm } 2\text{ mm}$, $BK = 7\text{ cm } 6\text{ mm}$!

54.° Rajzold le az AB szakaszt, melynek hossza $8\text{ cm } 9\text{ mm}$! Jelöld rajta egy C pontot úgy, hogy $CB = 3\text{ cm } 4\text{ mm}$! Számítsd ki az AC szakasz hosszát!

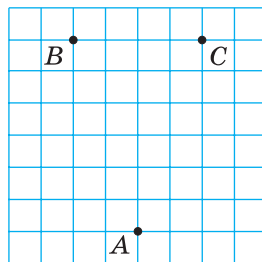
55.° Rajzold le a TP szakaszt, melynek hossza $7\text{ cm } 8\text{ mm}$! Jelöld rajta egy E pontot úgy, hogy $TE = 2\text{ cm } 6\text{ mm}$! Számítsd ki az EP szakasz hosszát!

56.° Hasonlítsd össze szemre az AC és CD szakaszok hosszát (19. ábra)! Az eredményt méréssel ellenőrizd



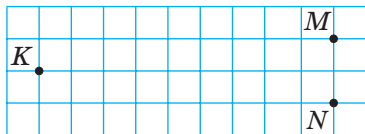
19. ábra

57.° Határozd meg az A pont és a BC szakasz felezőpontját összekötő szakasz hosszát, ha a négyzetrács oldalának hossza 5 mm !



20. ábra

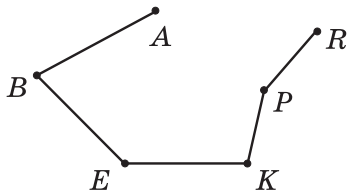
58.° Határozd meg a K pont távolságát az MN szakasz felezőpontjától (21. ábra), ha a négyzetrács oldalának hossza 5 mm!



21. ábra

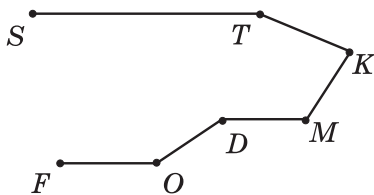
59.° Határozd meg az összes töröttvonalat, a 13. ábra alapján! Melyiknek lesz a legtöbb éle??

60.° Nevezd meg a 24. ábrán látható töröttvonal éleit, mérd meg ezeknek a hosszát (milliméterekben. Számítsd ki a töröttvonal hosszát!



22. ábra

61.° Írd le a 23. ábrán látható töröttvonal éleit, mérd meg ezeknek a hosszát (milliméterekben)! Határozd meg a töröttvonal hosszát! Számítsd ki a töröttvonal hosszát!



23. ábra

62.° A négyzetrácsos füzetlap rácsának egyik sarkában jelölj egy A pontot, az A ponttól négy négyzetráccsal balra és 5-tel feljebb jelölj egy B pontot, a C pont 3 négyzetráccsal jobbra és 1-gyel feljebb legyen a B pontnál. A következő D pontot úgy jelöld, hogy az 3 négyzetráccsal jobbra és 3-mal lejjebb legyen a C ponttól, az E pontot pedig úgy, hogy az egy négyzetráccsal jobbra és 2-vel lejjebb legyen a D ponttól. Egymás után kösd össze az A, B, C, D és E pontokat!

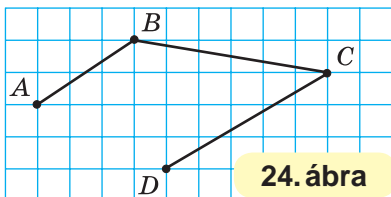
Milyen alakzat keletkezett? Írd le a nevét, és határozd meg éleinek számát!

63.^o Számítsd ki az $ABCDE$ töröttvonal hosszát, ha $AB = 8$ cm, $BC = 14$ cm, $CD = 23$ cm, $DE = 10$ cm!

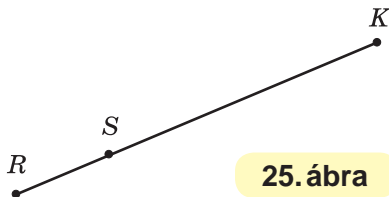
64.^o Számítsd ki az $MNKPEF$ töröttvonal hosszát, ha $MN = 42$ mm, $NK = 38$ mm, $KP = 19$ mm, $PE = 12$ mm, $EF = 29$ mm!

65.^o Rajzold át a füzetedbe a 24. ábrán lévő töröttvonalat! Mérd meg az éleinek hosszát (milliméterben), és határozd meg a töröttvonal hosszát!

66.^o Ismert, hogy az SK szakasz 3-szor hosszabb az RS szakasznál (25. ábra). Határozd meg az RK szakasz hosszát, ha $RS = 34$ cm!



24. ábra



25. ábra

67.^o Ismert, hogy a DB szakasz 5-ször rövidebb az AD szakasznál (26. ábra). Határozd meg az AB szakasz hosszát, ha $AD = 135$ cm!

68.^o Ismert, hogy $AC = 32$ cm, $BC = 9$ cm, $CD = 12$ cm (28. ábra). Határozd meg az AB és BD szakaszok hosszát!



26. ábra



27. ábra

69.^o Ismert, hogy $MF = 43$ cm, $ME = 26$ cm, $KE = 18$ cm (24. ábra). Határozd meg az MK és EF szakaszok hosszát!



28. ábra

70.° Adott két pont. Hány olyan szakaszt lehet húzni, amely összeköti ezt a két pontot? Hány olyan töröttvonalat lehet megrajzolni, amely összeköti ezt a két pontot?

71.° Rajzolj egy MK szakaszt, és jelöld rajta az A és C pontokat! Írd fel az összes keletkező szakaszt!

72.° Az AB szakasz hossza 28 cm. Az M és K pontok ehhez a szakaszhoz illeszkednek, mégpedig úgy, hogy a K az M és B pontok között van, $AM = 12$ cm, $BK = 9$ cm. Határozd meg az MK szakasz hosszát!

73.° Az MT és FK szakaszok egyenlők egymással (29. ábra). Hasonlítsd össze az MF és TK szakaszokat!



29. ábra

74.° Rajzold meg azt az $ACDM$ töröttvonalat, melyben $AC = 15$ mm, $CD = 24$ mm, $DM = 32$ mm! Számítsd ki a töröttvonal hosszát!

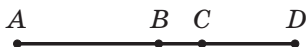
75.° Rajzold meg azt a $CEFK$ töröttvonalat, melynek a CE éle 8 mm, az EF éle 14 mm-rel hosszabb a CE élnél, az FK pedig 7 mm-rel rövidebb, mint az EF . Számítsd ki a töröttvonal hosszát!

76.° Rajzolj a négyzetrácsos lapra egy olyan töröttvonalat, amelynek 4 éle van, és a töröttvonal hossza 6 cm (a négyzetrács oldala 5 mm)!

77.° Rajzolj a négyzetrácsos lapra egy olyan töröttvonalat, amelynek 3 éle van, és a töröttvonal hossza 5 cm (a négyzetrács oldala 5 mm)!

78.° Ismert, hogy $AC = 8$ cm, $BD = 6$ cm, $BC = 2$ cm (30. ábra). Határozd meg az AD szakasz hosszát!

79.° Ismert, hogy $MF = 30$ cm, $ME = 18$ cm, $KF = 22$ cm (31. ábra). Határozd meg a KE szakasz hosszát!



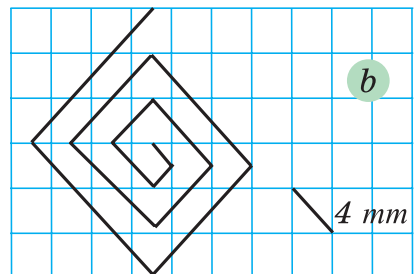
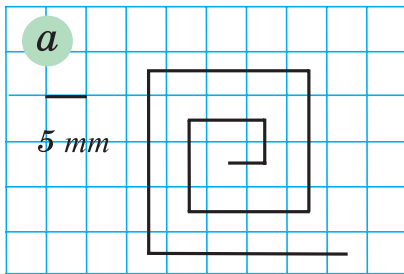
30. ábra



31. ábra

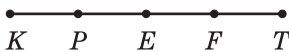
80.** A C pont az AB szakaszra illeszkedik, az AC szakasz 15 cm -es, az AB szakasz pedig 5 cm -rel nagyobb, mint az AC szakasz. Mivel egyenlő a BC szakasz hossza? Van ebben a feladatban felesleges adat?

81.** Számítsd ki a 32. ábrán látható töröttvonal hosszát!

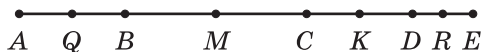


32. ábra

82.** Adott, hogy $KP = PE = EF = FT = 2\text{ cm}$ (33. ábra). Milyen szakaszok lesznek egyenlők még ezen az ábrán? Határozd meg ezeknek a hosszát!



33. ábra



34. ábra

83.** Az egyik szakaszon úgy jelöltek ki hét pontot, hogy a szomszédos pontok közötti távolság 3 cm , a másikon pedig tíz pontot úgy, hogy a szomszédos pontok közötti távolság 2 cm . Az első vagy a második szakasznak lesz nagyobb a végpontjai közötti távolság?

84.* Adott, hogy $AE = 12\text{ cm}$, $AQ = QB$, $BM = MC$, $CK = KD$, $DR = RE$, $MK = 4\text{ cm}$ (34. ábra). Határozd meg a QR szakasz hosszát!



Ismétlő gyakorlatok

85. Számítsd ki:

1) $258 \cdot 75$;

3) $81\,225 : 9$;

5) $9044 : 38$;

2) $280 \cdot 70$;

4) $3328 : 52$;

6) $14\,496 : 48$!

86. Végezd el a műveleteket:

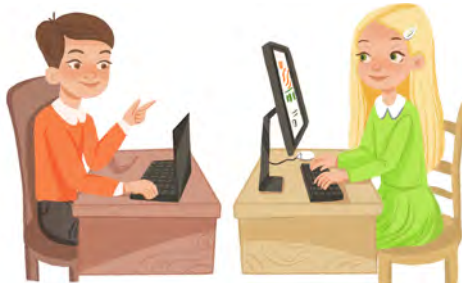
1) $38 \cdot 17 - 4832 : 16$;

2) $3596 - 3596 : (2314 - 2256)$!

87. Az óvodának 4 láda cukorkát ajándékoztak, mindegyikládában 5 kg volt, és 6 láda kekszet, melyek mindegyikében 3 kg volt. Hány kilogrammal több cukorkát ajándékoztak az óvodának, mint kekszet?

88. Peti a kertjében 246 kg almát és 354 kg körtét szedett. Az összes gyümölcs hatodát az óvodás barátainak ajándékozta, az összes gyümölcs ötödét pedig az iskolai barátoknak, a maradékot pedig a kórháznak. Hány kilogramm gyümölcsöt adott Peti a kórháznak?

89. A referátum elkészítéséhez Gyuri 10 sec alatt 120 megabájtot töltött le. Hány másodpercet vesz igénybe Olgának ez a letöltés, ha az ő számítógépének a letöltési sebessége másodpercenként 3 megabájttal nagyobb, mint a Gyuri számítógépének?



Bölcs Bagoly feladványa

90. Nevezd meg azt a legkisebb természetes számot, melynek számjegyeinek összege 101!

91. Jancsinak olyan vonalzója van, melynek skáláján csak a 0 cm, 5 cm és a 13 cm-es jelölés van (35. ábra). Hogyan tud

ezzel a vonalzóval olyan szakaszt rajzolni, melyeknek a hossza: 1) 3 cm; 2) 2 cm; 3) 1 cm lesz?



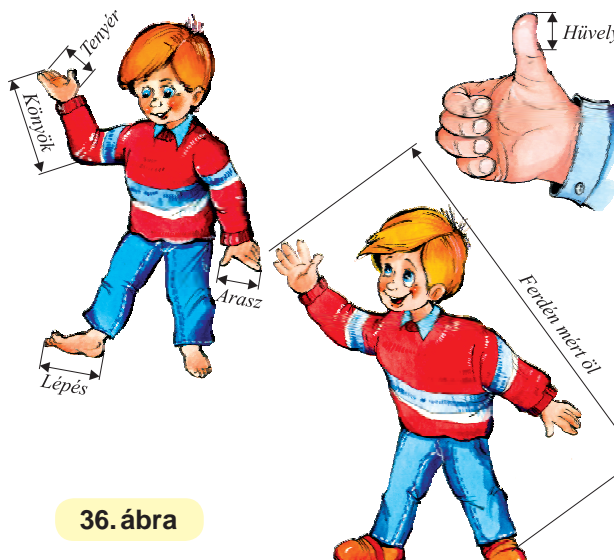
35. ábra



Miután felkészültél az órára

A könyököktől és a tenyerektől a metrikus rendszerig

A szakasz hosszának meghatározására az osztály minden diákja a saját belátása szerint adhatja meg az egységnyi szakasz hosszát. Ebben az esetben viszont nagyon nehéz lenne közösen használni a mérések eredményét. Ezért célszerű előre egyeztetni, vagyis megadni azt a szakaszt, amellyel mindenki dolgozik majd. Hasonló megfontolásokból született a hosszúság mértékegysége.



36. ábra

A kezdetekkor az emberek a lépést használták a hosszúság mértékegységéül. De több nép is a nyílvevő repülési távolságát használta. A nagy

távolságokat 1 napi járásban mérték. Azon kívül alkalmazták a kéznél lévő végtagokat is: *arasz, könyök, lépés, tenyér, hüvelyk, ferdén mért öl* (36. ábra, 31. o.) stb.

Ezek a hosszértékegységek kényelmesek, viszont nagyon nem pontosak. Ráadásul a sokszínűségük és következetlenségük miatt a kereskedelem és a gazdaság akadályai lettek. A XVIII. században majdnem minden német város, a mai Olaszország területén lévő országok többsége saját mértéket vezetett be, melyeknek gyakran ugyanaz volt a nevük, de nem voltak egyenlők. Franciaországban már odáig mentek, hogy minden hűbérúr saját mértékegységet állapított meg.

1790-ben a francia nemzetgyűlés javaslatot tett egy új mértékegységrendszer megalkotására, és 1791-ben bevezették a hosszúság mértékegységét, a **métert**. A méter a görög metron szóból ered, amely mérést jelent. 1799-ben elkészítették a méter szabványát, ami egy platina rúd volt. De csak 100 év elteltével terjedt el egész Európában a **metrikus mértékegységrendszer**.

A hosszúság méterhez kapcsolódó egyéb mértékegységeit prefixum segítségével alkotjuk: *deci-, centi-, milli-*, ami a méter 10-dére, 100-adára, 1000-dére való csökkentését jelöli. Például a deciméter a méter tizedrésze, a milliméter pedig az ezredrésze. A *kilo-* előtag 1000-szeres növelést jelent, ezért a kilométer 1000 méterrel egyenlő.

A metrikus mértékegységrendszert gyakorlatilag az egész világon használják, de vannak kivételek is. Például Nagy-Britanniában a metrikus rendszerrel együtt a középkorban kialakult hosszegységeket is alkalmazzák, mint például a mérföld, a yard, a láb, a hüvelyk. A greenwichi csillagvizsgáló falán a hosszegység etalonjai láthatók (37. ábra).

37. ábra



1889-ben elkészítették platina-irídium ötvözetből a méter nemzetközi etalonját (38. ábra). Ezt az ősmért Párizs mellett, Sèvres-ben, a Nemzetközi Súly- és Mértékügyi Hivatalban őrzik.



38. ábra

4. A sík. Egyenes. Félegyenes

A füzetetek mérete kizárja, hogy nagyon hosszú szakaszokat rajzoljatok. Képzeljétek el, hogy a füzetlapot olyan méretűre növelnék, mint az asztal lapja, vagy a tenispálya, vagy esetleg a futballpálya. Az ilyen lap a sík egy részének **tekinthető**.

A sík *végtelen*, ezért nem ábrázolható. Ezt a mérési alakzatot csak elképzelni lehet. Most már érthető, hogy a síkra nagyon hosszú szakaszt is rajzolhatunk. Bármilyen szakaszt vonalzó segítségével mindkét irányba meghosszabbíthatunk. Ha a képzeletünkben ezt korlátlanul folytatjuk, akkor egy olyan mérési alakzatot kapunk, melyet egyenesnek nevezünk.

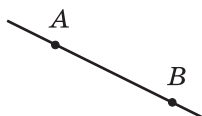
Az egyenesnek nincsenek végei, ezért végtelen. A rajzon az egyenesnek csak egy részét, egy **szakaszt** tudjuk megjeleníteni.

Jelöljük a lapon két pontot: az *A*-t és *B*-t. Rajtuk keresztül egy egyenest húzunk (36. ábra). Ha még egy egyenest próbálnánk ezeken a pontokon keresztül húzni, ez nem sikerülne.

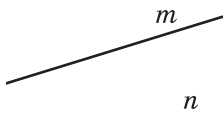
Két ponton keresztül csak egy egyenes húzható.

Ez a tulajdonság lehetőséget ad arra, hogy az egyenest bármilyen két pontja alapján meghatározzuk. Így

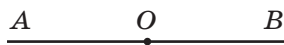
az A és B ponton áthaladó egyenest (39. ábra) kétféleképpen jelölhetjük: AB vagy BA . Így olvassuk: AB egyenes vagy BA egyenes.



39. ábra



40. ábra

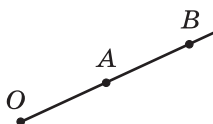


41. ábra

Az egyeneseket a latin ábécé írott kisbetűivel jelöljük. 40. ábrán az m és n egyenesek láthatók.

Meghúzzunk egy AB egyenest és jelölünk rajta egy O pontot (41. ábra).

Ez a pont az egyenest két részre osztja. Mindkét részt az O ponttal együtt **félegyenesnek**, az O pontot pedig a **félegyenes kezdőpontjának** nevezzük. A félegyenesnek nincs vége.



42. ábra

Az egyeneshez hasonlóan a félegyenes is két latin nagybetűvel jelöljük. Az első betűnek a félegyenes kezdőpontját vesszük, a másodiknak pedig a félegyenes bármely más pontját. Például az O kezdőpontú félegyeneset OA -val és OB -vel is jelölhetjük (42. ábra).

A félegyenes szintén geometriai alakzat.



1. Milyen geometriai alakzatokkal ismerkedtél meg ebben a pontban?
2. Hány egyenes húzható két ponton keresztül?
3. Hogyan jelöljük az egyenest?
4. Hogyan nevezzük az egyenesnek azokat a részeit, amelyre az egyenes bármely pontja osztja? Hogy nevezzük ezt a pontot?
5. Hogy jelöljük a félegyeneset?

Szóban oldd meg!

1. Számítsd ki!

1) $312 \cdot 10$;

4) $720 : 9$;

7) $1212 : 12!$;

2) $5 \cdot 1000$; 5) $480 : 4$; 8) $1010 : 5!$

3) $100 \cdot 10\ 000$; 6) $480 : 16$;

2. Duplázd meg a 26-ot! Határozd meg a 26 felét! Háromszorozd meg a 27-et! Határozd meg a 27 harmadát!

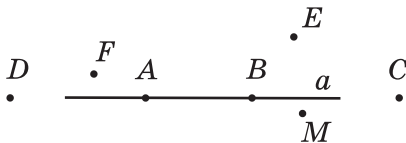
3. Reggel 10 órakor az állomásról elindult egy vonat 60 km/ó-s sebességgel. Mekkora távolságra lesz az állomástól a vonat 15 órakor, ha megállás nélkül közlekedett, és közben nem változtatta sebességét!

4. Egy darab kötelet úgy vágta háromfelé, hogy az első darab 3 méterrel rövidebb volt, mint a második, és 3 méterrel hosszabb, mint a harmadik. Hány méterrel rövidebb a harmadik darab a másodiknál?



Gyakorlatok

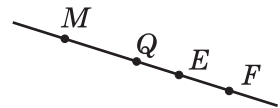
92.° A 43. ábrán lévő pontok közül melyek illeszkednek, és melyek nem illeszkednek az a egyeneshez?



43. ábra

93.° Jelöld a füzetben az M és K pontot, és húzz rajtuk keresztül egy egyenest. Az MK szakaszon jelölj egy N pontot. Illeszkedik-e az N pont az MK egyeneshez? Jelölj egy P pontot az MK egyenesen úgy, hogy az MK szakaszon kívül legyen. Írd fel a megrajzolt egyenes összes lehetséges elnevezését!

94.° Rajzolj egy tetszőleges egyenest, melyen jelöld meg az A , B és C pontokat. Írd fel a megrajzolt egyenes összes lehetséges elnevezését!



43. ábra

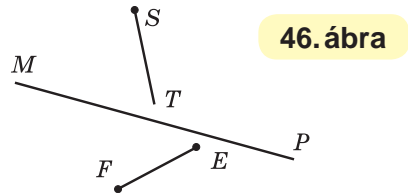
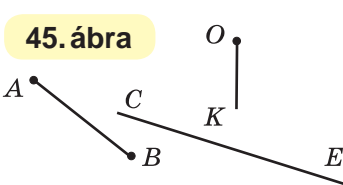
95.° Felhasználva a 44. ábrát, állapítsd meg, hogy igaz-e az állítás:

- 1) a Q pont az ME szakaszon helyezkedik el;
- 2) a Q pont az EF félegyenesen helyezkedik el;
- 3) a Q pont az FE félegyenesen helyezkedik el;
- 4) az E pont az MF és az FM félegyeneseken helyezkedik el;

- 5) az M pont a QE szakaszon helyezkedik el;
 6) az M pont a QE egyenesen helyezkedik el!

96.° Rajzolj egy OA félegyenest és jelöld rajta a OB , BC , CD és DE szakaszokat, melyek mindegyike 1 cm-es legyen. Lehet-e erre a félegyenesre 100 ilyen szakaszt felmérni?

97.° Metszik-e egymást a 45. ábrán lévő alakzatok:
 1) a CE egyenes és az AB szakasz;
 2) az OK félegyenes és a CE egyenes;
 3) az OK félegyenes és az AB szakasz?

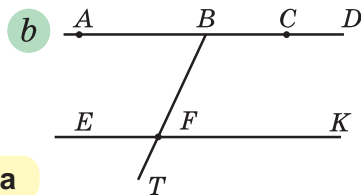
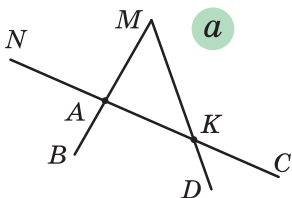


98.° Metszik-e egymást a 46. ábrán lévő alakzatok:
 1) az MP egyenes és az EF szakasz;
 2) az ST félegyenes és az MP egyenes;
 3) az EF szakasz és az ST félegyenes?

99.° Jelölj a füzetben: 1) négy pontot, melyek közül semelyik három nem illeszkedik egy egyenesen; 2) öt pontot, melyek közül semelyik három nem illeszkedik egy egyenesre!

100.° Az AB egyenesen felvettek egy M és egy N pontot. Nevezd meg az így keletkező alakzatokat!

101.° Nevezd meg a 47. ábrán látható összes szakaszt, egyenest és félegyenest!

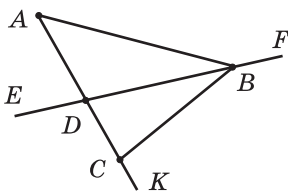


47. ábra

102.* Írd ki a 48. ábrán látható összes szakaszt, egyenest és félegyenest!

103.* Rajzolj két félegyenest, melynek közös része legyen a: 1) pont; 2) szakasz; 3) félegyenes!

104.* Jelöld a síkon az M , K , T és F pontokat úgy, hogy az MK félegyenes metssze a TF egyenest, és a TF félegyenes ne metssze az MK egyenest!



48. ábra

105.** Hány félegyenest kapunk, ha az egyenesen jelölünk: 1) 4 pontot; 2) 100 pontot?

106.** Az A , B és C pontok egy egyenesre illeszkednek. Határozd meg a BC szakasz hosszát, ha $AB = 24$ cm, $AC = 32$ cm! Hány megoldása van a feladatnak?

107.** Az M , K és N pontok egy egyenesre illeszkednek. Határozd meg a KN szakasz hosszát, ha $MK = 15$ cm, $MN = 6$ cm!

108.* A síkon öt egymást metsző egyenest rajzoltunk. Legalább hány metszéspontjuk lehet a? Legfeljebb hány metszéspontjuk lehet?

109.* A síkon három egyenest rajzoltak. Legfeljebb hány részre osztják az egyenesek a síkot? Legalább hány részre osztják az egyenesek a síkot?



Ismétlő gyakorlatok

110. A parkban 168 tölgyfa van, nyírfából 4-szer kevesebb, mint tölgyből, juharfából pedig 37-tel több van, mint nyírfából. Összesen hány tölgyfa, nyírfafa és juharfa nő ebben a parkban?

111. A turistacsoport gyalog 72 km-t tett meg, vonattal 5-ször többet, mint gyalog, autóbusszal pedig 128 km-rel kevesebbet, mint vonattal. Hány kilométert tett meg összesen ez a turistacsoport?

112. A Varázsló meglátogatta a Vasorrú Bábát. Először ágyúgolyón ülve 4 óra alatt megtett 276 km-t, majd a maradék 156 km-t a hétmérföldes csizmájával 6 óra alatt. Mennyivel nagyobb az ágyúgolyó sebessége a hétmérföldes csizma sebességénél?

113. A folyón az ár irányában a csónak 5 óra alatt 95 km-t tett meg, a vízfolyással szemben pedig 7 óra alatt 119 km-t. Mennyivel kevesebb a csónak sebessége árral szemben, mint a vízfolyás irányában?

114. Az egyenesen 20 pontot jelöltek meg úgy, hogy a szomszédos pontok közötti távolság 4 cm. Határozd meg a szélső pontok közötti távolságot!

115. Az egyenesen úgy jelöltek pontokat, hogy a szomszédos pontok közötti távolság 5 cm volt, a szélső pontok közötti távolság pedig 45 cm. Hány pont volt kijelölve ezen az egyenesen?



Bölcs Bagoly feladványa

116. Hogyan lehet felsorakoztatni három sorban 16 tanuló úgy, hogy minden sorban egyenlő számú tanuló legyen?



Miután felkészültél az órára

A fonalról és a vonalról

A szakasz, az egyenes, a félegyenes különböző vonalfajták. A jégtáncos által hagyott nyom (49. ábra), illetve az iskolai formaruhára véletlenül rátapadt cérnaszál alapján elképzelést alkothatunk a vonalról.



Matematika

49. ábra

A térképen az útvonalat szintén vonallal ábrázolják (50. ábra).

Eukleidész ógörög matematikus Elemek című nevezetes művében nagyon eredetien határozta meg a vonal jelentését: *a vonal szélesség nélküli hosszúság.*

Az ukrán *линія* a latin *linum* szóból ered, melynek jelentése len, lenfonal. Hegyes ceruza segítségével nagyon bonyolult vonalat is le lehet rajzolni, például egy aláírást. A 51. ábrán T. H. Sevcsenko, híres ukrán költő aláírásának másolata látható.



50. ábra



51. ábra

A matematika számos érdekes tulajdonsággal rendelkező vonalat tanulmányoz. Ezek közül néhánynak saját neve is van. Ilyen vonalakból láthatunk néhányat a 52. ábrán.



Körvonal

Ellipszis

Parabola

Spirális

52. ábra

(a görög eredetű szó jelentése forgó)



Lemniskáta
(a latin eredetű szó jelentése csokornyakkendő)



Kardoid

(a görög eredetű

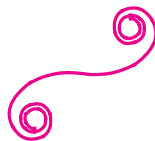


Asztroid

(a görög eredetű szó



Ciklois (a görög eredetű szó jelentése kör)



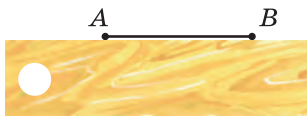
Klotoid

(a görög eredetű szó

A vonalak családja nagyon szerteágazó. Tulajdonságaikkal a felsőbb osztályokban ismerkedtek majd meg.

5. A skála. Számegyenes

Egy egyenes lécs segítségével az A és B pontokat össze lehet kötni egy szakasszal (53. ábra). De ezzel az egyszerű eszközzel nem tudjuk meghatározni az AB szakasz hosszát. Tökéletesítsük az eszköznket.



53. ábra

A lécen centiméterenként egy-egy vonalkát húzunk. Az első alá 0-t, a második alá 1-et, a harmadik alá 2-t és így tovább írunk (54. ábra). Ekkor azt mondják, hogy a lécre rajzoltunk egy **skálát**, melynek beosztása 1 cm. Ez a skálával ellátott lécs egy vonalzóra hasonlít. De leggyakrabban a vonalzón a skála beosztása 1 mm (55. ábra).



54. ábra

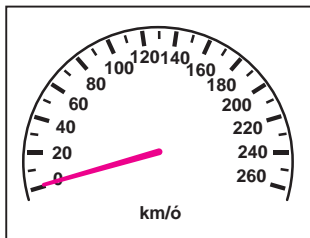


55. ábra

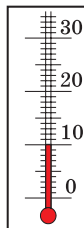
A hétköznapi életből több olyan mérőeszközt is ismertek, amelyekben különböző alakú skálák szerepelnek. Az óra számlapjának beosztása (vagy osztásköze) 1 perc (56. ábra); a gépkocsi sebességmérőjének skáláján (57. ábra) az osztásköz értéke 10 km/ó; a szobahőmérő (58. ábra) skálájának beosztása pedig 1 °C.



56. ábra

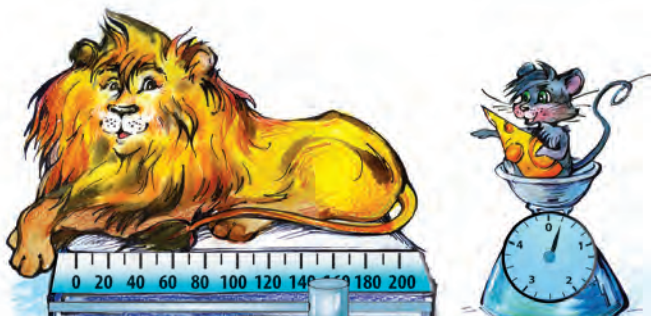


57. ábra



58. ábra

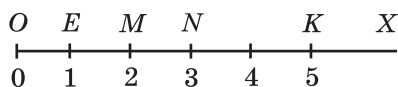
A mérlegek skálájának beosztása (59. ábra) különböző lehet, attól függően, hogy mit szeretnének rajta megmérni.



59. ábra

A tervező olyan mérőeszközt hoz létre, melynek skálája véges, vagyis létezik egy maximális érték, ameddig az adott eszközzel mérni tudunk. A matematikus viszont végtelen skálát is tud alkotni.

Megrajzoljuk az OX félegyenesest. Jelölünk rajta egy tetszőleges E pontot. Az O pont alá írjuk a 0 számot, az E pont alá pedig az 1-es számot (60. ábra).



60. ábra

Azt mondjuk, hogy az O pont a 0 számot szemlélteti, az E pont pedig az 1-et. Úgy is fogalmazhatunk, hogy az O pontnak a 0 szám felel meg, az E pontnak pedig az 1.

Az E ponttól jobbra felmérjük az OE távolságot. Ezzel az M pontot kapjuk, amelynek a 2-es szám felel meg (60. ábra). Hasonlóan jelöljük az N pontot, amely a 3-as számot ábrázolja. Így lépésről lépésre haladva megkapjuk a 4, 5, 6, ... számokat. Gondolatban ez a művelet bármeddig folytatható.

Az így kapott végtelen skálát **számegyenesnek**, az O pontot a **számegyenes kezdőpontjának**, az OE szakaszt pedig **egységnyi szakasznak** nevezzük.

Az 60. ábrán a K pont az 5-ös számot jelöli. Azt mondjuk, hogy a K pontnak 5 a koordinátája, és így jelöljük: $K(5)$. Hasonlóan fel lehet írni, hogy $O(0)$, $E(1)$, $M(2)$, $N(3)$. Általában a jelölünk egy pontot, melynek koordinátája egyenlő... kifejezés helyett azt mondhatjuk, hogy jelöljük egy számmal...



1. Mondjál példát skálával rendelkező eszközökre! 2. Magyarázd meg, hogy mit nevezünk számegyenesnek! 3. Milyen esetben mondjuk azt, hogy a 7-es szám az A pont koordinátája? 4. Hogyan írjuk le, hogy a 7-es szám az A pont koordinátája?



Szóban oldd meg!

1. Végezd el a műveleteket:

- 1) $18 + 14$; 2) $180 + 140$; 3) $180 + 14$; 4) $18 + 140$!

2. Mivel egyenlő a legnagyobb háromjegyű és a legkisebb négyjegyű szám összege?

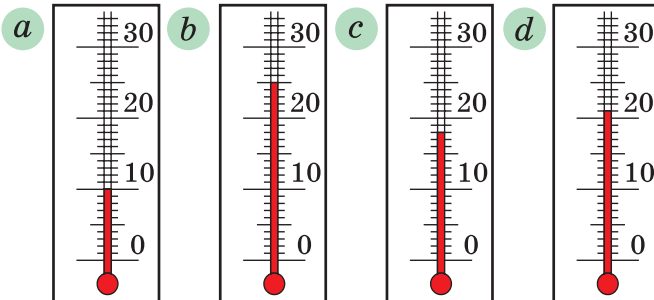
3. Öt tasakba egyenlően osztanak szét 10 kg cukorkát. Hány ugyanilyen tasak szükséges 30 kg cukorka csomagolásához?

4. Mivel egyenlő annak a töröttvonalnak a hossza, amelynek hat db 7 cm-es éle van?



Gyakorlatok

117.° A 61. ábrán látható hőmérőkről olvasd le a levegő napi hőmérsékletét!



61. ábra

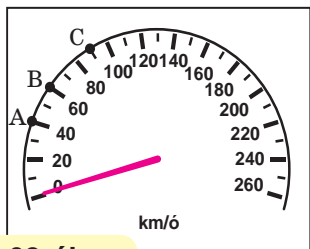
118.° Milyen hőmérsékletet mutat az 61. c ábrán látható hőmérő, ha az oszlopon a jelzés: 1) 6 beosztással lejjebb megy; 2) 4 beosztást emelkedik?

119.° Milyen hőmérsékletet mutat az 61. d ábrán látható hőmérő, ha az oszlopon a jelzés: 1) 3 beosztást emelkedik; 2) 5 beosztást süllyed?

120.° (Gyakorlati házi feladat) Készíts egy olyan listát, amely azokat a skálával rendelkező készülékeket tartalmazza, melyek megtalálható nálatok otthon!

121.° A 62. ábrán a gépkocsi sebességmérője látható. Milyen sebességgel halad az a gépkocsi, ha a sebességmérő mutatója: 1) az A pontra; 2) B pontra; 3) C pontra mutat?

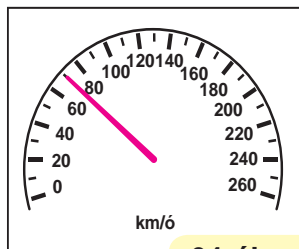
122.° A gépkocsivezető meglátta a sebességkorlátozó táblát (63. ábra), és ránézett a sebességmérőjére (64. ábra). Mennyivel kell csökkentenie a sebességét ennek a gépkocsivezetőnek, ahhoz, hogy ne sértse meg a közlekedési szabályokat?



62. ábra

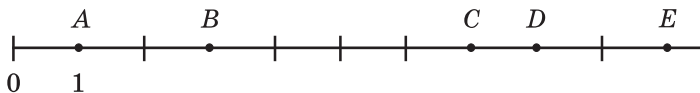


63. ábra



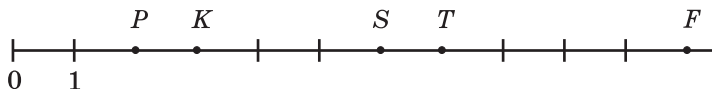
64. ábra

123.° Határozd meg az 65. ábrán lévő A, B, C, D, E pontok koordinátáit!



65. ábra

124.° Határozd meg az 66. ábrán lévő P , K , S , T , F pontok koordinátáit!



66. ábra

125.° Jelöld a számegyenesen azokat a pontokat, melyek az 1, 3, 5 számoknak felelnek meg, ha az egységnyi szakasz 1 cm! Rajzolj még két számegyenest, és jelöld ugyanezeket a pontokat, ha az egységnyi szakasz az el-
sőn 2 cm, a másodikon pedig 5 mm!

126.° Rajzolj egy számegyenest, és jelöld rajta a 0, 1, 4, 8, 9 számoknak megfelelő pontokat!

127.° Rajzolj egy számegyenest, és jelöld rajta a 0, 1, 5, 7, 10 számoknak megfelelő pontokat!

128.° Írd fel az összes olyan természetes számot, melyek a számegyenesen: 1) a 12-től balra; 2) a 18-tól balra, de a 8-tól jobbra helyezkednek el!

129.° Rajzolj egy számegyenest, és jelöld rajta azokat a természetes számokat, melyek 3-nál nagyobbak, de 7-nél kisebbek!

130.° Rajzolj egy számegyenest, és jelöld rajta azokat a természetes számokat, melyek 5-nél nagyobbak, de 10-nél kisebbek!

131.° Mely természetes számok helyezkednek el a számegyenesen a következő számok között: 1) 132 és 140; 3) 2126 és 2128; 2) 487 és 492; 4) 3714 és 3715?

132.° Írd fel azokat a természetes számokat, melyek a számegyenesen a következő számok között helyezkednek el: 1) 234 és 239; 2) 1518 és 1524; 3) 7564 és 7566!

133.° Rajzolj egy 8 cm-es szakaszt! Az egyik végére írd a 0 számot, a másikra pedig a 16-ot! Oszd fel ezt a szakaszt 4 egyenlő részre! Nevezd meg az osztópontoknak

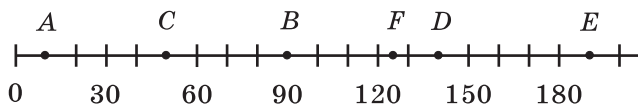
megfelelő számokat! A kapott skálán jelöld a 3, 7, 9, 14, 15 számokat!

134. Rajzolj egy 9 cm-es szakaszt! Az egyik végére írd a 0 számot, a másikra pedig a 18-at! Oszd fel ezt a szakaszt 6 egyenlő részre! Nevezd meg az osztópontoknak megfelelő számokat! A kapott skálán jelöld a 4, 8, 10, 16, 17 számokat!

135. Az egyenes úton Munkács és Beregszász közötti távolság 30 km. Ábrázold egy skálán ezt az útvonalat, a skála beosztása 3 km legyen. Ábrázold a turisták pozícióját, akik Munkácsról Beregszászba túráznak 6 km/h sebességgel: 1) 1 óra múlva az elindulás után; 2) 3 óra múlva; 3) 4 óra múlva!

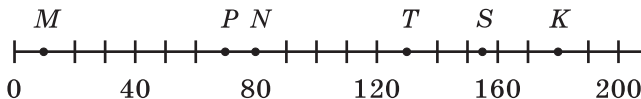
136. Az egyenes útvonal egy falútól a vasútállomásig 48 km. Ábrázold egy skálán ezt az útvonalat, a skála beosztása 4 km legyen. Ábrázold a kerékpáros pozícióját, aki 12 km/h sebességgel halad a falútól a vasútállomás felé: 1) 2 óra múlva az elindulás után; 2) 3 óra múlva; 3) 4 óra múlva!

137. Határozd meg a 67. ábrán az A, B, C, D, E, F pontok koordinátáit!



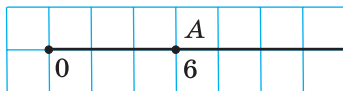
67. ábra

138. Határozd meg a 68. ábrán az M, N, P, T, K, S pontok koordinátáit!



68. ábra

139. Rajzold át a 69. ábrát a füzetedbe! Jelöld a számegyenesen a $B(12), C(2), D(8)$ pontokat!



69. ábra



70. ábra

140.* Rajzold át a 70. ábrát a füzetedbe! Jelöld a számegyenesen a $E(27)$, $F(6)$, $K(15)$ pontokat!

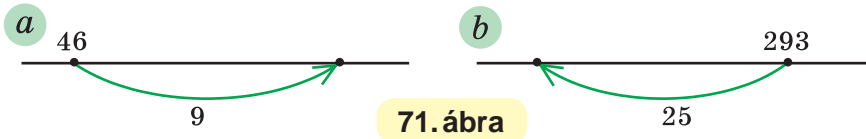
141.* Rajzolj egy számegyeneset, és jelöld rajta a $B(5)$ ponttól: 1) hat egységnyi szakasz; 2) három egységnyi szakasz; 3) öt egységnyi szakasz távolságra lévő pontokat!

142.* Rajzolj egy számegyeneset, és jelöld rajta a $A(7)$ ponttól: 1) tíz egységnyi szakasz; 2) négy egységnyi szakasz távolságra lévő pontokat!

143.* A számegyenesen jelölték az $O(0)$, $A(7)$ és $B(28)$ pontokat.

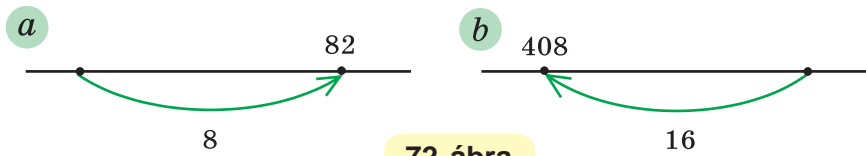
- 1) Hány egységnyi szakasszal hosszabb az OB szakasz az OA szakasznál?
- 2) Hányszor rövidebb az OA szakasz, mint az OB ?

144.* Melyik számra mutat a nyíl a számegyenesen (71. ábra)?



71. ábra

145.* Melyik számra mutat a nyíl a számegyenesen (72. ábra)?



72. ábra

146.** A szöcske egy ugrással a számegyenes mentén vagy 5 egységnyi szakaszt jobbra ugrik, vagy 3-at balra. Az első szökdelés során 5 egységet ugrik jobbra. Képes-e néhány ugrással az $O(0)$ pontból: 1) az $A(7)$; 2) a $B(8)$ pontba jutni?



Ismétlő gyakorlatok

147. Végezd el:

1) $265 + 35 \cdot 16$;

3) $336 - 192 : 12$;

2) $(265 + 35) \cdot 16$;

4) $(336 - 192) : 12$!

148. Fejezd ki kilogrammokban:

1) $3\text{ t } 40\text{ kg}$;

2) $2\text{ q } 5\text{ kg}$;

3) $5\text{ t } 6\text{ q } 32\text{ kg}$!

149. Fejed ki centiméterekben:

1) $6\text{ m } 38\text{ cm}$;

2) $4\text{ dm } 2\text{ cm}$;

3) $1\text{ m } 1\text{ cm}$!

150. 7 kilogramm alma annyiba kerül, mint 4 kg körte. Hány kilogramm körtét vehetünk 42 kg alma árából?



Bölcs Bagoly feladványa

151. A kerítés mentén 8 almafa nő. A szomszédos almafákon lévő almák száma közötti különbség egy. Lehet-e ezeken az almafákon összesen 225 alma?

6. A természetes számok összehasonlítása

Két különböző számot összehasonlítani annyit jelent, hogy megállapítani azt, melyik a nagyobb és melyik a kisebb.

Két természetes szám közül a kisebbik a természetes számsorban előrébb áll, a nagyobbik pedig hátrébb. Ezért, például az 5-ös szám kisebb, mint a 7-es, a 171 nagyobb, mint a 19. Az összehasonlítás eredményét a $<$ (kisebb) és a $>$ (nagyobb) jellel írjuk le: $5 < 7$ és $171 > 19$. Az ilyen felírást **egyenlőtlenségnek** nevezzük.

A 0 kisebb, mint bármelyik természetes szám. Például $0 < 12$.

Egyszerre három számot is össze lehet hasonlítani. Például 17 nagyobb, mint 15, de kisebb, mint 20. Ezt így írjuk le: $15 < 17 < 20$. Ezt a felírást kettős egyenlőtlenségnek nevezzük. Gyakran a kettős szót elhagyjuk, és a **kettős egyenlőtlenséget** is csak egyenlőtlenségnek nevezzük.

A természetes számokat össze lehet hasonlítani a természetes számsor nélkül is.

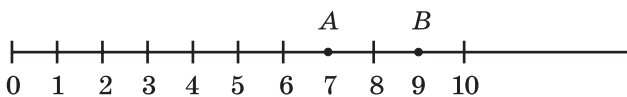
Két többjegyű szám közül az a nagyobb, melynek felírásában több számjegy van.

Például az 597 013 617 kilencjegyű szám, a 99 982 475 pedig nyolcjegyű szám, ezért az első szám nagyobb, mint a második.

Ha két többjegyű szám számjegyeinek a száma egyenlő, akkor a következő szabályt kell alkalmazni: **Ha két szám ugyanannyi számjegyből áll, akkor az a nagyobb, amelyben balról jobbra haladva az első eltérő számjegy nagyobb.**

Például, $7256 > 7249$, a $582\ 647 < 582\ 879$.

Megjegyezzük, hogy a számegyenesen a kisebb koordinátájú pont balra helyezkedik el a nagyobb koordinátájú ponttól. Például A(7) pont balra esik a B(9) ponttól, mivel $7 < 9$ (73. ábra).



73. ábra

A két természetes szám esetén a kisebb szám a nagyobbhoz viszonyítva balra helyezkedik el a számegyenesen.

1. PÉLDA. A következő számokban néhány számjegy helyén csillag áll. Hasonlítsd össze ezeket a számokat:

1) $69*$ és $**43$;

2) $72***$ és $70***$.

Megoldás. 1) Mivel az első szám háromjegyű, a második pedig négyjegyű, ezért $69^* < **43$.

2) Mivel az első szám háromjegyű, a második pedig négyjegyű, ezért $69^* < **43$. ◀

2.PÉLDA. Hasonlítsd össze: 8 km 24 m és 8146 m!

Megoldás. Mivel $8\text{ km } 24\text{ m} = 8024\text{ m}$, ezért $8\text{ km } 24\text{ m} < 8146\text{ m}$. ◀



1. Mit jelent két természetes szám összehasonlítása? 2. Hogyan lehet a természetes számsor alkalmazásával megállapítani, melyik természetes szám kisebb? Nagyobb? 3. Hogyan kell összehasonlítani azokat a természetes számokat, amelyek különböző számú számjegyekből állnak? 4. Melyik természetes szám nagyobb, ha a szájegyeik száma egyenlő?

Szóban oldd meg!

1. Az 516 és a 615 számok közül melyik fog a számegyenesen balra elhelyezkedni a másikhoz képest?

2. A 405 és az 504 számok közül melyik fog a számegyenesen jobbra elhelyezkedni a másikhoz képest?

3. 8 órakor a hőmérő $4\text{ }^\circ\text{C}$ -ot mutatott, 14 órakor pedig $12\text{ }^\circ\text{C}$ -ot. Mivel egyenlő a hőmérő skálájának beosztása, ha a hőmérő higanyoszlopa négy egységgel emelkedett?

4. A fogkefét minden 4 hónapban cserélni kell. Hány fogkefét vesz az öttagú Kovács család egy év alatt, ha betartja a fenti higiéniai szabályt?

5. Számítsd ki:

1) $(27 + 13) \cdot 8$;

4) $(128 - 53) : 3$;

2) $(56 - 26) \cdot 9$;

5) $63 : (25 - 16)$;

3) $(82 - 71) \cdot 6$;

6) $120 : (26 + 14)$!

6. A dobozban öt piros és 3 zöld ceruza van. Véletlenszerűen kihúzzunk egy ceruzát. Legkevesebb hány ceruzát kell kivenni, hogy közülük biztosan legyen legalább két piros és egy zöld ceruza?





Gyakorlatok

152.^o Olvasd el a következő egyenlőtlenségeket:

- 1) $4 < 9$; 3) $257 < 263$; 5) $8 < 12 < 20$;
 2) $18 > 10$; 4) $132 > 95$; 6) $29 < 30 < 31$!

153.^o Írd fel az egyenlőtlenséget:

- 1) 16 nagyobb, mint 13; 2516 kisebb, mint 3939;
 3) 5 nagyobb, mint 4, de kisebb mint 6;
 4) 40 nagyobb, mint 30, de kisebb, mint 50!

154.^o Hasonlítsd össze a számokat:

- 1) 326 és 362; 5) 21 396 és 21 298;
 2) 483 és 480; 6) 72 168 és 72 170;
 3) 1999 és 2002; 7) 5 716 007 és 5 715 465;
 4) 6235 és 6196; 8) 3 654 987 és 3 654 991;
 9) 4 398 657 436 és 4 398 659 322;
 10) 16 000 023 009 és 16 000 032 000!

155.^o Hasonlítsd össze a számokat:

- 1) 642 és 624; 4) 4455 és 5444;
 2) 786 és 779; 5) 1 400 140 és 1 401 400;
 3) 4897 és 5010; 6) 224 978 és 224 988;
 7) 6 130 852 és 6 13 941;
 8) 5 287 746 525 és 5 287 736 638!

156.^o Írjd fel növekvő sorrendbe a következő számokat:
 894, 479, 846, 591, 701!

157.^o A táblázat Ukrajna egyes városainak Kijevtől való távolságát tartalmazza. Írd le a városok neveit úgy, hogy a Kijevtől való távolságaik csökkenő sorrendben legyenek!

Város	Távolság. km	Város	Távolság. km
Vinyica	256	Odessza	489
Zaporizsje	607	Ungvár	806
Lemberg	550	Csernyihiv	149

158.° Nevezd meg az összes olyan természetes számot, mely:

- 1) nagyobb mint 678 és kisebb mint 684;
- 2) nagyobb mint 2 934 450 és kisebb mint 2 934 454;
- 3) nagyobb mint 12 704 és kisebb mint 12 708;
- 4) nagyobb mint 24 315 és kisebb mint 24 316!

159.° Nevezd meg az összes olyan természetes számot, melyek:

- 1) nagyobb mint 549 és kisebb mint 556;
- 2) nagyobb mint 1 823 236 és kisebb mint 1 823 240;
- 3) nagyobb mint 47 246 és kisebb mint 47 248!

160.° Jelöld a számegyenesen az összes olyan természetes számot, mely: 1) kisebb, mint 12; 2) nagyobb, mint 4, de kisebb, mint 10.

161.° Írj a csillagok helyére olyan számokat, amelyekkel az egyenlőtlenségek igazak lesznek:

- 1) $526* < 5261$;
- 2) $4345 > 43*8$;
- 3) $7286 < 72*8$;
- 4) $2*09 > 2710!$

162.° Írj a csillagok helyére olyan számokat, amelyekkel az egyenlőtlenségek igazak lesznek:

- 1) $321* > 3217$;
- 2) $93*0 < 9332$.

Vizsgálj meg minden lehetséges esetet!

163.° Írj fel olyan négyjegyű számot, amely:

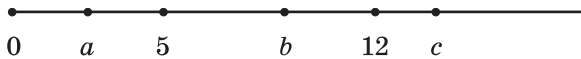
- 1) nagyobb mint 9984 és az utolsó számjegye 4;
- 2) kisebb mint 1016 és az utolsó számjegye 9!

164.° Írj fel egy olyan természetes számot, amely nagyobb, mint 473, de kisebb, mint 664, és a benne található 5-ös számjegy a tízes helyiértéken áll! Hány ilyen szám létezik?

165.° Írj fel egy olyan természetes számot, amely nagyobb, mint 578, de kisebb, mint 638, és a benne található 6-os számjegy a százasként áll! Hány ilyen szám létezik? Írd fel a legkisebb és a legnagyobb ilyen számot!

166.* Írj fel egy olyan természetes számot, amely nagyobb mint 2364 és kisebb mint 2432, a 8-as számjegyet az egyesek helyiértékén tartalmazza! Hány ilyen szám létezik? Írd fel a legkisebb és a legnagyobb ilyen számot!

167.* Megjelölték a számegyenesen az 5, 12, a , b és c számokat (74. ábra)!



74. ábra

Hasonlítsd össze a következő számokat:

- | | |
|----------------|-----------------|
| 1) a és 5; | 3) a és 12; |
| 2) 12 és b ; | 4) c és a ! |

168.* Írd fel kettősegyenlőtlenség alakjában:

- 1) a 7 nagyobb mint az 5 de kisebb, mint 10;
- 2) a 62 kisebb mint 70 de nagyobb, mint 60;
- 3) az 54 kisebb mint 94 de nagyobb, mint 44;
- 4) a 128 nagyobb mint 127 de kisebb, mint 129!

169.* Melyik két legközelebb álló természetes szám között helyezkedik el a következő szám:

- | | |
|---------|-------------|
| 1) 24; | 3) 4325; |
| 2) 258; | 4) 999 999! |

A feleletet írd fel kettős egyenlőtlenséggel!

170.** A számok felírásakor néhány számjegyet csilaggal helyettesítettünk. Hasonlítsd össze ezeket a számokat:

- | | |
|---------------------------|----------------------|
| 1) $43 ***$ és $48 ***$; | 3) $9*4$ és $9**3$; |
| 2) $38*$ és $1***$; | 4) $6*9$ és $96*$! |

171.** A számok felírásakor néhány számjegyet csilaggal helyettesítettünk. Hasonlítsd össze ezeket a számokat:

- 1) $35* ***$ és $32* ***$;
- 2) $**68$ és $86*$!

172.** Hasonlítsd össze:

- 1) 2 km és 1968 m;
- 2) 4 dm és 4 m;

- 3) 3 km 94 m és 3126 m;
- 4) 712 kg és 8 q;
- 5) 15 t és 35 q;
- 6) 6 q 23 kg és 658 kg;
- 7) 4 t 275 kg és 42 q 75 kg;
- 8) 5 t 7 q 36 kg és 5 t 863 kg;
- 9) 8 t és 81 q;
- 10) 83 dm 7 cm és 8 m 30 cm!

173. Hasonlítsd össze:

- 1) 6892 m és 7 km;
- 2) 8 cm és 8 dm;
- 3) 4 km 43 m és 4210 m;
- 4) 27 dm 3 cm és 270 cm;
- 5) 9 q és 892 kg;
- 6) 2 q 86 kg és 264 kg;
- 7) 3 t 248 kg és 32 q 84 kg;
- 8) 12 t 2 kg és 120 q 2 kg!



Ismétlő gyakorlatok

174. Számítsd ki:

- 1) $936 : 24 - 2204 : 58$;
- 2) $5481 : 27 + 23 \cdot 27$;
- 3) $3000 - (1085 - 833) : 42$;
- 4) $(1248 + 652) \cdot (1423 - 1373)$!

175. Ottó egy adag poltavai haluska elkészítéséhez 420 g lisztet használt. Mennyi liszt maradt a kilogrammos csomagban, miután Ottó két adag haluskát készített el?

176. 24 m szövetből hét egyforma ruhát lehet varrni. Hány ugyanilyen ruhát varhatunk 48 m ilyen szövetből?



**Haluska
emlékmű
(Poltava)**



Megtanuljuk alkalmazni a matematikát

177. V.O. Szuhomlinszkij (1918–1970), ahíres ukrán pedagógus pedagógiai tevékenységét 1935-ben kezdte. 1948-tól élete végéig vezette a Pávlinszki középiskolát a Kirovográdi megyében. Hány éves korában kezdte a pedagógusi tevékenységét Vaszil Olekszandrovics? Hány évet szentelt a gyermekek tanításának? V. O. Szuhomlinszkij hány évig vezette az iskolát?

178. A Kijevi Barlangkolostor harangtornyának a magassága majdnem eléri a 97 m, ami 12 m-rel magasabb, mint a Szent Mihály-székesegyház (Kijev) harangtornya. A Szentháromság-székesegyház (Csernyihiv) harangtornya 58 m magas, ami 18 m-rel alacsonyabb a Szent Mihály-székesegyház (Kijev) harangtornyánál? A Szent Mihály-székesegyház (Kijev) vagy a Szófia-székesegyház harangtornya a magassabb, és mennyivel?



**A Kijevi
Barlangkolostor
harangtornya**



**A Szent
Mihály-székesegyház
(Kijev)**



**A Szentháromság-
székesegyház
(Csernyihiv)**



**A Szófia-székesegyház
(Kijev)**



Az Bölcs Bagoly feladata

179. Hét törpe 28 gombát szedett, mindegyik különböző számút, és egyikőjüknek sem volt üres a kosara. Hány gombát szedett mindegyik törpe?

ELLENŐRIZD ÖNMAGAD 1.SZÁMÚ TESZTFELADAT

1. Melyik szám áll az 5100 előtt a természetes számsorban?

- A) 5009 B) 5939 C) 5099 D) 5199!

2. Hány szám áll a 31 és a 82 között a természetes számsorban?

- A) 48 B) 49 C) 50 D) 51!

3. Milyen számjegy áll a 243 786 számban az ezresek csoportja tízezer helyiértéken?

- A) 2 B) 4 C) 3 D) 8!

4. Válaszd ki a kétmillió-húszezer-kétszáz szám számjegyekkel leírt alakját!

- A) 2 020 200 C) 2 002 200
B) 2 200 200 D) 2 200 020!

5. Mivel egyenlő az ábrán látható AD szakasz hossza, ha $AC = 18$ cm, $BD = 20$ cm, $BC = 6$ cm?

- A) 38 cm B) 32 cm C) 28 cm D) 26 cm!



6. Melyik nem illeszkedik a BD félegyeneshez az ábrán jelölt pontok közül?

- A) B B) E C) M D) K !



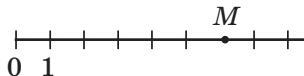
7. Mivel egyenlő az ábrán látható M pont koordinátája?

A) 5

B) 6

C) 7

D) 8!



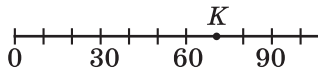
8. Mivel egyenlő az ábrán látható K pont koordinátája?

A) 70

B) 75

C) 80

D) 85



9. Az adott számjegyek közül melyiket kell a csillag helyére írni az $1472 > 14*4$ kifejezésben, hogy igaz egyenlőtlenséget kapjunk?

A) 8

B) 7

C) 6

D) 9

10. Hány természetes szám helyezkedik el a 15-ös számtól balra a számegyenesen?

A) 13

B) 14

C) 15

D) végtelen sok

11. Az utcán a házak 1-től 25-ig vannak sorszámozva. Hányszor szerepel a 2-es számjegy a sorszámozásban?

A) 5

B) 7

C) 8

D) 9

12. Nevezd meg az igaz egyenlőtlenséget:

A) $6 \text{ q} < 598 \text{ kg}$

C) $2 \text{ km } 85 \text{ m} > 2122 \text{ m}$

B) $7 \text{ q } 32 \text{ kg} > 723 \text{ kg}$

D) $1 \text{ km } 42 \text{ m} > 1200 \text{ m!}$

2. §. A TERMÉSZETES SZÁMOK ÖSSZEADÁSA ÉS KÍVONÁSA

7. A természetes számok összeadása.

Az összeadás tulajdonságai

Ahhoz, hogy az 5-höz hozzáadjunk 2-t, előbb hozzáadhatunk az 5-höz 1-et, majd a kapott 6-hoz még 1-et. Ezt kaptuk: $5 + 2 = 5 + 1 + 1 = 6 + 1 = 7$. Így adtátok össze akkor, amikor elkezdtetek számolni. Ma már automatikusan, emlékezetből és szinte azonnal közlöd az eredményt: $2 + 7 = 9$, $6 + 3 = 9$, $2 + 8 = 10$, $8 + 7 = 15$ stb., mivel már kívülről tudod az egyjegyű számok összeadásának táblázatát.

Miért kényelmes a többjegyű számok összeadása oszloponként? Adjuk össze például a 3 853 164 és a 2 700 503 számokat:

		3	8	5	3	1	6	4	
	+	2	7	0	0	5	0	3	
		6	5	5	3	6	6	7	

Írásbeli összeadásnál a tagokat helyi érték szerint egymás alá írjuk. Az összeadást a legkisebb helyi értéken kezdjük. Így tehát csak egyjegyű számokat kell összeadni.

Emlékeztetőül, az $a + b = c$ egyenlőségben az a és b számokat **összeadandóknak**, a c számot valamint az $a + b$ kifejezést pedig **összegnek** nevezzük. Itt betűkkel jelöltük a számokat. Hogy hogyan alkalmazzuk a betűket a kifejezések leírása során arról részletesebben a 9. pontban lesz szó.

Ugye emlékszel az **összeadás felcserélhetőségi** tulajdonságára:

az összeadandók felcserélésétől az összeg nem változik.

Betűkifejezéssel ezt a tulajdonságot így írjuk fel:

$$a + b = b + a$$

Hogyan lehet legegyszerűbben kiszámítani a $(64 + 23) + 77$ összegét?

Természetesen így: $(64 + 23) + 77 = 64 + (23 + 77) = 64 + 100 = 164$.

Ezúttal az összeadás csoportosítási szabályát alkalmaztuk:

két szám összegéhez úgy is hozzáadhatunk egy harmadik számot, hogy az első számhoz hozzáadjuk a második és harmadik szám összegét.

Betűkifejezéssel ezt a tulajdonságot így írjuk fel:

$$(a + b) + c = a + (b + c)$$

Az összeadás tulajdonságaiból az következik, hogy több összeadandó összeadásakor azokat bármilyen módon cserélgethetjük, és zárójelezhetjük, amivel meghatározhatjuk az összeadás sorrendjét.

Például igaz a következő egyenlőség:

$$a + b + c = c + b + a,$$

$$2 + 3 + 7 + 8 = (2 + 8) + (7 + 3).$$

A 0 különleges tulajdonsággal bír:

ha két összeadandó közül az egyik nullával egyenlő, akkor az összeg a másik összeadandóval egyenlő:

$$a + 0 = a,$$

$$0 + a = a$$

1.PÉLDA. Hozd egyszerűbb alakra a $136 + (a + 214)$ kifejezést!

Megoldás. Az összeadás felcserélhetőségi és csoportosítási törvényét alkalmazva a következőt kapjuk:

$$136 + (a + 214) = 136 + (214 + a) =$$

$$= (136 + 214) + a = 350 + a. \blacktriangleleft$$

2.PÉLDA. Határozd meg a 7 perc 44 mp + 5 perc 38 mp összeget!

Megoldás. Figyelembe vesszük azt, hogy 1 perc = 60 mp, és a következőt kapjuk:

$$\begin{aligned}7 \text{ perc } 44 \text{ mp} + 5 \text{ perc } 38 \text{ mp} &= 7 \text{ perc} + 44 \text{ mp} + 5 \text{ perc} + 38 \text{ mp} = \\ &= (7 \text{ perc} + 5 \text{ perc}) + (44 \text{ mp} + 38 \text{ mp}) = 12 \text{ perc} + 82 \text{ mp} = \\ &= 12 \text{ perc} + 60 \text{ mp} + 22 \text{ mp} = 12 \text{ perc} + 1 \text{ perc} + 22 \text{ mp} = 13 \text{ perc } 22 \text{ mp!} \blacktriangleleft\end{aligned}$$



1. Hogy nevezzük az $a + b = c$ egyenlőségben? A b számot? A c számot? Az $a + b$ kifejezést? 2. Fogalmazd meg az összeadás felcserélhetőségi tulajdonságát! 3. Hogyan írjuk fel betűkifejezéssel az összeadás felcserélhetőségi tulajdonságát? 4. Fogalmazd meg az összeadás csoportosítási tulajdonságát! 5. Hogyan írjuk fel betűkifejezéssel az összeadás csoportosítási tulajdonságát? 6. Milyen tulajdonsága van a 0-nak az összeadásnál?



Szóban oldd meg!

1. Számítsd ki:

- | | | |
|-----------------|--------------------|---------------------|
| 1) $23 + 17$; | 5) $300 - 130$; | 9) $120 \cdot 40$; |
| 2) $230 + 17$; | 6) $300 - 13$; | 10) $72 : 8$; |
| 3) $23 + 170$; | 7) $12 \cdot 4$; | 11) $720 : 8$; |
| 4) $30 - 13$; | 8) $12 \cdot 40$; | 12) $720 : 80$! |

2. Nevezd meg azt a két egymást követő természetes számot, melynek összege 91 lesz!

3. Egy kétjegyű szám számjegyeinek összege egyenlő a legnagyobb egyjegyű számmal! Melyik ez a kétjegyű szám? Hány ilyen szám létezik?

4. A 8 724 516 számban mely számjegyeket kell kihúzni, hogy a megmaradt számjegyekből kapott szám az eredeti sorrendben:

- 1) a lehető legnagyobb legyen;
- 2) a lehető legkisebb legyen?

5. (Tréfás feladat) A húszemeletes házban lift van. Az első szinten 6 személy lakik, és mindegyik szinten 2-vel többen, mint az előzőn. Melyik gombot nyomják meg leggyakrabban?



Gyakorlatok

180.° Határozd meg az összeget:

- 1) $14\ 238 + 18\ 345$;
- 2) $32\ 662 + 4879$;
- 3) $295\ 361 + 475\ 829$;
- 4) $28\ 177\ 246 + 42\ 989\ 511$;
- 5) $2\ 713\ 486 + 733\ 982$;
- 6) $75\ 392\ 867\ 428 + 9\ 671\ 635\ 803!$

181.° Végezd el az összeadást:

- 1) $47\ 586 + 4705$;
- 2) $114\ 931 + 209\ 596$;
- 3) $228\ 637 + 5\ 428\ 735$;
- 4) $59\ 462\ 181\ 428 + 4\ 740\ 582\ 804!$

182.° Növeld:

- 1) a 7892 -t $34\ 608$ -cal;
- 2) a $46\ 177$ és a 5726 összegét $100\ 215$ -tel!

183.° Határozd meg azt a számot, amely:

- 1) 4382 -vel nagyobb mint a $68\ 638$;
- 2) $12\ 814$ -gyel nagyobb mint az $1\ 256\ 064$ és a 9787 összegnél!

184.° Nati és Miki feladatokat oldottak meg. Miki 26 feladattal készült el, Nati pedig 16-tal többel. Hány feladatot oldott meg Miki és Nati összesen?

185.° Tibor 74 hrvnyáért vásárolt egy könyvet, Péter pedig egy másikért 24 hrvnyával kevesebbet fizetett. Hány hrvnyát fizetett összesen Tibor és Péter a könyvekért?

186.° Végezd el az összeadást a legcélszerűbb módon:

- 1) $(42 + 37) + 58$;
- 2) $29 + (98 + 71)$;
- 3) $(215 + 818) + 785$;
- 4) $634 + (458 + 166)$;
- 5) $183 + 732 + 268 + 317$;
- 6) $339 + 584 + 416 + 661!$

187.° A számítás során alkalmazd az összeadás tulajdonságait:

- 1) $(146 + 322) + 178$; 3) $625 + 481 + 75 + 219$;
2) $784 + (179 + 116)$; 4) $427 + 88 + 203 + 102$!

188.° Három mókus, Vöröske, Sárgácska és Szürkécskeogyorót gyűjtöttek. Vöröske 38ogyorót gyűjtött, ami 16-tal kevesebb, mint amennyit Sárgácska szedett, Szürkécske pedig 23-mal többet hordott össze, mint Vöröske. Hányogyorót szedtek összesen?

189.° A Kijevi megye $28\,131\text{ km}^2$, ami 1701 km^2 -rel kisebb, mint a Zsitomiri megye. A Csernyihivi megye 2033 km^2 -nel nagyobb a Zsitimirinál. Határozd meg a három megye összterületét!



190.° Az egyik polcon 17könyv volt, a másikon 18-cal több, mint az elsőn, a harmadikon pedig 6könyvvel több, mint az elsőn és a másodikon összesen. Hánykönyv volt a három polcon összesen?

191.° A kerékpáros turistacsoport az első napon 42km-t tett meg, ami 12km-rel kevesebb a második napon megtett távnál, a harmadik napon pedig 4km-rel többet tettek meg, mint az első és a második napon összesen. Hány kilométert tettek meg a turisták a három nap alatt?

192.° Egyszerűsítsd a kifejezéseket:

- 1) $(74 + x) + 38$; 4) $2753 + m + 4199$;
2) $238 + (a + 416)$; 5) $(b + 457) + (143 + 872)$;
3) $y + 324 + 546$; 6) $(2235 + c) + (4671 + 1765)$!

193.° Egyszerűsítsd a kifejezéseket:

- 1) $(56 + a) + 14$; 3) $805 + x + 195$;
2) $342 + (b + 58)$; 4) $m + 4563 + 1837$!

194.* Hogyan változik az összeg, ha az egyik összeadandót:

- 1) 12-vel növeljük;
- 2) 23-mal, a másikat pedig 17-tel növeljük;
- 3) 34-gyel csökkentjük;
- 4) 16-tal, és a másikat pedig 9-cel csökkentjük;
- 5) 28-cal növeljük, a másikat pedig 15-tel csökkentjük?

195.* Az egyik összeadandót 3-mal növeltük. Mennyivel kell növelni a másikat, hogy az összeg 14-gyel növekedjen?

196.* Az egyik összeadandót 8-cal növeltük. Hogyan kell megváltoztatni a másik összeadandót, hogy az összeg:

- 1) 3-mal növekedjen;
- 2) 5-tel csökkenjen?

197.* Számítsd ki az összeget:

- 1) 76 m 39 cm + 41 m 58 cm;
- 2) 4 km 238 m + 3 km 474 m;
- 3) 64 m 86 cm + 27 m 45 cm;
- 4) 16 km 527 m + 37 km 783 m;
- 5) 12 ó 24 perc + 9 ó 18 perc;
- 6) 35 perc 17 mp + 16 perc 35 mp;
- 7) 18 ó 42 perc + 14 ó 29 perc;
- 8) 53 perc 32 mp + 44 perc 56 mp!

198.* Számítsd ki az összeget:

- 1) 4 dm 6 cm + 5 dm 8 cm;
- 2) 8 m 5 cm + 6 m 96 cm;
- 3) 12 km 29 m + 24 km 92 m;
- 4) 2 t 4q 56 kg + 9 t 6 q 48 kg;
- 5) 3 ó 48 perc + 2 ó 26 perc;
- 6) 25 perc 17 mp + 7 perc 54 mp!

199.* Az autóbusz Kijevből 15 ó 40 perckor indult el Mirgorodba és 3 ó 50 percig tartott az útja. Mikor fog megérkezni Mirgorodba ez az autóbusz?

200.* A vonat az *A* állomásról 9 ó 57 perckor indul és 2 ó 36 perc múlva megérkezik a *B* állomásra. Mikor fog megérkezni ez a vonat a *B* állomásra?

201.** Helyettesítsd a csillagokat olyan számjegyekkel, hogy az összeadás igaz legyen:

$$1) \begin{array}{r} + 1\ 7\ * \ 6 \\ 4\ * \ 5\ * \\ \hline * \ 0 \ 8 \ 2 \end{array}$$

$$3) \begin{array}{r} + \quad 8\ * \ 5 \ 6 \\ + \ * \ 3 \ 6 \ * \ 7 \\ \hline \quad 2 \ 1 \ 9 \ * \\ \hline 6 \ * \ 0 \ 9 \ 3 \end{array}$$

$$2) \begin{array}{r} + \quad 2 \ 5 \ 3 \ * \\ + \ * \ 7 \ 9 \ * \ 8 \\ \hline 4 \ * \ * \ 9 \ 7 \end{array}$$

$$4) \begin{array}{r} + \ * \ * \\ + \ * \ * \\ \hline 1 \ 9 \ 7 \end{array}$$

202.** Helyettesítsd a csillagokat olyan számjegyekkel, hogy az összeadás igaz legyen:

$$1) \begin{array}{r} + \ * \ 6 \ 2 \ * \\ + \ 8 \ 4 \ * \ 7 \\ \hline * \ 2 \ * \ 6 \ 2 \end{array}$$

$$2) \begin{array}{r} + \quad 2 \ 9 \ 4 \ * \\ + \ * \ 7 \ 6 \ * \ 1 \\ \hline \quad 6 \ * \ * \ 2 \ 4 \end{array}$$

203.** Add meg az összeget a legcélszerűbb módon:

1) $1 + 2 + 3 + \dots + 9 + 10$;

2) $1 + 2 + 3 + \dots + 99 + 100!$

204.* 1) Mennyivel kevesebb az $1 + 3 + 5 + \dots + 99$ összeg, mint a $2 + 4 + 6 + \dots + 100$?

2) Az $1 + 3 + 5 + \dots + 2001$ és a $2 + 4 + 6 + \dots + 2000$ összegek közül melyik a nagyobb, és mennyivel?

205.* A 44444444 felírásban egyes számjegyek közé tegyél „+” jelet úgy, hogy olyan kifejezést kapj, melynek értéke 500!

206.* Helyettesítsd a csillagokat olyan számjegyekkel, hogy bármelyik három egymás melletti szám összege 20 legyen:

$$7, *, *, *, *, *, *, *, 9.$$



Ismétlő gyakorlatok

207. Jelöld azokat a természetes számokat a számegyenesen, melyek nagyobbak, mint 6, de kisebbek, mint 12!

208. Írj fel minden olyan hatjegyű számot, amelyik nagyobb a 999 888-nál és 5-re végződik!

209. A kerékpáros 4 óra alatt 36 km-t tett meg. Visszafelé a sebességét 3 km/ó-val növelte. Hány óra alatt tette meg visszafelé az utat?

210. Laci 5 évvel idősebb húgánál. Hány évvel lesz idősebb a húgánál 7 év múlva?



Ismétlő gyakorlatok

211. Lehet egy olyan táblázatot, amely 5 sort és 6 oszlopot tartalmaz, természetes számokkal úgy feltölteni, hogy minden sorban a számjegyek összege 30, és a minden oszlopban az összeg 20 legyen?

8. A természetes számok kivonása

A kivonás eredményét az összeadás segítségével határozzuk meg. Például 17-ből kivonni 5-öt annyit jelent, mint meghatározni azt a számot, amelyiket 5-höz hozzáadva 17-et kapunk. Mivel $5 + 12 = 17$, ezért $17 - 5 = 12$.

Általánosan: az $a - b = c$ egyenlőség akkor teljesül, ha igaz a $b + c = a$ egyenlőség.

Megvizsgálunk még néhány példát:

$$173 - 89 = 84, \text{ mivel } 89 + 84 = 173;$$

$$2368 - 572 = 1796, \text{ mivel } 572 + 1796 = 2368.$$

Emlékeztetőül, az $a - b = c$ egyenlőségben az a számot **kisebbítendőnek**, a b -t **kivonandónak**, a c -t, illetve az $a - b$ kifejezést pedig **különbségnek** nevezzük.

Az $a - b$ különbség azt mutatja, hogy mennyivel nagyobb az a szám a b -nél, illetve mennyivel kisebb a b az a számnál.

Kivonáskor a 0 érdekes tulajdonsággal bír. **Ha a kivonandó nullával egyenlő, akkor a különbség a kisebbítendővel egyenlő:**

$$a - 0 = a$$

A következő tulajdonság is igaz. Ha a kisebbítendő és a kivonandó egymással egyenlő, akkor a különbség nulla:

$$a - a = 0$$

A fenti egyenlőségeket az összeadás segítségével lehet leellenőrizni. Erről önállóan győződj meg.

1.PÉLDA. A Dnyeper ukrainai szakaszának hossza 981 km. A Déli-Bug 175 km-rel rövidebb nála, de 89 km-rel hosszabb a Pszel folyó hosszánál. Határozd meg a Déli-Bug és a Pszel folyók hosszát!

Megoldás. 1) $981 - 175 = 806$ (km) – a Déli-Bug hossza. 2) $806 - 89 = 717$ (km) – a Pszel hossza.

Felelet: 806 km, 717 km ◀

2.PÉLDA. Számítsd ki: $428 - (128 + 126)$.

Megoldás:

$$428 - (128 + 126) = 428 - 254 = 174. \blacktriangleleft$$

A számítást másképp is el lehetett volna végezni a következő szabály alkalmazásával:

Ahhoz, hogy egy számból kivonjuk két szám összegét, előbb kivonjuk az egyik összeadandót, majd a különbségből a másik összeadandót.

Megoldás:

$$428 - (128 + 126) = (428 - 128) - 126 = 300 - 126 = 174.$$

3.PÉLDA. Számítsd ki: $(619 + 282) - 319$.

Megoldás: $(619 + 282) - 319 = 901 - 319 = 582. \blacktriangleleft$

Másképp is kiszámíthatjuk a következő szabály alapján:

Amikor összegből vonunk ki számot, akkor úgy is eljárhatunk, hogy az egyik összeadandóból (ha ez az összeadandó nagyobb vagy egyenlő a kivonandó-

val) kivonjuk a számot, majd a különbséghez hozzáadjuk a másik összeadandót.

A következőt kapjuk:

$$(619 + 282) - 319 = (619 - 319) + 282 = 300 + 282 = 582.$$

Megjegyezzük, hogy például a $(17 + 19) - 25$ kifejezés esetében a fenti szabályt nem alkalmazhatjuk, mivel $17 + 19$ összegben mindkét összeadandó kisebb, mint 25.

4.PÉLDA. Számítsd ki a különbséget:

$$9 \text{ ó } 8 \text{ perc} - 2 \text{ ó } 26 \text{ perc}.$$

Megoldás. $9 \text{ ó } 8 \text{ perc} - 2 \text{ ó } 26 \text{ perc} =$
 $= 8 \text{ ó } 68 \text{ perc} - 2 \text{ ó } 26 \text{ perc} = 6 \text{ ó } 42 \text{ perc}.$ ◀

A számítás során alkalmaztuk mindkét fenti szabályt.

Így:

$$\begin{aligned} & 8 \text{ ó } 68 \text{ perc} - 2 \text{ ó } 26 \text{ perc} = \\ & = 8 \text{ ó } 68 \text{ perc} - (2 \text{ ó} + 26 \text{ perc}) = \\ & = (8 \text{ ó } 68 \text{ perc} - 2 \text{ ó}) - 26 \text{ perc} = \\ & = ((8 \text{ ó} + 68 \text{ perc}) - 2 \text{ ó}) - 26 \text{ perc} = \\ & = ((8 \text{ ó} - 2 \text{ ó}) + 68 \text{ perc}) - 26 \text{ perc} = \\ & = (6 \text{ ó} + 68 \text{ perc}) - 26 \text{ perc} = \\ & = 6 \text{ ó} + (68 \text{ perc} - 26 \text{ perc}) = 6 \text{ ó} + 42 \text{ perc} = \\ & = 6 \text{ ó } 42 \text{ perc}. \end{aligned}$$



1. Mit értünk azon, hogy az a számból kivonjuk a b -t? 2. Hogy nevezzük az $a - b = c$ egyenlőségben az a számot? A b számot? A c számot? Az $a - b$ kifejezést? 3. Mit mutat az $a - b$ különbség? 4. Mivel egyenlő két szám különbsége, ha a kivonandó nullával egyenlő? 5. Mivel egyenlő két azonos szám különbsége? 6. Hogyan lehet egy számból kivonni két szám összegét? 7. Hogyan kell két összeadandó összegéből kivonni egy számot?



Szóban oldd meg!

1. Növeld a 24 és 18 összegét 36-tal!
2. Duplázd a 418 és a 232 számok összegét!

3. Határozd meg a 103 és a 47 összegének harmadát!
4. A megállón az autóbusról 15 utas szállt le. Kilencen közülük a zebrához mentek, a többiek pedig előlről megkerülték az autóbust. Hányan cselekedtek helytelenül?
5. Van egy 9 l-es és egy 4 l-es vödör. Hogyan lehet ezek segítségével kimérni 6 l vizet?



Gyakorlatok

212.° Határozd meg a különbséget:

- 1) $27\ 146 - 24\ 317$;
- 2) $56\ 789 - 9876$;
- 3) $524\ 278 - 344\ 929$;
- 4) $46\ 000\ 185 - 8\ 123\ 456$;
- 5) $72\ 430\ 034 - 23\ 082\ 408$;
- 6) $1\ 000\ 000\ 000 - 637\ 891\ 452$!

213.° Határozd meg a különbséget:

- 1) $60\ 015 - 7428$;
- 2) $372\ 894 - 216\ 156$;
- 3) $38\ 020\ 301 - 18\ 479\ 563$;
- 4) $537\ 866\ 285 - 496\ 707\ 539$!

214.° Határozd meg a különbséget és végezd el összeadással az ellenőrzést:

- 1) $82\ 314 - 8425$; 2) $24\ 000\ 203 - 4\ 091\ 574$!

215.° Határozd meg a különbséget és végezd el összeadással az ellenőrzést:

- 1) $46\ 002 - 28\ 396$; 2) $251\ 762 - 28\ 187$!

216.° Mennyivel:

- 1) kisebb a 4328, mint a 21 514
- 2) nagyobb a 258 143, mint a 164 275?

217.° Mennyivel:

- 1) nagyobb a 34 725, mint a 28 816;
- 2) kisebb a 16 546, mint a 56 280?

218.° (Gyakorlati házi feladat)

A $10\,000\,000 - 1\,265\,948 = \text{KИЛCOHE}$ egyenlőségben az eredmény szájegyeit betűkkel jelölték. Ezekből a betűkből egy híres ukrán zeneszerző neve rakható ki. Ahhoz hogy meghatározzuk ezt a nevet, elegendő a táblázatba mindegyik szám alá beírni azt a betűt, amely az adott helyén áll a fenti egyenlőség jobb oldalán. Mi a vezetékneve ennek a zeneszerzőnek?



3	7	4	2	5	8	0

A zeneszerző mely művét ismeritek? Az interneten keressetek adatokat az életéről és a munkásságáról!

219.° A következő táblázatban a Nap és a naprendszer néhány bolygója közötti távolsága van megadva:

Merkúr	97 910 00 km	Jupiter	816 355 600 km
Vénusz	108 210 000 km	Szaturusz	1506 750 000 km
Föld	149 600 00 km	Uránusz	3 007 665 000 km

Olvasd el ezeket az adatokat! Mennyivel:

- 1) van közelebb a Föld a Naphoz, mint a Szaturusz;
- 2) van távolabb az Uránusz a Naptól, mint a Merkúr?

220.° A következő táblázat a bírságok összegét mutatja, melyet a megengedett sebességkorlátozás átlépéséért szabnak ki!

Sebességtúllépés, km/ó	10-20	21-30	31-40	Több mint 40-
Büntetés összege, hr.	400	600	800	2000

Milyen bírságot kell fizetnie az autó vezetőjének, ha ő vezetett:

- 1) 74 km/ó sebességgel haladt azon az útszakaszon, melyen a maximálisan megengedett sebesség 60 km/ó
- 2) 128 km/ó sebességgel haladt azon az útszakaszon, melyen a maximálisan megengedett sebesség 80 km/ó



221.° A csónak saját sebessége 26 km/ó, a folyó folyásával szemben pedig — 24 km/ó. Határozd meg a csónak sebességét a folyó folyásával megegyező irányban?

222.° A csónak sebessége a folyó folyásával megegyező irányban 28 km/ó, a folyó folyásának sebessége — 3 km/ó. Határozd meg a csónak sebességét a folyás irányával?

223.° Az egyik file mérete— 306 MB (Megabyte), ami 28 MB-tal nagyobb, mint a másik file mérete. El lehet-e menteni ezt a két file-t egy olyan lemezre, melyen 600 MB szabad hely van?

224.° Ukrajna szárazföldi határa 5624 km, a tengeri határszakasz pedig (a Szivas-öböl nélkül) 2931 km-rel rövidebb. Összesen hány kilométer Ukrajna szárazföldi és tengeri határa?

225.° Pali 74 gombát szedett, ami 16-tal több, mint amennyit Peti gyűjtött. Hány gombát gyűjtöttek együtt?

226.° Franciaország területe 544 000 km², ez 94 000 km² -rel több, mint Svédorszáégé, ami 154 000 km² -rel kevesebb Ukrajna területénél. Hány négyzetkilométer Ukrajna területe?

227.° Számítsd ki:

- 1) $(7829 - 5878) - (20\ 000 - 18\ 453)$;
- 2) $(5689 - 3458 + 1723) - (25\ 002 - 24\ 848) + 2967!$

228. Számítsd ki:

1) $84\,218 - 57\,134 + 34\,615$;

2) $(44\,516 - 17\,398) - (14\,259 + 12\,262)$!

229. Huszt és Beregszász között három hónap alatt javították meg az utat. Az első hónapban egy 21 km-es szakaszt újítottak fel, a másodikban 8 km-rel kevesebbet. A két hónap alatt összesen 13 km-rel hosszabb szakaszt javítottak meg, mint a harmadik hónap folyamán. Mekkora a távolság Huszt és Beregszász között?

230. Peti, Laci és Miki összesen 192 halat fogtak. Ebből Peti 53 darabot, ami 15-tel több, mint ahányat Laci emelt ki a vízből. Hány halat fogott Miki?

231. Aladin, Jázmin és Dzsinn a gyümölcsösben barackot szüreteltek. Aladin és Dzsinn együtt 112 kg barackot szedett, Jázmin és Dzsinn összesen 193 kg-ot. Hány kilogrammot szedett mindegyikük, ha összesen 240 kg-ot takarítottak be?

232. Marika virágokat nevelt a kiskertjében. Összesen 78 tő dáliaja és rózsája volt, a többi pedig gladiólusz. A gladióluszok száma 8-cal kevesebb, mint a rózsáké. Hány szál virágja volt Marikának mindegyik fajtából, ha összesen 124 tőt gondozott? Hány kilogrammot szedett mindegyikük, ha összesen 240 kg-ot takarítottak be?

233. Ternopil megyében számos barlang van. Az Optimista-barlang a világ leghosszabb gipszbarlangja. A Tavasz-barlang (másképp a Kék Tavak-barlang) hossza 128 km, ami 105 km-rel hosszabb, mint a Kristály-barlang. A Verteba-barlang 14 km-rel rövidebb, mint a Kristály barlang. Az Optimista-barlang 222 km-rel hosszabb a Verteba-barlangnál. Számítsd ki az Optimista-barlang hosszát!



Verteba-barlang

234.* Ellenőrizd, hogy igaz-e az egyenlőtlenség:

1) $24\ 017 - 15\ 035 < 12\ 386 - 2987$;

2) $1674 - (673 + 437) > 1885 - (648 + 664)$!

235.* Ellenőrizd, hogy igaz-e az egyenlőtlenség:

$6011 - (1539 - 438) < 5791 - (2418 - 1336)$!

236.* Számítsd ki a különbséget:

1) $76\ \text{m}\ 39\ \text{cm} - 41\ \text{m}\ 24\ \text{cm}$;

2) $64\ \text{m}\ 45\ \text{cm} - 27\ \text{m}\ 86\ \text{cm}$;

3) $22\ \text{km}\ 527\ \text{m} - 17\ \text{km}\ 783\ \text{m}$;

4) $12\ \text{ó}\ 24\ \text{perc} - 9\ \text{ó}\ 18\ \text{perc}$;

5) $12\ \text{ó}\ 24\ \text{perc} - 9\ \text{ó}\ 18\ \text{perc}$;

6) $53\ \text{ó}\ 32\ \text{perc} - 44\ \text{ó}\ 56\ \text{perc}$!

237.* Számítsd ki a különbséget:

1) $3\ \text{dm}\ 2\ \text{cm} - 2\ \text{dm}\ 6\ \text{cm}$;

2) $4\ \text{km}\ 8\ \text{m} - 1\ \text{km}\ 19\ \text{m}$;

3) $16\ \text{ó}\ 26\ \text{perc} - 9\ \text{ó}\ 52\ \text{perc}$;

4) $10\ \text{perc}\ 4\ \text{mp} - 5\ \text{perc}\ 40\ \text{mp}$!

238.* A vonat az *A* pontból 7 óra 37 perckor indult, és még aznap a *B* pontba 9 óra 12 perckor érkezett meg. Mennyi idő alatt tette meg a vonat az *A* és *B* pontok közötti távolságot?

239.* A vonat elindult *A* állomásról, s még aznap 15 óra 20 perckor befutott *B* állomásra. Hány óraker indult el a vonat *A* állomásról, ha *A* és *B* között 6 óra 48 percig tart az út?

240.** Helyettesítsd a csillagokat olyan számjegyekkel, hogy a kivonás helyesen legyen elvégezve:

$$\begin{array}{r} 1) \ _ * * * * \\ \quad _ * * * \\ \hline \quad \quad 1 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 2) \ _ * 6 5 * * \\ \quad \quad _ * 1 7 2 \\ \hline \quad \quad 7 7 * 6 9 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 3) \ _ 7 2 * * \\ \quad \quad _ * 3 5 9 \\ \hline \quad \quad 2 * 1 9 \end{array}$$

241.** Helyettesítsd a csillagokat olyan számjegyekkel, hogy a kivonás helyesen legyen elvégezve:

$$\begin{array}{r} 1) \ _ * 5 6 7 * \\ \quad \quad _ * 9 * 7 \\ \hline \quad \quad 8 6 * 4 6 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 2) \ _ * * 5 * 2 \\ \quad \quad \quad _ 7 * 1 * \\ \hline \quad \quad 7 6 7 4 6 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 3) \ _ * 9 4 * 7 6 \\ \quad \quad _ 1 * 7 8 * 9 \\ \hline \quad \quad 1 3 * 8 0 * \end{array}$$

242.** A megállóban 15 utas leszállt, 8 pedig felszállt a trolibuszra. A másik megállóban 6-an szálltak le, 12-en pedig fel. Hány utas volt a trolibuszon az első megállóig, ha a második megálló után 31-en lettek?

243.** Délelőtt Pali 7-et evett meg a tányéron lévő szilvákból, édesanya pedig 14-gyel pótolta. Pali délután 9 szilvát fogyasztott el, édesanya pedig 5-öt tett a tányérra. Ezek után a tányéron 20 szem szilva lett. Hány szilva volt a tányéron eredetileg?



244.** Az első napon a farmer 26 láda almát szüretelt a gyümölcsösben, a második napon pedig 14 ugyanilyen ládával. Hány kilogramm almát szüretelt a farmer az első, illetve a második napon, ha a második nap 192 kg-mal kevesebbet szedett, mint az elsőn?

245.** Az egyik vonat 7 órát, a másik pedig 13 órát volt úton. A második vonat 360 km-rel többet tett meg, mint az első. Hány kilométert tett meg mindkét vonat, ha a sebeségük megegyezett?

246.** Határozd meg a kifejezések értékét a legegyszerűbb módon:

1) $(412 + 116) - 112$;

3) $844 - (244 + 318)$;

2) $(593 + 675) - 275$;

4) $729 - (396 + 229)$!

247.** Határozd meg a kifejezések értékét a legegyszerűbb módon:

1) $(176 + 343) - 243$;

3) $1287 - (487 + 164)$;

2) $(684 + 915) - 484$;

4) $971 - (235 + 371)$!

248.** Egyszerűsítsd a kifejezést:

- 1) $(35 + x) - 15$; 3) $96 - (m + 48)$;
2) $(432 + b) - 265$; 4) $516 - (216 + x)$!

249.** Egyszerűsítsd a kifejezést:

- 1) $(a + 546) - 328$; 3) $272 - (125 + y)$;
2) $(c + 961) - 592$; 4) $925 - (p + 735)$!

250.** Hogyan változik a különbség, ha:

- 1) kisebbítendőt 8-cal növeljük;
2) a kivonandót 5-tel növeljük?

Fogalmazd meg a feltételezést (hipotézist) arról, hogyan változik meg a különbség, ha a kisebbítendőt x -szel növeljük? A kivonandót x -szel növeljük? Igazold a hipotézised, alkalmazva a szám összegből való kivonásának szabályát és az adott számból két szám összegének kivonásának szabályát!

251.** Egy kétjegyű számban a tízesek helyiértéken 6-os számjegy áll. A kétszámjegye közé egy 0 számjegyet írtak. Mennyivel nagyobb a kapott háromjegyű szám az eredeti kétjegyű számnál?

252.* Az 1 2 3 4 5 6 7 8 9 leírt számjegyek közé tegyél „+” és „-” jeleket úgy, hogy az eredmény 100 legyen!



Ismétlő gyakorlatok

253. Számítsd ki:

- 1) $25 \cdot (63 - 741 : 19)$; 3) $3926 : 13 \cdot 8 + 2584$;
2) $(900 - 7218 : 9) \cdot 12$; 4) $690 - 2944 : 64 \cdot 15$!

254. Az AB szakaszon jelölj egy C pontot. Az AC és a BC szakaszok felezőpontjai közötti távolság 12 cm. Milyen lesz az AB szakasz hossza?

255. Rajzolj egy számegyenest, és jelöld rajta az $A(1)$, $B(7)$, $C(3)$, $D(9)$ pontokat. Ezen a félegyenesen jelöld azokat a pontokat, melyek a B ponttól: 1) 3 egységnyi szakaszra; 2) 8 egységnyi szakaszra lesznek! Határozd meg ezeknek a pontoknak a koordinátáit!



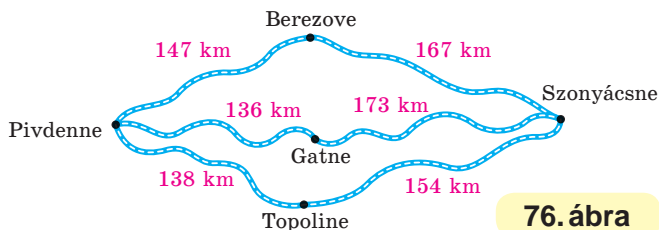
Megtanuljuk alkalmazni a matematikát

256. Az üzletben vásároltak 2 kg 400 g burgonyát, 1 kg 140 g sárgarépat, 1 kg 70 g hagymát és 700 g uborkát. Haza tudja vinni a vásárló a megvett zöldségeket egy olyan szatyorban, amely a 75. ábrán látható?

257. A Pivdenne faluból a Szonyácsne faluba három út is vezet (76. ábra). A gépkocsi üzemanyagtartálya 30 l benzint fér, 100 km-en 10 l benzint fogyaszt. Melyik útvonalat válassza ennek a gépkocsinak a vezetője, hogy tankolás nélkül eljusson Pivdennéből Szonyácsnebe?



75. ábra



76. ábra

258. Töltsd ki a táblázat üresen hagyott celláit! A táblázat az ukrán diákoknak a Nemzetközi Matematikai Diákolimpián elért eredményeit tartalmazza a 2015—2021-es időszakban!



Helyszín	Év	Az érmek száma			
		Arany	Ezüst	Bronz	Összesen
Tájföld	2015	2	3	1	
Hongkong	2016	0	2		6
Brazília	2017	1	2		5
Románia	2018	4		0	6
Nagy-Britannia	2019		4	1	6
Oroszország (online)	2020		6	0	
Oroszország (online)	2021	3		1	
Az összes érem		11	21		

259. **(Találd meg a hibát)** Lusta János ahelyett, hogy saját maga oldotta volna meg a 249(3) feladatot, ГДЗ¹ könyvet felhasználta és ilyet másolt át: $272 - (125 + y) = 272 - 125 + y = 147 + y$. Találd meg a hibát ebben a „megoldásban”!



Bölcs Bagoly feladványa

260. Hányszor nagyobb az út az első emelettől a tizedikig, mint az elsőről a másodikra?

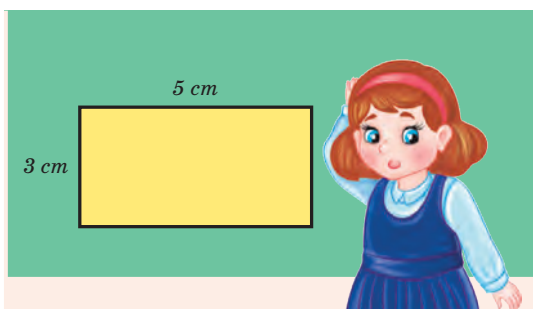
9. Szám- és betűkifejezések. Képletek

Hogyan kell meghatározni annak a téglalapnak a területét, melynek oldalai 3 cm és 5 cm (77. ábra)?

Mielőtt válaszolnál a kérdésre, valószínűleg a következőket írod fel: $2 \cdot 3 + 2 \cdot 5$.

Ez egy **számkifejezés** lesz.

Nézzünk még néhány példát számkifejezésre: $12 : 4 - 1$; $(5 + 17) + 11$, $(19 - 7) \cdot 3$. Ezek a kifejezések számokat, számtani műveletek jeleit és zárójeleket tartalmaznak. Megjegyezzük, hogy nem minden olyan kifejezés, amely számokat, számtani műveletek jeleit és zárójeleket tartalmaz, lesz számtani kifejezés.



77. ábra

¹ ГДЗ (готови домашні завдання) — Kész házi feladatok című könyv, amely az adott tankönyv összes feladatának a megoldását tartalmazza. ГДЗ akkor csak árt a tanulónak, ha nem oldja meg a feladatot, csak átírja a kész megoldást.

Például a $+$ $3 -$ (2 olyan szimbólumok sokasága, amelynek nincs értelme.

Ha megoldjuk a téglalap kerületéről szóló feladatot, akkor eredményül 16 cm-t kapunk. Ebben az esetben azt mondjuk, hogy a 16-os szám lesz a $2 \cdot 3 + 2 \cdot 5$ kifejezés értéke.

Mivel egyenlő annak a téglalapnak a kerülete, melynek oldalai 3 cm és a cm? A választ a következőképpen lehet felírni: $2 \cdot 3 + 2 \cdot a$.

A $2 \cdot 3 + 2 \cdot a$ kifejezés változót tartalmazó kifejezés vagy betűkifejezés lesz.

Bemutatunk még néhány változót tartalmazó kifejezést: $(a + b) + 11$, $5 + 3 \cdot x$, $n : 2 + k \cdot 5$. Ezek a kifejezések számokat, betűket, számtani műveleti jeleket és zárójeleket tartalmaznak. Szabály szerint a változókat tartalmazó kifejezésekben a szorzás jelét csak a számok közé tesszük ki, más esetben elhagyjuk. Például az $5 \cdot y$, $m \cdot n$, $2 \cdot (a + b)$ kifejezéseket így írjuk le: $5y$, mn , $2(a + b)$.

Legyen most a téglalapunk oldalainak hossza a cm és b cm. Ebben az esetben a téglalap kerületét meghatározó kifejezést a következőképpen írhatjuk fel: $2a + 2b$.

Behelyettesítjük ebbe a kifejezésbe az a és b helyére a 3 és 5 számokat. Ekkor a $2 \cdot 3 + 2 \cdot 5$ számkifejezést kapjuk, amelyet már ennek a pontnak az elején alkalmaztunk a téglalap kerületének meghatározására. Ha az a és b helyett például a 4 és 9 számot helyettesítjük be, akkor a 4 cm és 9 cm oldalhosszúságú téglalap kerületének meghatározására szolgáló számkifejezést kapjuk meg.

Általánosságban, egy változót tartalmazó kifejezésből számtalan számkifejezést kaphatunk. Jelöljük a téglalap kerületét P betűvel.

Ekkor a $P = 2a + 2b$ képletet alkalmazhatjuk tetszőleges téglalap kerületének a meghatározására. Az ilyen egyenlőséget képletnek nevezzük.

Például az a oldalú négyzet kerülete a következő képlettel határozható meg: $P = 4a$.

A következő egyenlőséget

$$s = vt,$$

ahol s a megtett út, v a mozgás sebessége, és t az az idő, amely szükséges az s út megtételéhez, az út **képletének** nevezzük.

Legyen 1 kg liszt ára 21 hr. Mennyibe kerül 5 kg liszt? Innen: $21 \cdot 5 = 105$ (hr).

Ebben a példában meghatároztuk a költségét (105 hr), ha ismerjük az áru árát (21 hr) és a mennyiségét (5 kg). Általában a költséget C -vel jelöljük, az ára a , azaz a termék egységének költsége (1 kg, 1 m, 1 l, 1 db stb. költsége) és az n mennyiségű áru árát a következő képlettel határozzuk meg:

$$C = an$$

Ezt az egyenlőséget a költség képletének nevezzük. Ez azt jelenti, hogy az árú költsége egyenlő a .

1.PÉLDA. Peti almát szedett a gyümölcsösben, s azt 5 ládába rakta a kilogrammjával, illetve b ládába 20 kilogrammjával. Hány kilogramm almát szedett Peti? Számítsd ki a kapott kifejezésértékét, ha $a = 18$, $b = 9$!

Megoldás. Öt ládába $5a$ kg alma fér, b ládába pedig $20b$ kg.

Összesen Peti $(5a + 20b)$ kg almát szedett. Ha $a = 18$, $b = 9$, akkor a következőt kapjuk: $5 \cdot 18 + 20 \cdot 9 = 90 + 180 = 270$ (kg).

Felelet: $(5a + 20b)$ kg, 270 kg. ◀

2.PÉLDA. Az út képletét alkalmazva határozd meg a vonat sebességét, ha 324 km-t 6 ó alatt tett meg!

Megoldás. Mivel $s = vt$, ezért $v = s : t$. Ekkor fel lehet írni: $v = 324 : 6 = 54$ (km/ó).

Felelet: 54 km/ó. ◀

3.PÉLDA. Tamás m zsömlét vásárolt 4 hrvnyájával, és egy tortát 30 hrvnyáért. Állítsd fel a képletet, mellyel kiszámíthatod a vásárolt termékek árát, majd számítsd is ki, ha 1) $m = 4$; $m = 12$!

Megoldás. Az m db zsemléért Tamás $4m$ hrvnyát fizetett. Ha a vásárolt termékek árát k -val jelöljük, akkor a következő képletet kapjuk: $k = 4m + 30$.

1) Ha $m = 4$, akkor $k = 4 \cdot 4 + 30 = 46$;

2) Ha $m = 12$, akkor $k = 4 \cdot 12 + 30 = 78$.

Felelet: $k = 4m + 30$, 46 hrv., 78 hrv. ◀



1. Mi a számkifejezés? 2. Mi a változót tartalmazó kifejezés vagy betűkifejezés? 3. Írd le az út képletét! 4. Milyen egyenlőséget nevezünk a vásárlás értékét meghatározó képletnek?

Szóban oldd meg!

1. Milyen számot kell a műveletlánc utolsó négyzetébe írni?



2. Milyen számot kell hozzáadni a 18-hoz, hogy 64-et kapjunk?

3. Melyik számból kell kivonni a 36-ot, hogy 16-ot kapjunk?

4. 1. Melyik számot kell kivonni a 82-ből, hogy 24-et kapjunk?

5. Két teknős a következő sebességekkel mászik: 6 m/perc és 4 m/perc. Milyen sebességgel távolodnak egymástól, ha:

1) ellenkező irányba haladnak;

2) ha megegyező irányba mennek?



Gyakorlatok

261.^o A következő kifejezések közül nevezd meg:
a) számkifejezéseket; b) változót tartalmazó kifejezéseket; c) képleteket:

1) $408 - 125$;

4) $xy - 4c$;

2) $a + 14$;

5) $p = 6a$;

3) $m = 7n - 8$;

6) $52 - (23 + 10)$!

262.^o Olvasd el az adott számkifejezéseket az összege, különbsége, szorzata, hányadosa kifejezések alkalmazásával:

1) $12 + 16$;

5) $(238 + 124) - 95$;

2) $39 - 24$;

6) $39 \cdot 16 + 48 \cdot 2$;

3) $18 \cdot 19$;

7) $204 : 6 - 102 : 3$;

4) $98 : 14$;

8) $(53 + 8) \cdot (53 - 8)$!

263.^o 4 láda alma össztömege a kg. Nevezd meg azt a kifejezést, amely egy láda alma tömegét határozza meg:

1) $a \cdot 4$;

2) $a + 4$;

3) $a : 4$;

4) $a - 4$!

264.^o A ceruza ára a hr, a füzeté b hr. Mit határoz meg a következő kifejezés:

1) $2a$;

2) $7b$;

3) $5a + 3b$;

4) $9b - 4a$?

265.^o Határozd meg a kifejezések értékét:

1) $56 + 42 : 14 - 7$;

3) $(56 + 42) : 14 - 7$;

2) $(56 + 42) : (14 - 7)$;

4) $56 + 42 : (14 - 7)$!

266.^o Határozd meg a kifejezések értékét:

1) $374 + x$, ha $x = 268$;

2) $a + b + 988$, ha $a = 714$, $b = 569$;

3) $a - 314 + 625 - c$, ha $a = 836$, $c = 442$!

267.^o Határozd meg a kifejezések értékét:

1) $y + 653$, ha $y = 894$;

2) $a - b - 569$, ha $a = 2316$, $b = 1495$!

268.^o Az osztályban a fiú és 14 lány tanul. Hány tanuló van ebben az osztályban?

- 269.°** A gyümölcsösben 158 fa nő, melyből a db almafa, a többi pedig meggyfa. Hány meggyfa van ebben a kertben?
- 270.°** 8 óra alatt a repülő s kilométert tett meg. Milyen volt a sebessége?
- 271.°** A gépkocsi s km-t tett meg 65 km/ó sebességgel. Hány óráig volt úton eközben?
- 272.°** Határozd meg az út képletével azt a távolságot, amelyet a vonat 6 óra alatt tesz meg, ha a sebessége 67 km/ó!
- 273.°** Határozd meg a költségképletével azt az összeget, amellyel 7 m kábel árát meghatározzuk, ha e m ára 19 hr!
- 274.°** Számítsd ki az y értékét az $y = 4x - 7$ képlet alkalmazásával, ha 1) $x = 26$; 2) $x = 15$!
- 275.°** Számítsd ki az a értékét az $a = 86 - 5b$ képlet alkalmazásával, ha 1) $b = 17$; 2) $b = 9$!
- 276.*** Állíts össze számkifejezést, és határozd meg az értékét:
- 1) a 238 és a 416 összegének és 519-nek a különbsége;
 - 2) a 823 és a 374 különbségének, valamint a 3477 és a 3086 különbségének az összege;
 - 3) a 15 és a 12 számok összegének és különbségének a szorzata;
 - 4) a 209 és a 193 összegének, valamint a 42 930 és a 42 924 számok különbségének a hányadosa!
- 277.*** Állíts össze egy számkifejezést, és határozd meg az értékét:
- 1) a 238 és a 149 különbségének és 506-nak az összege;
 - 2) a 48 és a 16 számok összegének és különbségének a hányadosa;
 - 3) a 124 és a 126 összegének, valamint a 313 és a 307 különbségének a szorzata;
 - 4) a 32 és a 15 számok szorzatának, valamint a 896 és 28 számok hányadosának a különbsége!

278.* Hozd egyszerűbb alakra a kifejezést, és határozd meg az értékét:

1) $476 + a + 224$, ha $a = 221$;

2) $x + 246 - 46$, ha $x = 137$;

3) $973 - 243 - y$, ha $y = 258$!

279.* Hozd egyszerűbb alakra a kifejezést, és határozd meg az értékét:

1) $2318 + b + 6682$, ha $b = 5195$;

2) $829 - 329 + m$, ha $m = 700$!

280.* Az első részlegben 67 bokor szeder nőtt. Később innen x bokrot átültettek egy másik részlegre, az elsőre pedig y új bokor került. Hány bokor lett így az első részlegben? Számítsd ki a kapott kifejezés értékét, ha $x = 18$, $y = 25$!

281.* Micimackónak m csupor méze volt. Malacka 24 csupor mézet ajándékozott még neki. Ebből közösen elfogyasztottak n csuporral. Hány csupor méze maradt ezek után Micimackónak, ha $m = 56$, $n = 12$?

282.* István m ceruzát vásárolt 24 krajcárért, és 5 füzetet darabonként n krajcárért. A füzetekért többet fizetett, mint a ceruzákért. Mennyivel fizetett többet István a füzetekért, mint a ceruzákért? Számítsd ki a kapott kifejezés értékét, ha $m = 6$, $n = 32$!

283.* (Gyakorlati házi feladat) Egy köbméter hidegvíz ára x hr, a forróvíze pedig y hr. Mennyit kell fizetni annak a családnak, ha 10 m^3 hideg vizet és 8 m^3 meleg vizet használt el? Tudd meg nálatok mennyibe kerül a hideg- és a forróvíz és számítsd ki a kapott kifejezés értékét!

284.** Gombóc Artúrnak 712 süteménye volt. Óránként 18-at megevett. Állítsd fel azt a képletet, melynek segítségével kiszámíthatod, hány süteménye maradt t óra múlva, és számítsd is ki, ha:

1) $t = 4$;

2) $t = 12$!

285.* Ahhoz, hogy béreljünk egy elektromos rollert, először 15 hr-át kell befizetni a feloldásáért, aztán minden elhasznált percért 3 hr-át. Megjelölve a bérlés összköltségét P -vel, állíts össze képletet a bérlési költség kiszámítására, ha a bérlés idejét t -vel jelöljük. Alkalmazd a kapott képletet, az elektromos roller bérlési árának kiszámítására, ha:



1) $t = 10$; 2) $t = 25$!

286.* Miután megoldottad a 203(1) és 203(2) feladatokat, meghatároztad az $1 + 2 + 3 + \dots + 10$ és az $1 + 2 + 3 + \dots + 100$ összeget. Megjegyezzük, ugyanezeket az eredményeket kapjuk, ha kiszámítjuk a $(11 \cdot 10) : 2$ és a $(101 \cdot 100) : 2$ kifejezések értékeit. Fogalmazz meg azt a feltételezést, amelynek a képletével meg lehet határozni az $1 + 2 + 3 + \dots + n$ összeget, melyet S -el jelöld, ahol, n — bármilyen természetes szám, amely nagyobb, mint 1. Beszélj meg a hipotézisedet az osztálytársaiddal! Ellenőrizd a feltételezésed, ha:

1) $n = 15$; 2) $n = 20$!



Ismétlő gyakorlatok

287. Az A , B és C pontok egy egyeneshez illeszkednek. Az A és B pontok közötti távolság 30 cm, a B és C pontok között pedig 10 cm. Határozd meg az A és C pontok közötti távolságot!

288. Nati vásárolt egy albumot 126 hrvnyáért, és néhány verseskötetet, darabját 18 hrvnyáért. Hány verseskötetet vásárolt Nati, ha a vásárlásért 198 hrvnyát fizetett?

289. Egy almával teli láda tömege 25 kg. Miután eladták a benne lévő almák felét, a láda tömege 15 kg lett. Mennyi az üres láda tömege?



Bölcs Bagoly feladványa

290. A Óriáskerék szórakoztató játék kabinjainak sorszámai 1, 2, 3, Hány kabin van összesen, ha tudjuk, hogy a 24-es számú kabin a legfelső, és a 10-es lesz a legalsó?



Miután felkészültél az órára

A mindenki számára érthető nyelv

A következő mondat: A kettő és a három szám összege öt ukránul így lesz: „Сума чисел да і три дорівнює п'яти”; orosz nyelvre így fordítható le: „Сумма чисел два и три равна пяти”; franciául így hangzik: „La somme des nombres deux et trois est égale cinq”; angolul így: „The sum of the numbers two and three is equal to five”; németül pedig így: „Die Summe der Zahlen zwei und drei ist gleich fünf”.

Am ezt a mondatot úgy is felírhatjuk, hogy minden kortársad megértse, éljen bárhol a világban. Ez a felírás pedig: $2 + 3 = 5$. Ezt mindenki megérti, mert a **matematika nyelvére** van lefordítva, ez a nyelv pedig nemzetközi.

Mint bármelyik más nyelvnek, ennek is saját ábécéje van. A betűit matematikai *szimbólumoknak* (jeleknek) nevezzük. Például itt a tíz számjegy azok a betűk, melyek segítségével szavakat, mondatokat képezünk, vagyis számokat és számkifejezéseket alkotunk.

Érdekes, hogy a matematikai ábécé magába foglalja a latin és a görög ábécé betűit is. Hérón alexandriai matematikus már az I. században betűvel jelölte az ismeretlen mennyiséget.

Minden nyelv fejlődik. Így a Halotti beszéd, az Ómagyar Máriasisralom, de még Balassi Bálint nyelve

is igencsak eltér a mai magyar nyelvtől. Ugyanígy az általad ismert matematikai jelek

+	-	·	:	=	>	<	()
---	---	---	---	---	---	---	---	---

aközépkorban egészen

mások voltak.

A XIV. században például az összeadás műveletét a p betűvel — a latin *plus* szó első betűjével — jelölték.

Ismerünk néhány feltételezést a $+$ jel kialakulásáról. Hihetőnek tűnik például az a magyarázat, miszerint ez a latin *et* szó rövidített változata, ami azt jelenti: és vagy meg. Eleinte úgy is írták: *et*, majd t lett, végül, „+”.

Érdekes, hogy az $=$ már a XVI. században megjelent, mégis csupán a XVIII. században gyökeresedett meg. Ez azzal magyarázható, hogy néhány matematikus az egyenlőség jelet a különbség jelölésére használta. René Descartes francia tudós nyomán a XVII. században az egyenlőség jelet így írták: ∞ .

Az ukrán ábécében 33, a magyarban 40, a görögben 24, az angolban 26 betű van. Amikor elkezdesz tanulni egy idegen nyelvet, már az elején megismerkedsz minden betűjével. A matematikai ábécének még csupán egy részét ismered, de a későbbiek folyamán mind több jellel ismerkedsz majd meg. Ha pedig netán matematikus válik belőled, lehet, hogy te magad is új „matematikai betű” feltalálója leszel.

10. Egyenletek

Vizsgáljuk meg a következő feladatot. A megállón az autóbusról leszállt 6 utas, és felszállt 10. Ezek után az autóbuszon 40 utas lett. Hány személy volt az autóbuszon a megálló előtt?

Ha a keresett számot x -szel jelöljük, akkor a feladunk a következő kérdésre redukálódik: milyen számmal kell helyettesíteni az x -et, hogy az $(x - 6) + 10$

változót tartalmazó kifejezés értéke 40 legyen?

Ilyen esetben azt mondjuk, hogy meg kell oldani az $(x - 6) + 10 = 40$ egyenletet.

Ha ebben az egyenletben az x -et 36-tal helyettesítjük, akkor igaz egyenlőséget kapunk: $(36 - 6) + 10 = 40$. Ekkor azt mondjuk, hogy a 36 gyöke az $(x - 6) + 10 = 40$ egyenletnek.

Az egyenlet gyökének azt a számot nevezzük, melyet a változó helyére behelyettesítve az egyenlet igaz számegyenlőséggé alakul át.

Ha ellenőrizni szeretnéd, hogy az adott számgyöke-e az egyenletnek, elegendő ezt a számot a betű helyére helyettesíteni. Ha igaz egyenlőséget kapunk, akkor ez a szám tényleg gyöke lesz ennek az egyenletnek.

Így, a 3 a $2x + 2 = 8$ egyenlet gyöke lesz, ugyanakkor a 4 nem lesz gyöke-e ennek az egyenletnek. Valóban, $2 \cdot 3 + 2 = 8$, és a $2 \cdot 4 + 2 \neq 8$ (\neq jelet úgy olvassuk, hogy nem egyenlő).

Gyakran az egyenlet gyökét az **egyenlet megoldásának** is nevezik.

Az egyenletnek nem csak egy gyöke lehet. Például az $x - x = 0$ egyenletnek végtelen sok gyöke lesz: bármilyen szám gyöke ennek az egyenletnek; ugyanakkor az $x - x = 1$ egyenletnek nincs gyöke.

Az egyenletet megoldani annyit jelent, mint meghatározni az összes gyökét, vagy meggyőződni arról, hogy egyáltalán nincs gyöke

1.PÉLDA. Oldd meg a $78 + x = 100$ egyenletet!

Megoldás. Emlékezz a szabályra: az ismeretlen összeadandót megkapjuk, ha az összegből kivonjuk az ismert összeadandót.

Ezt kapjuk: $x = 100 - 78$;

$$x = 22.$$

Felelet: 22. ◀

2.PÉLDA. Oldd meg az $x - 34 = 82$ egyenletet!

Megoldás. Emlékezz a szabályra: az ismeretlen kisebbítendő megkapjuk, *ha a különbséghez hozzáadjuk a kivonandót.*

$$\text{Ezt kapjuk: } x = 82 + 34;$$

$$x = 116.$$

Felelet: 116. ◀

3.PÉLDA. Oldd meg a $108 - x = 96$ egyenletet!

Megoldás. Alkalmazzuk az ismeretlen kivonandó meghatározásának ismert módszerét: *ahhoz, hogy meghatározzuk az ismeretlen kivonandót, a kisebbítendőből ki kell vonni a különbséget.*

$$\text{Ezt kapjuk: } x = 108 - 96;$$

$$x = 12.$$

Felelet: 12. ◀

4.PÉLDA. Oldd meg az

$$(m - 124) + 316 = 900 \text{ egyenletet!}$$

Megoldás. Alkalmazzuk az ismeretlen összeadandó meghatározásának módszerét:

$$m - 124 = 900 - 316;$$

$$m - 124 = 584.$$

Ezután az ismeretlen kisebbítendő meghatározásának módszere szerint:

$$m = 584 + 124;$$

$$m = 708.$$

Felelet: 708. ◀

5.PÉLDA. Oldd meg az

$$1000 - (537 - a) = 642 \text{ egyenletet!}$$

Megoldás. Kétszer alkalmazzuk az ismeretlen kivonandó meghatározásának módszerét:

$$537 - a = 1000 - 642;$$

$$537 - a = 358;$$

$$a = 537 - 358;$$

$$a = 179.$$

Felelet: 179. ◀



1. Milyen számot nevezünk az egyenlet gyökének (megoldásának)? 2. Mit jelent megoldani az egyenletet? 3. Hogyan kell meghatározni az ismeretlen összeadandót? 4. Hogyan kell meghatározni az ismeretlen kisebbítendőt? 5. Hogyan kell meghatározni az ismeretlen kivonandót?



Szóban oldd meg!

- Határozd meg az $53 + x$ kifejezés értékét, ha:
1) $x = 29$; 2) $x = 61$!
- Határozd meg a $12y$ kifejezés értékét, ha:
1) $y = 7$; 2) $y = 20$!
- Határozd meg az $s = 50t$ útképlettel azt a távolságot (méterben), melyet Peti tesz meg: 1) 4 perc alatt; 2) 10 perc alatt! Mit jelent a számtényező ebben a képletben?
- Az a szám 10-zel nagyobb, mint a b . A következő egyenlőségek közül melyik írja le az adott kijelentést:
1) $a - b = 10$; 3) $a - 10 = b$;
2) $b - a = 10$; 4) $b + 10 = a$?
- A karos mérleg egyik tányérjára néhány 2 kg-os súlyt tettek, a másikra pedig 3 kg-os súlyokat. Ezek után a mérleg egyensúlyba került. Hány súlyt raktak mindkét fajtából, ha összesen 10 db súlyt raktak a tányérokra?



Gyakorlatok

- 291.° A 3, 12, 14 számok közül melyik lesz gyöke az egyenletnek:
1) $x + 16 = 28$; 2) $4x - 5 = 7$?
- 292.° A 3, 12, 14 számok közül melyik lesz gyöke az egyenletnek:
1) $234 - y = 220$; 2) $72 : b + 13 = 19$?
- 293.° Oldd meg az egyenleteket!
1) $238 + y = 416$; 3) $895 - a = 513$;
2) $a + 157 = 324$; 4) $m - 2092 = 1067$!
- 294.° Oldd meg az egyenleteket!
1) $x + 48 = 94$; 3) $x - 174 = 206$;
2) $234 + y = 452$; 4) $378 - b = 165$!

295. Oldd meg az egyenleteket!

1) $(134 + x) - 583 = 426$;

2) $(x - 506) + 215 = 429$;

3) $(942 - a) - 126 = 254$;

4) $475 - (x - 671) = 325$;

5) $403 - (634 - a) = 366$;

6) $987 - (x + 364) = 519$!

296. Oldd meg az egyenleteket!

1) $(39 + x) - 84 = 78$;

2) $(x - 83) + 316 = 425$;

3) $(600 - x) - 92 = 126$;

4) $253 - (x - 459) = 138$;

5) $502 - (217 - x) = 421$;

6) $871 - (x + 157) = 385$!

297. Oldd meg a feladatokat egyenlettel:

1) Ilona gondolt egy számot. Ha ehhez a számhoz hozzáadunk 43-at és a kapott összegből kivonunk 96-ot, akkor 25 lesz az eredmény. Melyik számra gondolt Ilona?

2) A Pinokkiónak 74 krajcárja volt. Miután tankönyveket vásárolt magának, és a Dzsepettótól kapott még 25 krajcárt, 68 krajcárja lett. Hány krajcárért vásárolt tankönyveket Pinokkió?

298. Oldd meg a feladatokat egyenlettel:

1) Jancsi kigondolt egy számot. Ha ehhez a számhoz 27-et hozzáad és az összegből kivon 14-et, akkor 38-at fog kapni. Melyik számra gondolt Jancsi?



2) Nagymama 60 fánkot süített. Miután néhány fánkot a szomszédjának adott, 20 fánkot pedig az unokái ettek meg, még 28 fánkja maradt. Hány fánkot adott a szomszédjának?

299.** Milyen számmal helyettesíthetjük az a -t, hogy:

1) az $(x + a) - 7 = 42$ egyenlet gyöke 22 legyen;

2) az $(a - x) + 4 = 15$ egyenlet gyöke 3 legyen?

300.** Milyen számmal helyettesíthetjük az a -t, hogy:

1) az $(x - 7) + a = 23$ egyenlet gyöke 9 legyen;

2) a $(11 + x) + 101 = a$ egyenlet gyöke 5 legyen?



Ismétlő gyakorlatok

301. Ilonka 8 óra 15 perctől 15 óra 20 percig volt az iskolában. Este sportszakkörre ment, ahol 5 óra 40 perccel kevesebbet tartózkodott, mint az iskolában. Mennyi ideig volt Ilonka a sportszakkörön?

302. Rajzolj a füzetbe egy 12 cm-es szakaszt. Az egyik végpontjára írd a 0 számot, a másikra a 480-at. Oszd fel a szakaszt hat egyenlő részre. Jelöld a keletkezett skálán a 40, 280, 100, 360, 420 számokat!



Bölcs Bagoly feladványa

303. Három ládában golyók voltak: az elsőben két fehér, a másodikban két sárga, a harmadikban pedig egy fehér és egy sárga. A ládákra a következő címkék vannak ragasztva: FF, SS és FS úgy, hogy a címkék nem felelnek meg a ládák tartalmának. Hogyan lehet egy golyó kihúzásával megállapítani, hogy melyik ládában mi van?

11. Szög. Szögek jelölése

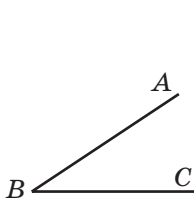
Rajzoljunk a füzetbe egy B pontból kiinduló BA és BC félegyenest (78. ábra).

Szögnek nevezzük azt az alakzatot, amelyet két, közös kezdőpontú félegyenest alkot.

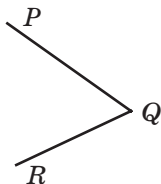
Ezeket a félegyeneseket a szög **szárainak**, a közös kezdőpontot pedig a szög csúcsának nevezzük.

A 78. ábrán a BA és BC félegyenesek a szög szárai, a B pont a szög csúcsa.

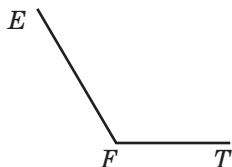
A 78. ábrán a szöget így jelöljük: $ABC\angle$ vagy $CBA\angle$. Felhívjuk a figyelmeteket arra, hogy ezt a szöget nem jelölhetjük $BAC\angle$ vagy $BCA\angle$ -nek. *A csúcsnak megfelelő betűnek a második helyen kell állnia a szög nevében.*



78. ábra



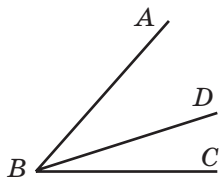
79. ábra



Ezt a szöget a csúcsánál lévő betűvel rövidebben is jelölhetjük: $\angle B$.

Így a 79. ábrán látható szögeket úgy is jelölhetjük, mint $PQR\angle$, $EFT\angle$ vagy megfelelően $Q\angle$, $F\angle$.

Megjegyezzük, hogy a 80. ábrán látható egyetlen szöget sem jelölhetünk egy betűvel, mivel ezeknek ugyanaz a B pont a csúcsa.



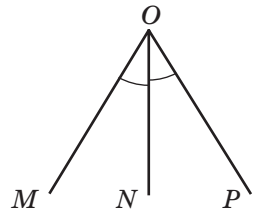
80. ábra

Az ABC szög B csúcsából egy BD félegyeneset húztunk úgy, mint a 80. ábrán látható. Ebben az esetben azt mondjuk, hogy BD félegyenes az ABC szög szárai között lesz és azt két szögre osztja: az ABD és a DBC szögekre.

Ha a papírlapot az ON egyenes mentén ketté hajtjuk (81. ábra), akkor az MON és az NOP szögek fedik egymást.

Két szöget egyenlőnek nevezzük, ha azok egymásra helyezve fedésbe hozhatók.

Tehát az MON és NOP szögek egyenlők. Ezt így írjuk le: $MON\angle = NOP\angle$. Az ábrán az egyenlő szögeket azonos számú ívekkel jelölik.



A 81. ábrán az ON félegyenes az MOP szöget két egyenlő szögre osztja. Az ilyen félegyeneset a szög **szögfelezőjének** nevezzük.

81. ábra



1. Milyen alakzatot nevezünk szögnek? 2. Milyen két szög lesz egymással egyenlő? 3. Hogy nevezzük azt a félegyeneset, amely a szöget két egyenlő részre osztja?



Szóban oldd meg!

1. Mely számok hiányoznak a műveletláncból?



2. Oldd meg az egyenleteket:

1) $x + 13 = 28$;

3) $x - 11 = 79$;

2) $20 - x = 12$;

4) $10 + x = 6!$

3. Melyik egyenletnek lesz 5 a gyöke:

1) $2x - 3 = 7$;

3) $x \cdot x \cdot x + 25 = 150$;

2) $x + 20 = 20 + x$;

4) $x + 12 = 22 - x$?

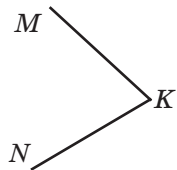
4. Petinek és Misinek egyenlő számú cukorkája van. Peti Misinek adott 8 cukorkát. Mennyivel lett több cukorkája Misinek, mint Petinek?

5. (**Vicces feladat**) Két ló 20 km –t futott. Hány kilométert futott mindegyik ló?



Gyakorlatok

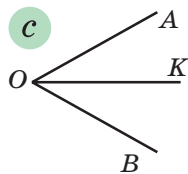
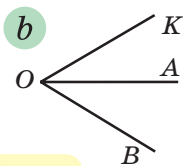
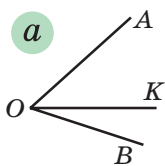
304.° Hogyan lehet jelölni a 82. ábrán látható szöget? Nevezd meg a csúcsát és a szárait!



305.° A 83. a, b, c ábrák melyikén lesz az OK félegyenes az AOB szög szögfelezője?

82. ábra

306.° Nevezd meg a 84. ábrán lévő összes szöget!

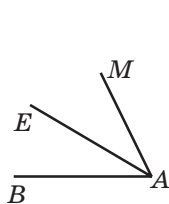


83. ábra

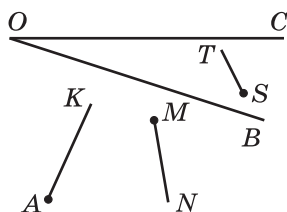
307.° Rajzolj egy AOC szöget, és a szög szárai közé húzz egy OM félegyenest!

308.° A 85. ábrán melyik félegyenes fogja metszeni a BOC szög szárát?

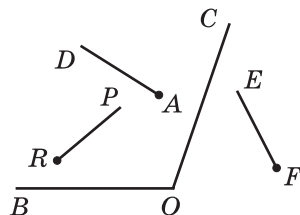
309.° A 86. ábrán melyik félegyenes fogja metszeni a BOC szög szárát?



84. ábra



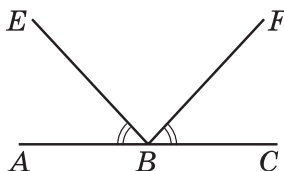
85. ábra



86. ábra

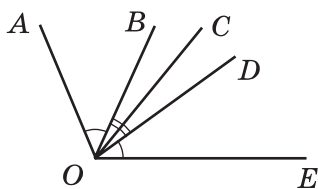
310.° Rajzolj egy MNE szöget, és húzd meg a szög szárai között az NA és NC félegyeneseket! Írd fel az összes így keletkezett szöget!

311.° A 87. ábrán $ABE\angle = CBF\angle$. Vannak-e ezen az ábrán még más egyenlő szögek?

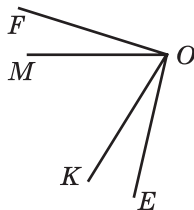


87. ábra

312.° A 88. ábrán az $AOB\angle = DOE\angle$, $BOC\angle = COD\angle$. Vannak-e ezen az ábrán még más egyenlő szögek?



88. ábra



89. ábra

313. A 89. ábrán az FOK és MOE szögek egyenlők. Ezen az ábrán milyen szögek lesznek még egyenlők?



Ismétlő gyakorlatok

314. Állíts össze egy számkifejezést, és határozd meg az értékét:

- 1) a 18 és a 20 összegének a 8-cal való szorzata;
- 2) a 128 és a 29 különbségének és a 11-nek a hányadosa;
- 3) a 15 és a 6 szorzatának és különbségének a hányadosa!

315. Az ötödikes tanulók két autóbusszal mentek kirándulni. Amikor az egyik járműből, melyben 42 tanuló volt, átült 8 tanuló a másikba, akkor a két autóbusszban egyenlő lett a diákok száma. Hány tanuló volt a másik autóbusszban az utazás kezdetén?



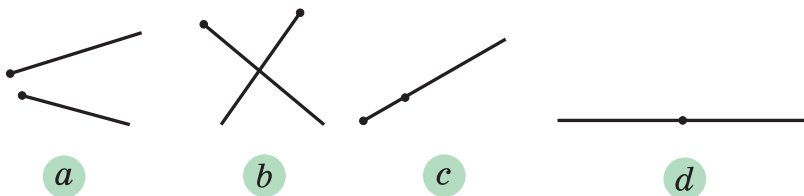
Bölcs Bagoly feladványa

316. Az A és B városok között a távolság 30 km. Az A városból a B -be egy kerékpáros indult el 15 km/ó sebességgel. Ezzel egy időben a B városból az A felé egy madár indult el 30 km/ó sebességgel. Amikor találkoztak, a madár visszafordult. Amikor a B városba ért, megint a kerékpáros felé veszi az irányt, majd amikor találkoztak a madár ismét visszakanyarodik a B város felé. A madár ezt így folytatta, míg a kerékpáros a B városba nem ért. Hány kilométert repült a madár?

12. A szögek típusai. Szögmérés

A 90. a , b , c , d ábrák mindegyikén két félegyenes látható. Melyik ábrán alkotnak szöget ezek a félegyenesek?

Mivel a 90. a, b, c ábrákon a félegyenesek kezdőpontjai nem esnek egybe, ezért ezek nem alkotnak szöget. A 90. d ábrán a félegyenesek egyenest alkotnak. Ekkor a kezdőpontjaik egybeesnek, így azok szöget alkotnak. Az ilyen szöget egyenesszögnek nevezzük.

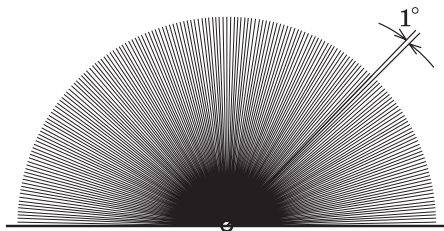


90. ábra

Azt a szöget, melynek szárai egyenest alkotnak, egyenesszögnek nevezzük.

A szakaszhoz hasonlóan a szöget is meg lehet mérni. Emlékeztetünk benneteket, hogy a szakasz méréséhez egységnyi szakaszt (1 mm, 1 cm stb.) használtunk. A szögek méréséhez még nincs ilyen egységünk.

Ezt a következőképpen lehet megoldani. Az egyenes szöget 180 egyenlő részre osztjuk (91. ábra). A két szomszédos félegyenes közötti szöget a szög egységének tekintjük. Ezt a mértéket foknak nevezzük, és így írjuk le: 1° .



91. ábra

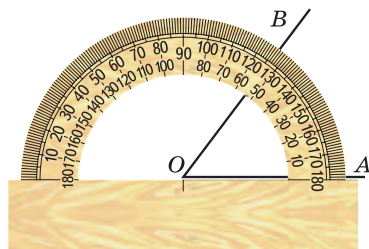
Megmérni a szöget annyit jelent, mint megszámlolni, hány egységnyi szög alkotja azt.

Ekkor az egyenesszög mértéke vagy fokmértéke 180° lesz. Így is mondhatjuk: az egyenesszög mértéke 180° , vagy így: az egyenesszög 180° -kal egyenlő.

A szögek mérésére egy speciális eszközt – **szögmérőt** (92. ábra) használunk. A szögmérő általában egy vonalzóból és egy olyan félkörből áll, amelynek középpontja a vonalzó középpontjával esik egybe. A skáláján 180 beosztás van.



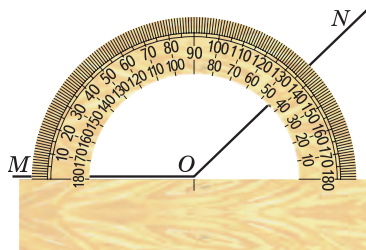
92. ábra



93. ábra

Ahhoz, hogy megmérjük a szöget, a szögmérő középpontját úgy helyezzük a szög csúcsára, hogy a szög egyik szára a vonalzón legyen (93. ábra). Ekkor a skálájának az a beosztása, melyen a szög másik szára halad át, megmutatja ennek a szögnek a mértékét vagy nagyságát.

A 93. ábrán az $AOB\angle = 53^\circ$, a 94. ábrán pedig az $MON\angle = 136^\circ$.

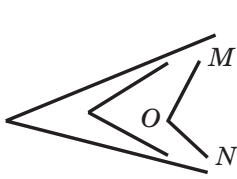


94. ábra

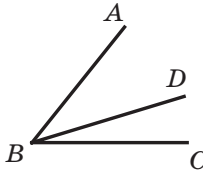
Egyenlő szögeknek a fokmértéke is egyenlő. Két, különböző nagyságú szög közül az a nagyobb, mely-

nek szögmértéke nagyobb. Például a 95. ábrán az $\angle MON$ a legnagyobb.

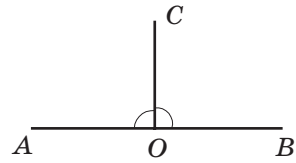
Erről könnyen meggyőződhetünk, ha megmérjük ezeket a szögeket.



95. ábra



96. ábra



97. ábra

A szög mértékének a következő tulajdonsága lesz.

Ha az ABC szög szárai között egy BD félegyeneset húzunk, akkor az ABC szög mértéke egyenlő lesz az ABD és DBC szögek mértékeinek összegével (96. ábra). Tehát:

$$\angle ABC = \angle ABD + \angle DBC.$$

Megjegyezzük, hogy az egyenesszög szögfelezője két szögtartományra osztja azt, ahol mindkét rész szögmértéke 90° (97. ábra).

Azt a szöget, melynek szögmértéke 90° , derékszögnek nevezzük.

A 97. ábrán az AOC és BOC szögek derékszögek.

A derékszöget a 98. ábrán látható módon jelöljük.

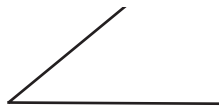
Azt a szöget, melynek fokmértéke kisebb, mint 90° , hegyesszögnek nevezzük (99. ábra).

Azt a szöget, melynek fokmértéke nagyobb, mint 90° , de kisebb, mint 180° , tompaszögnek nevezzük (100. ábra).



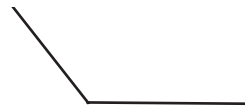
Derékszög

98. ábra



Hegyeszög

98. ábra

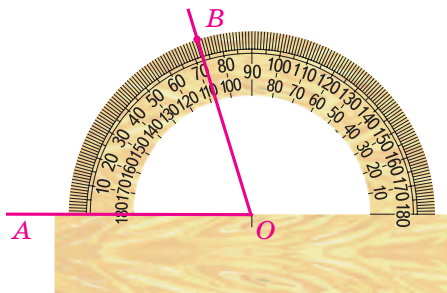


Tompaszög

98. ábra

1.PÉLDA. Adott az OA félegyenes. Szerkesszék meg a BOA szöget, melynek fokmértéke 72° !

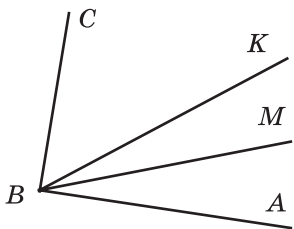
Megoldás. A szögmérő középpontját az O pontra helyezzük úgy, hogy az OA félegyenes a vonalzón legyen. Megkeressük a szögmérőn a 72° -nak megfelelő beosztást. Ennél a beosztásnál megjelöljük a B pontot (101. ábra). Meghúzzuk az OB félegyenesest. A BOA lesz a keresett szög. ◀



101. ábra

Ha adott az OA félegyenes és megszerkesztettük a BOA szöget, akkor azt mondjuk, hogy az OA félegyenesre *felmértük* a BOA szöget.

2.PÉLDA. Az ABC szög csúcsából BK és BM félegyeneseket húztak úgy, hogy az $ABK\angle = 48^\circ$, a $CBM\angle = 72^\circ$ (102. ábra). Számítsd ki az ABC szög mértékét, ha $MBK\angle = 16^\circ$!



102. ábra

Megoldás. Az:

$$ABM\angle = ABK\angle - MBK\angle;$$

$$ABM\angle = 48^\circ - 16^\circ = 32^\circ;$$

$$ABC\angle = ABM\angle + CBM\angle;$$

$$ABC\angle = 32^\circ + 72^\circ = 104^\circ.$$

Felelet: 104° . ◀



1. Milyen szöget nevezünk egyenesszögnek? 2. Mi a szög mértékegysége? 3. Milyen lesz az egyenesszög fokmértéke? 4. Hogy nevezik azt az eszközt, melyet a szög mérésére alkalmaznak? 5. Milyen az egyenlő szögek fokmértéke? 6. Két nem egyenlő szög közül melyik lesz a nagyobb? 7. Milyen a szög fokmértékének tulajdonsága? 8. Milyen szöget nevezünk derékszögnek? 9. Milyen szöget nevezünk hegyesszögnek? 10. Milyen szöget nevezünk tompaszögnek?



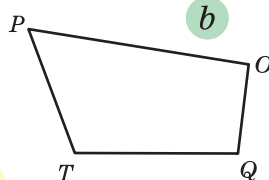
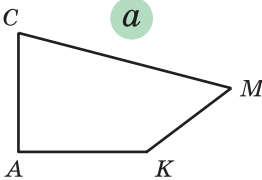
Szóban oldd meg!

1. Nevezd meg két számot, melyek egyike:
 - 1) 27-tel nagyobb, mint a másik;
 - 2) 15-tel kisebb, mint a másik;
 - 3) 7-szer kisebb, mint a másik;
 - 4) 3-szor nagyobb, mint a másik!
2. Az óra 10 percet siet és most 10 óra 8 percet mutat. Mennyi most a pontos idő?
3. Az óra most 7 percet késik, és most 16 óra 55 percet mutat. Mennyi most a pontos idő?
4. A 3 km hosszú utca egyik oldalára egymástól 20 m távolságra fákat ültettek. Az első fa az utca elejére, az utolsó pedig a végére került. Hány fát ültettek el az utcában? Mekkora az első és az ötödik fa közötti távolság?



Gyakorlatok

317.° Keresd meg a 103.ábrán hegyes-, tompa- és derékszögeket!



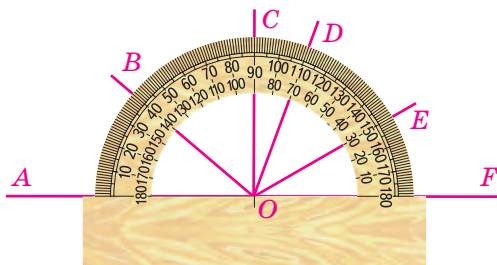
103. ábra

318.° A következő szögek közül melyek lesznek hegyes-, tompa-, derék- és egyenesszögek: $A\angle = 96^\circ$, $B\angle = 84^\circ$, $S\angle = 180^\circ$, $D\angle = 90^\circ$, $R\angle = 162^\circ$, $E\angle = 60^\circ$, $Q\angle = 100^\circ$, $M\angle = 72^\circ$?

319.° A szög fokmértéke: 1) 24° ; 2) 170° . Milyen lesz annak a szögnek a fokmértéke, amely az adott szög szögfelezője és a szára között van?

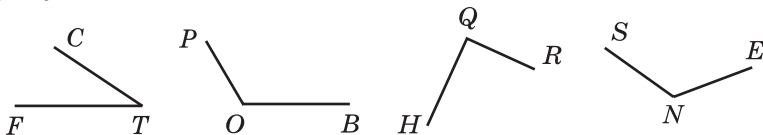
320.° Határozd meg annak szögnek a fokmértékét, ha a szög szögfelezője és az egyik szára közötti szög mértéke: 1) 37° ; 2) 75° !

321.° Határozd meg a 104. ábrán látható szögek fokmértékét: 1) AOB ; 2) AOC ; 3) AOE ; 4) EOF ; 5) DOF !



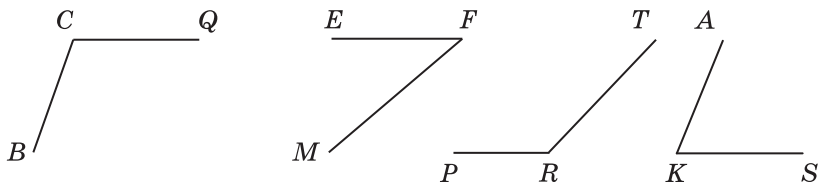
104. ábra

322.° Szögmérő segítségével határozd meg a 105. ábrán lévő szögek fokmértékeit! Állapítsd meg a szögek fajtáját!



105. ábra

323.° Szögmérő segítségével határozd meg a 106. ábrán lévő szögek fokmértékeit! Állapítsd meg a szögek fajtáját!



106. ábra

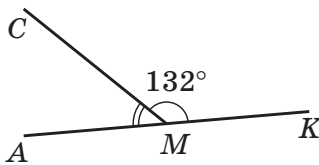
324.° Szögmérő segítségé nélkül rajzold meg a következő szögeket: 1) EFC hegyesszöget; 2) ORT derékszöget; 3) D tompaszöget; 4) KAP egyenesszöget! Ellenőrizd a szerkesztést szögmérővel!

325.° Rajzolj egy olyan szöget, melynek fokmértéke: 1) 38° ; 2) 124° ; 3) 92° ; 4) 90° ; 5) 54° ; 6) 170° . Szerkeszd meg mindegyik szög szögfelezőjét!

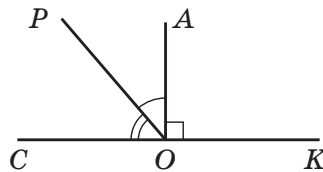
326.° Rajzolj egy félegyenest! Szerkessz rá egy olyan szöget, melynek fokmértéke: 1) 40° ; 2) 130° ; 3) 68° ; 4) 164° . Szerkeszd meg mindegyik szög szögfelezőjét!

327.° (*Gyakorlati házi feladat*) Vegyél egy A4 papírt. Összetűrve ezt a lapot, szerkeszd meg a szögeinek szögfelezőit! Nem használva a szögmérőt állapítsd meg a keletkezett szögek fokmértékét!

328.° A 107.ábrán a $cmK\angle = 132^\circ$, az AMK szög egyenesszög. Számítsd ki az AMC szög fokmértékét!



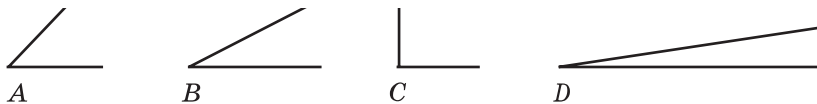
107. ábra



108. ábra

329.° A 108.ábrán az AOK derékszög, $COP\angle = 54^\circ$, a COK szög — egyenesszög. Számítsd ki az AOP szög fokmértékét!

330.° Melyik szög lesz a 109.ábrán a legnagyobb? Legkisebb?

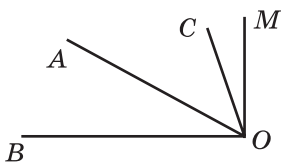


109. ábra

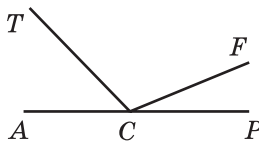
331.* Rajzolj egy CDE szöget, melynek fokmértéke 152° . A DA félegyenes két olyan szögre osztja, hogy $CDA\angle = 98^\circ$. Számítsd ki az ADE szög mértékét!

332.* Rajzolj egy ABC szöget, melynek fokmértéke 106° . A BD félegyenes két olyan szögre osztja, hogy $ABD\angle = 34^\circ$. Számítsd ki az DBC szög mértékét!

333.* A BOM szög csúcsából (110. ábra) OA és OC félegyeneseket húzunk úgy, hogy $BOC\angle = 74^\circ$, $AOM\angle = 62^\circ$. Számítsd ki az AOC szög fokmértékét!



110. ábra



111. ábra

334.* Az ACP szög csúcsából (111. ábra) CT és CF félegyeneseket húzunk úgy, hogy $ACF\angle = 158^\circ$, $TCP\angle = 132^\circ$. Számítsd ki a TCF szög fokmértékét!

335.* Igaz-e a következő állítás:

- 1) bármilyen szög, amely kisebb a tompaszögnél, hegyesszög lesz;
- 2) az egyenesszögnél kisebb szög tompaszög;
- 3) a tompaszög szögfelezője két hegyesszögre osztja azt;
- 4) két hegyesszög fokmértékének összege nagyobb, mint 90° ;
- 5) a derékszögnél nagyobb szög tompaszög lesz?

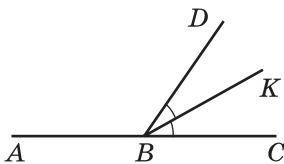
336.* Határozd meg az óramutatók közötti szöget a következő időpontokban: 1) 3 órakor; 2) 6 órakor; 3) 4 órakor; 4) 11 órakor; 5) 7 órakor!

337.* Rajzolj három olyan egyenest, melyek egy pontban metszik egymást. Írd fel az így keletkezett összes egyenesszöget!

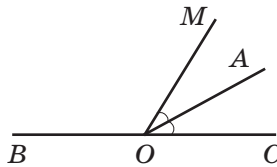
338.** Rajzolj egy ABC szöget, melynek fokmértéke 120° . Húzz egy olyan BD félegyenest, úgy, hogy az ABD szög 40° legyen! Számítsd ki a DBC szög fokmértékét! Hány megoldása van ennek a feladatnak?

339.** A BK félegyenes a CBD szög szögfelezője, $ABK\angle = 146^\circ$ (112. ábra). Számítsd ki a CBD szög nagyságát!

340.** Az OA félegyenes a COM szög szögfelezője, $COM\angle = 54^\circ$ (113. ábra). Számítsd ki az AOB szög nagyságát!



112. ábra



113. ábra

341.* Hogyan szerkeszthetünk egy 2° -os szöget, ha a sablon, melyet használhatunk: 13° -os?

342.* Hogyan szerkeszthetünk egy 1° -os szöget, ha a sablon, melyet használhatunk: 1) 19° -os; 2) 7° -os?



Ismétlő gyakorlatok

343. Töltsd ki a műveletláncot:

1) $4 \text{ cm} \xrightarrow{\cdot 300} \bigcirc \xrightarrow{- 12 \text{ дм}} \bigcirc \xrightarrow{: 9} \bigcirc \xrightarrow{+ 3 \text{ м}} \square ;$

2) $8 \text{ хв} \xrightarrow{\cdot 15} \bigcirc \xrightarrow{+ 2 \text{ год}} \bigcirc \xrightarrow{: 6} \bigcirc \xrightarrow{- 54 \text{ с}} \square .$

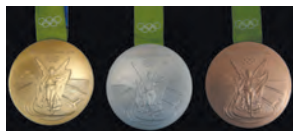
344. Négy pohárba annyi tej fér, mint egy üvegbe. A pohárba és az üvegbe összesen $1 \text{ kg } 200 \text{ g}$ tej fér. Hány gramm tej fér egy pohárba?



Megtanuljuk alkalmazni a matematikát

345. Andrisnak az édesanyja 300 hr-át adott, és megbízta, hogy banánt, mandarint és narancsot vegyen. Andris 3 kg banánt akart venni, melyből 1 kg 4 hr, 2 kg mandarint, melyből 1 kg 51 hr és 1 kg narancsot, melynek kilogrammja 45 hr. Elég lesz e neki a kapott pénz? Ha igen, akkor mennyi pénze marad?

346. A 2016-ban megrendezett XXXI Olimpiai Játékokon Rio de Janeiróban (Brazília), Ukrajna olimpiai csapata 11 érmet szerzett. Sportolóink 7 arany- és ezüstérmet, valamint aranyat és bronzot — 9-et. Válogatottunk ezen az olimpián hány érmet nyert mindegyik típusból?



347. A csónak bérleti díja az első órára vagy annak egy részére 24 hr. Minden következő órára vagy annak egy részére a bérleti díj 18 hr. Laci átvette a csónakot 9 óra 40 perckor, és ugyanazon a napon 13 óra 15 perckor adta le. Mennyit fizetett Laci a csónakbérletért?

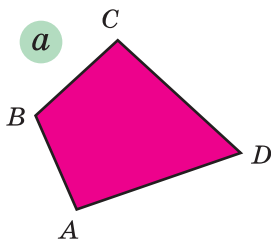


Bölcs Bagoly feladványa

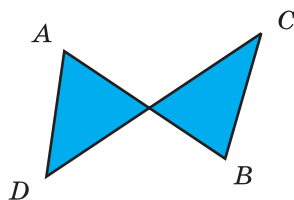
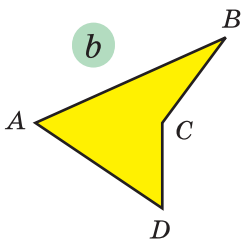
348. Nappal a csiga 3 m-t mászik felfelé, és éjszaka 2 m-t visszacsúszik. Hány nap alatt ér fel egy 20 m-es alagútból ez a csiga?

13. Sokszögek. Egybevágó alakzatok

A 114. és 115. ábrákon három olyan alakzat látható, melyeket egy zárt töröttvonal határol, és mindegyikük négy szakaszból áll: AB , BC , CD és DA .



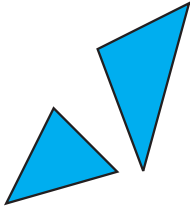
114. ábra



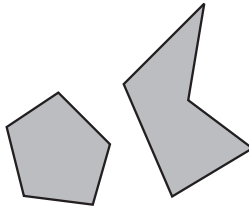
115. ábra

Miben különböznek a 114. és a 115. ábrán lévő alakzatok határai egymástól? A 114. ábrán a töröttvonal elemei (vagy szakaszai) nem metszik egymást

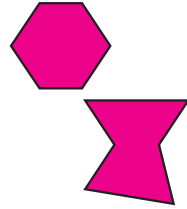
A 114. ábrán látható alakzatokat négyszögeknek, a 116. ábrán lévőket háromszögeknek, a 117. ábrán lévőket ötszögeknek, a 118. ábrán lévőket pedig hatszögeknek nevezzük.



116. ábra



117. ábra



118. ábra

Ezen alakzatok mindegyike a sokszög. A 115. ábrán látható alakzat nem lesz sokszög.

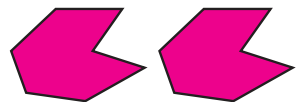
Minden sokszögnek csúcsai és oldalai vannak. Így a 114. a ábrán az A, B, C, D pontok egy négyszög csúcsai, az AB, BC, CD, DA szakaszok a négyszög oldalai lesznek. Az A, B, C, D szögek a négyszög szögei.

A sokszögeket a csúcsaival nevezzük és jelöljük meg. Ehhez sorba meg kell jelölni vagy nevezni a csúcsait. A sort bárhol kezdhetjük.

A 114. ábrán lévő négyszöget a következőképpen nevezhetjük el: $ABCD$ vagy $BCDA$ vagy $DCBA$ stb.

A sokszög oldalhosszainak összegét a sokszög **kerületének** nevezzük.

Két sokszöget egybevágónak mondunk, ha egymásra téve fedik egymást.

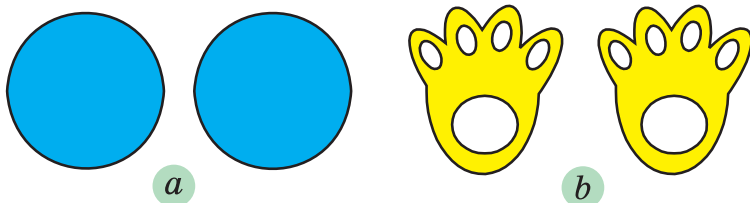


119. ábra

A 119. ábrán két egyenlő hét-szög látható.

Két alakzatot egybevágónak mondunk, ha egymásra téve fedik egymást.

A 120 ábrán lévő alakzatok egymásra téve fedik egymást. Ezek az alakzatok egybevágók lesznek.



120. ábra



1. Milyen alakzatot határol a zárt töröttvonal? 2. Sorold fel a sokszög elemeit! 3. Mit nevezünk a sokszög kerületének? 4. Milyen alakzatokat nevezünk egybevágóknak?



Szóban oldd meg!

1. A 24 és a 18 összegét csökkentsd 33-mal!
2. A 30 és a 14 különbségét növeld 3-szorosára!
3. A 12 és az 5 szorzatát növelj 19-cel!
4. A 189 és a 9 hányadosát csökkentsd hetedére!
5. Az adott szakaszok között nevezd meg az egyenlőket, ha $AB = 5 \text{ cm } 3 \text{ mm}$, $CD = 4 \text{ m } 5 \text{ cm}$, $PK = 45 \text{ cm}$, $EF = 2 \text{ dm } 8 \text{ mm}$, $TQ = 53 \text{ mm}$, $MN = 208 \text{ mm}$!

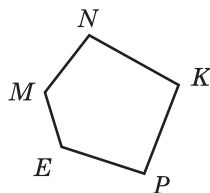


Gyakorlatok

349.° Nevezd meg a 121. ábrán lévő ötszög csúcsait és oldalait!

350.° Rajzolj le egy: 1) négyszöget; 2) ötszöget; 3) hatszöget; 4) hétszöget!

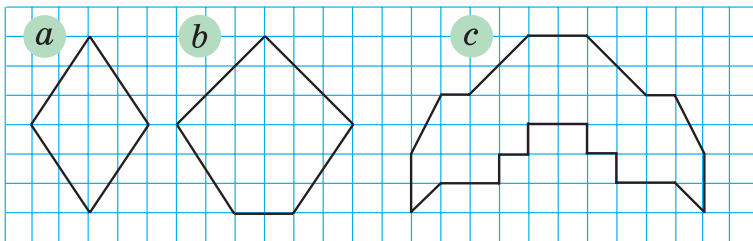
351.° Számítsd ki az ötszög területét, ha oldalai: 2 cm, 4 cm, 5 cm 5 mm, 6 cm, 7 cm!



121. ábra

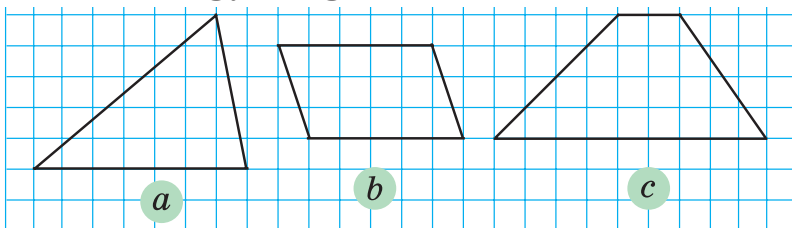
352.^o Számítsd ki a hatszög területét, ha három oldalának hossza 8 cm, a másik három pedig 10 cm!

353.^o Rajzold át a füzetedbe a 122. ábrán látható alakzatokkal egybevágó alakzatokat!



122. ábra

354.^o Rajzold át a füzetedbe a 123. ábrán látható alakzatokkal egybevágó alakzatokat!



123. ábra

355.^{*} A négyszög egyik oldala 8 cm, a másik oldala 3-szor hosszabb, a harmadik oldala 7 cm-rel rövidebb a másodiknál és 9 cm-rel hosszabb, mint a negyedik oldala. Számítsd ki a négyszög területét!

356.^{*} Az ötszög oldalait sorszámolták. Az első oldala 4 cm, minden következő oldala 2 cm-rel hosszabb az előzőnél. Számítsd ki az ötszög területét!

357.^{*} 1) Hány átló¹ húzható: a) az ötszög; b) a kilencszög; c) az n -szög egy csúcsából, ha $n > 3$?

2) Összesen hány átlója van: a) az ötszögnek; b) a kilencszögnek c) az n -szögnek, ha $n > 3$?

¹ A sokszög átlójának nevezzük, azt a szakaszt, amely két nem szomszédos csúcsát köti össze.



Ismétlő gyakorlatok

358. Hasonlítsd össze:

1) 3986 g és 4 kg;

3) 60 cm és 602 mm;

2) 6 m és 712 cm;

4) 999 g és 10 q!

359. Végezd el az összeadást a legcélszerűbb módon:

1) $(636 + 927) + 364$;

3) $212 + 493 + 788 + 807$;

2) $(425 + 798) + 675$;

4) $161 + 455 + 839 + 945$.

360. Adott, hogy $ABC\angle = 74^\circ$, a BD félegyenes pedig a szögfelezője. Számítsd ki a DBC szög mértékét!

361. A Krími-hegység legmagasabb csúcsa az 1545 m magas Roman-Kos. Ez 477 m-rel alacsonyabb a feketehegyi Pip Ivan csúcsnál, ami viszont 86 m-rel magasabb a máramarosi Pip Ivannál. Mekkora a magassága Ukrajna legmagasabb hegyének, a Hoverlának, ha az 125 m-rel magasabb a máramarosi Pip Ivan csúcsnál?



Bölcs Bagoly feladványai

362. Létezik-e olyan sokszög, melynek kerülete 1 000 000 cm, és elfér egy olyan négyzetbe, melynek oldala 1 cm?

363. Az egyenlő tömegű citromokat darabra árusítják. Mindegyik tömege grammban kifejezve természetes szám. Kettőnél többet vásároltak, de 7-nél kevesebbet. A vásárlás össztömege 850 gramm volt. Mennyit nyom egy citrom?

14. A háromszög és fajtái

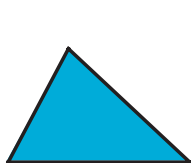
Az összes sokszög közül a háromszögnek van a legkevesebb oldala.

A háromszögeket a szögeik szerint osztályozhatjuk.

Ha a háromszög minden szöge hegyesszög, akkor azt hegyesszögű háromszögnek nevezzük (124. ábra).

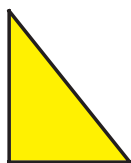
Ha a háromszög szögei közül az egyik derékszögű, akkor azt derékszögű háromszögnek nevezzük (125. ábra).

Ha a háromszög szögei közül az egyik tompaszög, azt tompaszögű háromszögnek nevezzük (126. ábra).



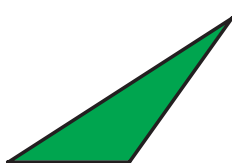
Hegyeszögű
háromszög

124. ábra



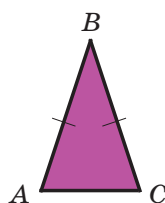
Derékszögű
háromszög

125. ábra



Tompaszögű
háromszög

126. ábra



127. ábra

Fentebb a háromszögeket szögeik szerint *osztályoztuk!*

A háromszögeket nem csupán a szögei, de az egyenlő oldalak száma alapján is *osztályozhatjuk*.

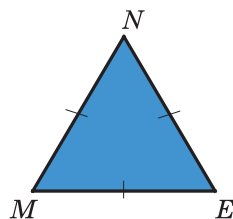
A háromszögeket nem csupán a szögei, de az egyenlő oldalak száma alapján is *osztályozhatjuk*.

A 127. ábrán az ABC egyenlő szárú háromszög látható, melyben $AB = BC$. Az ábrán az AB és BC egyenlő oldalakat egyenlő számú vonalkákkal jelöljük. Az AB és BC egyenlő oldalakat **sáraknak**,

az AC oldalt pedig az ABC egyenlő szárú háromszög alapjának nevezzük.

Ha a háromszög három oldala egyenlő egymással, akkor az ilyen háromszöget egyenlő oldalú háromszögnek nevezzük.

A 128. ábrán lévő háromszög egyenlő oldalú, mert $MN = NE = EM$.



128. ábra

Ha a háromszög oldalai különbözők, akkor azt különböző oldalú háromszögnek nevezzük.

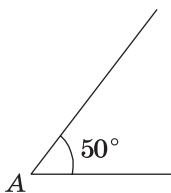
A 124–126. ábrán lévő alakzatok különböző oldalú háromszögek.

Ha az egyenlő oldalú háromszög oldala a -val egyenlő, akkor a P kerülete a következő képlettel számítható ki:

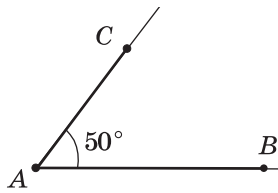
$$P = 3a$$

1.PÉLDA. Vonalzó és szögmérő segítségével szerkessz egy háromszöget, melynek két oldala 3 cm és 2 cm, a köztük lévő szöge pedig 50° !

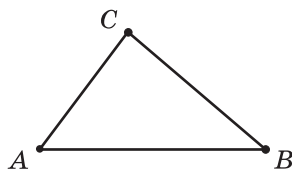
Megoldás. A szögmérő segítségével egy 50° -os A szöget szerkesztünk (129. ábra). Ezután vonalzó segítségével a csúcsból kiindulva az oldalakon egy 3 cm hosszúságú AB , és egy 2 cm hosszúságú AC szakaszt jelölünk meg (130. ábra). Ha összekötjük a B és C pontokat, megkapjuk a keresett háromszöget (131. ábra). ◀



129. ábra



130. ábra



131. ábra

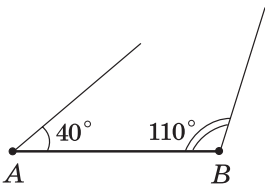
2.PÉLDA. Vonalzó és szögmérő segítségével szerkessz egy ABC háromszöget, melynek AB oldala 3 cm, a CAB és CBA szöge pedig megfelelően 40° és 110° -os!

Megoldás. Először vonalzó segítségével megrajzoljuk a 3 cm hosszú AB szakaszt (132. ábra). Az AB félegyenesen az A pontból kiindulva megszerkesztjük a 40° -os szöget.

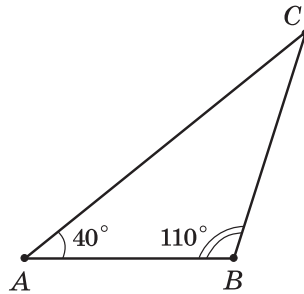
A BA félegyenesen pedig — ugyanazon irányba, mint az AB egyenesen — a B pontból kiindulva megszerkesztjük a 110° -os szöget (133. ábra). Az A és B szög szárainak metszéspontja adja a C pontot, s így megkapjuk a keresett háromszöget (134. ábra). ◀



132. ábra



133. ábra



134. ábra



1. Szögei alapján hogyan osztályozzuk a háromszögeket?
2. Milyen háromszöget nevezünk hegyesszögűnek? Derékszögűnek? Tompaszögűnek?
3. Az egyenlő oldalai számától függően, hogyan osztályozzuk a háromszögeket?
4. Milyen háromszöget nevezünk egyenlő szárúnak? Egyenlő oldalúnak? Különböző oldalúnak?
5. Hogy nevezzük az egyenlő szárú háromszög oldalait?
6. Milyen képlettel számítható ki az egyenlő oldalú háromszög kerülete?

Szóban oldd meg!

1. Mivel egyenlő annak a nyolcszögnek a kerülete, melynek minden oldala 4 cm?
2. Számítsd ki az összeget: $27 + 16 + 33 + 24!$
3. Melyik szám hiányzik a következő műveletláncból?

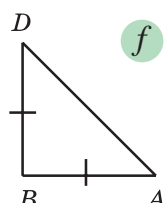
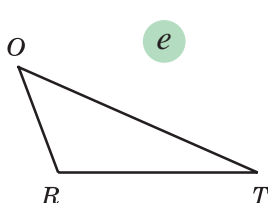
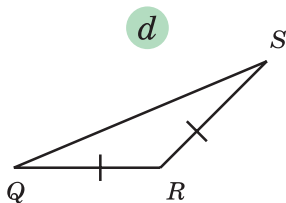
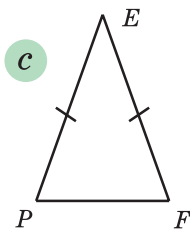
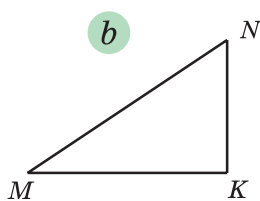
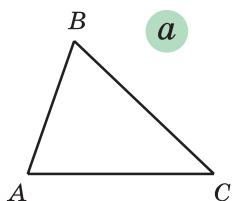


4. Három bokorban 15 szál rózsza virított. Miután az egyik bokorban még három szál kinyílt, a rózsaszálak száma mindegyikben egyenlő lett. Hány rózsaszál volt eredetileg mindegyik bokorban?



Gyakorlatok

- 364.**° Állapítsd meg a 135. ábrán látható háromszögek fajtáját szögeik és egyenlő oldalaiuk alapján!



135. ábra

- 365.**° Rajzolj:

- 1) egy különböző oldalú hegyesszögű háromszöget;
- 2) egy egyenlő szárú derékszögű háromszöget;
- 3) egy egyenlő szárú tompaszögű háromszöget!

366.° Rajzolj:

- 1) egy különböző oldalú derékszögű háromszöget;
- 2) egy különböző oldalú tompaszögű háromszöget;
- 3) egy egyenlő szárú hegyesszögű háromszöget!

367.° Határozd meg a háromszög területét, ha oldalai: 16 cm, 22 cm és 28 cm!

368.° Határozd meg a háromszög területét, ha oldalai: 14 cm, 17 cm és 17 cm!

369.° A háromszög minden oldala 12 cm. Hogy nevezük az ilyen háromszöget? Mivel egyenlő a területe?

370.° Az egyenlő oldalú háromszög területe 24 cm. Határozd meg az oldalának hosszát!

371.° A háromszög egyik oldala 24 cm, a másik oldala 18 cm-rel nagyobb, a harmadik oldala pedig fele a másodiknak. Határozd meg a háromszög területét!

372.° A háromszög egyik oldala 12 cm, a másik oldala ennél 3-szor nagyobb, a harmadik oldala pedig 8 cm-rel kisebb, mint a második. Határozd meg a háromszög területét!

373.° 1) Határozd meg az egyenlő szárú háromszög területét, ha az alapja 13 cm, a szára pedig 8 cm!

2) Az egyenlő szárú háromszög területe 39 cm, az alapja pedig 15 cm. Számítsd ki a háromszög oldalainak hosszát!

374.° Az egyenlő szárú háromszög területe 28 cm, a szára 10 cm. Számítsd ki a háromszög alapjának hosszát!

375.° A háromszög területe p cm, az egyik oldala 22 cm, a másik pedig b cm. Állíts össze kifejezést a harmadik oldalának meghatározására! Számítsd ki a harmadik oldal hosszát, ha $p = 72$, $b = 26$!

376.* A háromszög kerülete 97 cm , az egyik oldala $a\text{ cm}$, a másik pedig $b\text{ cm}$. Állíts össze kifejezést a harmadik oldalának meghatározására! Számítsd ki a harmadik oldal hosszát, ha $a = 32$, $b = 26$!

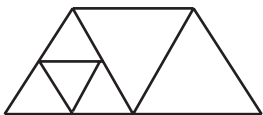
377.* Vonalzó és szögmérő segítségével szerkessz háromszöget, és állapítsd meg fajtájukat, ha:

- 1) két oldala $2\text{ cm } 5\text{ mm}$ és 5 cm , az általuk bezárt szög pedig 130° ;
- 2) két oldala egyenként $3\text{ cm } 5\text{ mm}$, az általuk bezárt szög pedig 54° ;
- 3) egyik oldala 4 cm , a rajta fekvő szögei pedig 30° és 70° ;
- 4) egyik oldala $2\text{ cm } 5\text{ mm}$, a rajta fekvő szögei pedig 100° és 20° ;
- 5) egyik oldala $5\text{ cm } 5\text{ mm}$, a rajta fekvő szögei pedig 60° -osak!

378.* Vonalzó és szögmérő segítségével szerkessz háromszöget, és állapítsd meg fajtájukat, ha:

- 1) két oldala $4\text{ cm } 5\text{ mm}$, az általuk bezárt szög pedig 60° ;
- 2) egyik oldala 6 cm , a rajta fekvő szögei pedig 90° és 45° ;
- 3) egyik oldala 5 cm , a rajta fekvő szögei pedig 35° -osak!

379.** Hány háromszög látható a 136.ábrán?



136. ábra



137. ábra



138. ábra

380.** Hány háromszög látható a 137.ábrán?

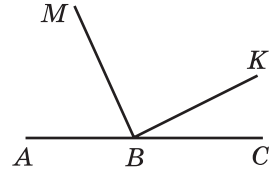
381.* Szerkessz olyan háromszöget, melynek oldalai a 138. ábrán lévő 4 pontot tartalmazzák!



Blsméltő gyakorlatok

382. Írd fel a 139. ábrán található összes szöget, és állapítsd meg mindegyik fajtáját!

383. Misi a matematika házi feladatát 16 óra 48 perckor kezdte és 17 óra 16 perckor fejezte be. Sanyi 17 óra 53 perckor kezdte és 18 óra 20 perckor készült el vele. Melyik fiú készítette el a feladatát hosszabb idő alatt és hány perccel?



139. ábra

384. Oldd meg az egyenleteket:

- 1) $429 + m = 2106$;
- 2) $348 - k = 154$;
- 3) $(m + 326) - 569 = 674$;
- 4) $5084 - (k - 299) = 568$!

385. Helyettesítsd a csillagokat a megfelelő számmal, hogy a művelet igaz legyen!

$$\begin{array}{r} 1) \quad + \quad * \quad 4 \quad 7 \quad * \quad 8 \\ \quad \quad 2 \quad * \quad * \quad 3 \quad * \\ \hline \quad \quad 1 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \end{array}$$

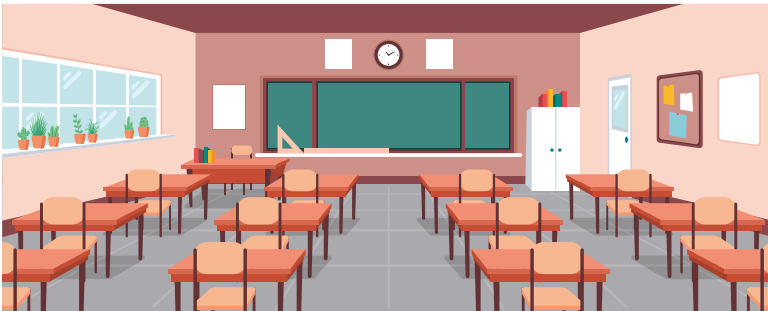
$$\begin{array}{r} 2) \quad - \quad 1 \quad * \quad * \quad * \quad * \quad 0 \\ \quad \quad 4 \quad 5 \quad 6 \quad 7 \quad * \\ \hline \quad \quad 5 \quad 5 \quad 5 \quad 5 \quad 5 \end{array}$$



Bölcs Bagoly feladványa

386. A gimnázium minden diákja két idegen nyelv közül legalább egyet tanul. Angol nyelvet 328-an, franciát 246-an, egyidejűleg angolt is és franciát is 109-en tanulnak. Hány diák tanul összesen a gimnáziumban?

15. Téglalap



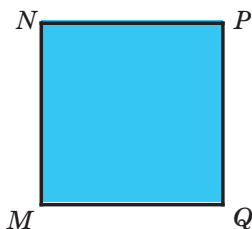
140. ábra

Az osztályterem több tárgyának (140. ábra) is azonos az alakja: tábla, ablakkeret, ajtók, az asztal lapja. Ezek alapján elképzelésünk lehet, egy olyan alakzatról, amit **téglalaprak** nevezünk.

Ha a négyszögnek minden szöge derékszög, akkor ezt **téglalaprak** nevezük.



141. ábra



142. ábra

A 141. ábrán az $ABCD$ téglalap látható.

Az AB és BC oldalnak közös a B csúcsa. Ezeket az oldalakat az $ABCD$ téglalap szomszédos oldalainak nevezük. Szintén szomszédos oldalai lesznek a BC és CD oldalak is.

A szomszédos oldalait a téglalap hosszának és szélességének nevezük.

Az AB és CD oldalaknak nincs közös csúcsa. Ezeket az $ABCD$ téglalap szemközti oldalainak nevezük. A BC és AD oldalai szintén szemközti oldalak lesznek.

A téglalap szemközti oldalai egyenlők.

A 141. ábrán $AB = CD$, $BC = AD$.

Ha a téglalap szomszédos oldalait a -val és b -vel jelöljük, akkor a P kerületét a már ismert képlettel számíthatjuk ki:

$$P = 2a + 2b$$

Azt a téglalapot, melynek minden oldala egyenlő, négyzetnek nevezük (ábra. 142).

Ha a négyzet oldalát a -val jelöljük, akkor annak P kerületét a következő képlettel számítjuk ki:

$$P = 4a$$



1. Milyen négyszöget nevezünk téglalapnak? 2. Mit nevezünk a téglalap hosszának és szélességének? 3. Milyen tulajdonsággal rendelkeznek a téglalap szemközti oldalai? 4. Milyen alakzatot nevezünk négyzetnek? 5. Milyen képlettel számítható ki a téglalap kerülete? 6. Milyen képlettel számítható ki a négyzet kerülete?

Szóban oldd meg!

1. Az egyik összeadandót 19-cel növeltük. Hogyan kell megváltoztatni a másik összeadandót, hogy az összeg ne változzon?
2. A kivonandót 47-tel csökkentették. Hogyan kell megváltoztatni a kisebbítendőt, hogy a különbség ne változzon?
3. A kisebbítendőt 26-tal növelték. Hogyan kell megváltoztatni a kivonandót, hogy a különbség ne változzon?
4. Az egyenlő szárú háromszög kerülete 32 cm, az egyik oldala 12 cm. Határozd meg a másik két oldalának hosszát! Hány megoldása van a feladatnak?
5. Határozd meg az egyenlő oldalú háromszög oldalát, ha az a kerületénél 10 cm-rel kisebb!
6. Az $y = x \cdot x + 12$ képlettel számítsd ki az y értékét, ha:
1) $x = 1$; 2) $x = 10$!



Gyakorlatok

387.° Rajzolj egy olyan:

- 1) téglalapot, melynek oldalai 4 cm és 2 cm;
- 2) négyzetet, melynek oldala 3 cm!

388.° Rajzolj egy olyan téglalapot, melynek oldalai 25 mm és 35 mm!

389.° Számítsd ki a területét annak:

- 1) a téglalaprak, melynek oldalai 42 cm és 23 cm;
- 2) a négyzetnek, melynek oldala 8 dm!

390.° Határozd meg a téglalap területét, ha oldalai 13 mm és 17 mm!

391.° A téglalap egyik oldala 14 cm, ami 5 cm-rel nagyobb a másik oldalánál. Határozd meg a téglalap területét!

392.° A téglalap területé 34 cm, az egyik oldala pedig 12 cm. Határozd meg a téglalap szomszédos oldalát!

393.° A téglalap egyik oldala 8 cm, a szomszédos oldal pedig 4-szer hosszabb. Határozd meg a téglalap területét!

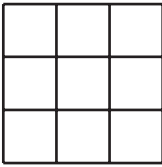
394.° A 12 cm oldalhosszúságú négyzetnek, és egy téglalaprak a területé azonos. Add meg a téglalap másik oldalának hosszát, ha az egyik oldala 8 cm!

395.° Két egyforma téglalapot úgy helyeztünk egymás mellé, hogy a nagyobbik oldalai egybeessenek. Ennek eredményeként egy négyzetet kaptunk, melynek területé 432 cm lett. Határozd meg a téglalap területét!

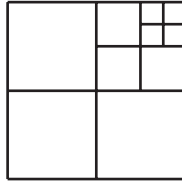
396.° A téglalap területé, melynek oldalai 42 cm és 14 cm ugyanakkora, mint a négyzet területé. Add meg a négyzet oldalának hosszát!

397.** Hány négyzet látható a 143. ábrán (118 o.)?

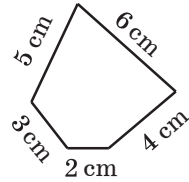
398.** Hány négyzet látható a 144. ábrán (118 o.)?



143. ábra



144. ábra

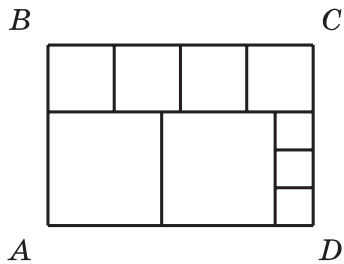


145. ábra

399.** Egy darab drótból egy ötszög modelljét mintázták meg (145. ábra). A felsorolt alakzatok közül melyiket készíthetjük el ebből a drótból (az oldalak hossza természetes szám, és centiméterekben mérünk): 1) négyzet; 2) ötszög, melynek minden oldala egyenlő; 3) egyenlő oldalú háromszög?

400.** Az $ABCD$ téglalapot

a 146. ábra szerint négyzetekre vágta szét. A legkisebb négyzet oldala 4 cm. Határozd meg az $ABCD$ téglalap oldalait!



146. ábra

401.** Rajzolj egy olyan téglalapot, melynek szomszédos oldalai 3 cm és 6 cm. Osztd fel három egyenlő téglalpra. Számítsd ki mindegyik így keletkezett téglalap területét. Hány megoldása van a feladatnak?

402.** A 12 cm kerületű téglalapok között lesz-e olyan, melyet két egyenlő négyzetre lehet felosztani? Igenlő válasz esetén Készítsd el a rajzot, és számítsd ki mindegyik négyzet területét!

403.* Hogyan lehet szétvágni egy négyzetet négy egyenlő részre, hogy ezekből a részekből ki lehessen rakni két négyzetet?

404.* Hogyan lehet szétvágni egy egyenlő szárú derékszögű háromszöget négy egyenlő részre, hogy ezekből a részekből ki lehessen rakni egy négyzetet?

405.* Hogyan lehet szétvágni egy 8 cm és 4 cm oldalú téglalapot négy részre, hogy ezekből a részekből ki lehessen rakni egy négyzetet?

406.* Hogyan lehet szétvágni egy négyzetet egy háromszögre és egy négyszögre, hogy ezekből a részekből ki lehessen rakni egy háromszöget?



Ismétlő gyakorlatok

407. Rajzolj egy MK egyenest, PS félegyenest és AB szakaszt úgy, hogy a PS félegyenes metssze az AB szakaszt és az MK egyenest, azonban az MK egyenes ne metssze az AB szakaszt!

408. A boltban citromot, narancsot és mandarint árulnak, össztömegük 740 kg. Ha eladnának 55 kg citromot, 36 kg narancsot és 34 kg mandarint, akkor a citrom, a narancs és a mandarin maradék tömegei egyenlők lennének egymással. Hány kg gyümölcs van a boltban mindegyik fajtából?

409. Határozd meg az egyenlet gyökeinek összegét:

1) $(x - 18) - 73 = 39$ és $24 + (y - 52) = 81$;

2) $(65 - x) + 14 = 51$ és $(y + 16) + 37 = 284$!

410. (Keresd meg a hibát) Lusta János ahelyett, hogy önállóan megoldotta volna a 396 feladatot $\Gamma\Delta\Xi$ könyvet használta és a következőt másolta ki ebből a könyvből: $42 + 14 = 56$ (cm); a négyzet oldala $56 : 4 = 14$ (cm). Keresd meg a hibát ebben a „megoldásban”!



Megtanuljuk alkalmazni a matematikát

411. A téglalap alakú park szomszédos oldalai 460 m és 240 m. A park körül kerítést állítottak, és a parkban a kerítéstől 2 m-re futópályát készítettek, amely szintén téglalap alakú

lett. Katinka, aki egészséges életmódot folytat, minden reggel az iskola előtt kétszer körbe futja a parkot. Milyen távolságot tesz meg ilyenkor Katinka?



412. A sportsarnokban különböző színekkel kell kijelölni a kosárlabda- és a röplabdapályát, melyek téglalap alakúak. A kosárlabda pálya szomszédos oldalai 26 m és 14 m, és a röplabdapálya oldalai 18 m és 9 m. Ahhoz, hogy 1 m csíkot fessünk, 50 g festékre van szükség. Mennyi festék szükséges e két pálya körberajzolásához?



413. A Pethő család városi házától vagy autóbusszal, vagy vonattal, vagy iránytaxival lehet eljutni a vidéki nyaralójukba. A táblázat azt az időt tartalmazza, amely szükséges az adott útszakasz megtételéhez. Milyen lesz az a legkisebb időszak, ami alatt a Pethő család a nyaralóhoz ér? Melyik közlekedési eszközt kell ehhez használniuk?

Közlekedési eszköz	A háztól az adott közlekedési eszköz megállójáig tartó időszak	A közlekedési eszközön töltött időszak	A közlekedési eszköz megállójától a nyaralóig tartó időszak
Autóbusz	10 perc	1 ó 15 perc	5 perc
Vonat	8 perc	56 perc	10 perc
Iránytaxi	8 perc	1 ó 5 perc	8 perc



Bölcs Bagoly feladványa

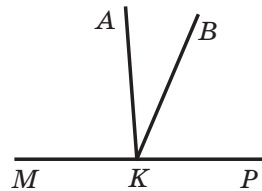
414. Hogyan lehet egy ötliteres korsó és egy háromliteres kanna segítségével 4 liter vizet kimérni?

SZÁMÚ FELADAT:
„ELLENŐRIZD TESZTFORMÁBAN ÖNMAGAD!”

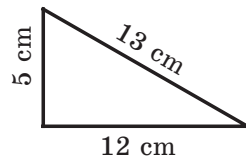
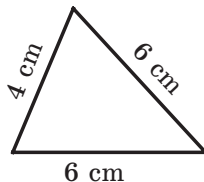
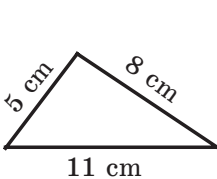
- Mivel egyenlő $738\ 621 - 239\ 507$?
A) 499 114 C) 489 014
B) 498 104 D) 488 124
- Mivel egyenlő $2\text{ ó }36\text{ perc} + 6\text{ ó }48\text{ perc}$?
A) 9 ó 34 perc C) 9 ó 24 perc
B) 8 ó 14 perc D) 8 ó 24 perc
- Milyen egyenlőséggel lehet felírni, hogy az m szám 18-cal kisebb, min az n szám?
A) $m - n = 19$ C) $m + n = 18$
B) $n - m = 18$ D) $m = n + 18$
- Mivel egyenlő az $(x - 63) + 105 = 175$ egyenlet gyöke:
A) 133 B) 7 C) 343 D) 217!
- Nevezd meg az igaz állítást:
A) a hegyes szögnél nagyobb szög tompaszög lesz
B) a tompaszögnél kisebb szög derékszög lesz
C) bármilyen hegyes szög kisebb a tompaszögnél
D) a derékszögnél nagyobb szög egyenesszög lesz!

6. A rajzon látható MKP szög csúcsából KA és KB félegyeneseket húztak úgy, hogy $MKB\angle = 115^\circ$, $AKP\angle = 94^\circ$. Számítsd ki az AKB szög fokmértékét!

- A) 21° B) 29°
C) 27° D) 32°



7. Határozd meg annak a téglalapnak a kerületét, amely egyenlőszárú lesz!



- A) 24 cm B) 16 cm C) 30 cm D) 20 cm

8. A téglalap egyik oldala 8 cm, a szomszédos oldala pedig 7 cm-rel hosszabb. Mivel lesz egyenlő a téglalap kerülete?

- A) 15 cm B) 30 cm C) 23 cm D) 46 cm

9. A házi feladat elkészítéséhez a tanuló 2 ó 15 percet használt el. Miközben az ukrán nyelvből és matematikából a feladatokat 40 perc alatt elkészítette, a történelem feladatát 25 perc alatt, és a maradék időt az angol feladat elkészítésével töltötte el. Mennyi időt fordított az angol házi elvégzésére?

- A) 40 perc B) 35 perc C) 25 perc D) 30 perc

10. Egy négyzet és egy téglalap kerületei egyenlők. A négyzet oldala 12 cm, a téglalap egyik oldala pedig 10 cm. Mivel egyenlő a téglalap ismeretlen oldalának hossza?

- A) 8 cm B) 26 cm C) 2 cm D) 14 cm

11. Az a mely értékénél igaz a következő egyenlőség: $a + a = a - a$?

- A) az a bármely értékénél C) ha $a = 0$
B) nincs ilyen értéke az a -nak D) ha $a = 1$

12. Egy 30 fős osztály múzeumi kiránduláson vett részt. Egy tanuló belépőjegye a hrivnyába került, emellett az idegenvezető munkadíja 50 hrivnya. Nevezd meg azt a képletet, amely a kirándulás b összköltségét határozza meg!

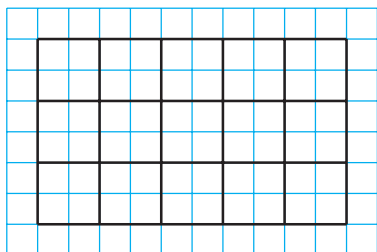
- A) $b = a + 50$ C) $b = 30(a + 50)$
B) $b = 30a + 50$ D) $b = 50a + 30$

3. §. TERMÉSZETES SZÁMOK SZORZÁSA ÉS OSZTÁSA

16. Szorzás.

A szorzás felcserélhetőségi tulajdonsága

Egy négyzetrácsos lapra rajzolunk egy olyan téglalapot, melynek oldalai 5 cm és 3 cm. Ezt felosztjuk 1 cm-es oldalú négyzetekre (147. ábra). Hogyan számoljuk össze az így keletkezett négyzetek számát?



147. ábra

Például így is gondolkodhatunk. A téglalapot három sorra osztottuk fel, melyek mindegyikében 5 négyzet lesz. Ezért a keresett szám $5 + 5 + 5 = 15$. Az egyenlőség bal oldalán egyenlő összeadandók összege van. Mint ahogy már tudjátok, ezt az összeget rövidebben így írhatjuk le: $5 \cdot 3 = 15$. Tehát $5 \cdot 3 = 15$.

Az $a \cdot b = c$ egyenlőségben az a -t és a b -t **tényezőnek**, a c számot és az $a \cdot b$ kifejezést pedig **szorzatnak** nevezzük. Fel lehet írni, hogy $5 \cdot 3 = 5 + 5 + 5$.

Hasonlóan: $5 \cdot 3 = 5 + 5 + 5$.

$$3 \cdot 5 = 3 + 3 + 3 + 3 + 3;$$

$$7 \cdot 4 = 7 + 7 + 7 + 7;$$

$$1 \cdot 6 = 1 + 1 + 1 + 1 + 1 + 1;$$

$$0 \cdot 5 = 0 + 0 + 0 + 0 + 0.$$

Betűk segítségével így is felírhatjuk:

$$a \cdot b = \underbrace{a + a + a + \dots + a}_{b \text{ darab összeadandó}}$$

Az a szám és a b , egytől különböző b természetes szám, szorzatának azt a számot nevezzük, amelyet az az összeg ad, melyben az a szám b -szer szerepel összeadandóként.

És ha $b = 1$? Ekkor egy olyan összeadást kell megvizsgálni, amely egy összeadandóból áll, amely a matematikában nem szokásos.

Ezért megállapodtak, hogy

$$a \cdot 1 = a$$

Ha $b = 0$, akkor úgy tekintjük, hogy

$$a \cdot 0 = 0$$

Nevezetesen,

$$0 \cdot 0 = 0$$

Vizsgáljuk meg a következő szorzatokat: $1 \cdot a$ és $0 \cdot a$, ahol az a természetes szám, mely nem egyenlő 1-gyel.

Ezt kapjuk: $1 \cdot a = \underbrace{1+1+1+\dots+1}_{a \text{ darab összeadandó}} = a$,

$$0 \cdot a = \underbrace{0+0+0+\dots+0}_{a \text{ darab összeadandó}} = 0.$$

Most már egy ilyen következtetést is levonhatunk:

Ha az egyik tényező 1-gyel egyenlő, akkor a szorzat a másik tényezővel lesz egyenlő:

$$a \cdot 1 = 1 \cdot a = a$$

Ha az egyik tényező 0-val egyenlő, akkor a szorzat nullával lesz egyenlő:

$$a \cdot 0 = 0 \cdot a = 0$$

Két, nullától különböző szám szorzata nem lehet nulla.

Ha a szorzat nulla, akkor legalább az egyik tényezője nulla.

A 147. ábrán lévő négyzetek számát így számítottuk ki: $5 + 5 + 5 = 5 \cdot 3 = 15$. Ezt a számítást más módszerrel is el lehet végezni. A téglalapot 5 oszlopra osztjuk, így mindegyikben három négyzet lesz. Ezért a keresett szám egyenlő lesz: $3 + 3 + 3 + 3 + 3 = 3 \cdot 5 = 15$.

A 147. ábrán lévő négyzetek megszámlálásának két módszere a szorzás **felcserélhetőségi tulajdonságát** illusztrálja:

a tényezők felcserélésével a szorzat nem változik.

Ezt a tulajdonságot betűkifejezéssel így írhatjuk át:

$ab = ba$

Az elmúlt tanévben már megtanultad írásban (oszlopban) elvégezni a többjegyű számok szorzását többjegyűvel:

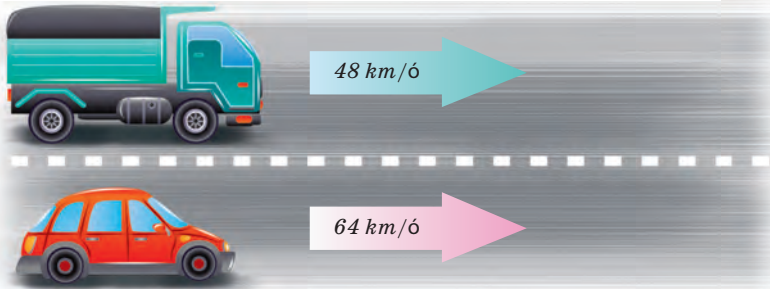
Nézzünk néhány olyan feladatot, melyben szorzást alkalmazunk.

1. PÉLDA. A kertben meggyfák, almafák és körtefák nőnek. A meggyfák száma 24, ami hatoda az almafák számának, és 18-cal kevesebb, mint a körtefák száma. Hány fa van összesen ebben a gyümölcsösben?

- Megoldás.* 1) $24 \cdot 6 = 144$ (fa) — az almafák száma
 2) $24 + 18 = 42$ (fa) — a körtefák száma;
 3) $24 + 144 + 42 = 210$ (fa).

Felelet: 210 fa. ◀

2.PÉLDA. Az egyik városból ugyanabba az irányba egyidejűleg elindult egy teherautó, melynek sebessége 48 km/ó és egy személygépkocsi, melynek sebessége 64 km/ó. Mekkora a távolság köztük az indulástól számítva 3 óra múlva?



Megoldás. 1) $64 - 48 = 16$ (km) — ennyivel növekszik óránként a távolság köztük;

2) $16 \cdot 3 = 48$ (km) — három óra múlva ennyi lesz a távolság a járművek között.

Felelet: 48 km. ◀

3.PÉLDA. A egyik faluból egyidejűleg elindult ellenkező irányba egy lovas, melynek sebessége 14 km/ó volt és egy gyalogos 4 km/ó-s sebességgel. Mekkora a távolság köztük az indulástól számított 4 óra múlva?



Megoldás. 1) $14 + 4 = 18$ (km) — ennyivel növekszik a lovas és a gyalogos között a távolság óránként;

2) $18 \cdot 4 = 72$ (km) — a lovas és a gyalogos közötti távolság 4 óra múlva.

Felelet: 72 km. ◀

4.PÉLDA. Két kikötőből egyidejűleg elindult egymás felé két csónak, melyek 5 óra múlva találkoztak. Az egyik csónak 28 km/ó sebességgel haladt, a másik pedig 36 km/ó-val. Határozd meg a kikötők közötti távolságot!



Megoldás. 1) $28 + 36 = 64$ (km) — óránként ennyivel csökkent a távolság a csónakok között;

2) $64 \cdot 5 = 320$ (km) — a kikötők közötti távolság.

Felelet: 320 km. ◀



1. Mit nevezünk az a szám és az egytől különböző természetes b szám szorzatának? 2. Az $a \cdot b = c$ egyenlőségben hogyan nevezzük az a számot? A b számot? A c számot? Az $a \cdot b$ kifejezést? 3. Mivel egyenlő két szám szorzata, ha az egyik tényező 1? 4. Mivel egyenlő két szám szorzata, ha az egyik tényező 0? 5. Milyen esetben lesz a szorzat értéke nulla? 6. Fogalmazd meg a szorzás felcserélhetőségi tulajdonságát. 7. Hogyan írjuk fel betűkifejezéssel a felcserélhetőségi tulajdonságot?

Szóban oldd meg!

1. Mivel egyenlő a következő összeg:
1) $20 + 20 + 20$; 3) $7 + 7 + 7 + 7 + 7$?
2) $12 + 12 + 12 + 12$;
2. Számítsd ki:
1) $6 + 4 \cdot 3 - 2$; 3) $6 + 4 \cdot (3 - 2)$;
2) $(6 + 4) \cdot 3 - 2$; 4) $(6 + 4) \cdot (3 - 2)$!
3. Határozd meg a 14 és a 6 szorzatát!
4. Növekd a 18-at 3-szorosan!
5. Határozd meg az egyenlő szárú háromszög szárát, ha a kerülete 12 cm-rel nagyobb az alapjánál!
6. Állapítsd meg a háromszög típusát, ha két oldala 8 cm és 12 cm, a kerülete pedig 28 cm!
7. Határozd meg a négyzet területét, ha az 18 cm-rel nagyobb, mint egy oldalának hossza!
8. Létezik-e az a -nak olyan értéke, melyre teljesül a következő egyenlőség:
1) $a \cdot 5 = a$; 2) $a \cdot 1 = a$; 3) $a \cdot a = a$; 4) $0 \cdot a = a$?



Gyakorlatok

415.° Írd fel az összeget szorzat alakjában!

- | | |
|----------------------------------|---|
| 1) $6 + 6 + 6 + 6 + 6 + 6 + 6$; | 4) $\underbrace{2 + 2 + \dots + 2}_{101 \text{ darab összeadandó}}$; |
| 2) $9 + 9 + 9 + 9 + 9$; | 5) $\underbrace{5 + 5 + \dots + 5}_m \text{ darab összeadandó}$; |
| 3) $n + n + n + n + n + n + n$; | 6) $\underbrace{m + m + \dots + m}_k \text{ darab összeadandó}$. |

416.° Végezd el a szorzást:

- | | | |
|----------------------|----------------------|------------------------|
| 1) $516 \cdot 32$; | 3) $314 \cdot 258$; | 5) $1234 \cdot 567$; |
| 2) $4519 \cdot 52$; | 4) $215 \cdot 204$; | 6) $2984 \cdot 4006$! |

417.° Végezd el a szorzást:

- | | | |
|----------------------|----------------------|------------------------|
| 1) $706 \cdot 53$; | 3) $591 \cdot 289$; | 5) $2468 \cdot 359$; |
| 2) $5245 \cdot 67$; | 4) $465 \cdot 506$; | 6) $1234 \cdot 2007$! |

418.° Határozd meg azt a számot, amely:

- 1) 46 szor nagyobb, mint 418;
- 2) 3000 szor nagyobb, mint 270!

419.° Számítsd ki:

- 1) $412 \cdot 42 - 7304$; 3) $(294 + 16) \cdot (348 - 279)$;
2) $85 \cdot (870 - 567)$; 4) $294 + 16 \cdot 348 - 279$;
5) $(294 + 16) \cdot 348 - 279$;
6) $294 + 16 \cdot (348 - 279)$!

420.° Számítsd ki:

- 1) $603 \cdot 84 + 2536$; 3) $64 \cdot 96 - 77$;
2) $318 \cdot 56 - 5967$; 4) $64 \cdot (96 - 77)$!

421.° Számítsd ki a kifejezés értékét:

- 1) $17x + 432$, ha $x = 58$;
2) $(739 - x) \cdot y$, ha $x = 554$, $y = 4900$!

422.° Számítsd ki a kifejezések értékét:

- 1) $976 - 24x$, ha $x = 36$;
2) $x \cdot 63 - y$, ha $x = 367$, $y = 19\,742$.

423.° (*Gyakorlati házi feladat*) A $133 \cdot 908 = \text{MBCA00}$ betűi a szorzás eredményeként kapott szám számjegyeit jelölik. Ezekből a betűkből egy prominens ukrán orvos neve rakható ki. A nevet úgy találjuk meg, hogy a lenti táblázatban az egyes számok alá odaírjuk azt a betűt, amely az egyenlőség jobb oldalán az adott szájegy helyén áll. Mi a neve ennek az orvosnak?

7	1	6	0	4	2



Az interneten keresd meg, melyik orvostudományi ággal foglalkozott, és milyen eredményeket ért el?

424.° Az emberi szervezet normális működéséhez naponta 90 mg C-vitamin szükséges. Egy cigaretta elszívása 5 mg C-vitamint semmisít meg. Hány milligramm vitamint veszít az a személy, aki naponta 12 cigarettát szív el? Mennyi vitamin marad a szervezetében, ha

ez a személy elfogyasztja a norma szerinti C-vitamin mennyiséget?

425.° Pinokkió, készülve az iskolához, 34 füzetet vásárolt 12 krajcárért darabját és 18 füzetet, melynek darabja 16 krajcár volt. Hány krajcárt fizetett Pinokkió a füzetekért?

426.° Kecske gida 42 liter tejet adott el, literjét 96 kopijkáért és 16 kg sajtot, kilogrammját 2 hrivnyáért. Mennyi pénzt kapott a tejtermékekért Kecske gida?

427.° Öt hónap alatt (májustól szeptemberig) a nyárfa 44 kg széndioxidot nyel el, egy tölgyfa pedig 28 kg-ot. Mennyivel több széndioxidot köt meg ez alatt az idő alatt 40 nyárfa, mint 40 tölgy?



Sevcsenko sétány Kijevben

428.° A túrázók a Balaton nevű hajón 14 órát utaztak 8 km/ó sebességgel és 23 órát gyalogoltak 4 km/ó sebességgel. A folyón vagy a szárazföldön tettek-e meg nagyobb távolságot, és hány kilométerrel?

429.° Jancsi a motorcsónakon 5 órán át 27 km/ó sebességgel suhant a folyón, majd 7 órán át 21 km/ó sebességgel a tavon. A folyón vagy a tavon tett meg többet és hány kilométerrel?

430. Határozd meg a következő kifejezések értékét:

1) $(318 \cdot 207 - 64\,934) \cdot 276 + 604 \cdot 88$;

2) $869 \cdot (61\,124 - 488 \cdot 125) - 509 \cdot 74!$

431. Határozd meg a következő kifejezések értékét:

1) $(214 \cdot 104 + 7544) \cdot 35 - 508 \cdot 722$;

2) $647 \cdot (36\,900 - 255 \cdot 144) - 318 \cdot 92!$

432. Az egyik kikötőből a másikba egyidejűleg indult el egy gőzhajó és egy motorcsónak. A gőzhajó sebessége 28 km/ó , a motorcsónak sebessége pedig 36 km/ó volt. Mekkora a köztük lévő távolság 5 órával az indulás után?

433. Az egyik faluból egyirányba, egyszerre két kerékpáros indult el. Az egyik sebessége 12 km/ó volt, a másiké pedig 9 km/ó . Mekkora lesz a köztük lévő távolság 6 órával az indulás után?

434. Egy állomásról ellenkező irányba, egyszerre indult el két vonat. Az egyik sebesség 64 km/ó , a másiké pedig 57 km/ó . Mekkora lesz a köztük lévő távolság 9 órával az indulás után?

435. Az egyik városból ellenkező irányba, egyszerre két gépkocsi indult el. Az egyik sebessége 74 km/ó volt, ami 8 km/ó -val több a másikénál. Mekkora a köztük lévő távolság 7 órával az indulás után?

436. Konotop és Szmila városokból egyszerre indult el egymás felé egy kerékpáros és egy személygépkocsi. A kerékpáros sebessége 11 km/ó volt, a személygépkocsié ennél 7 -szer több. Határozd meg a városok közötti távolságot, ha a gépkocsi és a kerékpáros az indulás után 4 órával találkozott!

437. Két faluból egyszerre indult el egymás felé egy kerékpáros és egy gyalogos. A gyalogos 3 km/ó sebességgel haladt, ami negyede a kerékpáros sebességének. Határozd meg a két falu közötti távolságot,

ha a kerékpáros és a gyalogos az indulásuk után 3 óra múlva találkoztak!

438.† Igaz-e a következő állítás:

- 1) két természetes szám szorzata mindig nagyobb az összegüknél;
- 2) bármelyik természetes számot meg lehet adni két természetes szám szorzataként;
- 3) bármelyik természetes számot meg lehet adni két különböző természetes szám szorzataként?

439.† Hogyan változik meg két természetes szám szorzata, ha:

- 1) az egyik tényezőt 8-szorosára növeljük;
- 2) az egyik tényezőt ötödére csökkentjük;
- 3) mindegyik tényezőt 6-szorosára növeljük;
- 4) az egyik tényezőt 13-szorosára, a másikat pedig 40-szeresére növeljük;
- 5) az egyik tényezőt 12-szeresére növeljük, a másikat pedig harmadára csökkentjük?

440.** Két tanyáról, melyek között a távolság 3 km, egyidejűleg indult el két gyalogos egymás felé. Az egyik sebessége 5 km/ó, a másiké pedig 4 km/ó. Mekkora a köztük lévő távolság 2 órával az indulás után?

441.** A csillagok helyére írdjál olyan számjegyeket, hogy helyes legyen a szorzás:

$$\begin{array}{r} 1) \quad \times 43 \\ \quad 2* \\ \hline + 3*4 \\ \quad 8* \\ \hline 12*4 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 2) \quad \times 52 \\ \quad ** \\ \hline + 1** \\ \quad **8 \\ \hline **8* \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 3) \quad \times *8 \\ \quad * \\ \hline 8** \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 4) \quad \times 6* \\ \quad *** \\ \hline + ** \\ \quad ** \\ \hline ***6 \end{array}$$

442.** A csillagok helyére írd olyan számjegyeket, hogy helyes legyen a szorzás:

$$\begin{array}{r}
 1) \quad \begin{array}{r} \times * 7 \\ 6 * \\ \hline 5 1 * \\ + * * * \\ \hline * * * 3 \end{array} \quad
 2) \quad \begin{array}{r} \times 7 4 \\ * * \\ \hline * 1 * \\ + * * \\ \hline * * * 8 \end{array} \quad
 3) \quad \begin{array}{r} \times 5 2 \\ * * \\ \hline * * \\ + * * \\ \hline * * * \end{array} \quad
 4) \quad \begin{array}{r} \times * * * \\ * 2 \\ \hline * 0 8 \\ + * 6 * \\ \hline * 1 2 * \end{array}
 \end{array}$$

443.* Négy természetes szám összege és szorzata is 8. Melyek ezek a számok?

444.* Az $1 * 2 * 3 * 4 * 5$ kifejezésben a csillagokat helyettesítsd a „+” vagy „-” műveleti jellel, és tegyél zárójeleket is úgy, hogy a kapott kifejezés értéke 100 legyen!

445.* Az $1 * 2 * 3 * 4$ kifejezésben a csillagokat helyettesítsd a „+” vagy „-” műveleti jellel úgy, hogy a kapott kifejezés értéke a lehető legnagyobb legyen! Mekkora ez a szám?



Ismétlő gyakorlatok

446. Határozd meg az ABM szög mértékét (148. ábra), ha az MBK derékszög és $ABM\angle = CBK\angle$!

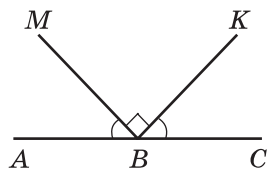
447. Az ABC szög 72° -os, a BD félegyenes az ABC szög szögfelezője, a BE félegyenes pedig az ABD szög szögfelezője. Számítsd ki a CBE szög mértékét!

448. Az $a = b : 4 - 6$ képlet segítségével határozd meg az a értékét, ha:

1) $b = 600$; 2) $b = 64$; 3) $b = 24$.

449. A háromszög első és második oldalának összege 33 cm, az első és a harmadiké 39 cm, a második és harmadiké pedig 42 cm. Határozd meg a háromszög kerületét!

450. (Találd meg a hibát!) Nagy Alex ahelyett, hogy önállóan megoldotta volna a 426.feladatot, a $\Gamma\Pi\text{3}$ könyvben megkereste a megoldást, és így másolta le onnan: $42 \cdot 96 + 16 \cdot 2 = 4064$ (hr). Keresd meg ebben a „megoldásban” a hibát!

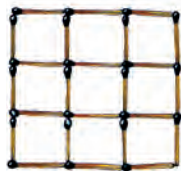


148. ábra



Bölcs Bagoly feladványa

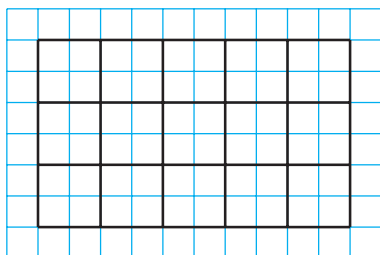
451. 1) Rakj ki 10 gyufaszázból három négyzetet!
2) Rakj ki 19 gyufaszázból hat négyzetet!
3) Melyik három gyufaszálat kell elvenni ahhoz (149. ábra), hogy öt négyzet maradjon?



149. ábra

17. A szorzás csoportosíthatósági és széttagolhatósági tulajdonsága

Egy négyzetrácsos füzetlapra rajzolunk egy téglalapot, melynek oldala 5 cm és 3 cm. Osszuk fel a téglalapot 1 cm oldalhosszúságú négyzetekre (150. ábra), majd számoljuk meg, hány négyzet van a téglalapban. Ezt a következőképpen tehetjük meg.



150. ábra

Az 1 cm-es oldalú négyzetekből $5 \cdot 3$ van. Mindegyik ilyen négyzet 4 darab kis négyzetet tartalmaz. Ezért összesen $(5 \cdot 3) \cdot 4$ kis négyzet van. A feladatot másképpen is megoldhatjuk. Mindegyik oszlopban három 1 cm-es oldalú négyzet van. Ezért ezek az oszlopok $3 \cdot 4$ kis négyzetet tartalmaznak. Tehát kis négyzetekből összesen $5 \cdot (3 \cdot 4)$ van.

Ezt a feladatot másképp is meg lehet oldani. Mindegyik oszlop, az öt közül, három négyzetből áll, melyek-

nek az oldalai 1 cm. Ezért egy oszlopban $3 \cdot 4$ négyzet van. Tehát összesen $5 \cdot (3 \cdot 4)$ kisnégyzet lesz.

A 150. ábrán a kis négyzetek számának meghatározása látható kétféle módszerrel, amivel szemléltetni lehet a szorzás csoportosíthatósági tulajdonságát az 5, 3 és 4 számokra. A következőt kaptuk: $(5 \cdot 3) \cdot 4 = 5 \cdot (3 \cdot 4)$.

Két szám szorzatát egy harmadik számmal úgy is megszorozhatjuk, hogy az első számot megszorozzuk a második és a harmadik szám szorzatával.

Általános alakban, a matematika nyelvén ezt a tulajdonságot így írhatjuk át:

$$(ab)c = a(bc)$$

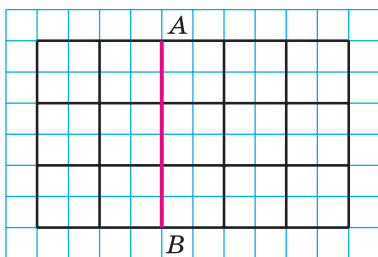
A szorzás felcserélhetőségi és csoportosíthatósági tulajdonságaiból következik, hogy *néhány szám szorzásánál a tényezőket felcserélhetjük, és a zárójeleket alkalmazva megadhatjuk a műveletek sorrendjét.*

Például a következő egyenlőség is igaz lesz:

$$abc = cba,$$

$$17 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 5 = (17 \cdot 3) \cdot (2 \cdot 5).$$

A 151. ábrán az AB szakasz egy téglalpra és egy négyzetre bontja a téglalapot.



151. ábra

Megszámoljuk az 1 cm-es oldalú négyzetek számát.

A négyzetben $3 \cdot 3$, a téglalapban $2 \cdot 3$ ilyen négyzet van. Összesen tehát $3 \cdot 3 + 2 \cdot 3$ négyzetünk van.

Másrészt az adott téglalap három sorának mindegyikében $2 + 3$ négyzet van. Akkor a négyzetek száma összesen: $3 \cdot (3 + 2)$.

A $3 \cdot (3 + 2) = 3 \cdot 3 + 3 \cdot 2$ egyenlőség szemlélteti a szorzásnak az összeadásra vonatkozó széttagolhatósági tulajdonságát.

Számot összeggel úgy is megszorozhatunk, hogy e számot megszorozzuk az összeadandók mindegyikével, majd a kapott szorzatokat összeadjuk.

Általános alakban, betűkifejezéssel így írhatjuk fel:

$$a(b + c) = ab + ac$$

A szorzásnak az összeadásra vonatkozó széttagolhatósági tulajdonságából következik, hogy

$$ab + ac = a(b + c).$$

Ez az egyenlőség lehetőséget ad arra, hogy a téglalap $P = 2a + 2b$ kerületképletét a következő alakba írjuk át:

$$P = 2(a + b).$$

Megjegyezzük, hogy a széttagolási tulajdonságot alkalmazhatjuk három és annál több összeadandóra is. Például:

$$a(m + n + p + q) = am + an + ap + aq.$$

A szorzás széttagolhatósági törvénye a kivonásra is teljesülni fog: ha $b > c$ vagy $b = c$, akkor

$$a(b - c) = ab - ac$$

1.PÉLDA. Számítsd ki a legcélszerűbben:

1) $25 \cdot 867 \cdot 4$; 2) $329 \cdot 754 + 329 \cdot 246$.

Megoldás. 1) Alkalmazzuk először a szorzás felcserélhetőségi, majd a csoportosíthatósági tulajdonságát: $25 \cdot 867 \cdot 4 = 867 \cdot (25 \cdot 4) = 867 \cdot 100 = 86\,700$.

2) A következőt kapjuk: $329 \cdot 754 + 329 \cdot 246 = 329 \cdot (754 + 246) = 329 \cdot 1000 = 329\,000$. ◀

2.PÉLDA. Számítsd ki a legegyszerűbb módon:

$$1) 4a \cdot 3b; \quad 2) 18m - 13m.$$

2) Alkalmazva a szorzásnak a kivonásra vonatkozó széttagolási törvényét, a következőt kapjuk:

$$4a \cdot 3b = (4 \cdot 3) \cdot ab = 12ab.$$

$$18m - 13m = m(18 - 13) = m \cdot 5 = 5m. \quad \blacktriangleleft$$

3.PÉLDA. Írd át az $5(2m + 7)$ kifejezést úgy, hogy ne tartalmazzon zárójeleket!

Megoldás. A szorzásnak az összeadásra vonatkozó széttagolási tulajdonsága szerint:

$$5(2m + 7) = 5 \cdot 2m + 5 \cdot 7 = 10m + 35. \quad \blacktriangleleft$$

Az ilyen átalakítást zárójel **felbontásnak nevezük.**

4.PÉLDA. Számítsd ki legcélszerűbben $125 \cdot 24 \cdot 283!$

Megoldás. A következőt kaptuk:

$$125 \cdot 24 \cdot 283 = 125 \cdot 8 \cdot 3 \cdot 283 =$$

$$= (125 \cdot 8) \cdot (3 \cdot 283) = 1000 \cdot 849 = 849\,000. \quad \blacktriangleleft$$

5.PÉLDA. Végezd el a szorzást: 3 nap 18 ó \cdot 6!

Megoldás:

A következőt kaptuk: 3 nap 18 ó \cdot 6 = 18 nap 108 ó =
= 22 nap 12 ó. \blacktriangleleft

A megoldás során a szorzás összeadásra vonatkozó széttagolhatósági tulajdonságát alkalmaztuk:

$$3 \text{ nap } 18 \text{ ó} \cdot 6 = (3 \text{ nap} + 18 \text{ ó}) \cdot 6 =$$

$$= 3 \text{ nap} \cdot 6 + 18 \text{ ó} \cdot 6 =$$

$$= 18 \text{ nap} + 108 \text{ ó} = 18 \text{ nap} + 96 \text{ ó} + 12 \text{ ó} =$$

$$= 18 \text{ nap} + 4 \text{ nap} + 12 \text{ ó} = 22 \text{ nap } 12 \text{ ó}.$$



1. Fogalmazd meg a szorzás csoportosíthatósági tulajdonságát!
2. Hogyan írjuk fel betűkifejezéssel a szorzás csoportosíthatósági tulajdonságát?
3. Fogalmazd meg a szorzás összeadásra vonatkozó széttagolhatósági tulajdonságát!
4. Hogyan írjuk fel betűkifejezéssel a szorzás összeadásra és kivonásra vonatkozó széttagolhatósági tulajdonságát?

Szóban oldd meg!

1. A 3 és a 8 számok szorzatát szorozd meg 100-zal!
2. A 3-at szorozd meg a 8 és a 100 szorzatával!
3. Határozd meg a 8 és a 7 összegének és a 6-nak a szorzatát!
4. Határozd meg a 8 és a 6 valamint a 7 és a 6 számok szorzatainak összegét!
5. Meg lehet-e adni a 6-ot a 100 tényező szorzataként?
6. A keltetőben 1000 tojás volt. Mindegyik 100 tojásból 95 csirke kelt ki. Hány csirke kelt ki összesen?
7. (*Vicces feladat*) Két apa és a két fiúk 3 almát evett meg, mégpedig mindegyikük egy egész almát. Lehetséges-e ez?



Gyakorlatok

452.^o Számítsd ki a legcélszerűbben:

- | | |
|-----------------------------|-----------------------------|
| 1) $2 \cdot 328 \cdot 5$; | 4) $4 \cdot 36 \cdot 5$; |
| 2) $125 \cdot 43 \cdot 8$; | 5) $50 \cdot 236 \cdot 2$; |
| 3) $25 \cdot 243 \cdot 4$; | 6) $250 \cdot 3 \cdot 4!$ |

453.^o Számítsd ki a legcélszerűbben:

- | | |
|------------------------------|-----------------------------|
| 1) $4 \cdot 17 \cdot 25$; | 4) $73 \cdot 5 \cdot 4$; |
| 2) $5 \cdot 673 \cdot 2$; | 5) $2 \cdot 916 \cdot 50$; |
| 3) $8 \cdot 475 \cdot 125$; | 6) $5 \cdot 9 \cdot 200!$ |

454.^o Hozd egyszerűbb alakra az alábbi kifejezéseket:

- | | | |
|--------------------|---------------------------|---|
| 1) $13 \cdot 2a$; | 4) $28 \cdot y \cdot 5$; | 7) $27m \cdot 3n$; |
| 2) $9x \cdot 8$; | 5) $6a \cdot 8b$; | 8) $4a \cdot 8 \cdot b \cdot 3 \cdot c$; |
| 3) $23 \cdot 4b$; | 6) $11x \cdot 14y$; | 9) $12x \cdot 3y \cdot 5z!$ |

455.^o Hozd egyszerűbb alakra az alábbi kifejezéseket:

- | | | |
|--------------------|---------------------|-----------------------------|
| 1) $12 \cdot 3x$; | 3) $5a \cdot 7b$; | 5) $2a \cdot 3b \cdot 4c$; |
| 2) $10x \cdot 6$; | 4) $8m \cdot 12n$; | 6) $5x \cdot 2y \cdot 10z!$ |

456.^o Számítsd ki a kifejezések értékét a legcélszerűbben:

- 1) $318 \cdot 78 + 318 \cdot 22$;
- 2) $856 \cdot 92 - 853 \cdot 92$;
- 3) $943 \cdot 268 + 943 \cdot 232$;
- 4) $65 \cdot 246 - 65 \cdot 229 - 65 \cdot 17!$

457.° Számítsd ki a kifejezések értékét a legcélszerűbben:

- 1) $47 \cdot 632 + 632 \cdot 53$;
- 2) $598 \cdot 49 - 597 \cdot 49$;
- 3) $754 \cdot 324 - 754 \cdot 314$;
- 4) $37 \cdot 46 - 18 \cdot 37 + 37 \cdot 72!$

458.° Bontsd fel a zárójeleket:

- 1) $2(a + 5)$;
- 2) $8(7 - x)$;
- 3) $12(x + y)$;
- 4) $(c - 9) \cdot 11$;
- 5) $(8 + y) \cdot 16$;
- 6) $15(4a - 3)$;
- 7) $7(6a + 8b)$;
- 8) $10(2m - 3n + 4k)$;
- 9) $(24x + 17y - 36z) \cdot 4!$

459.° Bontsd fel a zárójeleket:

- 1) $4(a + 2)$;
- 2) $3(m - 5)$;
- 3) $(p - q) \cdot 9$;
- 4) $12(a + b)$;
- 5) $5(2m - 1)$;
- 6) $(3c + 5d) \cdot 14!$

460.° Hozd egyszerűbb alakra az alábbi kifejezéseket:

- 1) $6a + 8a$;
- 2) $28c - 15c$;
- 3) $m + 29m$;
- 4) $98p - p$;
- 5) $4x + 13x + 15x$;
- 6) $67z - 18z + 37!$

461.° Hozd egyszerűbb alakra az alábbi kifejezéseket:

- 1) $13b + 19b$;
- 2) $44d - 37d$;
- 3) $34n + n$;
- 4) $127q - q$;
- 5) $36y - 19y + 23y$;
- 6) $49a + 21a + 30!$

462.* Hozd egyszerűbb alakra a kifejezéseket és határozd meg az értékeit:

- 1) $25x \cdot 4y$, ha $x = 12$, $y = 11$;
- 2) $8k \cdot 125c$, ha $k = 58$, $c = 8!$

463.* Hozd egyszerűbb alakra a kifejezéseket és határozd meg az értékeit:

- 1) $5a \cdot 20b$, ha $a = 4$, $b = 68$;
- 2) $4m \cdot 50n$, ha $m = 22$, $n = 34!$

464.* Hozd egyszerűbb alakra a kifejezéseket és határozd meg az értékeit:

- 1) $13p + 37p$, ha $p = 14$;



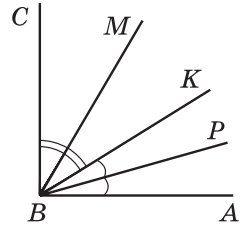
Ismétlő gyakorlatok

473. Az ABC szög derékszög, a BP félegyenes az ABK szög szögfelezője, a BM félegyenes pedig a CBK szögfelezője (152. ábra). Mekkora az MBP szög fokmértéke?

474. Az udvarban kiscicák és csirkék futkároztak. Összesen 14 fejük és 38 lábuk volt. Hány csirke és hány kiscica futkározott ezen az udvaron?

475. **(Találd meg a hibát!)** Kiss Jancsi ahelyett, hogy önállóan megoldotta volna a 465. feladatot, a $\Gamma\Delta\Xi$ könyvben megkereste a megoldást, és így másolta le onnan:

$19z - 12z + 33z - 14 = 26z = 26 \cdot 82 = 2132$. Keresd meg ebben a „megoldásban” a hibát!



152. ábra



Megtanuljuk alkalmazni a matematikát

476. A farmon 78 tehén van, mindegyik 12 liter tejet ad naponta. A tejet 40 l-es kannákban szállítják el. Az egyik napon 21 üres kanna volt a farmon. Elegendők ezek a kannák, hogy elszállítsák a napi tej mennyiségét?

477. A két felnőttből és egy gyermekből álló család vonattal vagy autóval is el tud jutni az üdülőbe. Egy felnőttnek a vonatjegy 870 hrvnyába kerül, a gyermekjegy ára pedig kétszer kevesebb. A család gépkocsija 12 liter benzint fogyaszt 100 km-en, és egy liter benzin ára 26 hrvnya. Az üdülőig a távolság 600 km. Melyik közlekedési eszközzel tud ez a család olcsóbban eljutni az üdülőig?



Az Öreg Bagoly feladata

478. Az 5.-ik osztályban három barát tanul: Misi Dani és Sanyi. Az egyik szeret futballozni, a másik úszni, a harmadik pedig bokszolni. A futballistának nincs se fiú-, se lánytestvére, és ő a legfiatalabb köztük. Misi idősebb a bokszolónál és Dani húgával is barátkozik. Milyen sportot űz a barátok közül mindegyik?

18. Az osztás

Az osztás műveletét a szorzásra tudjuk visszavezetni. Például az 51-et elosztani 17-tel azt jelenti, hogy megkeressük azt a számot, melynek a 17-tel való szorzata 51-gyel egyenlő. Ezt kapjuk: $17 \cdot 3 = 51$, vagyis $51 : 17 = 3$.

Általános alakban: az a , b és c természetes számokra az $a : b = c$ egyenlőség akkor teljesül, ha $b \cdot c = a$.

Megvizsgálunk még néhány példát:

$$168 : 12 = 14, \text{ mivel } 12 \cdot 14 = 168;$$

$$1197 : 21 = 57, \text{ mivel } 21 \cdot 57 = 1197.$$

Az $a : b = c$ egyenlőségben az a számot **osztandónak**, a b -t osztónak, a c számot és az $a : b$ kifejezést pedig **hányadosnak** nevezzük.

Az $a : b$ hányados azt mutatja meg, hogy hányszor nagyobb az a szám b számnál, vagy hányszor kisebb a b szám az a -nál.

Kiszámíthatjuk-e például a $11 : 0$ hányadost? Tételizzük fel, hogy létezik ilyen hányados és az valamely c szám. Ekkor teljesülnie kell a $0 \cdot c = 11$ egyenlőségnek, csak hogy már tudjuk, hogy $0 \cdot c = 0$. Tehát, $11 : 0$ hányados nem számítható ki.

Ki lehet-e számítani a $0 : 0$ hányadost? Legyen $0 : 0 = c$. Ekkor $0 \cdot c = 0$. Ez az egyenlőség bármilyen c számra teljesülni fog. Ez azt jelenti, hogy a $0 : 0$ számkifejezés értéke bármilyen szám lehet, vagyis az ilyen hányadost nem lehet kiszámítani. Tehát levonhatjuk az alábbi következtetést:

nullával osztani nem lehet.

Ezzel együtt, mivel az $a \cdot 0 = 0$, ezért bármilyen természetes a számra teljesül a következő egyenlőség:

$$0 : a = 0$$

Bármilyen természetes a számra teljesülnek a következő egyenlőségek:

$$a : a = 1$$

$$a : 1 = a$$

Ezeket az egyenlőségeket könnyen ellenőrizhetjük a szorzás segítségével. Győződjetek meg erről önállóan.

Már az alsóbb osztályokban megtanultatok a többjegyű számot kétjegyűvel írásban osztani. Hasonlóan történik bármilyen többjegyű számmal való osztás is, például:

2	4	4	9	4	4	3	2	4		7	4	3	4	1	9	0	1	2	3	8
2	2	6	8			7	5	6		7	4	2	8				6	0	0	5
	1	8	1	4										6	1	9	0			
	1	6	2	0										6	1	9	0			
		1	9	4	4												0			
		1	9	4	4															
					0															

1.PÉLDA. Oldd meg az egyenletet: $12x = 84!$

Megoldás. Alkalmazzuk az ismeretlen szorzótényező meghatározásának szabályát: *ahhoz hogy meghatározzuk az ismeretlen tényezőt, a szorzatot el kell osztani az ismert tényezővel.*

Ezt kapjuk: $x = 84 : 12; x = 7.$

Felelet: 7. ◀

2.PÉLDA. Oldd meg az $x : 21 = 16$ egyenletet!

Megoldás. Alkalmazzuk az ismeretlen osztandó meghatározásának szabályát: *ahhoz, hogy meghatározzuk az ismeretlen osztandót, az osztót meg kell szorozni a hányadossal.*

Ezt kapjuk: $x = 21 \cdot 16; x = 336.$

Felelet: 336. ◀

3.PÉLDA. Oldd meg az egyenletet: $576 : x = 18.$

Megoldás. Alkalmazzuk az ismeretlen osztandó meghatározásának szabályát: *ahhoz, hogy meghatározzuk az ismeretlen osztandót, az osztót meg kell szorozni a hányadossal.*

rozzuk az ismeretlen osztót, az osztandót el kell osztani a hányadossal

Ezt kapjuk: $x = 576 : 18$; $x = 32$.

Felelet: 32. ◀

4.PÉLDA. A motorcsónak a két kikötő közötti távolságot, amely 64 km, az árral szemben 8 óra alatt tette meg. Mennyi idő alatt teszi meg ezt a távolságot ellenkező irányában, ha a vízfolyás sebessége 4 km/ó?

Megoldás. 1) $64 : 8 = 8$ (km/ó) — a csónak sebessége az árral szemben;

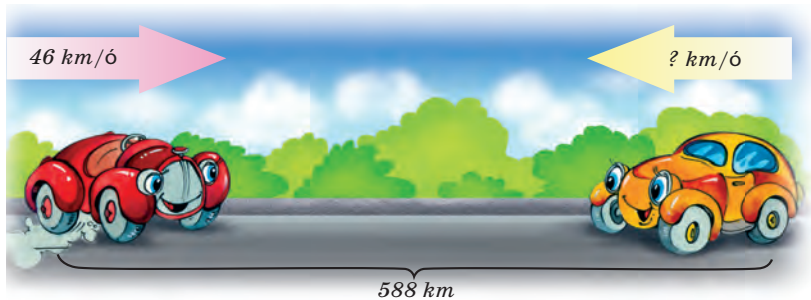
2) $8 + 4 = 12$ (km/ó) — a csónak saját sebessége.

3) $12 + 4 = 16$ (km/ó) — a csónak sebessége a vízfolyás irányában.

4) $64 : 16 = 4$ (ó) — a mozgás ideje a vízfolyás irányában.

Felelet: 4 óra. ◀

5.PÉLDA. Két városból, melyek között a távolság 588 km, két gépkocsi indult el egymás felé. Az indulástól számítva 6 óra múlva találkoztak. Az egyik gépkocsi sebessége 46 km/ó. Határozd meg a másik gépkocsi sebességét!

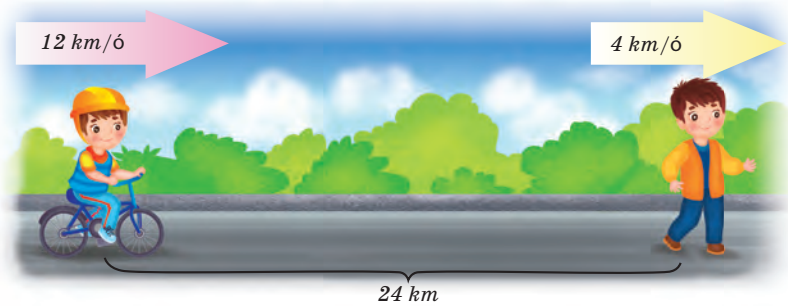


Megoldás. 1) $588 : 6 = 98$ (km) — ennyivel csökkent a köztük lévő távolság óránként;

2) $98 - 46 = 52$ (km/ó) — a második gépkocsi sebessége.

Felelet: 52 km/ó. ◀

6.PÉLDA. Két falu között a távolság 24 km. Ezekből a falvakból egyidejűleg indult el ugyanabba az irányba egy gyalogos és egy kerékpáros. Elől a gyalogos haladt. Hány óra múlva éri utol a kerékpáros a gyalogost, ha a gyalogos 4 km/ó, a kerékpáros pedig 12 km/ó sebességgel haladt?



Megoldás. 1) $12 - 4 = 8$ (km) — ennyivel csökken óránként a távolság a kerékpáros és a gyalogos között;

2) $24 : 8 = 3$ (ó) — ennyi idő alatt éri utol a kerékpáros a gyalogost.

Felelet: 3 óra. ◀

7.PÉLDA. Ica 3-szor több feladatot oldott meg algebrából, mint mértanból. Hány feladatot oldott meg Ica mértanból, ha tudjuk, hogy mértanból 18-cal kevesebbet oldott meg, mint algebrából?

Megoldás. Legyen x a Ica által megoldott mértanfeladatok száma, akkor algebrából $3x$ feladatot oldott meg. Mivel a feladat feltétele szerint az x 18-cal kevesebb, mint $3x$, ezért $3x - x = 18$

Ekkor: $2x = 18$.

Innen $x = 18 : 2$; $x = 9$.

Felelet: 9 feladatot. ◀

8.PÉLDA. Három farmer – Gábor, Miklós és Zoltán – a földjeikről összesen 600 kg földiepret szüreteltek. Miklós kétszer többet szedett, mint Gábor, Zoltán pe-

dig 128 kg-mal többet, mint Gábor. Hány kilogramm földiepret szedett mindegyikük?

Megoldás. Tegyük fel, hogy Gábor x kg-ot szedett, akkor Miklós $2x$ kg-ot, Zoltán pedig $(x + 128)$ kg-ot. Mivel együtt 600 kg-ot szedtek, így felállítjuk a következő egyenletet: $x + 2x + x + 128 = 600$

Tehát

$$4x + 128 = 600;$$

$$4x = 600 - 128;$$

$$4x = 472;$$

$$x = 472 : 4;$$

$$x = 118.$$

Tehát Gábor 118 kg földiepret szedett, Miklós $2 \cdot 118 = 236$ kg-ot, Zoltán pedig $118 + 128 = 246$ kg-ot.

Felelet: 118 kg, 236 kg, 246 kg. ◀



1. Mit jelent az a számot b -vel elosztani?
2. Az $a : b = c$ egyenlőségben hogy nevezzük az a számot? A b számot? Az $a : b$ kifejezést?
3. Mit értünk két szám hányadosán?
4. Milyen számmal nem lehet osztani?
5. Mivel egyenlő a 0 és bármilyen természetes szám hányadosa?
6. Mivel egyenlő az $a : a$ hányados, ahol $a \neq 0$?
7. Mivel egyenlő az $a : 1$ hányados?
8. Hogyan kell meghatározni az ismeretlen tényezőt?
9. Hogyan kell meghatározni az ismeretlen osztandót?
10. Hogyan kell meghatározni az ismeretlen osztót?

Szóban oldd meg!

1. Töltsd ki a műveletláncot!



2. Végezd el az osztást:
1) $432 : 4$; 2) $609 : 3$; 3) $3600 : 6$; 4) $1500 : 50!$
3. Nevezd meg a következő szorzatok közül a legnagyobbat:
1) $239 \cdot 4 \cdot 25$; 3) $10 \cdot 239 \cdot 10$;
2) $239 \cdot 20 \cdot 4$; 4) $239 \cdot 10 \cdot 12!$

4. A Sanyit üldöző Peti 180 m/perc sebességgel szalad. Milyen gyorsan fut Sanyi, ha 12 m/perc sebességgel közeledik Peti felé?

5. Két gépkocsi egymással szembe halad. Az egyik sebessége 74 km/ó. Mekkora a másik gépkocsi sebessége, ha azok 150 km/ó sebességgel közelednek egymáshoz?

6. Ahhoz, hogy az ember egészséges legyen, naponta testtömegének 4 kg-jára számítva el kell fogyasztania 3 g fehérjét. Mennyi fehérjét kell bevinni a szervezetébe egy 36 kg tömegű gyereknek?



Gyakorlatok

479.^o Ismert, hogy $243 \cdot 425 = 103\,275$. Mivel egyenlő a következő kifejezés értéke:

- 1) $103\,275 : 243$; 2) $103\,275 : 425$?

480.^o Ismert, hogy $4608 : 48 = 96$. Mivel egyenlő a következő kifejezés értéke:

- 1) $96 \cdot 48$; 2) $4608 : 96$?

481.^o Töltsd ki a táblázatot!

Osztandó	320	96		0		945	637	3232
Osztó	40		6	264	128	1		16
Hányados		8	14		0		1	

482.^o Végezd el az osztást:

- 1) $1548 : 36$; 4) $16\,320 : 48$;
2) $5562 : 18$; 5) $906\,192 : 126$;
3) $15\,552 : 72$; 6) $2\,430\,000 : 1800$!

483.^o Végezd el az osztást:

- 1) $2812 : 74$; 4) $63\,378 : 63$;
2) $9384 : 46$; 5) $153\,216 : 38$;
3) $18\,526 : 59$; 6) $1\,334\,504 : 214$!

484.^o Határozd meg a hányadost és szorzással ellenőrizd az eredményt:

- 1) $16\,728 : 68$; 2) $942\,866 : 178$!

485.° Határozd meg a hányadost és szorzással ellenőrizd az eredményt:

1) $1248 : 24$;

2) $15\ 652 : 26!$

486.° Hányszorosa az egyik mennyiség a másiknak:

1) 1 t és 100 kg;

3) 24 q és 8 kg;

2) 20 cm és 1 m;

4) 10 perc és 2 óra?

487.° Hányszorosa az egyik mennyiség a másiknak:

1) 1 km és 250 m;

3) 3 perc és 3 másodperc?

2) 4 q és 2 t;

488.° (*Gyakorlati házi feladat*) A $339\ 968 : 32 =$
 $= \text{ВУЖЇИ}$ betűi az osztás eredményeként kapott szám számjegyeit jelölik. Ezekből a betűkből egy prominens ukrán színésznő neve rakható ki. A nevet úgy találjuk meg, hogy a lenti táblázatban az egyes számok alá odaírjuk azt a betűt, amely az egyenlőség jobb oldalán az adott számjegy helyén áll. Mi a neve ennek a színésznőnek?

0	6	1	4	2

Az interneten keresd meg, melyik orvostudományi ággal foglalkozott, és milyen eredményeket ért el?

489.° Határozd meg a kifejezések értékét:

1) $4704 - 4704 : (46 + 38)$;

2) $2808 : 72 + 15\ 808 : 52!$

490.° Határozd meg a kifejezések értékét:

1) $3264 - 3264 : (92 - 44)$;

2) $18\ 144 : 84 - 2924 : 68!$

491.° Létezik-e az a -nak olyan értéke, melyre az egyenlőség igaz lesz

1) $a : 9 = 0$;

3) $a : a = 0$;

2) $16 : a = 0$;

4) $0 : a = 5?$



492.° Oldd meg az egyenleteket:

1) $13x = 195$;

4) $33m - m = 1024$;

2) $x \cdot 18 = 468$;

5) $x : 19 = 26$;

3) $11x + 6x = 408$;

6) $476 : x = 14!$

493.° Oldd meg az egyenleteket:

1) $19x = 95$;

4) $y + 27y = 952$;

2) $x \cdot 22 = 132$;

5) $x : 25 = 16$;

3) $38x - 16x = 1474$;

6) $324 : x = 27!$

494.° A papírgyártáshoz használt 1 db fa 60 kg papírhulladékkal helyettesíthető. Hány fát mentenek meg az iskola tanulói azzal, ha 520 diák mindegyike 3 kg papírhulladékot gyűjt?

495.° A versenyző két falu közötti távolságot 5 óra alatt teszi meg, ha a sebessége 12 km/ó. Mekkora sebességgel kell haladnia ha ezt a távolságot 4 óra alatt szeretné megtenni?

496.° Vásároltak 8 kg kekszet, 72 hrvnyáért kilogrammját. Hány kilogrammot vásárolhat ezért az összegért a 96 hrvnyás kekszből?

497.° Határozd meg a kifejezések értékét:

1) $82\ 275 - 64 \cdot 56 + 9680 : 16 - 23\ 637$;

2) $(204 \cdot 402 - 30\ 456 : 423) : 36 - 1388!$

498.° Határozd meg a kifejezések értékét:

1) $49\ 184 + 4575 : 15 - 62 \cdot 93 - 33\ 999$;

2) $1885 : (542 - 477) + 48 \cdot (134 - 92)!$

499.° Pom Pom vásárolt Gombóc Artúrnak 8 süteményt és 12 lekváros zsemlet. Az egész vásárlásért 408 koronát fizetett. Egy sütemény ára 24 korona. Hány koronába kerül egy zsemle?

500.° Törpapa 6 hordó savanyú káposztát és 14 hordó sós uborkát készletezett télire. Egy hordóba 26 kg káposztát taposott be. Hány kilogramm uborka fér egy hordóba, ha az Törpapa összesen 324 kg savanyúságot készletezett télire?

501.° Hány kilogramm vaj készíthető 261 kg tejszínből, ha 2 kg vaj elkészítéséhez 9 kg tejszín szükséges?

502.° Kotkoda 328 kg kölest gyűjtött. Mennyi lisztet kap ebből a mennyiségből, ha 4 kg kölesből 3 kg liszt nyerhető?

503.° Két kikötő között 476 km a távolság. Az ár irányában a motorcsónak ezt az utat 14 ó alatt teszi meg. Mennyi idő alatt teszi meg ezt a távolságot árral szemben, ha a víz sebessége 3 km/ó?

504.° Két kikötő között 504 km a távolság. Árral szemben ezt az utat a gőzmotoroshajó 21 ó alatt teszi meg. Mennyi idő alatt teszi meg a folyón ezt az utat az ár irányában, ha a vízfolyás sebessége 2 km/ó?

505.° Virágfalváról és Mesefalváról, melyek között 136 km a távolság, egyidejűleg két kozák lovagol ki egymással szemben. Egyikük 16 km/ó sebességgel haladt. Mekkora sebességgel haladt a másik kozák, ha 4 óra múlva találkoztak?



506.* Két város között a távolság 1264 mérföld¹. Ezekből a városokból egyidejűleg egymás irányába két repülőszőnyeg indult el, majd 8 óra múlva találkoztak. Az egyik sebessége 82 mérföld óránként. Mekkora volt a másik repülőszőnyeg sebessége?

507.* Két állomásról, melyek között a távolság 24 km, egyszerre két vonat indult el azonos irányba. Az első sebessége 58 km/ó volt. 4 óra múlva a másik vonat utolérte az elsőt. Határozd meg a másik vonat sebességét!

508.* Meggyes és Almás falvak között 15 km a távolság. E két településről egyidejűleg két kozák, Szürkesapka és Feketebajusz indult el ugyanabba az irányba. Feketebajusz 9 km/ó sebességgel lovagolt és az indulás után 3 órával utolérte Szürkesapkát, aki gyalogosan haladt. Mekkora sebességgel gyalogolt Szürkesapka?

509.* Saint-Germain és Saint-Antoine városok közötti távolság 12 lieue² (kiejtése – liő). Ezekből a városokból egyszerre indult el Porthos, akinek a sebessége 1 lieue/ó volt és D'Artagnan, akinek a sebessége 3 lieue/ó. Porthos ment elől. Hány óra múlva éri utol D'Artagnan Porthost?

510.* A Cáva- és a Bálna-szigetek között a távolság 48 tengeri mérföld³. Ezekről a szigetekről egyszerre, ugyanabba az irányba elindult a Vitéz és a Délceg nevű fregatt. A Vitéz fregatt a Délceg előtt haladt. A Vitéz 12 mérföldet tett meg óránként, a Délceg pedig 18 mérföldet. Hány óra múlva éri utol a Vitéz a Délceg fregattot?

¹ 1 egy szárazföldi mérföld – 1609 m

² lieue — régi francia hosszegység (1 lieue megközelítőleg 444 m).

³ 1 tengeri mérföld – 1852 m.

511.° Marika 1 km 200 m távolságra lakik az iskolától. A tanítás 8 óra 30 perckor kezdődik ebben az iskolában. Marika percenként 120 lépést tesz meg, lépéseinek átlagos hossza 40 cm. Mikor kell Marikának elindulni otthonról az iskolába, hogy tanítás előtt 10 perccel már ott legyen?

512.° Az egyik turistacsoport ügyeletes 6 perc alatt 24 burgonyát tisztít meg, a másik csoport ügyeletes 9 perc alatt 45-öt. Hány perc alatt tisztítanak meg együtt 198 burgonyát?

513.° Hány napra elegendő az iskolai étkezdében 800 liter gyümölcsle, ha a fiúk 8 nap alatt 960 l gyümölcsleket isznak meg, a lányok pedig 6 nap alatt 480 litert?

514.° Négy nap alatt három gépíró 288 oldalt gépelt be a számítógépbe. Hány oldalt gépel egy gépíró 7 nap alatt, ha mindhármuk teljesítménye azonos?

515.° Hat egyforma motor 8 ó alatt 672 l üzemanyagot fogyaszt. Hány óra elegendő egy ilyen motornak 98 l üzemanyag?

516.° Óstermelő bácsi 420 kg almát és 180 kg körtét vitt ki a piacra ötven egyforma ládában. Hány ládában volt alma, és hány ládában körte?

517.° Ali Baba a rablók barlangjából négy szamár hátán 22 egyforma zsákban hozta el az aranyat. Az első szamár 80 kg aranyat, a másokra 100 kg-ot, a harmadikra 120 kg-ot, a negyedikre pedig 140 kg-ot rakott. Hány zsák aranyat vitt az első szamár?



518.* Oldd meg az egyenleteket:

1) $21(18 + x) = 714$; 3) $12(152 + 19x) = 2052$;
2) $16(4x - 34) = 608$; 4) $(152x + 32) \cdot 6 = 192!$

519.* Oldd meg az egyenleteket:

1) $8(x - 14) = 56$; 3) $9(143 - 13x) = 234$;
2) $(46 - x) \cdot 19 = 418$; 4) $17(5x - 16) = 238!$

520.* Oldd meg az egyenleteket:

1) $14x + 4x - 48 = 240$;
2) $25b - 7b - 9 = 279$;
3) $16a - 7a + 96 = 222$;
4) $20y + 5y + y + 19 = 227!$

521.* Oldd meg az egyenleteket:

1) $9b + 6b - 15 = 615$; 2) $17x - x + 5x - 19 = 170!$

522.* Oldd meg az egyenleteket:

1) $(x + 14) : 9 = 13$; 4) $52 + 72 : x = 56$;
2) $966 : (x + 17) = 23$; 5) $56 : (x - 6) = 8$;
3) $x : 8 - 6 = 49$; 6) $56 : x - 6 = 8!$

523.* Oldd meg az egyenleteket:

1) $(x - 23) : 26 = 8$; 2) $1728 : (56 - x) = 36!$

524.* Az apa a fiával együtt 108 tő paradicsompalántát ültetett el. Az apa 2-szer többet dugványozott el, mint a fia. Hány palántát ültetett a fiú?

525.* Két boltba 268 kg csiperkegombát szállítottak. Az elsőbe 3-szor kevesebbet hoztak, mint a másikba. Hány kilogramm csiperkegombát szállítottak egy-egy üzletbe?

526.* A szultánnak 7-szer több kétpúpú tevéje volt, mint egypúpú. Hány egypúpú tevéje volt a szultánnak, ha ismeretes, hogy belőlük 156-tal kevesebb volt, mint kétpúpúból?

527.* Valentin rózsát és orchideát ajándékozott Valentinának, méghozzá 4-szer kevesebb orchideát, mint rózsát. Hány rózsát kapott Valentina, ha tudjuk, hogy 51-gyel többet, mint orchideát?

528.• A derékszög csúcsából egy félegyenest húztak úgy, hogy az két olyan szögre osztja a derékszöveget, melyek közül az egyik 20° -kal nagyobb a másikonál. Add meg a kapott szögek nagyságát!

529.• Az egyenesség szög csúcsából egy félegyenest húztak úgy, hogy az két olyan szögre osztja a egyenesség szöveget, melyek közül az egyik 50° -kal kisebb a másikonál. Add meg a kapott szögek nagyságát!

530.• Micimackónak születésnapjára Malacka, Füles és Kanga 264 kg mézet ajándékozott. Malacka 3-szor több mézet ajándékozott, mint Kanga, Füles pedig 2-szer többet, mint Kanga. Mennyi mézet ajándékozott mindegyik vendég?

531.• Szindbád négy nap alatt 546 mérföldet hajózott. A második napon 4-szer nagyobb utat tett meg, mint az első napon, a harmadik napon 3-szor többet hajózott, mint az elsőn, a negyedik napon pedig 5-ször többet, mint az elsőn. Hány mérföldet hajózott Szindbád minden nap?

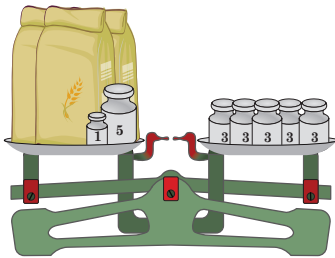
532.• Tamás, Béla és Sanyi együtt 256 sügért fogtak. Tamás 3-szor annyi sügért fogott, mint Béla, Sanyi viszont annyit, mint Tamás és Béla együttesen. Hány sügért fogott a legügyesebb horgász?

533.• Piroska, Hamupipőke, Hófehérke és Csipkerózsika 500 derelyét készített. Piroska 2-szer többet készített, mint Csipkerózsika, Hamupipőke annyit, mint Piroska és Csipkerózsika együttesen, Hófehérke pedig annyit, mint Hamupipőke és Csipkerózsika együttesen. Hány derelyét készített mindegyikük?

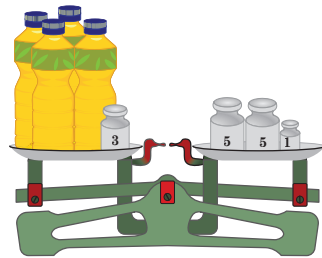
534.• A vonat három kocsijában 246 személy utazott. Az első kocsiban 2-szer több utas volt, mint a másodikban, a harmadikban pedig 78 utassal több, mint a másodikban. Hány személy utazott mindegyik kocsiban?

535.* A háromszög egyik oldala 5-ször kisebb a másikonál és 25 cm-rel rövidebb a harmadiknál. Határozd meg a háromszög oldalait, ha a kerülete 74 cm!

536.* A 153. ábrán látható mérlegek tányérjain egyforma lisztcsomagok és súlyok láthatók. A súlyok tömegét kilogrammban adjuk meg. Állíts fel egyenletet az ábra alapján, és határozd meg egy zacskó liszt tömegét!



153. ábra



154. ábra

537.* A 154. ábrán látható mérlegek tányérjain egyforma olajjal töltött palackok és súlyok láthatók. A súlyok tömegét kilogrammban adjuk meg. Állíts fel egyenletet az ábra alapján, és határozd meg egy palack olaj tömegét!

538.* A $7 \cdot 9 + 12 : 3 - 2$ kifejezésben úgy tedd ki a zárójeleket, hogy a kifejezés értéke: 1) 75; 2) 23 legyen!

539.* A $4 \cdot 12 + 18 : 6 + 3$ kifejezésben úgy tedd ki a zárójeleket úgy, hogy a kifejezés értéke: 1) 50; 2) 72 legyen!



Ismétlő gyakorlatok

540. Az $ABCD$ négyszög kerülete 34 cm, $AB = 6$ cm, a BC oldal 2-szer nagyobb az AB -nél, a CD és AD oldalak pedig egyenlők. Számítsd ki az AD oldal hosszát!

541. A vásárolt borítékok között 18 rózsaszínű volt 12 pedig bélyeges, a rózsaszínű borítékok között 8 bélyeges volt. Hány borítékot vásároltak összesen?



542. Az asztalon hét fogaskereket helyeztek el úgy, hogy az elsőt a másodikhoz, a másodikat a harmadikhoz és így tovább, a hetediket az elsőhöz kapcsolták. Foroghat-e minden fogaskerék egyidejűleg?

19. Maradékös osztás

Hogyan kell a 20-at 6-tal elosztani? E kérdés megválaszolásában segít a következő feladat megoldása. Hogyan kell 20 szem cukorkát egyenlően szétosztani hat barát között?



Legvalószínűbb, hogy mindegyikük kap 3 szemet és marad még 2 szem.

A cukorkák ilyen elosztását a következő egyenlőség szemlélteti:

$$20 = 6 \cdot 3 + 2.$$

Megjegyezzük, hogy a 3 az a legnagyobb szám, melynek 6-tal való szorzata kisebb, mint 20. A $20 = 6 \cdot 3 + 2$ felírásban a 3-at **nem teljes hányadosnak**, a 2-t pedig **maradéknak** nevezzük. Azt is mondják, hogy a 20-at 6-tal osztva a nem teljes hányados 3 lesz, a maradék pedig 2. Megjegyezzük, hogy a maradék (2) kisebb, mint az osztó (6). A cukorkákat másképpen is eloszthatjuk. Adjunk mindenkinek például 2 szemet. Ekkor a maradék 8 lesz. Tehát $20 = 6 \cdot 2 + 8$. Ebben az esetben viszont a 2 nem lesz nem teljes hányados, s a 8 sem maradék.

A maradék mindig kisebb az osztónál.

Osszuk el a 189-et 13-mal:

	1	8	9	1	3	
	1	3		1	4	
		5	9			
		5	2			
			7			

Mivel $7 < 13$, ezért az osztási műveletet abba kell hagynunk. Ez azt jelenti, hogy a 189-et 13-mal osztva a nem teljes hányados 14-gyel egyenlő, a maradék pedig 7 lesz. Vagyis $189 = 13 \cdot 14 + 7$.

A fenti példából a következő általános szabályt fogalmazhatjuk meg.

Ahhoz, hogy meghatározzuk az osztandót, az osztót meg kell szorozni a nem teljes hányadossal, majd hozzáadni a maradékot.

Betűkifejezéssel ezt a szabályt a következőképpen írhatjuk fel:

$$a = bq + r,$$

ahol az a — az osztandó, b — az osztó, q — a nem teljes hányados, r — a maradék, $r < b$.

Vizsgáljuk meg a következő egyenlőséget: $21 = 7 \cdot 3$. Ezt így is át lehet írni: $21 = 7 \cdot 3 + 0$. Azt mondjuk, hogy a 21-et 7-tel osztva a maradék nulla lesz. Ezt úgy is lehet mondani, hogy a 21 osztható 7-tel.

PÉLDA. Ilona a 61-et elosztotta egy számmal és maradékul 5-öt kapott. Milyen számmal oszthatta el Ilona a 61-et?

Megoldás. Mivel az osztandó 61, a maradék pedig 5, ezért az osztandó és a nem teljes hányados szorzata $61 - 5 = 56$ lesz. Felírjuk az 56-ot két tényező szorzataként:

$$56 = 7 \cdot 8 = 14 \cdot 4 = 28 \cdot 2 = 56 \cdot 1.$$

Figyelembe véve, hogy a maradék (ebben az esetben az 5) kisebb kell hogy legyen az osztónál, ezért az osztó a 7, 8, 14, 28 és 56 számok közül bármelyik lehet. ◀



- Hasonlítsd össze a maradékot és az osztót!
- Fogalmazd meg a maradékos osztásnál az osztandó meghatározásának szabályát!
- Milyen esetekben mondjuk, hogy az egyik természetes szám pontosan osztható egy másikkal?



Szóban oldd meg!

- Határozd meg a hiányzó számokat a műveletláncban!



- A 72 560 000 számban letörölték a három utolsó nullát. Hogyan változott meg ekkor a szám, növekedett vagy csökkent, és hányszorosára?
- A kisebbítendő 129-cel nagyobb, mint a kivonandó. Mivel egyenlő a különbség?
- Az osztó 48-szor kisebb az osztandónál. Mivel egyenlő a hányados?
- Az adott egyenletek közül melyiknek nem lesz megoldása?

1) $2x = x$;	3) $0x = 6$;	5) $x + 6 = 7 + x$;
2) $0x = 0$;	4) $x \cdot x = x$;	6) $8x = 0$?



Gyakorlatok

543.° Végezzétek el a maradékos osztást:

- 1) $13 : 6$; 2) $9 : 2$; 3) $42 : 5$; 4) $27 : 6$!

544.° Végezzétek el a maradékos osztást:

- 1) $592 : 24$; 3) $684 : 30$;
 2) $428 : 37$; 4) $1372 : 13$!

545.° Végezzétek el a maradékos osztást:

- 1) $54 : 7$; 3) $158 : 12$;
 2) $212 : 6$; 4) $2964 : 18$!

546.° Határozd meg a következő számok maradékát 5-tel való osztásnál: 14; 61; 86; 235; 2658; 54 769; 687 903!

547.° Határozd meg a következő számok maradékát 100-zal való osztásnál: 106; 202; 421; 836; 2764; 100 098; 672 305; 1 306 579; 562 400!

548.° Írd fel azokat a maradékokat, amelyek különböző számok 7-tel; 13-mal; 24-gyel való osztásakor keletkeznek!

549.° Írd fel azokat a maradékokat, amelyek különböző számok 5-tel; 19-cel való osztásakor keletkeznek!

550.° Egy doboz csokoládé 76 hrivnyában kerül. Hány doboz ilyen csokoládét vásárolhatunk 450 hrivnyáért?

551.° Hány 7 szegfűből álló csokrot lehet készíteni 100 szál szegfűből?

552.° Egy gépkocsi teherbírása 5 t. Legalább hány ilyen tehergépkocsi szükséges 42 t homok elszállításához?

553.° Egy ládába 20 kg alma fér. Legalább hány ilyen láda szükséges 176 kg alma tárolásához?

554.° Messenger⁴-ben egy SMS üzenet legfeljebb 64 karakterből állhat. Hány SMS-re osztja fel a messenger a 280 karakteres szöveget?

555.° Töltsd ki a táblázatot!

Osztandó	Osztó	Nem teljes hányados	Maradék
22	6		
45	7		
	5	2	3
	8	3	5



⁴ Messenger—az azonnali üzenetek elektronikus cseréjének rendszere.

556.° Határozd meg az osztandót, ha az osztó 18, a nem teljes hányados 4, a maradék pedig 11!

557.° Határozd meg a következő számok maradékát 10-zel való osztásnál: 31; 47; 53; 148; 1596; 67 389; 240 750! Állíts fel egy hipotézist arra, hogy lesz a maradék, ha egy számot 10-zel osztunk, és beszéljétek meg az órán, hogy ez a hipotézisetek helyes-e!

558.° Határozd meg a következő számok maradékát 2-vel való osztásnál: 5, 8, 10, 11, 76, 101, 118, 1957. Állíts fel egy hipotézist arra, hogy lesz a maradék, ha egy számot 2-vel osztunk, és beszéljétek meg az órán, hogy ez a hipotézisetek helyes-e!

559.° Fejezd ki az osztandót a nem teljes hányados, az osztó és a maradék segítségével az $a = bq + r$ egyenlőséggel, ahol a – osztandó, b – osztó, q – nem teljes hányados, r – maradék, ha $a = 82$, $b = 8$!

560.° Fejezd ki az osztandót a nem teljes hányados, az osztó és a maradék segítségével az $a = bq + r$ egyenlőséggel, ahol a – osztandó, b – osztó, q – nem teljes hányados, r – maradék, ha $a = 45$, $b = 7$!

561.° Az a szám mely legkisebb értéke mellett értékére:

- 1) osztható pontosan 6-tal a $48 + a$;
- 2) osztható pontosan 8-cal a $65 - a$;
- 3) lesz a maradék 4, ha a $96 - a$ kifejezést 9-cel osztjuk?

562.° Az a szám mely legkisebb értéke mellett értékére:

- 1) osztható pontosan 7-tel az $53 + a$;
- 2) lesz a maradék 2, ha az $a + 24$ kifejezést 5-tel osztjuk?

563.** Kati elosztotta a 211-et valamilyen számmal, és maradékul 26-ot kapott. Melyik számmal osztott a kislány?

564.** Misi elosztotta a 111-et valamilyen számmal, és maradékul 7-et kapott. Melyik számmal osztott Misi?

565.* Pali elosztotta a 70-et valamilyen számmal, és maradékul 4-et kapott. Melyik számmal osztott Pali?

566.* Legfeljebb hány hétfő lehet egy évben?

567.* Az egyik őszi hónapban szombatokból és hétfőkből több volt, mint péntekből. Melyik volt ez a hónap? Milyen napra esett ebben a hónapban tizenkilencedike?

568.* Gondolj ki egy olyan betűkifejezést, amelyben a betűket bármilyen természetes számmal helyettesítve olyan számkifejezést kapsz, aminek értékét 3-mal osztva a maradék 1 lesz!

569.* Ica kigondolt egy természetes számot és meghatározta a maradékokat, ha 3-mal, 6-tal és 9-cel osztotta. Kiderült, hogy a maradékok összege 15 lett. Melyek voltak ezek a maradékok?



Ismétlő gyakorlatok

570. Egyszerűsítsd a kifejezést, és határozd meg az értékét:

- 1) $14a \cdot 6b$, ha $a = 2$, $b = 3$;
- 2) $25m \cdot 3n$, ha $m = 8$, $n = 1$;
- 3) $5x + 8x - 3x$, ha $x = 17$;
- 4) $16y - y + 5y$, ha $y = 23$!

571. A téglalap kerülete 54 cm, a szélessége pedig 3 cm-rel rövidebb, mint a hossza. Számítsd ki a téglalap oldalait!

572. Oldd meg a $8(3x - 16) = 208$ egyenletet! Figyeld meg, hogy az egyenlet gyöke azzal a korhatárral egyenlő, melynél engedélyezve van a kerékpárral való közlekedés a város utcáin és az országúton!

**Feltétlenül viselj sisakot
biciklizés közben!**



Bölcs Bagoly feladványa

573. Ismeretes, hogy egy zsinórdarab 4 percig ég végig, ha az egyik végét meggyújtjuk. Sajnos a zsinór nem egyenletes sebességgel ég. Hogyan lehet: 1) egy ilyen zsinórdarabbal lemérni 2 percet; 2) két ilyen zsinórdarabbal lemérni 3 percet?

20. A szám hatványa

Már tudjátok, több egyenlő összeadandó összege szorzás segítségével egyszerűbben leírható.

Például, $7 + 7 + 7 + 7 = 7 \cdot 4$.

A matematikusok arra is rájöttek, hogy az egyenlő tényezők szorzata is leírható rövidebben.

Például, $7 \cdot 7 \cdot 7 \cdot 7 = 7^4$.

A 7^4 kifejezést hatványnak nevezzük, és így olvasuk: „hét a negyediken” vagy a „hetes szám negyedik hatványa”. Ekkor a 7-est a hatvány alapjának, a 4-es számot pedig a hatvány kitevőjének nevezzük. A 4-es szám azt mutatja, hogy hány tényezőt tartalmaz a szorzat, melyek mindegyike 7.

A 7^4 kifejezés értékének kiszámítását a **7-es szám negyedik hatványának** nevezzük.

Nézzünk még néhány példát:

$$3^5 = 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 = 243;$$

$$a^4 = a \cdot a \cdot a \cdot a;$$

$$5^3 = 5 \cdot 5 \cdot 5 = 125;$$

$$(2b)^3 = 2b \cdot 2b \cdot 2b;$$

$$10^2 = 10 \cdot 10 = 100;$$

$$(ab)^2 = ab \cdot ab.$$

Egy szám második hatványát a szám **négyzetének** nevezzük. Például az a^2 felírást így olvassuk: „*a a négyzetén*”. Egy szám harmadik hatványát a szám köbének nevezzük. Például az a^3 felírást így olvassuk: „*a a köbön*”.

Lehet-e a hatványkitevő eggyel egyenlő? Igen, lehet. Mivel olyan szorzatot kell vizsgálni, mely egy tényezőtől áll, ezért megállapodtak abban, hogy $a^1 = a$. Például $2^1 = 2$, $17^1 = 17$.

Felhívjuk a figyelmeteket, hogy a szám hatványra emelése (hatványozása) – egy új, az ötödik számtani művelet. Meghatározzuk a hatványozás műveleti sorrendjét a számkifejezés értékének kiszámításakor.

Ha a számkifejezésben hatvány is szerepel, akkor azt elsőként hajtjuk végre, és utána a többit a megszokott sorrendben.

Például, $5 \cdot 2^2 = 5 \cdot 4 = 20$; $5 + 2^2 = 5 + 4 = 9$.



1. Hogy nevezzük a szám második hatványát? Harmadik hatványát? 2. Mivel egyenlő a szám első hatványa?

Szóban oldd meg!

1. Oldd meg az egyenleteket:

1) $(x - 10) : 2 = 20;$

3) $x \cdot 10 - 2 = 8;$

2) $(x + 10) \cdot 2 = 20;$

4) $x : 10 + 2 = 8!$

2. Igaz-e a $90 = 14 \cdot 5 + 20$ egyenlőség? Ki lehet-e jelenteni, hogyha a 90-et 14-gyel osztjuk, a nem teljes hányados 5 lesz, a maradék pedig 20?

3. Laci 60 almát 8-ával kupacokba rakott, és még 4 alma meg is maradt. Hány kupacba rakta az almákat Laci?

4. A turistának 25 km-t kellett megtennie. Miután 4 órát ment, még 1 km maradt hátra. Mekkora volt a turista sebessége?

5. Két virágágyásban 20 rózsabokor nőtt. Miután az első ágyásból 2 bokrot átültettek a másikba, mindkét ágyásban 10 bokor lett. Hány bokor nőtt eredetileg mindegyik ágyásban?



Gyakorlatok

574.° Nevezd meg a hatvány alapját és kitevőjét:

1) $4^8;$ 2) $13^{10};$ 3) $a^9;$ 4) $6^m;$ 5) $2^{39};$ 6) $93^1!$

575.° Hozd egyszerűbb alakra a kifejezést úgy, hogy az azonos tényezőkből álló szorzatot hatvánnyal helyettesíted:

1) $9 \cdot 9 \cdot 9 \cdot 9 \cdot 9 \cdot 9 \cdot 9 \cdot 9;$

4) $\underbrace{c \cdot c \cdot \dots \cdot c}_n !$

2) $b \cdot b;$

3) $3m \cdot 3m \cdot 3m \cdot 3m \cdot 3m;$

576.° Hozd egyszerűbb alakra a kifejezést úgy, hogy az azonos tényezőkből álló szorzatot hatvánnyal helyettesíted:

1) $10 \cdot 10 \cdot 10;$

3) $\underbrace{6 \cdot 6 \cdot \dots \cdot 6}_{10 \text{ szorzatot}}$

2) $x \cdot x \cdot x \cdot x \cdot x \cdot x \cdot x;$

4) $\underbrace{y \cdot y \cdot \dots \cdot y}_8 !$

577.° Határozd meg a kifejezések értékét:

- 1) 3^3 ; 2) 7^2 ; 3) 5^4 ; 4) 2^5 ; 5) 0^6 ; 6) $1^{12!}$

578.° Határozd meg a kifejezések értékét:

- 1) 9^3 ; 2) 12^2 ; 3) 2^4 ; 4) 1^{100} ; 5) 100^1 ; 6) $10^3!$

579.° Számítsd ki:

- 1) $10^2 - 7^2$; 4) $8^3 : 4^2 - 2^3$;
2) $5^3 - 5^2$; 5) $25^2 : (24^2 + 7^2)$;
3) $42^2 : 14 - 4^2 \cdot 6$; 6) $10^3 - 10^2 + 9^3!$

580.° Számítsd ki:

- 1) $3^2 + 4^2$; 3) $6^3 - 2 \cdot 4^3 - 1^3$;
2) $3^3 + 2^3$; 4) $8^3 : (4^2 - 2^3)!$

581.° Az adott számok közül melyik lesz egy természetes szám négyzete: 16, 19, 54, 64, 100, 1000, 900, 4000, 250 000?

582.° Az adott számok közül melyek lesznek természetes számok köbei: 1, 6, 8, 25, 27, 49, 1000?

583.° Határozd meg a kifejezések értékét:

- 1) $16 - c^3$, ha $c = 2$;
2) $x^3 - x^2$, ha $x = 10$;
3) $15a^2$, ha $a = 4$;
4) a^2b^3 , ha $a = 6$, $b = 10$;
5) $(x^2 - y^2) : (x - y)$, ha $x = 4$, $y = 2$;
6) $(x^2 - y^2) : x - y$, ha $x = 4$, $y = 2$;
7) $x^2 - y^2 : (x - y)$, ha $x = 4$, $y = 2$;
8) $x^2 - y^2 : x - y$, ha $x = 4$, $y = 2!$

584.° Határozd meg a kifejezések értékét:

- 1) $x^2 - 14$, ha $x = 5$; 18;
2) $2y^2 + 13$, ha $y = 6$; 100!

585.** Írd fel 3 hatványaként a következő számokat:

- 1) 9; 2) 27; 3) 243; 4) 81!

586.** Írd fel 2 hatványaként a következő számokat:

- 1) 4; 2) 16; 3) 32; 4) 256!

587.* Állíts össze számkifejezést, és határozd meg az értékét:

- 1) 5 köbének és 8 négyzetének az összege;
- 2) 6 és 2 négyzeteinek a különbsége;
- 3) 6 és 2 különbségének a négyzete!

588.* Állíts össze számkifejezést, és határozd meg az értékét:

- 1) 9 és 8 különbsége a köbön;
- 2) 8 és 7 összege a négyzeten;
- 3) 8 és 7 négyzeteinek az összege!

589.* Számítások nélkül állapítsd meg, milyen számjegyre fog végződni a kifejezés értéke:

- 1) $55\ 551^2$;
- 2) 7771^3 ;
- 3) $11\ 115^2$;
- 4) 177^3 !

590.* Számítások nélkül állapítsd meg, milyen számjegyre fog végződni a kifejezés értéke:

- 1) $12\ 340^2$;
- 2) 9326^3 ;
- 3) 254^3 !



Ismétlő gyakorlatok

591. Oldd meg az egyenletet:

- 1) $7(x - 19) = 133$;
- 2) $9(213 - 2x) = 927$;
- 3) $1344 : (x + 26) = 32$;
- 4) $384 : (51 - 5x) = 24$!

592. 10 adag fagylalt elkészítéséhez 200 g cukrot használnak fel. Hány adag fagylalthoz elegendő 500 g cukor?

593. Laci egy háromjegyű számra gondolt, melyben egy-egy számjegye a 652, 153 és 673 számok megfelelő számjegyeivel azonos helyiértéken áll, de a másik két számjegy nem azonos helyiértéken szerepel. Melyik számra gondolt Laci?



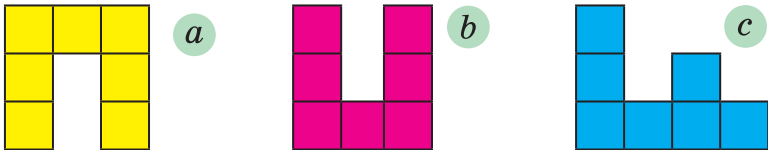
Bölcs Bagoly feladványa

594. A cirkuszban jegyért állt sorban Misi, Nati, Peti, Dani és Marika. Marika hamarabb vette meg a jegyét mint Misi, de később, mint Nati, Peti és Nati nem egymás mellett álltak, Dani se Natival, se Marikával, se Petivel nem állt egymás mellett. Ki ki után következett a sorban?

21. Terület. A téglalap területe

A 155. *a*, *b* ábrán lévő alakzatok egyenlők, mivel egymásra helyezve fedik egymást.

Nyilvánvaló, hogy a 155. *a*, *c* ábrán lévő alakzatok nem egybevágók. Viszont mindegyik hét darab olyan négyzetből áll, melynek oldala 1 cm.



155. ábra

Az ilyen alakzatokról mondják azt, hogy a **területük** egyenlő.

A terület fogalmával gyakran találkoztok a hétköznapi életben is: a lakás területe, a háztáji részleg területe, a mező területe stb.

Tapasztalatból tudod, hogy az egyforma földrészek területe is egyenlő, a lakás területe az összes helyiség (szobák, konyha, előszoba stb.) területeinek összegével egyenlő. Ezek a példák szemléltetik a terület következő tulajdonságait.

- 1) Egyenlő alakzatoknak a területeik is egyenlők.
- 2) Az alakzat területe az őt alkotó alakzatok területének összegével egyenlő.

Hogyan lehet megmérni egy alakzat területét?

Emlékeztetőül: a szakasz hosszának mérésére bevezettük az egységnyi hosszúságú szakaszt, a szög mérésére pedig a szögegységet.

Általában, *bármely mennyiség méréséhez mértékegységet kell választanunk.*

A terület mértékegységéül azt a négyzetet vesszük, melynek az oldala egyenlő az egységnyi szakasz hosszával. Az ilyen négyzetet **egységnyinek** nevezzük.

Az 1 m oldalhosszúságú négyzet területét négyzetméternek nevezzük. Így írjuk: 1 m^2 .

Az 1 cm oldalhosszúságú négyzet területét négyzetcentiméternek nevezzük. Így írjuk: 1 cm^2 .

Az 1 mm oldalhosszúságú négyzet területét négyzetmilliméternek nevezzük. Így írjuk: 1 mm^2 .

Egy alakzat területét megmérni annyit jelent, mint megszámlálni, hány egységgel fedhető le.

Így a 155. ábrán lévő mindegyik alakzat területe 7 cm^2 lesz.

Ha a téglalap egyik oldala 6 cm, a szomszédos oldala pedig 4 cm, akkor ezt a téglalapot fel lehet osztani $6 \cdot 4$ egységnyi négyzetre (156. ábra). Ezért a területe $6 \cdot 4 = 24 \text{ (cm}^2\text{)}$ lesz.

Hasonlóan gondolkozva, olyan következtetésre jutunk, hogyha a téglalap egyik oldala a egységnyi szakasz hosszúságú, a másik pedig b , akkor ez a téglalap $a \cdot b$ egységnyi négyzetre osztható fel, tehát a téglalap területe ab négyzetegység lesz.

A téglalap területe egyenlő két szomszédos oldalának szorzatával:

$$S = ab,$$

ahol S a téglalap területe, a és b a szomszédos oldalainak hossza.

Mivel a négyzet minden oldala egyenlő és a téglalapnak egy külön fajtája, ezért a területét a következő képlet adja meg:

$$S = a^2,$$

ahol S a négyzet területe, a pedig az oldalainak hossza. Éppen ezért nevezzük a szám második hatványát a szám négyzetének.

Már tudjátok, hogy az egybevágó alakzatok területe egyenlő. Viszont nem biztos, hogy az egyenlő területű alakzatok egybevágóak (155. ábra).

A földterület mérésére az ár mértékegységet és a hektárt (az 1 hektár helyett röviden 1 ha írnak) használják:

$$1 \text{ ár} = 10 \text{ m} \cdot 10 \text{ m} = 100 \text{ m}^2,$$

$$1 \text{ ha} = 100 \text{ m} \cdot 100 \text{ m} = 10\,000 \text{ m}^2.$$

A hétköznapi életben az 1 árt **szoteknek** is nevezik.



1. Az alakzatok területének milyen tulajdonságait ismered?
2. Milyen négyzetet nevezünk egységnyinek? 3. Milyen területegységeket ismersz? 4. Mit jelent megmérni az alakzat területét? 5. Mivel egyenlő a téglalap területe? 6. Milyen képlettel határozzák meg a négyzet területét?



Szóban oldd meg!

1. Hány:

1) centiméter van 1 dm-ben; 1 m-ben; 3 dm-ben; 5 m 2 dm-ben; 12 dm 5 cm-ben;

2) méter van 1 km-ben; 2 km 418 m-ben; 4 km 16 m-ben; 800 cm-ben; 20 dm-ben?

2. Számítsd ki:

1) a 3 és a 2 köbeinek összegét;

2) a 3 és a 2 összegének köbét;

3) a 8 és a 6 négyzeteinek különbségét;

4) a 8 és a 6 különbségének négyzetét!

3. A csónak 5 óra alatt 40 km-t tett meg. Hány óra alatt tesz meg ugyanilyen sebességgel 24 km-t?
4. Hány liter vizet képes átpumpálni a szivattyú 8 perc alatt, ha 5 ilyen szivattyú 6 perc alatt 450 l vizet pumpál át?
5. Mely számmal kell helyettesíteni a csillagokat, hogy az $1* + 3* + 5* = 111$ egyenlőség igaz legyen?



Gyakorlatok

595.° 1) Hány négyzetcentiméter van 1 dm^2 -ben? 1 m^2 -ben? 2) Hány négyzetméter van 1 km^2 -ben? Írd fel a megfelelő egyenlőségeket!

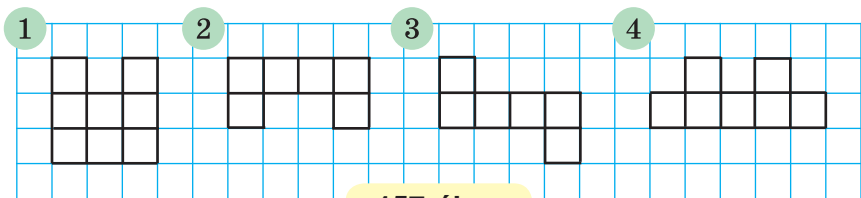
596.° A pontok helyére hány nullát kell írni, hogy igaz egyenlőséget kapjunk:

- 1) $1 \text{ m}^2 = 1... \text{ dm}^2$;
- 2) $1 \text{ cm}^2 = 1... \text{ m}^2$;
- 3) $1 \text{ km}^2 = 1... \text{ ha}$?

597.° Milyen területegységeket érdemes használni, hogy megmérjük a területét:

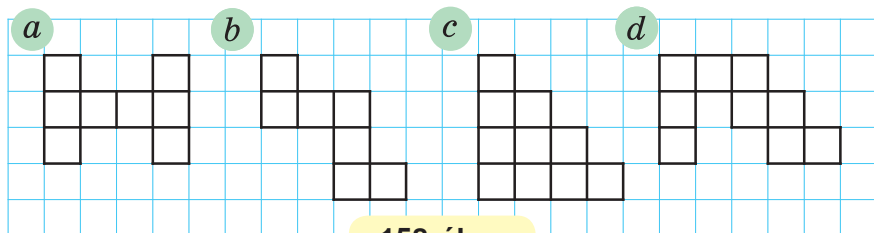
- 1) a szobának;
- 2) az országnak;
- 3) a farmgazdasági mezőnek;
- 4) a fűzet lapjának?

598.° A 157.ábrán nevezd meg az egyenlő területű alakzatok sorszámát! Egyenlők-e ezek a területek?



157. ábra

599.° A négyzet oldalát 1 cm -nek tekintve, határozd meg a 158.ábrán lévő alakzatok területét!



158. ábra

600.° Számítsd ki a téglalap területét, ha a szomszédos oldalai 14 cm és 3 cm!

601.° Számítsd ki a négyzet területét, ha oldala 7 dm!

602.° A téglalap oldala 16 cm, a szomszédos oldala ennél 6 cm-rel nagyobb. Számítsd ki a téglalap területét!

603.° A téglalap oldala 48 cm, a szomszédos oldala ennek pedig nyolcada. Számítsd ki a téglalap területét!

604.° A téglalap kerülete 162 dm, az egyik oldala pedig 47 dm. Határozd meg a téglalap területét!

605.° A téglalap kerülete 96 m, ami 8-szor nagyobb, mint a téglalap egyik oldala. Határozd meg a téglalap területét!

606.° Határozd meg a négyzet területét, ha kerülete 96 cm!

607.° A téglalap kerülete 4 m 8 dm, az egyik oldala 5-ször hosszabb, mint a szomszédos oldal. Határozd meg a téglalap területét!

608.° A téglalap kerülete 6 dm 8 cm, az egyik oldala 1 dm 6 cm-rel rövidebb a szomszédos oldalnál. Határozd meg a téglalap területét!

609.° Fejezd ki:

1) árban: 12 ha; 6 ha 28 a; 2 km² 14 ha 5 a; 32 400 m²;

2) négyzetméterben: 17 ár; 8 ha; 5 ha 72 ár;

3) hektárban és árban: 530 ár; 1204 ár; 16 300 m²!

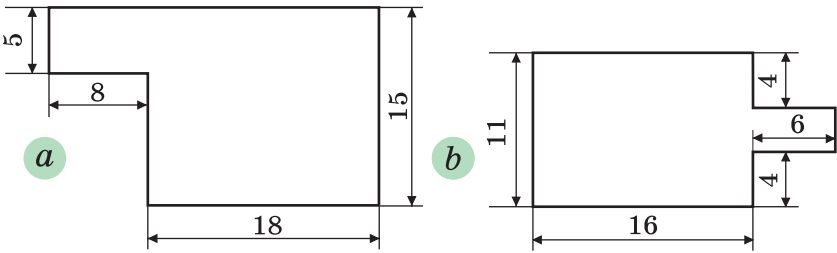
610.* Fejezd ki:

- 1) négyzetcentiméterben: 4 m^2 ; 16 m^2 19 dm^2 ; 16 dm^2 ;
- 2) hektárban: $340\,000 \text{ m}^2$; 5 km^2 18 ha !

611.* A téglalap alakú mező területe 56 ár , a hossza pedig 80 m . Számítsd ki a mező kerületét!

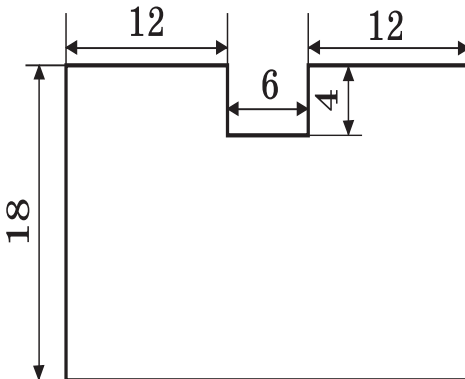
612.* A téglalap alakú mező területe 48 ár , a szélessége pedig 150 m . Számítsd ki a mező kerületét!

613.* Számítsd ki a 159. ábrán lévő alakzatok kerületét és területét (méretei centiméterekben vannak megadva)!



159. ábra

614.* Számítsd ki a 160. ábrán lévő alakzatok kerületét és területét (méretei centiméterekben vannak megadva)!



160. ábra

615.* (Gyakorlati házi feladat) A négyzetrácsos füzetlapra rajzolj egy bármilyen alakzatot, amely 12 négyzetből álljon. Tekintve, hogy a négyzetrács oldala 5 mm, határozd meg a kapott alakzat területét négyzetcentiméterekben! Hasonlítsd össze a kapott eredményt az osztálytársaid eredményeivel!

616.** A 12 cm-es oldalú négyzetnek és a téglalapnak, melynek hossza 18 cm a területeik egyenlők. Határozd meg a téglalap kerületét!

617.** A négyzetnek és a téglalapnak egyenlő a területük, a téglalap szomszédos oldalai 3 cm és 12 cm. Határozd meg a négyzet kerületét!

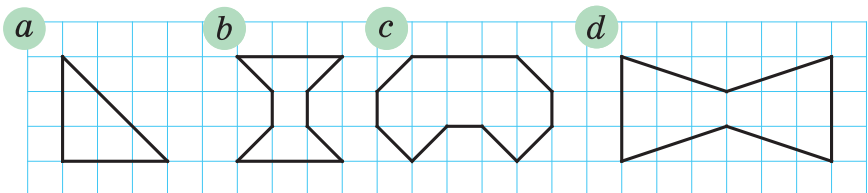
618.** A téglalap szélessége 26 cm. Hány négyzetcentiméterrel növekszik a téglalap területe, ha a hosszát 4 cm-rel növeljük?

619.** A téglalap hossza 32 cm. Hány négyzetcentiméterrel csökken a téglalap területe, ha a szélességét 5 cm-rel csökkentjük?

620.** Hányszorosára növekszik a téglalap kerülete és területe, ha minden oldalát 4-szeresére növeljük?

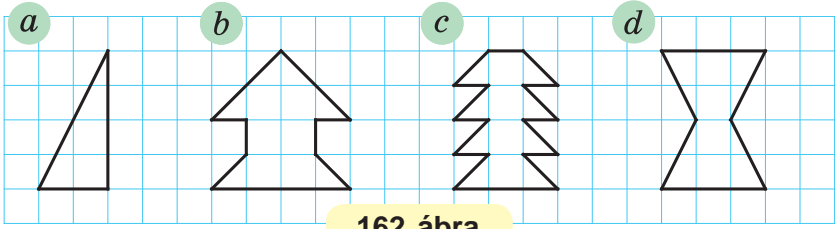
621.** Hányszorosan csökken a négyzet kerülete és területe, ha minden oldalát 3-szorosan csökkentjük?

622.** A négyzetrács oldalát 1 cm-nek tekintve, határozd meg a 161. ábrán lévő alakzatok területeit!



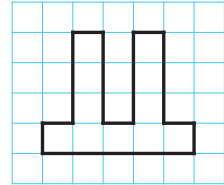
161. ábra

623.** A négyzetrács oldalát 1 cm-nek tekintve, határozd meg a 162.ábrán lévő alakzatok területeit!



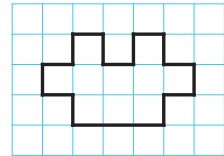
162. ábra

624.** A négyzetrácsos lapon egy sokszög látható (163. ábra). A négyzetrács oldala 1 cm, rajzolj egy olyan sokszöget, melynek területe 2 cm^2 -nel nagyobb, mint az adott sokszögé, és a kerülete 4 cm-rel kisebb az ábrán látható alakzaténál (a sokszög oldalai a négyzetrácson helyezkednek el)!



163. ábra

625.** A négyzetrácsos lapon egy sokszög látható (163. ábra). A négyzetrács oldala 1 cm, rajzolj egy olyan sokszöget, melynek területe 2 cm^2 -rel nagyobb, mint az adott sokszögé, és a területe 1 cm^2 -rel kisebb az ábrán látható alakzaténál (a sokszög oldalai a négyzetrácson helyezkednek el)!



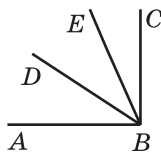
164. ábra

626.* A téglalap alakú papírlap oldalainak hossza centiméterben mérve egész szám lesz, a lap területe pedig 12 cm^2 . Hány 4 cm^2 -es területű négyzetet vághatunk ki ebből a téglalapból?



Ismétlő gyakorlatok

627. Az ABC derékszög csúcsából (165. ábra) BD és BE félegyenéseket húztak úgy, hogy az ABE szög 34° -kal nagyobb a DBE szögnél, a CBD szög pedig 23° -kal nagyobb, mint a DBE szög. Hány fokos a DBE ?



165. ábra

628. Végezd el a műveleteket:

- 1) $1008 \cdot 604 - 105\,984 : 12 - 54\,321$;
- 2) $(57 \cdot 34 + 812\,754 : 27) : 18!$



Megtanuljuk alkalmazni a matematikát

629. Elég lesz-e Szorgos Panni farmergazdának 5 tonna borsó, egy téglalap alakú földrészleg bevetésére, melynek oldalai 500 m és 400 m, ha a 1 ha-ra 260 kg borsót kell vetni?

630. Apa úgy döntött, kicsempézi a konyha falát, melynek hossza 4 m 50 cm, magassága pedig 3 m. Elég lesz-e neki 15 doboz csempe, ha a csempe négyzet alakú, melynek oldala 15 cm, és egy doboz 40 csempét tartalmaz?

631. 1 m^2 fal egyrétegű lefestéséhez 180 g zománccfesték szükséges. Elegendő-e 3 kg ilyen festék egy olyan fal lefestéséhez, melynek hossza 6 m, magassága pedig 3 m?



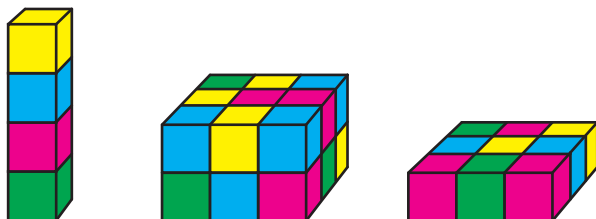
Bölcs Bagoly feladványa

632. A tavon elkezdtek virágozni a vízililiomok. A liliommal elfoglalt terület naponta kétszeresére nő. Az első virág megjelenésétől a tó teljes befedéséig 20 nap telik el. Hányadik napon volt a tó félig benöve?

22. Derékszögű paralelepipedon (Téglatest)

Gúla

Gyermekkorodban bizonyára te is játszottál kirakós kockákkal, és építettél belőlük a 166. ábrán látható alakzatokat.



166. ábra

Az ábrán lévő alakzatok segítségével **fogalmat alkothatsz** a téglatestről. Téglatest alakú például a csokoládés doboz, a könyv, a tégla, a gyufásdoboz, a láda, a tejesdoboz.



A 167. ábrán az $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ téglatest látható. A téglatestet hat lap határolja. Minden lap téglalap, vagyis a téglatest felszíne hat darab téglalaphból áll.

A lapok oldalait a téglatest éléinek, a lapok csúcsait pedig a téglatest csúcsainak nevezzük.

Például az AB , BC , $A_1 B_1$ szakaszok az $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ téglatest éléi, a B , A_1 , C_1 pontok pedig a csúcsai lesznek. (167. ábra).

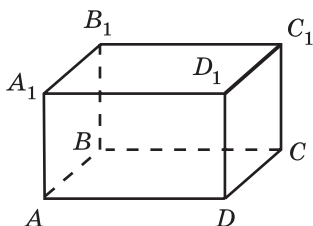
A téglatestnek 8 csúcsa és 12 éle van.

Az AA_1B_1B és a DD_1C_1C lapoknak nincs közös csúcsuk. Az ilyen lapokat szemközti lapoknak nevezzük.

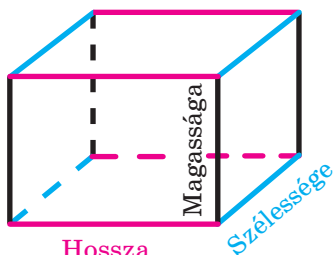
Az $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ téglatestben még két pár szemközti lap van: az $ABCD$ és az $A_1 B_1 C_1 D_1$ téglalapok, valamint az $AA_1 D_1 D$ és $BB_1 C_1 C$ téglalapok.

A téglatest szemközti lapjai egybevágók.

A 167. ábrán az $ABCD$ lapot az $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ téglatest alapjának nevezzük.



167. ábra

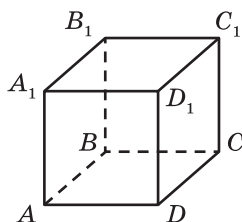


168. ábra

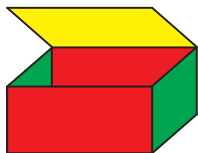
A téglatest felszínének az összes lapja területeinek összegét nevezzükro.

Hogy elképzelésünk legyen a téglatest méreteiről, elegendő megvizsgálni az egy csúcsból futó három élet. Ezeknek az éleknek a hosszát a téglatest **méreteinek** nevezzük. Ahhoz, hogy megkülönböztessük őket egymástól, a következőképpen nevezték el ezeket: hossza, szélessége, magassága (168. ábra).

Azt a téglatestet, melynek méretei egyenlők, **kockának** nevezzük (169. ábra). A kocka felszíne hat darab egyenlő négyzetből áll.



169. ábra

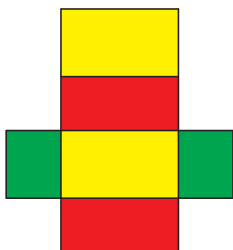


170. ábra

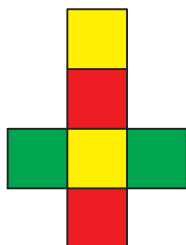


171. ábra

Ha egy téglatest alakú dobozt kinyitunk (170. ábra) és a négy függőleges él mentén szétvágjuk (171. ábra), majd kiterítjük, akkor egy hat téglalapból álló alakzatot kapunk (172. ábra). Ezt a **téglatest testhálójának** nevezzük.



172. ábra

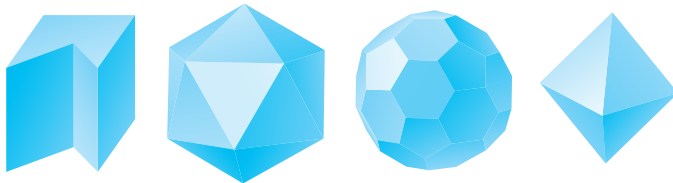


173. ábra

A 173. ábrán egy olyan alakzat látható, amely hat négyzetből áll. Ez lesz a **kocka testhálója**.

A testháló alapján elkészíthető a téglatest modellje. Ezt a következőképpen lehet létrehozni. Rajzoljunk egy papírlapra egy testhálót, vágjuk ki, majd hajtogassuk össze a téglatest éleinek megfelelő szakaszok mentén (171. ábra), végül ragasszuk össze.

A téglatest a **soklapok** (poliéder) egyik típusa. A soklap olyan test, amely sokszögekből áll. A 174. ábrán néhány sokszög látható.



174. ábra

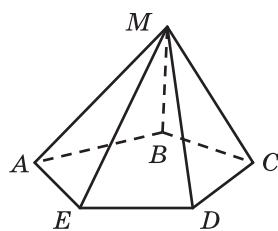
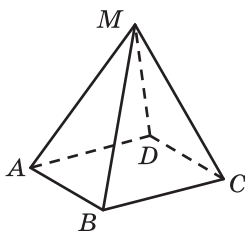
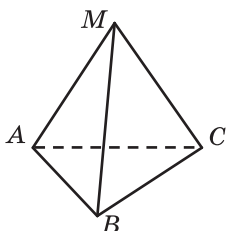
A soklapok egyike a gúla. Ez az alakzat nem ismeretlen számotokra.

Bizonyára már hallottatok az ókori világ hét csodája közül az egyikről, az **egyiptomi piramisokról**.

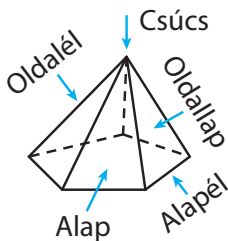
A 175. ábrán az $MABC$, $MABCD$, $MABCDE$ gúlák láthatók. Ezek felszíne közös csúccsal rendelkező háromszög alakú **oldallapokból** és egy sokszög alakú **alaplappból** áll (175. ábra).



Egyiptomi piramisok



175. ábra



176. ábra

Az oldallapok közös csúcsát a **gúla csúcsának** nevezzük.

A gúla alapjának oldalait **alapéleknek** nevezzük, és azoknak az oldallapoknak az oldalait, amelyek nem tartoznak az alaphoz, **oldaléleknek** nevezzük. (176. ábra).

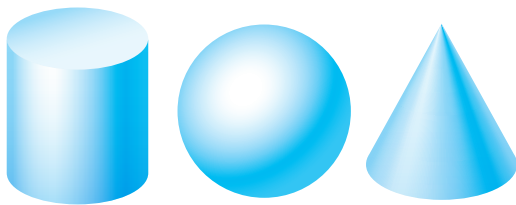
A gúlákat az alapja oldalainak száma alapján osztályozzuk (175. ábra): háromoldalú négyoldalú, ötoldalú stb. gúlákat különböztetünk meg.

A háromoldalú gúla felszíne négy háromszögből áll. Ezek közül bármelyik szolgálhat alapként. Ez az egyetlen gúla, melynek bármelyik lapját tekinthetjük az alapjának.

A soklapok a **mértani testek** közé tartoznak

A 177. ábrán már olyan átalatok ismert mértani testek láthatók, amelyek nem soklapok.

Ezekkel a mértani testekkel a 6. osztályban részletesebben is megismerkedtek majd.



177. ábra



1. Milyen alakzatok alkotják a téglatest felszínét? 2. Hány lapja van a téglatestnek? És hány csúcsa? És hány éle? 3. Milyen nevekkel különböztetik meg a téglatest méreteit? 4. Milyen testet nevezünk kockának? 5. Milyen alakzatokból áll a kocka felszíne?



Szóban oldd meg!

1. Számítsd ki:

1) $13 \cdot 4 \cdot 25$; 2) $4 \cdot 5 \cdot 78 \cdot 5$; 3) $125 \cdot 943 \cdot 8!$

2. Egyszerűsítsd a kifejezést:

1) $3a \cdot 16b$; 2) $4m \cdot 9n \cdot 5k$; 3) $7a \cdot 2b \cdot 50c \cdot 8d!$

3. Bontsd fel a zárójeleket:

1) $2(a + b)$; 2) $(3 - b) \cdot 5$; 3) $6m(7n + 8p)!$

4. Határozd meg a téglalap kerületét, ha területe 28 cm^2 , az egyik oldala pedig 7 cm !

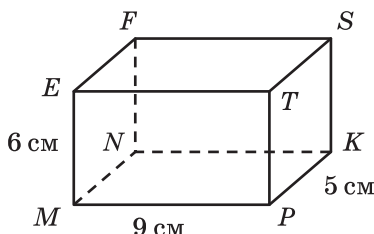
5. Az üzletben 6 q almát olyan ládába raktak szét, melyekbe 12 kg fér. Hány ládát raktak meg almával?
 6. Hányszor nagyobb a 6 cm-es oldalú négyzet területe a 2 cm-es oldalú négyzet területénél?



Gyakorlatok

633.° A 178. ábrán az $MNKPEFST$ téglatest látható. Nevezd meg:

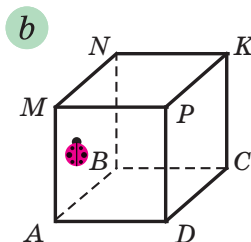
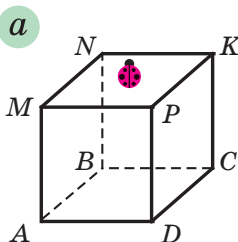
- 1) az éleit, melyek az $EFST$ lap oldalai;
- 2) lapjait, amelyekhez illeszkedik a K csúcsa;
- 3) éleit, melyek az NK éllel egyenlők;
- 4) lapjait, melyeknek közös élük az ME ;
- 5) lapját, amely a $PTSK$ lappal egyenlő!



178. ábra

634.° A kocka lapján egy katicabogár van (179. ábra). Nevezd meg a kocka lapját, amelyen ha van a bogár, akkor te:

- 1) látod a katicabogarat;
- 2) nem látod őt!



179. ábra

635.° Az MNKPEFST téglatest (178. ábra) méretei 9 cm, 5 cm és 6 cm.

Számítsd ki:

- 1) az $MNKP$ lap területét;
- 2) az $NFSK$ lap területét;
- 3) az összes élének az összegét.
- 4) az összes éle hosszának összege!

636.° Számítsd ki a téglatest összes élének összegét és a felszínét, ha méretei 7 cm, 10 cm, 11 cm!

637.° (Gyakorlati házi feladat) Keress otthon egy téglatest alakú tárgyat. Végezd el a szükséges méréseket és számítsd ki a felszínét!

638.° A kocka lapjának területe 9 cm^2 . Mivel egyenlő ennek a kockának a térfogata?

639.° Számítsd ki a kocka teljes felszínét és élei hosszának összegét, ha az éle 5 cm!

640.° Számítsd ki a kocka teljes felszínét és élének hosszának összegét, ha élének hossza 7 cm!

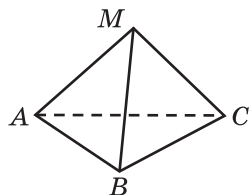
641.° A 180. ábrán az $MABC$ gúla látható. Nevezd meg:

- 1) a gúla alapját;
- 2) a gúla csúcsát;
- 3) a gúla oldallapjait;
- 4) a gúla oldaléleleit;
- 5) a gúla alapéleleit!

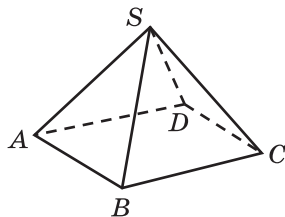
Hány csúcsa, lapja, éle van ennek a gúlának?

642.° A 181. ábrán az $SABCD$ gúla látható. Nevezd meg:

- 1) a gúla alapját;
- 2) a gúla csúcsait;
- 3) a gúla oldallapjait;
- 4) a gúla oldaléleleit;



180. ábra



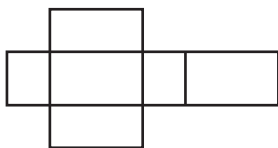
181. ábra

5) a gúla alapéleit!

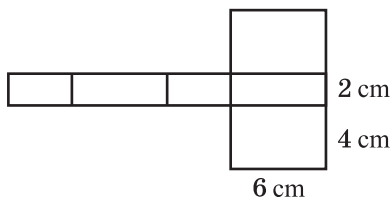
Hány csúcsa, lapja, éle van ennek a gúlának?

643.* A 182. ábrán egy téglatest testhálója látható.

- 1) Hány téglalapról áll ez a testháló?
- 2) Hány pár egybevágó téglalapról áll ez a testháló?
- 3) Mekkora a testháló területe, ha a téglatest méretei 10 cm, 7 cm és 3 cm?



182. ábra



183. ábra

644.* Számítsd ki a téglatest felszínét a 183. ábrán lévő testhálója alapján!

645.* A téglatest összes éleinek összege 28 cm. Határozd meg az egy csúcsból induló éleinek összegét!

646.* A kocka összes éleinek összege 72 cm. Határozd meg a kocka élének hosszát!

647.* Egy gúlának 10001 lapja van. Hány: 1) éle van az alapjának; 2) éle van ennek a gúlának?

648.* A gúla alapja egy hússzög. Határozd meg lapjainak és éleinek számát?

649.** A téglatestnek és a kockának a felszíne egyenlő. A kocka éle 8 cm, a téglatest két mérete 4 cm és 12 cm. Határozd meg a téglatest harmadik méretét!

650.** Egy téglatest és egy kocka felszíne egyenlő. A téglatest hossza 18 m, ami 2-szer nagyobb, mint a szélessége, és 8 m-rel nagyobb a magasságánál. Határozd meg a kocka élét!

651.** Egy téglatest alakú fahasábot, melynek méretei 4 cm, 5 cm és 6 cm, befestettek, majd 1 cm-es élű kockákra vágtak szét. Hány olyan kockát kaptunk, amelynek: 1) három lapja festett; 2) két lapja festett; 3) egy lapja festett?

652.** Létezik-e olyan gúla melynek: 1) 1000 éle; 2) 555 éle van? Ha létezik ilyen gúla, akkor milyen sokszög lesz az alapja?



Ismétlő gyakorlatok

653. Egy rakéta sebessége 8 km/mp. Hány perc alatt tesz meg 960 km-t?

654. Egy kartonlapból hat egyforma négyzetet lehet kivágni. Hány kartonlapból vágható ki 50 ilyen négyzet?

655. A vonat az állomásról 16 órakor indult el 54 km/ó sebességgel. 19 órakor erről az állomásról az ellenkező irányba elindult egy másik vonat. 24 órakor a vonatok közötti távolság 642 km lett. Mekkora a másik vonat sebessége?

656. Oldd meg az alábbi egyenleteket:

$$1) 23x - 19x + 5x = 1827;$$

$$2) 5x + 3x - 47 = 6401.$$



Megtanuljuk alkalmazni a matematikát

657. A fadarab téglatest alakú. A szélessége 20 cm, ami 5 cm-rel rövidebb a szélességénél és 3-szor kisebb a magasságánál. Mennyi lakk szükséges, hogy egy rétegben teljesen lekenjük ezt a fadarabot, ha 1 dm^2 -re 4 g lakk szükséges?

658. Az 5 m hosszú, 4 m széles és 3 m magas szobát tapétázni szeretnénk. Egy tekercs tapéta hossza 10 m és a szélessége 1 m. Legkevesebb hány ilyen tekercs tapéta szükséges, hogy kitapétázzuk ezt a szobát, ha az ablak területe 3 m^2 és két ajtó területei 2 m^2 ?



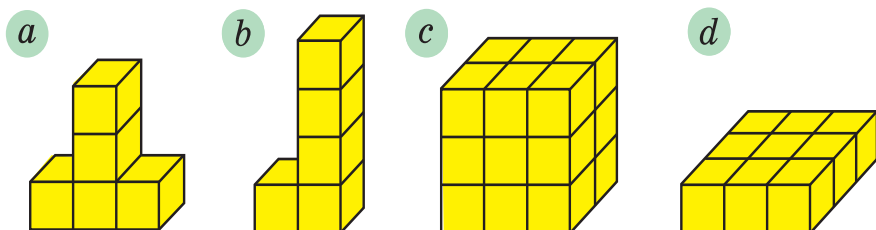


659. Hogyan lehet vonalzóval megmérni egy téglatest testátlóját, ha még rendelkezésünkre áll néhány ugyanilyen téglatest?

23. A téglatest térfogata

A 184. *a*, *b* ábrákon látható testek egyforma számú és ugyanakkora kockákból vannak összerakva. Ebben az esetben azt mondjuk, hogy ezeknek a testeknek egyenlő a térfogatuk. A 184. *c*, *d* ábrákon látható téglatestek megfelelően 27 és 9 egyforma kockából állnak. Ezért róluk elmondható, hogy az első test térfogata háromszorosa a másikénak.

A térfogat fogalmával a mindennapi életben is többször találkozhatunk: a tartály térfogata, a medence térfogata, az osztályterem térfogata, az elhasznált gáz vagy víz mennyisége stb.



184. ábra

A tapasztalat azt mutatja, hogy az egyforma űrtartalmú edények térfogata megegyezik. Például az egyforma hordóknak a térfogatai is megegyeznek.

Ha az edényt több részre osztjuk, akkor az edény térfogatát a részek térfogatainak összegeként megkapjuk. Például a kétkamrás hűtőszekrény térfogata a kamrák térfogatainak összegével egyenlő.

Ezek a példák a térfogat következő tulajdonságait szemléltetik:

1) Az egybevágó testek térfogatai is egyenlők.

2) A test térfogata egyenlő az őt alkotó testek térfogatainak összegével.

Más mennyiségekhez hasonlóan (hossz, terület), a térfogatra is vezessünk be mértékegységet.

A térfogat egységéül egy olyan kocka térfogatát fogadjuk el, melynek éle egységnyi hosszúságú. Az ilyen kockát **egységkockának** nevezzük.

Az 1 mm-es oldalú kocka térfogatát **köbmilliméternek** nevezzük. Így írjuk: 1 mm^3 .

Az 1 mm-es oldalú kocka térfogatát **köbmilliméternek** nevezzük. Így írjuk: 1 mm^3 .

Az 1 cm-es oldalú kocka térfogatát **köbcentiméternek** nevezzük. Így írjuk: 1 cm^3 .

Az 1 dm-es oldalú kocka térfogatát **köbdeciméternek** nevezzük. Így írjuk: 1 dm^3 . A folyadékok és gázok térfogatának mérésekor az 1 dm^3 térfogatot liternek nevezzük. Így írjuk: 1 l. Tehát $1 \text{ l} = 1 \text{ dm}^3$.

Az 1 m-es oldalú kocka térfogatát **köbméternek** nevezzük. Így írjuk: 1 m^3 .

Az 1 km-es oldalú kocka térfogatát **köbkilométernek** nevezzük. Így írjuk: 1 km^3 .

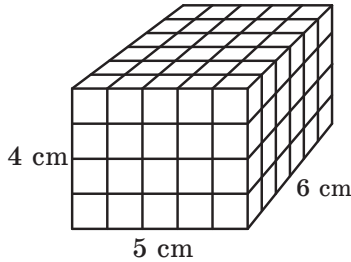


185. ábra

Egy alakzat térfogatát meghatározni annyit jelent, mint megállapítani, hány darab egységkocka fér bele tudjuk kitölteni.

Ha a piros kocka (185. ábra) térfogatát egységnek tekintjük, akkor a 184. *a* – *d* ábrákon lévő testek térfogatai megfelelően 5, 5, 18 és 9 térfogategység lesz.

Ha a téglatest hossza, szélessége és magassága megfelelően 5 cm, 6 cm, 4 cm, akkor ezt a téglatestet szét lehet vágni $5 \cdot 6 \cdot 4$ egységkockára (186. ábra). Ezért a térfogata $5 \cdot 6 \cdot 4 = 120$ (cm³).



186. ábra

Hasonlóan gondolkozva arra a következtetésre jutunk, hogyha a téglatest hossza, szélessége és magassága megfelelően a , b és c hosszegységű, akkor a téglatest $a \cdot b \cdot c$ egységkockára bontható. Ezért a térfogata abc térfogategység lesz.

A téglatest térfogata egyenlő az egy csúcsból induló élek hosszának szorzatával:

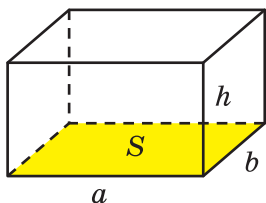
$$V = abc,$$

ahol V a téglatest térfogata, a , b és c az egy csúcsba futó éleinek hossza.

Mivel a kocka minden éle egyenlő hosszú, ezért a térfogatát a következő képlettel számíthatjuk ki:

$$V = a^3,$$

ahol V a kocka térfogata, a az élének a hossza. Ezért nevezik köbnek a harmadik hatványt.



188. ábra

Az a hosszúságának és b szélességének a szorzatát a téglatest alapterületének nevezzük és S -sel jelöljük, $S = ab$ (187. ábra). Jelöljük a téglatest magasságát h -val. Akkor a téglatest V térfogata egyenlő: abh .

Innen

$$V = abh = (ab)h = Sh.$$

Tehát a téglatest térfogatának meghatározására még egy újabb képletet kaptunk:

$$V = Sh$$

A téglatest térfogata egyenlő alapterületének és magasságának szorzatával.

PÉLDA. Milyen magas az a téglatest alakú tartály, amelynek térfogata 324 dm^3 , alapjának területe pedig 54 dm^2 ?

Megoldás. A $V = Sh$ képletből következik, hogy $h = V : S$.

Akkor a tartály keresett h magasságát így lehet kiszámítani:

$$h = 324 : 54 = 6 \text{ (dm)}.$$

Felelet: 6 dm. ◀



1. Milyen tulajdonságait ismered a test térfogatnak? 2. Milyen térfogategységeket ismersz? 3. Mit jelent megmérni a test térfogatát? 4. Mivel egyenlő az a , b és c méretű téglatest térfogata? 5. Mi a kocka térfogatának képlete? 6. Hogy kell kiszámítani a téglatest térfogatát, ha adott az alapterülete és a magassága?

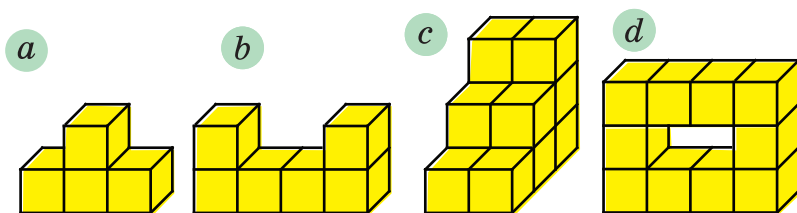
Szóban oldd meg!

1. A 3 km-es útszakaszt, melyen a gépkocsi sebessége nem haladhatja meg a 60 km/ó-át, a sofőr 3 perc alatt tette meg. Micsi az ez a sofőr a közlekedési szabályt?
2. Hány 1 cm-es élű kockát kell felhasználni ahhoz, hogy kirakjunk belőlük egy 2 cm-es élű kockát?
3. Hány cm drótot kell felhasználni ahhoz, hogy elkészítsük egy olyan téglatest vázát, melynek élei 3 cm, 5 cm és 6 cm?
4. (**Vicces feladat**) Két pénztárcában két érme van, és az egyik pénztárcában kétszer annyi érme van, mint a másikban. Lehetséges ez?



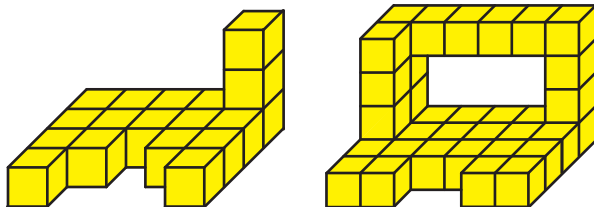
Gyakorlatok

- 660.° 1) Hány köbcentiméter 1 dm³? 1 m³?
2) Hány köbcentiméter van egy köbméterben?
- 661.° Milyen térfogat egységeket érdemes alkalmazni a térfogat méréséhez:
- 1) szoba térfogatának?
 - 2) a nap folyamán elfogyasztott folyadékmennyiségének;
 - 3) gyufásdoboz térfogatának meghatározására?
- 662.° A 188. ábrán látható testek 1 cm-es élű kockákból vannak kirakva. Határozd meg a térfogataikat!



188. ábra

663.° A 188. ábrán látható testek 1 cm-es élű kockákból vannak kirakva. Határozd meg a térfogataikat!



189. ábra

664.° Számítsd ki a téglatest térfogatát, ha méretei 12 m, 15 m és 6 m!

665.° Határozd meg a kocka térfogatát, ha éle 6 cm!

666.° Mivel egyenlő a téglatest térfogata, ha méretei 10 dm, 8 dm és 4 dm?

667.° Melyik doboz nagyobb az, amelyiknek a méretei 15 cm, 20 cm és 30 cm vagy az melynek méretei 45 cm, 10 cm, 18 cm?

668.° (*Gyakorlati házi feladat*) Keress otthon két téglatest alakú tárgyat! Végezd el a megfelelő méréseket és számítsd ki a térfogatukat!

669.° Számítsa ki egy négyszögletes paralelepipedon térfogatát, ha $S = 15 \text{ cm}^2$, $h = 6 \text{ cm}$, ahol S — a paralelepipedon alapterülete, h — a magassága!

670.° Fejezd ki:

- 1) köbmilliméterekben: 7 cm^3 ; 12 cm^3 243 mm^3 ;
 54 cm^3 4 mm^3 ; 1 dm^3 20 mm^3 ; 18 dm^3 172 cm^3 !
- 2) köbdeciméterekben: 4 m^3 ; 28 m^3 2 dm^3 ;
 5 430 000 cm^3 !

671.° Fejezd ki köbcentiméterekben: 62 dm^3 ;
 520 000 mm^3 ; 78 dm^3 325 cm^3 ; 56 dm^3 14 cm^3 !

672.° A téglatest szélessége 15 dm, a hossza 3 dm-rel nagyobb a szélességénél, a magassága pedig harmada a hosszának. Határozd meg a téglatest térfogatát!

673.: A téglatest magassága 20 cm, ami 4 cm-rel kisebb a hosszánál és 5-ször nagyobb a szélességénél. Határozd meg a téglatest térfogatát!

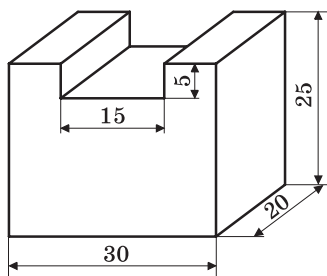
674.: A téglatest térfogata 560 cm^3 , a hossza 14 cm, a szélessége pedig 8 cm. Határozd meg a téglatest magasságát!

675.: A téglatest hossza 18 cm, magassága 15 cm, a térfogata pedig 3240 cm^3 . Határozd meg a téglatest szélességét!

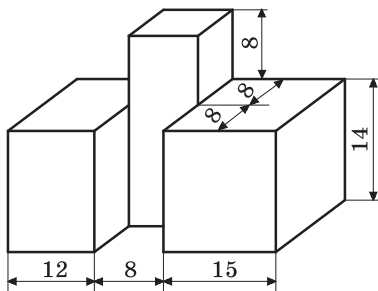
676.: A téglatest alakú szoba térfogata 144 m^3 , a magassága pedig 4 m. Határozd meg a szoba padlójának területét!

677.: A téglatest alakú sportterem padlójának területe 192 m^2 , térfogata pedig 960 m^3 . Határozd meg a sportterem magasságát!

678.: Határozd meg a 190. ábrán lévő test térfogatát (a méretei centiméterekben van megadva)!



190. ábra



191. ábra

679.: Határozd meg a 191. ábrán lévő test térfogatát (a méretei centiméterekben van megadva)!

680.* A cinkből készült kocka éle 4 cm. Határozd meg a kocka tömegét, ha 1 cm^3 cink tömege 7 gramm!

681.* A téglatest alakú rézöntvény darabnak méretei 10 dm, 8 dm és 6 dm. Határozd meg ennek az öntvénydarabnak a tömegét, ha 1 dm^3 réz 9 kg!

682.* A víztartály téglatest alakú, méretei 6 m, 4 m és 5 m. Hány tonna víz fér ebbe a tartályba, ha 1 l víz tömege 1 kg?

683.* Hány liter víz fér abba a tartályba, amely téglatest alakú és a méretei 1 m 40 cm, 50 cm és 1 m 20 cm?

684.** A kocka és a téglatest azonos térfogatú. Határozd meg a kocka felszínét, ha a téglatest hossza 12 cm, ami 2-szer nagyobb a szélességénél és 4-szer hosszabb, mint a téglatest magassága!

685.** A kocka és a téglatest azonos térfogatú. Határozd meg a téglatest felszínét, ha a két mérete 8 cm és 25 cm, a kocka éle pedig 10 cm!

686.** Az egyik kocka éle 4-szer nagyobb egy másik kocka élénél. Hányszor nagyobb: 1) az egyik kocka felszíne a másik felszínénél; 2) az egyik kocka térfogata a másik térfogatánál?

687.** Hogyan változik meg a téglatest térfogata, ha:

- 1) a hosszát 4-szeresére, a szélességét 2-szeresére, magasságát pedig 5-szörösére növeljük;
- 2) a szélességét negyedére csökkentjük, magasságát kétszeresére, a hosszát pedig 16-szorosára növeljük?

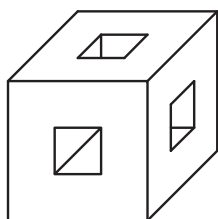
688.** Hogyan változik meg a téglatest térfogata, ha:

- 1) minden élét 2-szeresére növeljük;
- 2) a hosszát harmadára csökkentjük, a magasságát 5-szörösére, a szélességét pedig 15-szörösére növeljük?

689.** Az 1 ha területű úszómedencébe 1 000 000 l vizet engedtek. Lehet-e ebben a medencében úszóversenyt rendezni?

690.** A téglatest alakú akváriumba, melynek hossza 60 cm és szélessége 30 cm, 8 vedér vizet öntöttek, melyek 9 l-esek voltak. Milyen mély lett a víz az akváriumban?

691.* A 3 cm élhosszúságú kockában három négyzetes lyukat vágtak, ahol a négyzet oldala 1 cm-es (190. ábra). Határozd meg a megmaradt rész térfogatát?



192. ábra



Ismétlő gyakorlatok

692. GPS navigátor azt mutatja, hogy a gyalogosnak még 1200 m utat kell megtennie, és ez az út 24 percet vesz igénybe. Hogyan változik ez az idő, ha a gyalogos 10 m/perccel növeli a sebességét?

693. Ica elmeséli Jancsinak, hogy a kertjükben 6 almafa nő, Jancsi azt mondja, hogy náluk pedig 6 almafa van, ezért az ő családjuk több almát szed le majd. Icaék vagy Jancsiék szednek le több almát, ha Icaék minden fáról 28 kg-ot, Jancsiék pedig 20 kg-ot szedtek le?



694. Határozd meg a kifejezések értékét:

1) $7a + 7b$, ha $a + b = 14$;

2) $x \cdot 23 - 23y$, ha $x - y = 4$!



Bölcs Bagoly feladványa

695. Egy téglatest alakú szappandarab méretei 12 cm, 6 cm és 4 cm. Naponta ugyanannyi szappant használunk el. 14 nap múlva a szappan méretei a felére csökkentek. Hány napra lesz még elegendő a megmaradt szappandarab?

696. Az egyik háromjegyű szám felírásakor csak a 2-es és a 3-as számjegyeket használták fel, a másik számnál viszont a 3-as és a 4-es számjegyeket. Előfordulhat-e, hogy a szorzatuk csak 2-es és 4-es számjegyekből álló szám lesz?

24. Kombinatorikai feladatok

Tegyük fel, hogy elfelejtettétek a barátotok telefonszámának utolsó számjegyét. Hány olyan különböző eset létezik, amit kipróbálva biztosan fel tudod hívni a barátodat?

Mivel a telefonszám utolsó számjegyeként bármilyen számjegy szerepelhet, ezért legrosszabb esetben 10 próbálkozás után fog sikerülni a telefonálás, vagyis az összes lehetőséget így kipróbáljuk.

A mindennapi életünk során gyakran találkozunk olyan feladatokkal, hogy megoldásukhoz meg kell vizsgálni az összes lehetséges esetet, vagyis meg kell határozni ezek számát vagy az esetek összes lehetséges **kombinációját**. Az ilyen feladatokat **kombinatorikai** feladatoknak nevezzük.

1.PÉLDA. Ilona, Valéria és Katinka ügyeletesek az iskolában. Hányféleképpen tudja őket egyesével beosztani az osztályfőnökük az iskola három szintjére?

Megoldás. Feltételezzük, hogy Ilonát a harmadik szintre osztották be. Ekkor a második szinten ügyeletes lehet Valéria vagy Katinka, az elsőn pedig megfelelően Katinka vagy Valéria.

Az ügyeletességi beosztásra két lehetőséget, két kombinációt, két változatot kaptunk (a kislányokat a nevük első betűjével jelöljük):

3.szint	I	I
2.szint	V	K
1.szint	K	V

Legyen a harmadik szinten Valéria az ügyeletes. Akkor a második szinten vagy Ilona vagy Katinka láthat el ügyeletet, az elsőn pedig megfelelően Katinka vagy Ilona. Megkaptunk az ügyelési rend még két újabb lehetséges esetét:

3.szint	V	V
2.szint	I	K
1.szint	K	I

És végül, feltételezzük, hogy a harmadik szinten Katinka fog ügyeletet tartani. Ekkor még két esetet különböztethetünk meg:

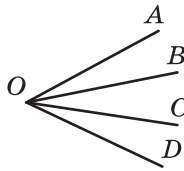
3.szint	K	K
2.szint	V	I
1.szint	I	V

Tehát a következő hat esetet különböztethetünk meg:

3.szint	I	I	V	V	K	K
2.szint	V	K	I	K	V	I
1.szint	K	V	K	I	I	V

Felelet: 6 módokon. ◀

2.PÉLDA. Hány szög van a 193. ábrán?



193. ábra

Megoldás. Az ábrán lévő bármelyik szöget három betűvel jelöljük, melyből a középső feltétlenül az O betű lesz, a másik kettő pedig az A, B, C, D . Ezért a feladat arra vezethető vissza, hogy hányféleképpen lehet kiválasztani az A, B, C, D betűk közül kettőt.

Az összes lehetőség felírásakor figyelembe kell venni, hogyha a különböző kombinációknál a betűk sorrendjét felcseréljük, attól még ugyanazt a szöveget fogják jelölni. Például az AB és BA ugyanannak az AOB szögnek felelnek meg.

Először felírjuk az A betűvel kezdődő betűpárokat:

AB, AC, AD .

Most pedig felírjuk a B betűvel kezdődő betűpárokat, kivéve azt, melynek a második betűje az A :

BC, BD .

Már csak az az eset maradt fenn, melynek az első betűje a C , és ahol a második betű se az A , se a B nem lehet:

CD .

Így hat kombinációt kaptunk: AB, AC, AD, BC, BD, CD .

Tehát a 193. ábra 6 szöveget ábrázol.

Felelet: 6 szög. ◀



Mik azok a kombinatorikai feladatok?

Szóban oldd meg!

1. Egy 3 dm élhosszúságú kockát papírral vontak be. Hány négyzetcentiméter papírt használtak fel ehhez?
2. 1 l napraforgóolaj tömege 75 g-mal kisebb, mint 1 l víz tömege, és 1 l méz tömege pedig 450 g-mal több, mint 1 l vízé. Mennyivel több 1 l méz tömege, mint 1 l napraforgóolajé?
3. Hány mázsa búza önthető egy téglatest alakú tartályba, ha annak hossza 8 m, szélessége 2 m, magassága 1 m, és 1 m^3 búza tömege 8 q?
4. Ilona érkezik-e elolvasni 2 óra alatt azt a könyvet, amely 65 oldalas, ha 6 perc alatt 3 oldalt tud elolvasni?



Gyakorlatok

- 697.** Írd fel az összes olyan kétjegyű számot, melyeknek a felírásában csak az 1, 2 és 3 számjegyek szerepelhetnek (a számjegyek ismétlődhetnek is)!
- 698.** Írd fel az összes olyan kétjegyű számot, melyeknek a felírásában csak az 1, 2 és 0 számjegyek szerepelhetnek (a számjegyek ismétlődhetnek is)!
- 699.** Hány kétjegyű számot lehet képezni a 0, 1 és 2 számjegyekből, ha a számjegyek különbözők?
- 700.** Hány kétjegyű számot lehet képezni a 1, 2 és 3 számjegyekből, ha a számjegyek különbözők?
- 701.** Já számárnak három különböző színű léggömbje van: vörös, zöld és kék. Ezeket egyesével a barátainak szeretné adni: Micimackónak, Foltocskának és Nyulacs-kának. Hányféleképpen tudja megajándékozni Já számár a barátait?
- 702.** A labdarugó-bajnokságon részt vesznek az 5. „A”, az 5. „B” és az 5. „C” osztályok csapatai. Hányféleképpen kerülhetnek ki az első és a második helyezették ezekből a csapatokból?

703.* Írd fel az összes háromjegyű számot, amelyek a következő számjegyekből kell, hogy álljanak:

1) 3, 4 és 6;

2) 4, 7 és 0!

(A számokban lévő számok nem ismételhetők meg.)

704.* Hány háromjegyű szám írható fel a következő számjegyek segítségével:

1) 1 és 2;

2) 0 és 1?

(A számokban a számjegyek nem ismétlődhetnek.)

705.* Írd fel az összes kétjegyű számot a következő számjegyek alkalmazásával: 2, 4, 9 és 0! (A számokban a számjegyek ismétlődhetnek).

706.* Hány kétjegyű szám írható fel 6, 7, 8 és 9 számjegyek segítségével úgy, hogy a számjegyek a számban növekvő sorrendben szerepeljenek?

707.* Hány kétjegyű szám írható fel a 6, 7, 8 és 0 számjegyek segítségével úgy, hogy a számjegyek a számban csökkenő sorrendben szerepeljenek?

708.* Hány olyan kétjegyű szám létezik, melyben a számjegyek összege 5?

709.* Hány olyan kétjegyű szám létezik, melyben a számjegyek összege 3?

710.** Hány olyan kétjegyű szám létezik, melyben a számjegyek összege páros szám, és a számjegyei az 1, 2, 3, 4 közül valók? (A számokban a számjegyek ismétlődhetnek).

711.** Hány olyan kétjegyű szám írható fel, melyben a számjegyek összege páros szám lesz, számjegyei pedig 0, 1, 2, 3?

712.** Laci beszkenelte a régi családi fényképeket. Minden következő 10 percben több képet szkennelt, mint az előző 10 percben. Összesen 40 perc alatt 23 fényképet szkennelt be, az utolsó 10 percben 4-szer több fényképet szkennelt be mint az első 10 perc alatt. Hány fényképet szkennelt a második 10 percben?

713.** A tálcán 16 gyümölcs van: narancs, citrom és mandarin. Hány mandarin van a tálcán, ha 5-ször több narancs van ezen a tálcán, mint citrom?

714.** Hány különböző téglalap létezik, melynek kerülete 24 cm, és az oldalai centiméterekben kifejezve természetes számok?

715.** Annának 30 egyforma kockája van. Hány különböző téglatestet tud ezekből a kockákból kirakni, ha eközben az összes kockáját felhasználja?

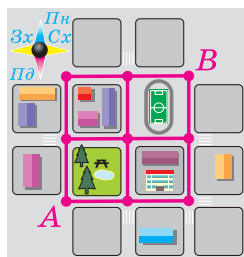
716.** Egy egyenesen jelöltük az A, B, C és D pontokat. Hány olyan szakasz létezik, melyeknek ezek a pontok lesznek a végpontjai?

717.** Egy hegy csúcsára három ösvény vezet. Hányféle útvonalon mehetnek a turisták fel és jöhetnek le a csúcsról, ha felfelé és lefelé különböző ösvényeken haladnak?

718.** Tíminek négy ruhája és két pár félcipője van. Hányféleképpen állíthatja össze az öltözékét?

719.** Az űrállomáson három pilóta és két mérnök dolgozik. Hányféleképpen lehet összeállítani azt a személyzetet, amely egy pilótából és egy mérnökből áll?

720.* A 194. ábrán egy járási központ tervrajza látható. A szakaszokkal az utcákat jelölték. Hány útvonal létezik az A pontból a B-be, ha az utcán északra vagy keletre lehet közlekedni?



194. ábra



Ismétlő gyakorlatok

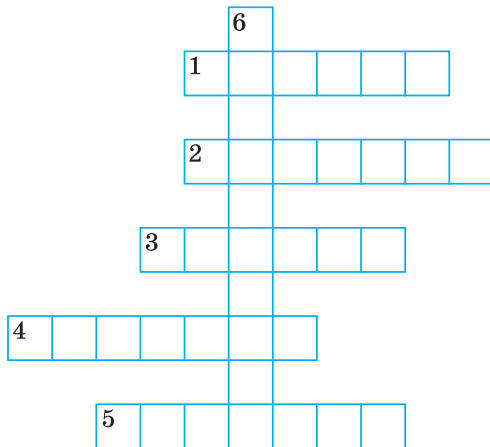
721. Oldd meg az egyenleteket:

- 1) $1376 : (34 - x) = 86$;
- 2) $9680 : (x + 219) = 16$;
- 3) $(x - 57) : 29 = 205$;
- 4) $(x - 72) \cdot 9 = 927$!

722. Az egyik összeadandó 14-szer nagyobb a másiknál. Hány-szor nagyobb az összegük a kisebbik összeadandónál?

723. A mínusz a különbség 12-szerese. Hányszor nagyobb a csökkenés, mint a különbség?

724. Fejtsd meg a keresztrejtvényt:



Vízszintes: 1. Результат дії ділення. 2. Одиниця часу.
3. Одиниця виміру кутів. 4. Компонент множення.
5. Компонент додавання.

Függőleges: 6. „Цариця наук”.



Bölcs Bagoly feladványa

725. Az osztályban 30 tanuló van. Ők kettesével 15 padban ülnek úgy, hogy a lányok fele fiúkkal ül. Át lehet-e ültetni őket úgy, hogy a fiúk fele lányokkal üljön?

TESZTALAKBAN ELLENŐRIZD ÖNMAGAD. 3. SZÁMÚ FELADATSOR

1. A következő mértékegységek közül melyik lesz a terület mértékegysége?

- A) 1 cm
B) 1 ha
C) 1 mp
D) 1 g

2. Mivel egyenlő az $(x - 28) \cdot 16 = 1632$ egyenlet gyöke?

- A) 130
B) 60
C) 120
D) 40

3. Hozd egyszerűbb alakra az $52m^3$ kifejezést!

- A) $156m$
B) $55m$
C) $52m$
D) $126m$

4. A következő egyenlőségek közül melyik igaz?

- A) $2(5 + x) = 5 + 2x$
B) $2(5 + x) = 12x$
C) $2(5 + x) = 10 + x$
D) $2(5 + x) = 10 + 2x$

5. Mivel egyenlő $7x + x - 5x = 132$ egyenlet gyöke?

- A) 66
B) 12
C) 44
D) 11

6. Nevezd meg az a szám 98-cal történő osztásakor keletkezett maradékot!

- A) 102
B) 98
C) 100
D) 96

7. Két, egymástól 18 km-re lévő településről egyidejűleg egy gyalogos és egy kerékpáros indult el, ugyanabba az irányba. A gyalogos előrébb volt az induláskor és a sebessége 3 km/ó, a kerékpáros pedig 12 km/ó sebességgel haladt. Az indulástól számítva mennyi idő múlva éri utol a kerékpáros a gyalogost?

- A) 1 órá
B) 3 órá
C) 2 órá
D) 4 órá

8. A kilencemeletes ház minden lépcsőházában minden szintjén 8 lakás van. Határozd meg, hogy melyik szinten lesz a 173. számú lakás!

- A) 3
B) 5
C) 4
D) 6

9. Egy 6 méter hosszú és 2 m 40 cm magas falat le akarnak csempézni. A négyzet alakú csempe éle 15 cm, és egy dobozban 120 darab van belőle. Legalább hány doboz csempét kell vásárolni a tervezet munka elvégzéséhez?

A) 4 konténer

B) 6 konténer

C) 5 konténer

D) 7 konténer

10. Egy akvárium térfogata $120\,000\text{ cm}^3$. Határozd meg az akvárium magasságát, ha a hossza 60 cm, a szélessége pedig 40 cm!

A) 5000 cm

B) 50 cm

C) 500 cm

D) 5 cm

11. A személyvonat mozdonyvezetője észrevette, hogy a szembe jövő tehervonat 15 mp alatt ment el mellette. A személyvonat sebessége 56 km/ó , a tehervonaté pedig 34 km/ó volt. Mekkora a tehervonat hossza?

A) 360 m

B) 400 m

C) 375 m

D) 425 m

12. Az iskolai étkeзде étlapján kétféle salátából, kétféle első és kétféle második fogásból választhatunk. Hányféleképpen állíthatja össze az ebédjét az iskolás, ha az salátából, első és második fogásból áll?

A) 8

B) 9

C) 12

D) 3

II. Fejezet

TÖRTSZÁMOK ÉS A VELÜK VALÓ MŰVELETEK

Ez a fejezet a törtszámoknak van szentelve. Ti már ismeritek, hogy mi az a közösleges tört, és az ilyen számokkal, mint az:

$\frac{1}{2}$, $\frac{1}{3}$, $\frac{2}{5}$ már az alsóbb osztályokban is megismerkedtetek.

Megtanulva ennek a fejezetnek az anyagát elmélyítitek a közösleges törtéről szóló ismereteiteket. Megismerkedtek a valódi törtekkel, és az áltörtekkel, a vegyes számokkal, hogyan kapcsolódik a természetes számok osztása a törttekkel. Megtanuljátok összehasonlítani, összeadni és kivonni az egyenlő nevezőjű törteteket.

Megismerkedtek még a törtszámok újabb fajtájával — a tizedes törttekkel, melyeket a leggyakrabban alkalmazunk a mindennapi életben, megtanultok számtani műveleteket elvégezni ezekkel. Megismerkedtek a százalék fogalmával. Ezenkívül ebben a fejezetben megtanultok számokat kerekíteni, a számok számtani és mennyiségek középátlóját (átlagát) meghatározni.

Folytatjátok az elsajátított új ismeretek gyakorlati alkalmazását.

4. §. KÖZÖNSÉGES TÖRTEK

25. A közösleges törttek értelmezése

Már tudjátok, hogy a természetes számokon és a nullán kívül másfajta számok is léteznek, ezek a **törtszámok**.

A törtszámokról akkor beszélünk, ha egy tárgyat (almát, dinnyét, tortát, kenyeret, papírlapot) vagy mértékegységet (métert, órát, kilogrammot, fokot) néhány egyenlő részre osztunk.

Ezekkel a szavakkal, mint a fél kenyér, fél liter, negyedóra, az út harmada, másfél méter naponta találkoztok.

A fél, a negyed, a harmad, egy század, másfél törtszámoknak tekinthetők.

Vizsgáljuk meg a következő példát.

A születésnapodra 10 barátod jött el. Az ünnepi tortát 10 egyenlő részre osztottad (195 ábra). Ekkor minden vendég a torta egy tizedét kapta.

Ezt így írjuk fel: $\frac{1}{10}$ (így olvassuk: „a torta egy tized része”).



195. ábra



196. ábra

Az ilyen kétszintes felírást más törtszámokra is alkalmazzák. Például: félkilogramm — $\frac{1}{2}$ kilogramm (így olvassuk: „egyketted kilogramm”); negyedóra — $\frac{1}{4}$ óra (így olvassuk: „egynegyed óra”); az út harmada — $\frac{1}{3}$ -a az útnak (így olvassuk: „az út egyharmada”).

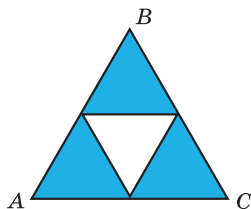
Ha a barátaid közül ketten nem szeretik az édességet, akkor az édessájú barátod a torta $\frac{3}{10}$ -ét kapja (így olvassuk: a torta három tizede; 196. ábra).

Az $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{4}$, $\frac{1}{3}$, $\frac{3}{10}$, $\frac{17}{24}$ alakú felírásokat közönséges törteknek vagy röviden **törteknek** nevezzük.

A közöséges törtet két természetes szám és törtvonal segítségével írjuk fel.

A törtvonal feletti számot a tört **számlálójának**, a törtvonal alatti pedig a tört **nevezőjének** nevezzük.

A tört nevezője azt mutatja, hogy hány egyenlő részre van felosztva az egész, a számláló pedig azt, hogy hányat vettünk ezekből.

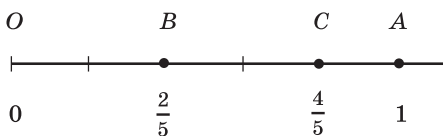


197. ábra

A 197. ábrán az ABC egyenlő oldalú háromszöget négy egyenlő részre — 4 egybevágó háromszögre — osztottuk fel, melyek közül hármat kiszíneztünk. Ebben az esetben úgy fogalmazunk, hogy az ABC háromszög területének $\frac{3}{4}$ része van kiszínezve. Vagy azt, hogy az ABC háromszögnek a $\frac{3}{4}$ trésze van kiszínezve.

A 198. ábrán az OA egységnyi szakaszt öt egyenlő részre osztottuk. Az OB szakasz $\frac{2}{5}$ -e az OA egységnyi szakasznak. A B pont a $\frac{2}{5}$. számot fogja ábrázolni.

A $\frac{2}{5}$ számot a B pont koordinátájának nevezzük és $B\left(\frac{2}{5}\right)$ -del jelöljük. Mivel az OC szakasz az OA egységnyi szakasznak a $\frac{4}{5}$ -e, ezért a C pont koordinátája $\frac{4}{5}$, lesz, vagyis $C\left(\frac{4}{5}\right)$.



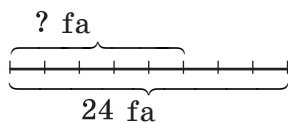
198. ábra

1.PÉLDA. Kertitörp gyümölcsösében 24 fa nő, melyek között 7 almafa van. A fák hányad része almafa?

Megoldás. Mivel a kertben 24 fa nő, ezért egy almafa a fák $\frac{1}{24}$ -ed része, 7 almafa pedig a fák — $\frac{7}{24}$ -ed része.

Felelet: $\frac{7}{24}$. ◀

2.PÉLDA. Kertitörp gyümölcsösében 24 fa nő, melyek $\frac{5}{8}$ -ad része meggyfa. Hány meggyfa nő a kertben?

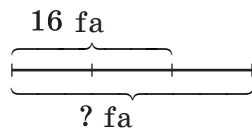


Megoldás. Az $\frac{5}{8}$ tört nevezője azt mutatja, hogy a kert összes fájának a számát 8 egyenlő részre kell osztani. Mivel a kertben 24 fa nő, ezért egy rész $24 : 8 = 3$ (fa) lesz.

Az $\frac{5}{8}$ tört számlálója azt mutatja, hogy 5 részt kell ezekből venni. Ezért a kert fáinak $\frac{5}{8}$ -ad része egyenlő $3 \cdot 5 = 15$ (fa).

Felelet: 15 meggyfa. ◀

3.PÉLDA. Kertitörp 16 fáról betakarította a termést, ami az összes kertben lévő fának a $\frac{2}{3}$ része.



Hány fa nő összesen a kertben?

Megoldás. A $\frac{2}{3}$ tört azt mutatja, hogy a kert összes fája 3 egyenlő részre volt osztva, és ezekből két részt veszünk.

Tehát a két rész az 16 fa. Egy rész, vagyis a fák $\frac{1}{3}$ része, az $16 : 2 = 8$ (fát) jelent. Mivel 3 ilyen rész van, ezért a kertben növe fák száma $8 \cdot 3 = 24$ (fa)

Felelet: 24 fa. ◀



1. Hogyan írjuk fel a közönséges törtet? 2. Hogy nevezzük a törtvonal feletti számot? A törtvonal alattit? 3. Mit mutat a tört nevezője? A tört számlálója?

Szóban oldd meg!

1. Hogy nevezzük: 1) a méter század részét; 2) a tonna ezred részét; 3) a nap huszonnegyed részét; 4) a perc hatvanad részét?

2. Hány gramm a kilogramm:

- 1) ötöd része;
- 2) tized részé?

3. Hány kilogramm:

- 1) a tonna negyed része;
- 2) a mázsa huszad része?

4. Hány másodperc lesz:

- 1) a perc harmad részében;
- 2) az óra kilenced részében?

5. A téglalap szélessége 8 cm, ami a hosszának a fele. Számítsd ki a téglalap területét!

6. A csillag helyére milyen műveleti jelet kell írunk, hogy igaz egyenlőséget kapjunk?

- | | |
|--------------------|--------------------|
| 1) $83 * 1 = 83$; | 3) $58 * 0 = 58$; |
| 2) $2 * 2 = 4$; | 4) $34 * 0 = 0$? |



Gyakorlatok

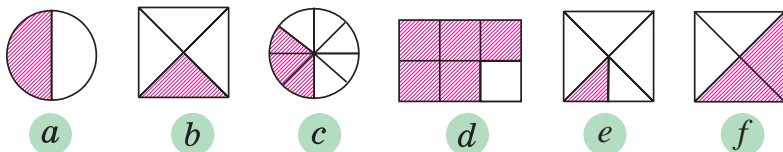
726.° Olvasd el a következő törteket: $\frac{1}{5}$, $\frac{7}{9}$, $\frac{8}{11}$, $\frac{5}{16}$,

$\frac{6}{13}$, $\frac{21}{29}$. Nevezd meg mindegyik tört számlálóját és

nevezőjét! Magyarázd meg mit jelentenek ezek a törtek!

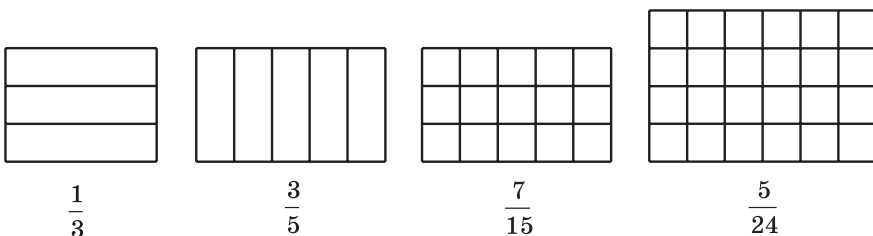
727.° Írd le tört alakban a következő számokat: 1) kétötöd; 2) héttizenharmad; 3) huszonkettőhatvanad; 4) harmincnégy negyvenharmad; 5) harminckilenc század; 6) 728. százhusz hétezred!

728.° A 187-ábrán lévő alakzatok hányad része van besatírozva!



199. ábra

729.° Redesenăți formule din figura 200 în caietul dumneavoastră și colorați părțile relevante ale formelor!



200. ábra

730.° Fejezd ki:

1) órákban: 1 perc; 7 perc; 19 perc; 39 perc; 1 mp;
4 mp; 58 mp;

2) méterekben: 1 cm; 24 cm; 1 dm; 7 dm; 1 mm; 4 mm; 39 mm!

731.° Fejezd ki tonnában: 1 kg; 327 kg; 58 kg; 1 q; 3 q!

732.° A medencét egy csövön keresztül 9 óra alatt töltik fel vízzel. A medencének hányad része lesz megtöltve: 1) 1 óra; 2) 2 óra; 3) 8 óra múlva, ha a kezdetben üres volt ez a medence?

733.° A gépkoci két város közötti távolságot 7 óra alatt teszi meg. Az út hányad részét fogja megtenni ez a gépkocsi 1 óra alatt? 3 óralatt? 6 óra alatt?

734.° A kertben 56 fa nő, ezek között 23 cseresznyefa van. A kert fáinak hányad részét alkotják a cseresznyefák?

735.° A virágágyásban 32 tulipán nő, ebből 7 tulipán sárga. Az összes tulipánhányad része lesz sárga színű?

736.° Az egyik könyvben két elbeszélés található. Az első 14 oldalas, a második pedig 19. A könyv hányad részét foglalja el az egyik, illetve a másik elbeszélés?

737.° Marika 24 diós és 28 mákos buktát süített. A bukták hányad része volt diós, illetve mákos?

738.° Határozd meg a 36-nak:

1) $\frac{1}{3}$ -át 2) $\frac{5}{6}$ -át 3) $\frac{5}{12}$ -ét 4) $\frac{11}{18}$ -át!

739.° Határozd meg a 28-nak:

1) $\frac{1}{2}$ -ét 2) $\frac{3}{7}$ -ét 3) $\frac{9}{14}$ -ét 4) $\frac{19}{28}$ -át!

740.° Anna elolvasta a 180 oldalas könyv $\frac{4}{9}$ -ét.

Hány oldalt olvasott el Anna?

741.^o Peti 72 darab húsos és burgonyás derelyét főzött, és az összes derelye $\frac{5}{8}$ -a húsos volt. Hány húsos derelyét főzött Peti?

742.^o Ukrajna egyik legszebb tavának, a Szinevéri-tónak (Kárpátalján) területe $\frac{1}{3000}$ -a, a Szászik-tó (Odesszai terület), területének, ami országunk legnagyobb tava. Hány négyzetméter a Szinevéri-tó területe, ha a Szászik-tó területe 210 km²?



Szinevéri-tó

743.^o Rajzolj egy számegegyenest, melynek az egységnyi szakasza 9 cm legyen. Jelöld rajta azokat a pontokat, melyek a következő törteknek felelnek meg: $\frac{1}{9}$, $\frac{2}{9}$, $\frac{4}{9}$, $\frac{5}{9}$, $\frac{8}{9}$.

744.^o Rajzolj egy számegegyenest, melynek az egységnyi szakasza 12 cm legyen. Jelöld rajta azokat a pontokat, melyek a következő törteknek felelnek meg: $\frac{1}{12}$, $\frac{2}{12}$, $\frac{5}{12}$, $\frac{6}{12}$, $\frac{8}{12}$, $\frac{11}{12}$!

745.^o Határozd meg azt a számot, melynek:

1) $\frac{1}{2}$ -e; 2) $\frac{3}{7}$ -e; 3) $\frac{7}{11}$ -e; 4) $\frac{21}{23}$ -a 42-vel lesz egyenlő!

746.° Határozd meg azt a számot, melynek: 1) $\frac{1}{9}$ -e; 2) $\frac{2}{9}$ -e

3) $\frac{3}{10}$ -e; 4) $\frac{5}{6}$ -a 90-nel lesz egyenlő!

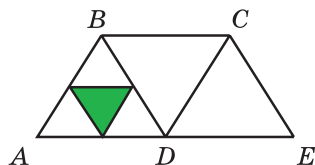
747.° A gyümölcsösben 24 meggyfa van, ami az összes fának a $\frac{2}{9}$ -e. Összesen hány fa van a gyümölcsösben?

748.° A matematika dolgozatra 12 tanuló kapott „9-es” osztályzatot, ami az osztály létszámának $\frac{4}{11}$ -e.

Hány tanuló jár ebben az osztályban?

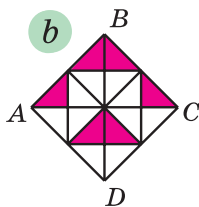
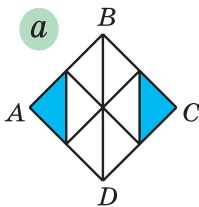
749.° A kiszínezett háromszög területe (201 ábra) hányad része:

- 1) az ABD háromszögnek;
- 2) az $ABCD$ négyszögnek;
- 3) az $ABCE$ négyszögnek?

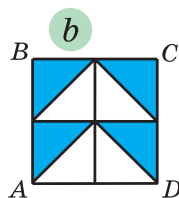
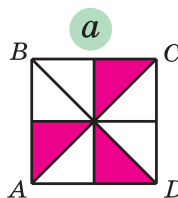


201. ábra

750.° Az $ABCD$ négyzet oldala 8 cm (202 ábra). Határozd meg a négyzet kiszínezett részének területét!



202. ábra



203. ábra

751.° Az $ABCD$ négyzet oldala 4 cm (203 ábra). Határozd meg a négyzet kiszínezett részének területét!

752.° Mennyi annak a szögnek a fokmértéke, amely:

- 1) a derékszög $\frac{2}{15}$ -e; 2) az egyenesszög $\frac{11}{20}$ -a?

753. Rajzolj szögmérő segítségével egy olyan szöveget, amely: 1) a derékszög $\frac{7}{18}$ -e; 2) az egyenesség $\frac{5}{12}$ -e?

754. Három halász 168 halat fogott. Csuka úr az összes hal $\frac{5}{14}$ -ét, Fogas úr az összes hal $\frac{8}{21}$ -ét, Ponty úr pedig a többi halat fogta ki. Hány halat fogott ponty úr?

755. Grant kapitány hajója négy nap alatt 624 km-t tett meg. Az első napon ennek a távolságnak a $\frac{2}{13}$ -át, a másodikon az $\frac{5}{26}$ -át, a harmadikon az $\frac{5}{12}$ -ét, a negyediken pedig a fenn maradt részt tette meg. Hány kilométert tett meg ez a hajó a negyedik napon?

756. Kacor Király Csizmás kandúrnak ajándékozott 9 kg 450 g tejfölt. Az első héten Csizmás kandúr a tejfel $\frac{8}{21}$ -ét ette meg, a második héten a maradék $\frac{9}{13}$ -át. Hány kilogramm tejfölt evett meg Csizmás kandúr a másodiík héten?

757. Sándor gazda a lovának télére 4 t 9q szénát készletezett. Decemberben a ló a széna $\frac{2}{7}$ -ét ette meg, januárban pedig a maradék $\frac{3}{5}$ -ét. Hány mázsa szénát evett meg a ló januárban?

758. János, Sándor és Tamás farmergazdák együtt 612 t árpát takarítottak be, és ezt egymás között elosztották. János kapta az összes árpa $\frac{5}{17}$ -ét, Sándor a maradék $\frac{9}{16}$ -át. Hány tonna árpát kapott Tamás?

759.: Csaba, Géza és Sanyi Herszonba utaztak dinnyét szedni. Együtt 1024 hrvnyát kerestek, amit az elvégzett munka arányában osztottak el egymás között. Csaba kapta az összeg $\frac{11}{32}$ -ét, Géza pedig a maradék —

$\frac{5}{8}$ -át. Ebben a társaságban ki kereste a legtöbbet?

760.: A gyermekszanatóriumba banánt, narancsot és mandarint szállítottak. A narancs tömege $\frac{12}{35}$ -e a banán tömegének, és a mandarin pedig a narancsénak a — $\frac{7}{12}$ -e. Összesen mennyi narancsot és mandarint szállítottak a szanatóriumba, ha banánból 245 kg-ot?

761.: Pinokkió hajókiránduláson vett részt a Dnyeperen. Első héten 72 km-t tett meg. A második héten az első héten megtett út — $\frac{7}{8}$ -át, a harmadikon pedig a második

héten megtettnek a — $\frac{8}{9}$ -ét. Hány kilométerrel tett meg kevesebbet a harmadik héten, mint a másodikon?

762.: Határozd meg azt a számot, melynek $\frac{2}{3}$ -da egyenlő $\frac{3}{7}$ -ével!

763.: Határozd meg a szám $\frac{5}{8}$ -át, melynek $\frac{5}{12}$ -e 160-nal egyenlő?

764.: Két összeadandó közül az egyik 324, ami az összeg $\frac{12}{25}$ -de. Határozd meg a másik összeadandót!

765.** Határozd meg két szám különbségét, ha a kivonandó 658 és ez a $\frac{7}{15}$ -e a kisebbítendőnek!

766.** A kád tömege vízzel együtt 60 kg. Amikor a kádból kiöntötték a víz negyedét, akkor a kád a maradék vízzel együtt 50 kg lett. Mennyi az üres kád tömege?



Ismétlő gyakorlatok

767. Oldd meg az alábbi egyenleteket:

1) $9x - 4x + 39 = 94$; 2) $7y + 2y - 34 = 83$.

768. Két almafáról Keljfeljancsi 65 kg almát szedett. Hány kilogramm almát szedett le a két almafáról külön-külön, ha az egyikről 17 kg-mal kevesebbet?

769. Két falu között a távolság 28 km. Ezekből a falvakból egyidejűleg, egy irányba indult el egy motorkerékpáros és egy autóbusz. Az autóbusz elől ment, és a sebessége 42 km/ó volt, a motorkerékpáros sebessége 56 km/ó. Az indulástól számítva, hány óra múlva éri utol a motorkerékpár az autóbust?



Bölcs Bagoly feladványa

770. Öt különböző lakathoz öt különböző kulcs tartozik, de nem tudjuk melyik kulcs melyik lakatot nyitja. Münchhausen báró azt állítja, hogy 10 próbálkozással ki tudja választani minden lakathoz a megfelelő kulcsot. Igazat mond-e Münchhausen báró?



Miután felkészültél az órára

„Kerüljetek a törtek közé”

Elképzelhető, hogy nem minden törtet tartalmazó feladatot sikerült könnyen megoldanotok. Ne szomorítson el benneteket, ha valamelyik feladaton sokat kellett gondolkoznotok. 250 évvel ezelőtt a számtankönyvekben a Törtek fejezet nem volt kötelező tananyag,

és csak a könyv végén volt található. Azt, aki a középkorban könnyen tudott a törtekkel számolni, a különleges matematikai képességgel megáldottak közé sorolták. Nem véletlenül a német nyelvben a mai napig használják a „Mit etw. in die Brüche kommen” szókapcsolatot, ami azt jelenti, hogy Kerüljétek a törtek közé. Ezt akkor használják, amikor azt akarják mondani, hogy az illető szorult helyzetbe került. Az ógörög tudósok úgy tekintették, hogy a matematikában csak az egész számokat kell vizsgálni. Platón, a híres filozófus a következőt írta: „Ha az egyet akarod osztani, akkor a matematikusok kikacagnak téged, és nem fogják ezt neked megengedni”.

Azonban az emberiség tapasztalatai azt mutatják, hogy a mesterséges akadályok, amelyek elválasztják a tudományt a valódi élettől, nagyon törekenyek. Mivel már maguk a görögök megállapították, hogy két húr akkor szól egyszerre a legdallamosabban, ha a hosszuk úgy aránylik egymáshoz, mint $\frac{1}{2}$, $\frac{2}{3}$ vagy $\frac{3}{4}$.

A törtek általában az ókorban keletkeztek, jóval az ókori görög civilizáció előtt.

A történelemből ismert első törtek, $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{3}$, $\frac{1}{4}$, ... alakúak. Például az egyiptomiak speciális jeleket találtak ki a törtek írására (204 ábra). Érdekes, hogy az egyiptomiak csak olyan törteket használtak, melyek számlálója egy, kivételt képeztek a $\frac{2}{3}$ -és $\frac{3}{4}$. törtek.

$$\frac{1}{3} = \begin{array}{c} \text{○} \\ \text{|||} \end{array} \quad \frac{1}{4} = \begin{array}{c} \text{○} \\ \text{||||} \end{array}$$

204. ábra

Babilonban hatvanas nevezőjű törteket alkalmaztak, vagyis olyanokat, melyeknek nevezője 60 , 60^2 , 60^3 és így tovább. Az ókori Rómában pedig a tizenkettedeket alkalmaz-

ták. Például a tömeg egyik mértékegysége a font, és $\frac{1}{12}$ font egy *uncia* lesz.

A tört szó a törni igéből származik, ami azt jelenti, hogy apróra darabolni, törni. A régi tankönyvekben törtszámoknak nevezik a törteket. Néhány gyakran használt törtszámnak különleges neve van: $\frac{1}{2}$ — fél, $\frac{1}{4}$ — negyed, $\frac{1}{8}$ — nyolcad, $\frac{1}{16}$ — tizenhatod, $\frac{1}{3}$ — harmad, $\frac{1}{6}$ — hatod, $\frac{1}{12}$ — tizenketted.

A maihoz hasonló írást Indiában használtak először, de a kétszintes írásban nem alkalmazták a törtvonalat. A törtvonal valamivel később az araboknál jelenik meg.

26. Valódi és áltörtek.

A törtek összehasonlítása

Lehet-e a tört számlálója és a nevezője egyenlő? Igen, lehet. A 205. ábrán lévő téglalap 7 részre van osztva, és mindegyik rész vonalkázott. Tehát a téglalap területének $\frac{7}{7}$ -e vonalkázott, vagyis az egész téglalap satírozva van. Ebből következik, hogy a téglalap $\frac{7}{7}$ -e egyenlő 1 téglalappal, tehát $\frac{7}{7} = 1$.



205. ábra

1. Hasonlóan gondolkodva kapjuk, hogy, $\frac{5}{5} = \frac{17}{17} = 1$.

Ha a számláló egyenlő a nevezővel, akkor a tört értéke egyenlő eggyel.

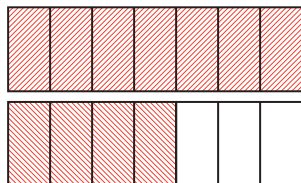
Betűkifejezéssel ezt így írhatjuk fel:

$$\frac{m}{m} = 1,$$

ahol m — természetes szám.

Előfordulhat-e olyan eset, amikor a számláló nagyobb a nevezőnél?

A 206. ábrán két egyforma téglalap látható, melyek 7 egyenlő részre vannak felosztva. Bevonalkáztuk az első téglalapot teljesen és 4 részt a 7 részre osztott másik

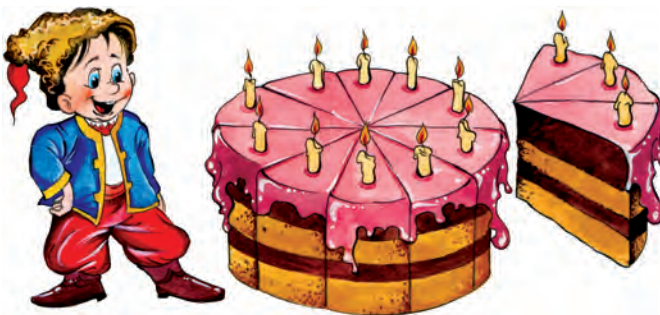


téglalapról. Ebben az esetben azt mondjuk, hogy $\frac{11}{7}$ téglalap van besatírozva.

A 207. ábra alapján azt is mondhatjuk, hogy a születés-

206. ábra

napra érkező vendégek $\frac{13}{10}$ tortát fogyaszthatnak el.



207. ábra

Azt a törtet, melynek számlálója kisebb a nevezőjénél, valódi törtnek nevezzük.

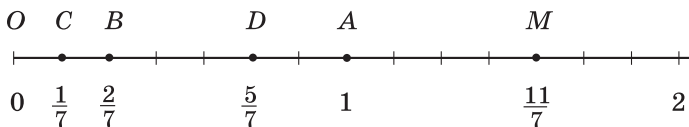
Azt a törtet, melynek számlálója nagyobb a nevezőjénél vagy egyenlő vele, áltörtnek nevezzük.

Például:

az $\frac{1}{2}$, $\frac{7}{12}$, $\frac{17}{584}$ — törtek valódiak;

a $\frac{7}{5}$, $\frac{3}{3}$, $\frac{31}{15}$ — pedig áltörtek.

Figyeljük meg 208. ábrán a $C\left(\frac{1}{7}\right)$ pontot. Ha az O ponttól az OC szakaszt 11-szer felmérjük, akkor megkapjuk az M pontot, melynek koordinátája $\frac{11}{7}$.



208. ábra

A 197. ábrán a téglalap $\frac{2}{7}$ -ed része vonalkázott.



209. ábra

A nagyobbik része a téglalap $\left(\frac{5}{7}$ -ed része) nincs satírozva.

Ebből azt a következtetést vonhatjuk le, hogy $\frac{5}{7} > \frac{2}{7}$.

Ez a példa szemlélteti a tört következő tulajdonságát.

Két egyenlő nevezőjű tört közül az a nagyobb, melynek számlálója nagyobb, és az a kisebb, melynek számlálója kisebb.

Például: $\frac{5}{9} > \frac{1}{9}$, $\frac{2}{17} < \frac{5}{17}$, $\frac{11}{7} > \frac{5}{7}$.

Vizsgáljuk meg a $\frac{2}{7}$ valódi törtet és a $\frac{11}{9}$ áltörtet.

Összehasonlítjuk ezeket az egyes számmal. A következőt kapjuk: $\frac{2}{7} < \frac{7}{7}$, vagyis $\frac{2}{7} < 1$, és $\frac{11}{9} > \frac{9}{9}$, vagyis $\frac{11}{9} > 1$.

Ezek a példák a következő tulajdonságot szemléltetik:

Minden valódi tört kisebb egynél, az áltört pedig vagy nagyobb egynél vagy egyenlő eggyel.

Ebből a tulajdonságból az alábbi következtetést vonhatjuk le:

Minden áltört nagyobb bármely valódi törtnél, és minden valódi tört kisebb bármely áltörtnél

Például, $\frac{15}{8} > \frac{3}{5}$, $\frac{4}{11} < \frac{7}{4}$.

Megjegyezzük, hogy ***a számegyenesen két tört közül az a nagyobb, amely jobbra van.***

Például a $D\left(\frac{5}{7}\right)$ jobbra van a $B\left(\frac{2}{7}\right)$, ponttól, mivel

$\frac{5}{7} > \frac{2}{7}$ (208 ábra).

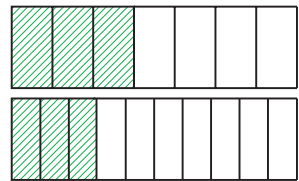
Vizsgáljunk meg két egyenlő téglalapot (210. ábra).

Satírozzuk be az egyiknek a $\frac{3}{7}$ -ét, a másiknak pedig

a $\frac{3}{10}$ -ét. Látható, hogy az első téglalap satírozott része nagyobb

a második téglalap satírozott részénél. Ekkor a következőt kapjuk:

$\frac{3}{7} > \frac{3}{10}$.



210. ábra

Ez a példa a törtek következő tulajdonságát szemlélteti:

Két egyenlő számlálójú tört közül az a nagyobb, melynek a nevezője kisebb, és az a kisebb, melynek a nevezője nagyobb.

A 6. osztályban megtanultok majd bármilyen két közösleges törtet összehasonlítani.

PÉLDA. Határozd meg az összes olyan természetes a számot, melynél az $\frac{5}{a}$ valódi tört lesz, a $\frac{9}{a}$ — pedig áltört lesz!

Megoldás. Ahhoz, hogy az $\frac{5}{a}$ valódi tört legye, az a értékének nagyobbnak kell lennie, mint 5, ugyanakkor a $\frac{9}{a}$ akkor lesz áltört, ha az a értéke kisebb vagy egyenlő 9-cel. Ezért a a következő négy érték egyikét veheti fel: 6; 7; 8; 9. ◀



1. Milyen számmal lesz egyenlő az a tört, melynek számlálója egyenlő a nevezőjével?
2. Mit nevezünk valódi törtnek?
3. Mit nevezünk áltörtnek?
4. Két egyenlő nevezőjű tört közül melyik a nagyobb? Melyik a kisebb?
5. Hasonlítsátok össze az egyet bármilyen valódi törttel; bármilyen áltörttel!
6. Hasonlítsátok össze bármilyen áltörtet, bármilyen valódi törttel!
7. Két egyenlő számlálójú tört közül melyik a nagyobb?

Szóban oldd meg!

1. Katinka 8 óra 30 perctől 14 óra 30 percig tartózkodik az iskolában. A nap hányad részét tölti Dani az iskolában?
2. Jancsi 35 gombát gyűjtött, melynek $\frac{4}{7}$ -e tinóru volt. Hány tinórugombát szedett Jancsi?
3. A gyümölcsösben 36 meggyfa nő, ami az összes fának a $\frac{4}{9}$ -e. Hány fa van ebben a gyümölcsösben?
4. A kerékpáros és a gyalogos két faluból elindultak egymás felé. A találkozásig a gyalogos az út $\frac{2}{7}$ -ét tette meg. Hány kilométert tett meg a találkozásig a kerékpáros, ha a falvak közötti távolság 28 km?



Gyakorlat

- 771.**° A következő törtek közül melyek lesznek valódi, és melyek áltörtek: $\frac{1}{7}, \frac{4}{9}, \frac{5}{3}, \frac{17}{19}, \frac{11}{11}, \frac{18}{17}, \frac{2}{13}, \frac{6}{6}$!
- 772.**° Írd fel az összes valódi törtet, melynek a nevezője 8!
- 773.**° Írd fel az összes valódi törtet, melynek a nevezője 11!
- 774.**° Írd fel az összes áltörtet, melynek a számlálója 8!
- 775.**° Írd fel az összes áltörtet, melynek a számlálója 11!
- 776.**° Nevezd meg, az alábbi törtek közül az egytől kisebbeket, 2) az 1-gyel egyenlőket; 3) az egytől nagyobbakat: $\frac{5}{6}, \frac{4}{3}, \frac{3}{4}, \frac{4}{4}, \frac{10}{7}, \frac{6}{16}, \frac{37}{36}, \frac{25}{24}$!

777.° Hasonlítsd össze a számokat:

- 1) $\frac{5}{13}$ és $\frac{7}{13}$; 3) $\frac{11}{15}$ és $\frac{11}{13}$; 5) $\frac{7}{12}$ és 1; 7) $\frac{3}{3}$ és $\frac{19}{19}$;
2) $\frac{37}{41}$ és $\frac{34}{41}$; 4) $\frac{29}{5}$ és $\frac{29}{6}$; 6) $\frac{16}{15}$ és 1; 8) $\frac{32}{37}$ és $\frac{5}{4}$!

778.° Hasonlítsd össze a számokat:

- 1) $\frac{29}{58}$ és $\frac{31}{58}$; 3) $\frac{9}{4}$ és $\frac{9}{2}$; 5) 1 és $\frac{28}{25}$; 7) $\frac{27}{28}$ és $\frac{28}{27}$;
2) $\frac{17}{40}$ és $\frac{17}{45}$; 4) 1 és $\frac{11}{14}$; 6) 1 és $\frac{68}{68}$; 8) $\frac{7}{6}$ és $\frac{57}{59}$!

779.° Rendezd csökkenő sorrendbe a törteteket:

$$\frac{4}{27}, \frac{9}{27}, \frac{8}{27}, \frac{24}{27}, \frac{20}{27}!$$

780.° (*Gyakorlati házi feladat*) Rendezd csökkenő sorrendbe a törteteket:

$$\frac{3}{20} \text{ H, } \frac{1}{20} \text{ D, } \frac{15}{20} \text{ Ю, } \frac{7}{20} \text{ A, } \frac{9}{20} \text{ T, } \frac{17}{20} \text{ K.}$$

A törteteknek megfelelő betűk, egy híres énekes vezetéknevét alkotják, aki több éven át Ukrajna Nemzeti Operaházának volt a főrendezője, akit Ukrajna Hőse címmel tüntették ki. Az interneten keress információkat az életéről és a munkásságáról, hallgasd meg az általa előadott énekművek felvételeit, különösen az ukrán népdalokat!



781.° Rajzolj egy számegeyenest, melyen egy-

ség 3 cm. Jelöld rajta a következő törteteket: $\frac{1}{6}$, $\frac{3}{6}$, $\frac{6}{6}$,

$$\frac{7}{6}, \frac{11}{6}, \frac{13}{6}!$$

782.° Rajzolj egy számegeyenest, melyen egység 4 cm.

Jelöld rajta a következő törteteket: $\frac{1}{8}$, $\frac{3}{8}$, $\frac{8}{8}$, $\frac{9}{8}$, $\frac{12}{8}$, $\frac{14}{8}$!

783. Az x mely természetes értékeire lesz az $\frac{x}{9}$ tört valódi?

784. Az x mely természetes értékeire lesz az $\frac{x}{15}$ tört valódi?

785. Az x mely természetes értékeire lesz a $\frac{6}{x}$ tört áltört?

786. Az x mely természetes értékeire lesz a $\frac{13}{x}$ tört áltört?

787. Egy munkanap alatt a munkásnak 63 alkatrészt kell elkészítenie. János az előírt mennyiség $\frac{9}{7}$ -ét készítette el. Hány alkatrészt gyártott le János egy műszak alatt? Mennyivel készített többet az előírtnál?

788. Az egyik gyorsétteremben egy adag gombóc 18 darabból áll. Peti ebédre az adagnak a $\frac{20}{9}$ -ét ette meg. Hány gombócot fogyasztott Peti? Mennyivel többet, mint egy normál adag?

789. Határozd meg az összes természetes x számot, melynél teljesül a következő egyenlőtlenség:

1) $\frac{x}{14} < \frac{9}{14};$

3) $\frac{5}{x} > 1;$

2) $\frac{4}{7} < \frac{x}{7} < \frac{10}{7};$

4) $\frac{9}{16} < \frac{9}{x}!$

790.* Határozd meg az összes természetes x számot, melyre teljesül a következő egyenlőtlenség:

$$\begin{array}{ll} 1) \frac{7}{17} > \frac{x}{17}; & 3) \frac{x}{6} < 1; \\ 2) \frac{11}{16} < \frac{x}{16} < \frac{21}{16}; & 4) \frac{12}{x} > \frac{12}{11}! \end{array}$$

791.* Milyen számjeggyel kell pótolni a csillagot, hogy:

$$\begin{array}{l} 1) \text{ a } \frac{4 * 6}{476} \text{ áltört legyen;} \\ 2) \text{ az } \frac{584}{5 * 6} \text{ valódi tört legyen?} \end{array}$$

792.** Határozd meg a b összes értékét, melyre a $\frac{3b+2}{16}$ tört valódi tört lesz!

793.** Határozd meg a b összes értékét, melyre a $\frac{42}{10+4b}$ tört áltört lesz!

794.** Határozd meg az a összes olyan természetes értékét, melyeknél egyidejűleg:

$$\begin{array}{l} 1) \text{ az } \frac{a}{12} \text{ és a } \frac{7}{a} \text{ törtek valódiak;} \\ 2) \text{ a } \frac{3}{a} \text{ valódi tört, a } \frac{6}{a} \text{ — pedig áltört lesz!} \end{array}$$

795.** Határozd meg az a összes olyan természetes értékét, melyeknél egyidejűleg:

$$\begin{array}{l} 1) \text{ az } \frac{a}{8} \text{ és a } \frac{9}{a} \text{ áltörtek legyenek;} \\ 2) \text{ mindkét } \frac{a}{10} \text{ és } \frac{15}{a} \text{ áltört legyenek, az } \frac{a}{13} \text{ — pedig} \\ \text{valóditört lesz!} \end{array}$$



Ismétlő gyakorlatok

796. Egy téglatest térfogata 180 dm^3 , két mérete pedig 6 dm és 15 dm . Határozd meg a téglatest éleinek összegét!

797. Két városból, melyek között a távolság 392 km , egyidejűleg egymással szembe indult el két gépkocsi. Az egyik gépkocsi sebessége 48 km/ó , ami a másik gépkocsi sebességének a $\frac{6}{7}$ része. Mekkora lesz a gépkocsik közötti távolság

az elindulásuk után 5 óra múlva?

798. *(Találd meg a hibát!)* Lusta Laci ahelyett, hogy megoldotta volna önállóan a 793. feladatot, használta a $\Gamma\Delta\Xi$ könyvet és kimásolta a következő feleletet: $1, 2, 3, 4, 5, 6, 7$. Keresd meg a hibát!



Bölcs Bagoly feladványa

799. Micimackó, Malacka, Já és Nyuszi együtt 70 banánt ettek meg, mégpedig mindegyikük legalább egyet. Micimackó ette meg a legtöbbet közülük, Nyuszi és Já együtt 45 banánt evett meg. Hány banánt evett meg Malacka?

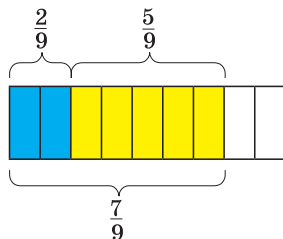
27. Az egyenlő nevezőjű törtek összeadása és kivonása

A természetes számokhoz hasonlóan a törtszámok is összeadhatók és kivonhatók.

A 211. ábrán lévő téglalap 9 egyenlő részre van osztva.

Először kiszínezték két részét, aztán még 5 részt. Ily módon a téglalap $\frac{7}{9}$ része lett színes.

Levonhatjuk a következőt, hogy $\frac{2}{9} + \frac{5}{9} = \frac{2+5}{9} = \frac{7}{9}$.



211. ábra

Ez a példa a következő szabályt támasztja alá:

Ahhoz, hogy meghatározzuk két egyenlő nevezőjű tört összegét, a számlálókat össze kell adni, a nevezőt pedig változatlanul kell hagyni.

Képlettel ezt így írjuk fel:

$$\frac{a}{c} + \frac{b}{c} = \frac{a+b}{c}$$

Vizsgáljuk meg a $\frac{7}{9} - \frac{2}{9}$ különbséget. A $\frac{7}{9}$ törtből kivonni a $\frac{2}{9}$ törtet annyit jelent, mint meghatározni azt a számot, amelyet a $\frac{2}{9}$ hez hozzáadva megkapjuk a $\frac{7}{9}$ -et

Mivel $\frac{2}{9} + \frac{5}{9} = \frac{7}{9}$, ezért $\frac{7}{9} - \frac{2}{9} = \frac{5}{9}$.

Ahhoz, hogy meghatározzuk két egyenlő nevezőjű tört különbségét, a kisebbítendő számlálójából ki kell vonni a kivonandó számlálóját, a nevezőt pedig változatlanul kell hagyni.

Képlettel ezt így írjuk fel:

$$\frac{a}{c} - \frac{b}{c} = \frac{a-b}{c}$$

A 6. osztályban megismerkedtek majd a tetszőleges közösleges törtek összeadásával és kivonásával.

Példa. Marika 32 perc alatt készítette el a házi feladatát matematikából. A felhasznált idő $\frac{3}{8}$ -át a fel-

adat — $\frac{2}{8}$ -át pedig az egyenletek megoldására fordította.

Mennyi időre volt szüksége Marikának, hogy megoldja a feladatot és az egyenleteket is?

Megoldás. 1) $\frac{3}{8} + \frac{2}{8} = \frac{5}{8}$ (az időnek)— ennyi részét

fordította Marika a feladatra és az egyenletekre.

2) $32 : 8 = 4 \frac{1}{8}$ (perc) — a házi feladat megoldására fordított idő $1/8$ -része.

3) $4 \cdot 5 = 20$ (perc) — ennyi időt töltött Marika a feladat és az egyenletek megoldásával.

Felelet: 20 perc. ◀



1. Fogalmazd meg két egyenlő nevezőjű tört összeadásának szabályát! 2. Fogalmazd meg két egyenlő nevezőjű tört kivonásának szabályát!



Szóban oldd meg!

1. Milyen számjegyet kell a csillag helyére tenni, hogy a $\frac{372}{3 * 5}$

tört valódi tört legyen?

2. A sakk táblán lévő 14 bábú közül 5 fekete színű. Az összes bábuk hányad része lesz fehér színű? A fekete bábuk száma hányad lesz a fehér sakkfigurák számának? A fehér bábuk számának hányad része lesz a fekete bábuk száma?

3. A 19 és a 23 összegéből vond ki a 34-et!

4. A 18 és a 16 összegéhez add hozzá a különbségüket!

5. Duplázd meg a $37 + 100 + 63$ összeget!

6. Rendezd csökkenő sorrendben a számokat: $\frac{9}{49}$, $\frac{8}{49}$, 1, $\frac{24}{49}$,

$\frac{50}{49}$, $\frac{100}{49}$!



Gyakorlatok

800.° Végezd el az alábbi műveleteket:

$$\begin{array}{lll} 1) \frac{7}{18} + \frac{5}{18}; & 3) \frac{23}{47} - \frac{14}{47}; & 5) \frac{3}{29} + \frac{6}{29} - \frac{8}{29}; \\ 2) \frac{11}{24} + \frac{8}{24}; & 4) \frac{31}{58} - \frac{16}{58}; & 6) \frac{29}{64} - \frac{14}{64} - \frac{9}{64}! \end{array}$$

801.° Végezd el az alábbi műveleteket:

$$\begin{array}{ll} 1) \frac{5}{19} + \frac{6}{19}; & 3) \frac{19}{25} + \frac{4}{25} - \frac{22}{25}; \\ 2) \frac{7}{13} - \frac{4}{13}; & 4) \frac{34}{39} - \frac{15}{39} - \frac{8}{39}! \end{array}$$

802.° Oldd meg az egyenleteket:

$$1) \frac{4}{15} + x = \frac{11}{15}; \quad 2) \frac{16}{21} - x = \frac{9}{21}; \quad 3) x - \frac{4}{35} = \frac{12}{35}!$$

803.° Oldd meg az egyenleteket:

$$1) \frac{7}{10} + x = \frac{9}{10}; \quad 2) \frac{29}{32} - x = \frac{15}{32}!$$

804.° Az első nap Misi elolvasta a könyv $\frac{5}{16}$ -át, a másodikon pedig a $\frac{7}{16}$ -át. A könyv hányad részét olvasta el Misi a két nap alatt?

805.° Az áru elszállítására több teherautóra volt szükség. Az első gépkocsi elvitte az áru $\frac{6}{19}$ -ét, a második pedig a $\frac{8}{19}$ -ét. Az áru hányad részét szállította el a két gépkocsi?

806.° Kacor király ebédre elfogyasztott $\frac{9}{20}$ kg virslit, Vuk pedig $\frac{3}{20}$ kg-mal többet. Hány kilogramm virslit ettek meg együtt?

807.° Tortilla teknőc az első óra alatt $\frac{23}{50}$ km-t tett meg,

ami $\frac{5}{50}$ km-rel több, mint a második órában. Hány kilométert tett meg Tortilla két óra alatt?

808.° Oldd meg az egyenleteket:

$$1) \frac{52}{63} - \frac{x}{63} = \frac{25}{63}; \quad 3) \left(\frac{12}{13} + x \right) - \frac{5}{13} = \frac{9}{13};$$

$$2) \frac{x}{38} + \frac{14}{38} = \frac{23}{38}; \quad 4) \left(x - \frac{21}{31} \right) + \frac{14}{31} = \frac{25}{31}!$$

809.° Oldd meg az egyenleteket:

$$1) \frac{x}{72} - \frac{13}{72} = \frac{29}{72}; \quad 3) \frac{15}{17} - \left(b - \frac{3}{17} \right) = \frac{6}{17};$$

$$2) \left(\frac{29}{42} - a \right) - \frac{13}{42} = \frac{11}{42}; \quad 4) \frac{29}{43} - \left(m + \frac{13}{43} \right) = \frac{5}{43}!$$

810.° A zöldséges üzletben 240 kg burgonyát adtak el. Az első nap értékesítették a burgonya $\frac{3}{16}$ -át, a második

napon pedig a $\frac{7}{16}$ -át. Hány kilogramm burgonyát adtak el a két nap alatt?

811.° Az elkészült út hossza 92 km. Az első hónapban megépítették az út $\frac{6}{23}$ -át, a második hónapban pedig a

$\frac{9}{23}$ -át. Hány kilométer út készült el a két hónap alatt?

812.° . Három traktorista együtt szántotta fel a mezőt. A csoportvezető feljegyezte, hogy az egyik a mező

$\frac{5}{13}$ -át szántotta fel, a második a $\frac{4}{13}$, -át, a harmadik pedig a mező $\frac{6}{13}$. -át. Hibázott-e a csoportvezető?

813. A gazdasszony elhatározta, hogy felosztja a kertjét a következőképpen: sárgarépát a kert $\frac{3}{20}$ -ba fog vetni, hagymát a $\frac{4}{20}$, -ba, céklát a $\frac{6}{20}$, -ba, borsót a $\frac{2}{20}$, -ba, burgonyát pedig a kert a $\frac{7}{20}$. -ba. Végre tudja-e hajtani a tervét?



Ismétlő gyakorlatok

814. 200 g ostyáért 39 hr-át fizettek, és 300 g kekszért pedig 63 hr-át. Mi a drágább 1 kg ostya vagy 1 kg keksz, és mennyivel?

815. Határozd meg az összes olyan természetes számot, melyet ha 7-tel osztunk, a nem teljes hányados egyenlő a maradékkal!



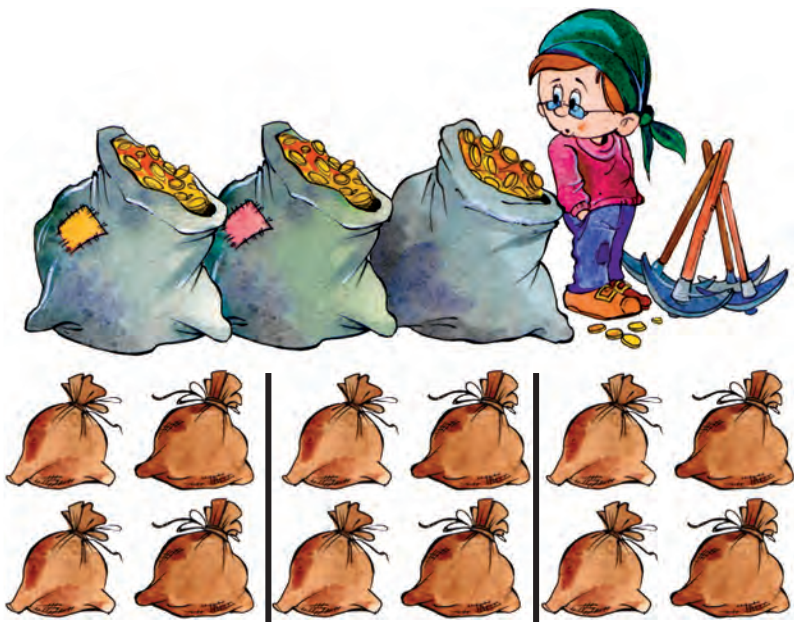
Bölcs Bagoly feladványa

816. Egy dobozban 4 fehér, 5 fekete és 6 piros golyó van. Legalább hány golyót kell kivenni ahhoz, hogy a kivett golyók között: 1) biztosan legyen 3 egyforma színű; 2) három különböző színű legyen?

28. Törtek és a természetes számok osztása

El lehet-e osztani a 3-at a 4-gyel? Elsőre úgy tűnhet, hogy ez lehetetlen. Ez azt jelentené, hogyha négy kincsvadász talál 3 zsák aranyat, akkor nem tudják egymás között elosztani a zsákmányt? Természetesen, el tudják. Eljárhatnak például így is: minden aranyat tartalmazó zsák tartalmát egyenlően elosztják négy kis

zsákba, majd minden kincsvadász 3 kis zsákot kap belőle (212 ábra). Tehát mindegyikük megkapja a nagy zsákok tartalmának a $\frac{3}{4}$ ét.



212. ábra

Tehát, ha 3-at osztunk 4-gyel, az eredmény egy törtszám, $\frac{3}{4}$, lesz. Vagyis $3 : 4 = \frac{3}{4}$. Ez a példa szemlélteti a természetes számok osztása és a közösleges törtek közötti kapcsolatot. *Tehát a törtvonalat tekinthetjük az osztás jelének is, és az $\frac{a}{b}$ alakot olvashatjuk így is: „a” osztva „b-vel”.*

Például, $\frac{3}{7} = 3 : 7$, $\frac{7}{4} = 7 : 4$.

Megjegyezzük, hogy két természetes hányadosa lehet természetes szám vagy törtszám.

Például:

$$35 : 7 = \frac{35}{7} = 5; \quad 17 : 8 = \frac{17}{8};$$

$$9 : 16 = \frac{9}{16}; \quad 12 : 1 = \frac{12}{1} = 12.$$

Bármilyen természetes szám felírható bármilyen nevezőjű törtként is. Például:

$$7 = \frac{7}{1} = \frac{14}{2} = \frac{42}{6}; \quad 1 = \frac{3}{3} = \frac{7}{7} = \frac{1000}{1000}.$$

Példa. Oldd meg az egyenletet: $\frac{81}{y-4} = 27$.

Megoldás. Mivel a nevezőt tekinthetjük ismeretlen osztónak, ezért alkalmazva az ismeretlen oszt meghatározásának szabályát, a következőt kapjuk: $y - 4 = 81 : 27$; $y - 4 = 3$; $y = 7$.

Felelet: 7. ◀



1. Milyen számtani műveletet jelöl a törtvonal? 2. Milyen szám lehet két természetes szám hányadosa?



Szóban oldd meg

1. Az unoka életkora a nagypapa életkorának a $\frac{2}{7}$ e. Hány éves az unoka, ha a nagypapa 63 éves?

2. Az unoka életkora a nagymama életkorának a $\frac{3}{8}$ a. Hány éves az nagymama, akinek az unokája 27 éves?

3. A következő törtek közül egyet kivéve, mindegyik közös tulajdonsággal rendelkezik: $\frac{3}{7}$, $\frac{6}{4}$, $\frac{4}{5}$, $\frac{3}{8}$, $\frac{9}{11}$, $\frac{2}{8}$, $\frac{4}{6}$, Melyik ez a tulajdonság? Mely tört nem rendelkezik ezzel a tulajdonsággal?



Gyakorlatok

817.° Írd fel a hányadost tört alakban:

- 1) $4 : 12$; 2) $6 : 25$; 3) $16 : 8$; 4) $14 : 23$; 5) $17 : 11!$

818.° Írd fel a hányadost tört alakban:

- 1) $5 : 7$; 2) $19 : 4$; 3) $1 : 6$; 4) $30 : 4$; 5) $6 : 1!$

819.° Írd fel hányadosként a törteket:

- 1) $\frac{5}{1}$; 2) $\frac{16}{4}$; 3) $\frac{28}{7}$; 4) $\frac{99}{11}$?

820.° Írd fel hányadosként a törteket:

- 1) $\frac{7}{12}$; 2) $\frac{17}{584}$; 3) $\frac{11}{7}!$

821.° Írd fel hányadosként a törteket:

- 1) $\frac{5}{7}$; 2) $\frac{3}{10}$; 3) $\frac{29}{5}!$

822.° A 3D nyomtató 23 egyforma alkatrészt 4 óra alatt készít el. Hány óra szüksége egy ilyen alkatrész kinyomtatásához?

823.° A 12 m hosszú vezetéket 19 egyenlő részre vágják szét. Milyen hosszú egy ilyen darab?

824.* Írd fel a 6-ot olyan tört alakban, melynek nevezője: 1) 1; 2) 4; 3) 19!

825.* Írd fel a 12-t olyan tört alakban melynek nevezője: 1) 1; 2) 5; 3) 23!

826.* Írd fel az 5-t olyan tört alakban melynek nevezője: 1) 10; 2) 45; 3) 120!

827.* Írd fel az 7-t olyan tört alakban melynek nevezője: 1) 21; 2) 56; 3) 749!

828.** Oldd meg a következő egyenleteket:

1) $\frac{b}{7} = 12$;

3) $\frac{126}{8-y} = 21$;

2) $\frac{169}{m} = 13$;

4) $\frac{x+6}{6} = 6!$

829. Oldd meg az egyenleteket:

$$1) \frac{x}{4} = 5;$$

$$3) \frac{x+12}{6} = 14;$$

$$2) \frac{105}{y} = 7;$$

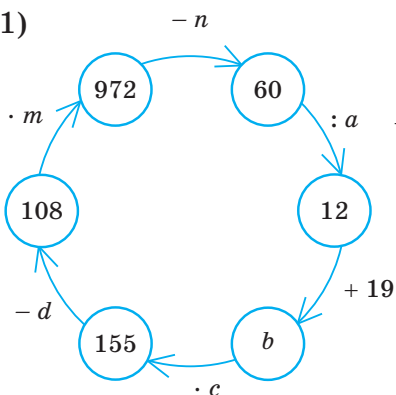
$$4) \frac{9}{y-4} = 3!$$



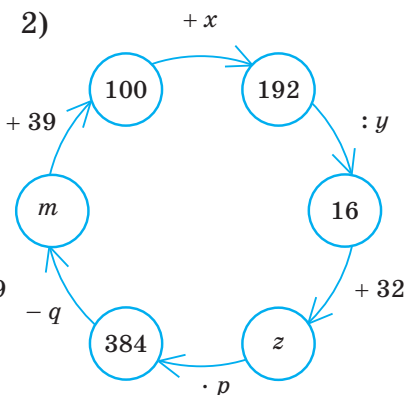
Ismétlő gyakorlatok

830. Határozd meg a műveletláncból hiányzó számokat:

1)



2)



831. A farmernek téglalap alakú földterülete van. A földterület hossza 28 m, amely a szélességének a $\frac{7}{4}$ -e. Ennek a területnek a $\frac{30}{56}$ -át almafákkal ültette be. Határozd meg a gyümölcsös területét!

832. Csökkenő sorrendbe írd fel az összes olyan háromjegyű számot, melyek a 2, 4 és 5 számjegyekkel felírhatók (a számjegyek nem ismétlődhetnek)!



Megtanuljuk alkalmazni a matematikát

833. A születésnapos osztálybuli megtartására szülők cukorkát, süteményt és nápolyit vásároltak. A számlát véletlenül üdítővel leöntötték. Segíts a szülőknek a számla visszaállításában!

Az árú neve	Csomagok száma	A csomag ára, hr	Összeg, hr
Nápolyi		21	252
Cukorka	5		
Sütemény	9	42	
Összesen			915

834. 350 tekercs linóleumot kell elszállítani. Minden tekercsben a linóleum hossza 150 dm, szélessége 12 dm. Legkevesebb hány 5 tonnás teherbírású gépkocsira van ehhez szükség, ha 1 dm^2 linóleum tömege 30 g, és minden gépkocsi csak egy utat tesz meg?



Bölcs Bagoly feladványa

835. A 5. osztályba 35 tanuló jár. Tud-e mindenki tanulója az osztályból az osztály 5 tanulóival levelet váltani?

29. Vegyes törtek

A $\frac{19}{7}$ számot két tört összegeként is fel lehet írni, például így: $\frac{19}{7} = \frac{14+5}{7} = \frac{14}{7} + \frac{5}{7}$. Mivel $\frac{14}{7} = 2$, ezért $\frac{19}{7} = 2 + \frac{5}{7}$.

Hasonlóan fel lehet írni:

$$\frac{21}{5} = \frac{20+1}{5} = \frac{20}{5} + \frac{1}{5} = 4 + \frac{1}{5}.$$

A $\frac{19}{7}$ és $\frac{21}{5}$ áltörtet felírtuk, mint egy természetes szám és egy valóditört összegeként.

Így bármelyik áltörttel, melynek számlálója nem osztódik a nevezővel, hasonlóan járhatunk el.

A $2 + \frac{5}{7}$, $4 + \frac{1}{5}$, összegeket rövidebben is felírhat-

juk: $2 + \frac{5}{7} = 2\frac{5}{7}$, $4 + \frac{1}{5} = 4\frac{1}{5}$. A $2\frac{5}{7}$ számot így olvassuk el: „két egész öt heted”, a $4\frac{1}{5}$ számot így olvassuk el: „négy egész egy ötöd”.

A $2\frac{5}{7}$ számot **vegyesszámnak** nevezzük. A $2\frac{5}{7}$ vegyesszámban a 2-t a vegyesszám **egész részének**, az $\frac{5}{7}$ — törtet a **törtrészének** nevezzük.

A vegyes szám törtrésze valódi tört.

Megjegyezzük, hogy például a $5\frac{7}{3}$, $1\frac{11}{10}$, $3\frac{7}{7}$ számok nem tekinthetők vegyes számoknak, mivel a $\frac{7}{3}$, $\frac{11}{10}$, $\frac{7}{7}$ törtek áltörtek.

Megtanuljuk az áltörtet átalakítani vegyes számmá, vagyis **kiemelni** (meghatározni) az egészrészét és a törtrészét.

Nézzük például a $\frac{22}{5}$ számot. Ebből kapjuk:

$$\frac{22}{5} = \frac{20+2}{5} = \frac{20}{5} + \frac{2}{5} = 4 + \frac{2}{5} = 4\frac{2}{5}.$$

De hogyan lehet rájönni arra, hogy a 22-t éppen 20 és 2 összegeként kell felírni: $22 = 20 + 2$?

Ha a 22-t 5-tel maradékosan osztjuk, akkor azt kapjuk, hogy: $22 = 4 \cdot 5 + 2$, ahol a 4 a nem teljes hányados, a 2 pedig a maradék lesz, vagyis $22 = 20 + 2$. Megjegyezzük, hogy a 4 a vegyes szám egész része lesz, és a 2 pedig a törtrészének számlálója.

Ahhoz, hogy egy áltörtet, melynek számlálója nem osztható maradék nélkül a nevezőjével, vegyes számmá alakítsunk, a számlálóját el kell osztani a nevezőjével, a kapott nem teljes hányados lesz a vegyes szám egész része, a maradék pedig a törtrészének számlálója.

Bármilyen áltört, melynek számlálója nem osztható maradék nélkül a nevezőjével, felírható vegyes számként.

Ha az áltört számlálója osztható a nevezőjével, akkor ez a szám egy természetes számmal lesz egyenlő.

Például: $\frac{28}{7} = 4$; $\frac{63}{9} = 7$; $\frac{17}{17} = 1$.

1.PÉLDA. Írd fel vegyes szám alakban a $\frac{212}{13}$ áltörtet!

Megoldás. Elosszuk a tört számlálóját a nevezőjével:

	2	1	2	1	3	
-	1	3		1	6	
		8	2			
		7	8			
			4			

A nem teljes hányados 16 — ez lesz a szám egész része, a maradék (4) — a törtrészének számlálója lesz.

Tehát, $\frac{212}{13} = 16\frac{4}{13}$. ◀

Átalakítjuk a $7\frac{2}{3}$ vegyes számot áltörtté.

Felírjuk:

$$7\frac{2}{3} = 7 + \frac{2}{3} = \frac{7 \cdot 3}{3} + \frac{2}{3} = \frac{7 \cdot 3 + 2}{3} = \frac{21 + 2}{3} = \frac{23}{3}.$$

Ahhoz, hogy a vegyes számot áltörtté alakítsuk, az egész részét meg kell szorozni a tört rész nevezőjével, majd a kapott szorzathoz hozzá kell adni a tört rész számlálóját; ez az összeg az áltört számlálója, a nevezője pedig a vegyes szám tört részének nevezője lesz.

$$\text{Például: } 5\frac{4}{9} = \frac{5 \cdot 9 + 4}{9} = \frac{49}{9}.$$

A természetes számok összeadásának tulajdonságai teljesülnek a törtszámok esetében is:

$$a + b = b + a \text{ —}$$

az összeadás felcserélhetőségi tulajdonsága,

$$(a + b) + c = a + (b + c) \text{ —}$$

az összeadás csoportosítási tulajdonsága

Alkalmazva ezeket a tulajdonságokat, meghatározzuk a $4\frac{2}{7} + 2\frac{3}{7}$.

A következőt kapjuk:

$$4\frac{2}{7} + 2\frac{3}{7} = \left(4 + \frac{2}{7}\right) + \left(2 + \frac{3}{7}\right) = (4 + 2) + \left(\frac{2}{7} + \frac{3}{7}\right) = 6 + \frac{5}{7} = 6\frac{5}{7}.$$

Ahhoz, hogy meghatározzuk két vegyes szám összegét, külön össze kell adni az egész részüket és külön a tört részüket is.

2.PÉLDA. Végezzétek el az összeadást: $3\frac{4}{9} + 5\frac{7}{9}$.

Megoldás. A következőt kapjuk:

$$3\frac{4}{9} + 5\frac{7}{9} = 8\frac{11}{9} = 8 + \frac{11}{9} = 8 + 1\frac{2}{9} = 9\frac{2}{9}. \blacktriangleleft$$

Megtanuljuk, hogyan kell kivonni a vegyes számokat, melyeknek a nevezői egyenlők. Ha a kisebbítendő tört része nagyobb vagy egyenlő kivonandó tört részénél, akkor a következő szabályt alkalmazhatjuk.

Ahhoz, hogy meghatározzuk két vegyes szám különbségét a kisebbítendő egész részéből és törtrészből megfelelően ki kell vonni a kivonandó egész- és törtrészt.

Például:

$$8\frac{19}{20} - 6\frac{12}{20} = (8 - 6) + \left(\frac{19}{20} - \frac{12}{20}\right) = 2 + \frac{7}{20} = 2\frac{7}{20}.$$

3.PÉLDA. Végezd el a kivonást:

$$1) 1 - \frac{13}{17}; \quad 2) 5\frac{4}{13} - 2\frac{9}{13}.$$

Megoldás. 1) Ha az 1-et felírjuk tört alakban, mint $\frac{17}{17}$, akkor a következőt kapjuk:

$$1 - \frac{13}{17} = \frac{17}{17} - \frac{13}{17} = \frac{4}{17}.$$

2) Figyeljünk arra, hogy kisebbítendő törtrésze kisebb, mint a kivonandó törtrésze, ezért a fenti szabályt alkalmazni nem lehet. Előkészítjük a kisebbítendőt a kivonásra:

$$5\frac{4}{13} = 5 + \frac{4}{13} = 4 + 1 + \frac{4}{13} = 4 + \frac{13}{13} + \frac{4}{13} = 4\frac{17}{13}.$$

A következőt kapjuk: $5\frac{4}{13} - 2\frac{9}{13} = 4\frac{17}{13} - 2\frac{9}{13} = 2\frac{8}{13}$. ◀



1. Hogy nevezzük a vegyes számban az egész számot? És a törtszámot?
2. A vegyes szám törtrésze milyen tört lesz?
3. Milyen esetben lesz egyenlő az áltört egy természetes számmal?
4. Hogyan lehet egy áltörtet, melynek a számlálója nem osztható maradék nélkül a nevezővel, vegyes számmá alakítani?
5. Hogyan lehet a vegyes számot áltörtté alakítani?
6. Fogalmazd meg a vegyes számok összeadásának szabályát!
7. Hogyan kell két vegyes szám különbségét meghatározni?

Szóban oldd meg!

1. Hasonlítsd össze a kifejezések értékeit:

1) $\frac{7}{11} + \frac{10}{11}$ és $\frac{23}{11} - \frac{8}{11}$;

3) $\frac{9}{16} + \frac{8}{16}$ és $\frac{4}{3} - \frac{2}{3}$;

2) $\frac{19}{27} + \frac{13}{27} - \frac{10}{27}$ és $\frac{16}{27} - \frac{7}{27} + \frac{14}{27}$;

4) $\frac{30}{51} + \frac{16}{51} + \frac{4}{51}$ és $\frac{7}{9} + \frac{2}{9}$!

2. A következő feladatok melyikének lesz a végeredménye $\frac{5}{6}$?

1) Mennyi cukorkát kaptak az egyes turistacsoportok, ha 5 kg cukorkát 6 csoport között osztottak szét?

2) Milyen sebességgel haladt az a gyalogos, ha 6 óra alatt 5 kilométert tett meg?

3) 6 m szövetből 5 kötenyt varrtak. Hány méter szövet kell egy kötényre?

4) Oldd meg a $6x = 5$ egyenletet.

3. Oldd meg az egyenleteket:

1) $\frac{y}{6} = 3$;

2) $\frac{6}{y} = 3$;

3) $3y = 6$;

4) $6y = 3$!

4. Nevezd meg minden valódi tört párokat, melyek nevezői 9, és az összegük $\frac{7}{9}$!



Gyakorlatok

836.° Olvasd el a számokat: $2\frac{1}{3}$, $4\frac{7}{15}$, $9\frac{2}{17}$, $45\frac{3}{8}$, $8\frac{51}{100}$.

Nevezd meg mindegyik az egész részét és törtrészét!

837.° Alakítsd át vegyes számmá az áltörtet:

1) $\frac{9}{4}$; 2) $\frac{16}{7}$; 3) $\frac{29}{8}$; 4) $\frac{55}{9}$; 5) $\frac{83}{24}$; 6) $\frac{96}{19}$!

838.° Alakítsd át vegyes számmá az áltörtet:

1) $\frac{13}{5}$; 2) $\frac{18}{11}$; 3) $\frac{37}{12}$; 4) $\frac{68}{23}$; 5) $\frac{79}{12}$; 6) $\frac{83}{18}$!

839.° Írd fel a hányadost tört alakban és emeld ki a kapott törtből az egész és a törtrészt:

1) $10 : 6$; 2) $18 : 5$; 3) $23 : 11$; 4) $19 : 6$; 5) $55 : 6$!

840.° Írd fel a hányadost tört alakban és emeld ki a kapott törtből az egész és a törtrészt:

1) $7 : 2$; 2) $9 : 4$; 3) $25 : 8$; 4) $327 : 10$; 5) $812 : 81$!

841.° Írd fel a számot áltört alakjában:

1) $2\frac{4}{7}$; 3) $4\frac{7}{20}$; 5) $7\frac{23}{100}$;

2) $3\frac{5}{12}$; 4) $6\frac{11}{24}$; 6) $10\frac{16}{27}$!

842.° Írd fel a számot áltört alakjában:

1) $4\frac{3}{4}$; 3) $3\frac{9}{17}$; 5) $13\frac{49}{100}$;

2) $9\frac{6}{11}$; 4) $12\frac{5}{6}$; 6) $8\frac{3}{16}$!

843.° Hasonlítsd össze a számokat:

1) 2 és $2\frac{1}{6}$; 3) $3\frac{6}{7}$ és $4\frac{1}{8}$;

2) 6 és $5\frac{4}{9}$; 4) $8\frac{5}{11}$ és $8\frac{3}{11}$!

844.° Hasonlítsd össze a számokat:

1) $1\frac{1}{9}$ és 1; 3) $9\frac{2}{5}$ és $8\frac{9}{10}$;

2) 3 és $2\frac{6}{8}$; 4) $4\frac{8}{9}$ és $4\frac{7}{9}$!

845.° Végezd el a műveleteket:

1) $8 + \frac{4}{21}$; 3) $7\frac{7}{16} - 3\frac{3}{16}$;

2) $5\frac{6}{19} + 3\frac{5}{19}$; 4) $10\frac{12}{17} + 5\frac{4}{17} - 3\frac{3}{17}$!

846.° Végezd el a műveleteket:

1) $\frac{14}{93} + 5$; 3) $24\frac{9}{38} - 17\frac{5}{38}$;

2) $6\frac{17}{41} + 7\frac{19}{41};$

4) $15\frac{7}{10} - 2\frac{4}{10} + 6\frac{1}{10}!$

847.° Számítsd ki:

1) $6\frac{4}{9} + 3\frac{5}{9};$

5) $1 - \frac{13}{40};$

9) $14\frac{6}{20} - 8\frac{12}{20};$

2) $10\frac{11}{19} + 5\frac{14}{19};$

6) $4 - 1\frac{4}{7};$

10) $8\frac{3}{14} - 5\frac{9}{14};$

3) $1\frac{5}{8} + 3\frac{7}{8};$

7) $10 - 9\frac{3}{10};$

11) $7\frac{10}{21} - 4\frac{16}{21};$

4) $1 - \frac{3}{11};$

8) $5\frac{2}{7} - 2\frac{5}{7};$

12) $14\frac{8}{31} - 6\frac{8}{31}!$

848.° Számítsd ki:

1) $7\frac{14}{15} + 2\frac{1}{15};$

6) $16\frac{3}{13} - 6\frac{8}{13};$

2) $9\frac{24}{27} + 12\frac{13}{27};$

7) $13\frac{4}{9} - 2\frac{8}{9};$

3) $1 - \frac{12}{19};$

8) $10\frac{7}{16} - 4\frac{12}{16};$

4) $8 - 3\frac{6}{15};$

9) $29\frac{49}{53} - 8\frac{49}{53}!$

5) $12 - 11\frac{6}{11};$

849.° Oldd meg az egyenleteket:

1) $x + 4\frac{4}{19} = 6\frac{2}{19};$

3) $32 - x = 9\frac{18}{35}!$

2) $25 - x = 8\frac{3}{14};$

850.° Oldd meg az egyenleteket:

1) $4\frac{5}{7} - \left(x - 6\frac{3}{7}\right) = 2\frac{6}{7};$

$$2) 19\frac{28}{34} - \left(m + 2\frac{29}{34}\right) = 12\frac{15}{34}!$$

851.: Oldd meg az egyenleteket:

$$1) 7\frac{7}{30} - \left(5\frac{11}{30} - y\right) = 3\frac{19}{30};$$

$$2) \left(x - 1\frac{9}{17}\right) + 2\frac{14}{17} = 5\frac{5}{17}!$$

852.: Tamás, Béla és Andris elfogyasztottak egy dinnyét. Tamás a dinnye $\frac{2}{9}$ -ét ette meg, Béci pedig a $\frac{4}{9}$ -ét. A dinnye hányad részét ette meg Andris?

853.: Ilona, Irénke, Dalma és Panni megettek egy tortát. Ilona a torta $\frac{3}{16}$ -át ette meg, Irénke a $\frac{5}{16}$ -át,

Dalma a $\frac{2}{16}$ -át. A torta hányad részét ette meg Panni?

854.: Melyik az a legnagyobb természetes szám, amely igazá teszi az egyenlőtlenséget:

$$1) n < \frac{123}{30}; \quad 2) \frac{198}{15} > n?$$

855.: Melyik az a legnagyobb természetes szám, amely igazá teszi az egyenlőtlenséget:

$$1) n < \frac{206}{13}; \quad 2) \frac{324}{16} > n?$$

856.: Melyik az a legnagyobb természetes szám, amely igazá teszi az egyenlőtlenséget:

$$1) m > \frac{13}{5}; \quad 2) \frac{275}{10} < m?$$

857.: Melyik az a legkisebb természetes szám, amely igazá teszi az egyenlőtlenséget:

$$1) m > \frac{34}{6}; \quad 2) \frac{421}{16} < m?$$

858.* Határozd meg az x összes olyan természetes értékét, melynél igaz a következő egyenlőtlenség:

$$1) 2\frac{1}{3} < \frac{x}{3} < 3\frac{2}{3}; \quad 2) 1\frac{5}{12} < \frac{17}{x} < 2\frac{1}{8}!$$

859.* Határozd meg az x összes olyan természetes értékét, melynél igaz a következő egyenlőtlenség:

$$1) 3\frac{11}{15} < \frac{x}{15} < 4; \quad 2) 3\frac{1}{8} < \frac{25}{x} < 8\frac{1}{3}!$$

860.** Az a mely természetes értékeivel igaz az alábbi egyenlőtlenség, ha a bal oldal áltört:

$$1) \frac{20}{a} < 2; \quad 2) \frac{4}{a} > a?$$

861.** Az a mely természetes értékeinél teljesül a $\frac{10}{a} < a$, egyenlőtlenség, úgy hogy a bal oldala áltört legyen?



Ismétlő gyakorlatok

862. A háromszög egyik oldala 2-szer kisebb a másikonál, és 7 cm-rel kisebb a harmadikonál. Határozd meg a háromszög oldalait, ha a kerülete 39 cm!

863. Ukrajna három legnagyobb tavának — a Szaszik-, a Jalpuhás a Kuhurluj-tó — összterülete 448 km². A Szaszik-tó területe 56 km²-rel nagyobb a Jalpuh-tó területénél és 111 km²-rel nagyobb a Kuhurluj-tó területénél. Mennyi a tavak felszíne!

864. Egy üveg kefir 28 hrivnya 80 kopijkába kerül. Katinkának 100 hrivnyája van. Hány üveg kefirt vehet ezért? Mennyi pénze marad?

865. (Keresd meg a hibát) Lusta Laci ahelyett, hogy önállóan megoldotta volna a 861. feladatot, használta a ГДЗ könyvet és átmásolta a feleletet: 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9. Kered meg a hibát!



Bölcs Bagoly feladványa

866. Szabó, Nagy és Kiss az iskolai sakkcsapat tagjai. Keresztneveik: Ferenc, Dániel és Péter. Tudjuk, hogy Ferenc vezetékneve nem Kiss, Dániel haja vörös színű, és a hatodik osztályba jár; Kiss hetedik osztályos diák, Szabó haja pedig fekete. Nevezd meg a fiúk vezeték és keresztnevét!

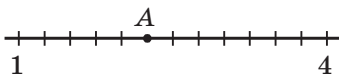
ELLENŐRIZD MAGADAT! 4. SZ. TESZTFELADAT

1. Egy deszkát 3 m és 4 m-es darabra fűrészelték. Az adott deszka hányad része lesz a kisebbik deszkadarab?

- A) $\frac{3}{7}$ B) $\frac{3}{4}$ C) $\frac{1}{3}$ D) $\frac{1}{7}$

2. A rajzon a számegyenes egy része látható. Milyen az A pont koordinátája?

- A) 3 B) $2\frac{1}{4}$ C) $2\frac{3}{4}$ D) $3\frac{1}{3}$



3. Nevezd meg az igaz egyenlőtlenséget!

- A) $\frac{7}{6} < \frac{6}{7}$ B) $\frac{1}{5} > \frac{1}{4}$ C) $\frac{7}{13} < \frac{9}{13}$ D) $\frac{15}{19} > \frac{17}{19}$

4. Az üzletbe 250 kg cukor volt. Az első napon eladták a $\frac{3}{5}$ -ét.

Hány kilogramm cukrot adtak el az első napon?

- A) 180 kg B) 120 kg C) 200 kg D) 150 kg

5. Az iskolában 280 fiú jár, ami az összes tanuló $\frac{4}{7}$ -e. Mennyi a tanulók száma az iskolában?

- A) 490 B) 420 C) 240 D) 160

6. Alakítsd át vegyes számmá a $\frac{49}{11}$. -det!

- A) $5\frac{6}{11}$ B) $4\frac{5}{11}$ C) $4\frac{4}{11}$ D) $5\frac{4}{11}$

7. Alakítsd át áltörtté a $4\frac{5}{12}$. -det!

- A) $\frac{64}{12}$ B) $\frac{53}{12}$ C) $\frac{9}{12}$ D) $\frac{21}{12}$

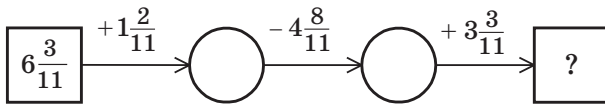
8. Számítsd ki a $9 - 5\frac{2}{7}$ -det!

- A) $4\frac{5}{7}$ B) $3\frac{2}{7}$ C) $4\frac{2}{7}$ D) $3\frac{5}{7}$

9. Melyik az a legkisebb m természetes szám, amely kielégíti az $m > \frac{35}{6}$? egyenlőtlenséget?

- A) 4 B) 5 C) 6 D) 7

10. Milyen szám áll a műveletlánc végén?



- A) 6 B) 7 C) $6\frac{6}{11}$ D) $5\frac{10}{11}$

11. Az m mely legnagyobb természetes értékére lesz $\frac{30}{5m+10}$ tört áltört?

- A) 3 B) 4 C) 5 D) 6

12. Nevezd meg az a minden értékét, melynél az $\frac{a}{7}$ és a $\frac{4}{a}$ törtetek mindegyike valódi tört?

- A) 4; 5; 6; 7 C) 5; 6; 7
B) 5; 6 D) ilyen érték nem létezik

5.§. TIZEDES TÖRTEK

30. A tizedes törték fogalma

Észrevetted-e már, hogy a mindennapi életben gyakran találkozhatunk olyan mennyiségekkel, melyek egymás 10, 100, 1000, 10 000-szeresei? Például az 1 mm

$$1 \text{ mm} = \frac{1}{10} \text{ cm},$$

$$1 \text{ kop.} = \frac{1}{100} \text{ hrn},$$

$$1 \text{ g} = \frac{1}{1000} \text{ kg},$$

$$1 \text{ m}^2 = \frac{1}{10\,000} \text{ ha}.$$

Az olyan törtékre, melynek nevezői 10, 100, 1000, 10 000 és így tovább bevezették az egyszintes felírási módot. Így írjuk fel őket:

$\frac{1}{10} = 0,1$	$\frac{1}{100} = 0,01$	$\frac{1}{1000} = 0,001$	$\frac{1}{10\,000} = 0,0001$
----------------------	------------------------	--------------------------	------------------------------

Még néhány példát bemutatunk: $\frac{7}{10} = 0,7$ (a 0,7-et

így „olvassuk: nulla egész hét tized”); $\frac{12}{100} = 0,12$

(a 0,12-et így olvassuk: „nulla egész tizenkét század”);

$2\frac{973}{1000} = 2,973$ (a 0,12-et így olvassuk: „nulla egész ti-

zenkét század”); $\frac{43}{10} = 4\frac{3}{10} = 4,3$ (a 2,973-et így olvassuk: „két egész kilencszázhetvenhárom ezred”)

$\frac{3}{100} = 0,03$ (a 4,3-et így olvassuk: „négy egész három

tized”); $2\frac{508}{10\,000} = 2,0508$ (a 0,03-ot így olvassuk: nul-

la egész három század); (2,0508-et így olvassuk: két egész ötszáznyolc tizedred).

Az ilyen alakban felírt törteket, **tizedes törteknek** nevezzük. A 0,7; 0,12; 2,973; 4,3; 0,03; 2,0508 alakú törtek tizedes törtek lesznek.

A tizedes törtek felírásában a tizedesvessző elválasztja az egész részt a törtrésztől. Úgy tekintjük, hogy a valódi tört egész része 0. Figyeljétek meg, hogy valódi tört esetén, ha annak az egész része nulla, akkor nem kell írni az egész részt, viszont a tizedes törteknél az egész részt mindig írjuk.

A tizedes tört törtrésze annyi számjegyből áll, ahány nulla van a közösleges tört nevezőjében.

Figyeljünk arra, hogyha a közösleges tört számlálójában a számjegyek száma 1-gyel, 2-vel, 3-mal és így tovább kevesebb a tört nevezőjében szereplő nullák számánál, akkor a vessző és a számlálóban szereplő szám közzé megfelelően 1, 2, 3 és így tovább darab nullát kell írni.

Ezért például

$$6\frac{3}{1000} = 6,003; \quad \frac{17}{1000} = 0,017; \quad 3\frac{527}{1000} = 3,527.$$

Előfordulhat, hogy a természetes számokat olyan tizedes törtként kell felírunk, melyeknek a törtrésze nullával egyenlő. Megállapodtak abban, hogy például $3 = 3,0$; $171 = 171,0$ és így tovább.

Egész rész		Tört rész				
2	3	7	0	5	4	9
Tizedesek	Tegyesek	Tizedek	Századok	Ezredek	Tízrezdek	Százezredek

Emlékeztetünk arra, hogy a természetes számok a következő tulajdonsággal rendelkeznek: a kisebbik helyi érték 10-szer kisebb, mint a szomszédos helyi érték. Ez a tulajdonság a tizedes törtre is igaz. Tehát a vessző után a **tizedek** következnek,

utána a **századok**, aztán az **ezredek** és így tovább.

Például a 23,70549 szám esetén (lásd a 248. oldalon a táblázatot).

A tizedes törtek olvasásakor először az egész részt olvassuk ki, hozzátevé az egész szót, aztán megnevezzük a törtrészt, amihez az utolsó számjegy helyi értékét tesszük hozzá. Például a 23,70549 törtet így olvassuk ki: „huszonhárom egész hetvenezer-ötszáz-negyvenkilenc század”.

1.PÉLDA. Írd fel a $347 : 100$ hányadost tizedes tört alakjában!

Megoldás:

$$347 : 100 = \frac{347}{100} = 3\frac{47}{100} = 3,47. \blacktriangleleft$$

2.PÉLDA. Fejezd ki méterekben, és írd fel tizedes tört alakjában: 1) 24 cm; 2) 5 cm; 3) 356 cm; 4) 7 cm 2 mm!

Megoldás:

$$1) 24 \text{ cm} = \frac{24}{100} \text{ m} = 0,24\text{m};$$

$$2) 5 \text{ cm} = \frac{5}{100} \text{ m} = 0,05\text{m};$$

$$3) 356 \text{ cm} = \frac{356}{100} \text{ m} = 3\frac{56}{100} \text{ m} = 3,56\text{m};$$

$$4) 7 \text{ cm} 2 \text{ mm} = 72 \text{ mm} = \frac{72}{1000} \text{ m} = 0,072\text{m}. \blacktriangleleft$$



1. A tizedes törteknél milyen jellel kell elválasztani az egész részt a törtrésztől? 2. Mivel egyenlő a valódi tört egész része? 3. Nevezd meg egymás után a tizedes tört vessző után következő első négy jegyét!

Szóban oldd meg!

- Hányad része:
 - a méternek az 1 cm; 3 dm; 4 mm;
 - a tonnának az 1 kg; 5 q; 346 kg;
 - a négyzetméternek az 1 dm²; 8 cm²!
- Hányszor lesz:
 - 1 cm kisebb, mint az 1 m;
 - 9 m nagyobb, mint a 9 dm;
 - 9 10 g kisebb, mint az 1 kg;
 - 4 q nagyobb, mint a 20 kg?
- A 28 és a 6 összegéhez add hozzá a 12 és a 14 összegét!
- A 30 és a 16 különbségéből vond ki a 42 és a 29 különbségét!
- A 12 és 5 szorzatát szorozd meg a 15 és 4 szorzatával!
- A 90 és a 15 hányadosát oszd el a 84 és 14 hányadosával!



Gyakorlatok

867.° Olvasd el a tizedes törtet:

- | | | |
|-----------|-------------|--------------|
| 1) 1,6; | 5) 17,4192; | 9) 3,04; |
| 2) 12,8; | 6) 0,5; | 10) 0,0304; |
| 3) 5,24; | 7) 0,05; | 11) 12,098; |
| 4) 6,325; | 8) 0,005; | 12) 0,01012! |

868.° Írd fel tizedes tört alakban:

- | | | |
|-------------------------|------------------------------|-----------------------------|
| 1) $\frac{8}{10}$; | 5) $42\frac{174}{1000}$; | 9) $\frac{4}{1000}$; |
| 2) $\frac{34}{100}$; | 6) $9\frac{3}{100}$; | 10) $3\frac{15}{100}$; |
| 3) $\frac{683}{1000}$; | 7) $63\frac{19}{100\ 000}$; | 11) $3\frac{15}{1000}$; |
| 4) $14\frac{5}{10}$; | 8) $\frac{32}{10\ 000}$; | 12) $3\frac{15}{10\ 000}$! |

869.° Írd fel tizedes tört alakban:

- | | | | |
|-----------------------|--------------------------|---------------------------|------------------------|
| 1) $\frac{7}{10}$; | 3) $9\frac{83}{100}$; | 5) $\frac{12}{10\ 000}$; | 7) $1\frac{1}{100}$; |
| 2) $\frac{27}{100}$; | 4) $18\frac{45}{1000}$; | 6) $1\frac{1}{10}$; | 8) $1\frac{1}{1000}$! |

870.° Emeld ki a tört egész és a törtrészét, majd írd fel az adott számot tizedes tört alakban:

1) $\frac{23}{10}$; 2) $\frac{851}{100}$; 3) $\frac{5273}{1000}$; 4) $\frac{3636}{100}$; 5) $\frac{654\,321}{10\,000}$!

871.° Emeld ki a tört egész és a törtrészét, majd írd fel az adott számot tizedes tört alakban:

1) $\frac{34}{10}$; 2) $\frac{3978}{1000}$; 3) $\frac{9266}{100}$; 4) $\frac{2\,948\,697}{100\,000}$!

872.° Írd fel a hányadost tizedes tört alakban:

1) 28 : 10; 3) 456 : 100; 5) 674 : 1000;
2) 7 : 10; 4) 8351 : 1000; 6) 4 : 1000!

873.° Írd fel a hányadost tizedes tört alakban:

1) 42 : 10; 4) 5876 : 10 000;
2) 35 : 100; 5) 26 435 : 10 000;
3) 2484 : 100; 6) 58 : 1000!

874.° Írd fel a számot közönséges tört alakban vagy vegyes szám alakban:

1) 2,4; 4) 9,074; 7) 0,30;
2) 3,18; 5) 0,9; 8) 0,072;
3) 1,06; 6) 0,04; 9) 0,234!

875.° Írd fel a számot közönséges tört alakban vagy vegyes szám alakban:

1) 4,9; 3) 1,567; 5) 0,043; 7) 5,06;
2) 8,95; 4) 0,2; 6) 0,008; 8) 12,018!

876.° Írd fel tizedes tört alakban azt a számot, melyben:

- 1) három egyes, négy tized, öt század van;
- 2) két tízes, nyolc egyes, egy század, kilenc ezred van;
- 3) nyolc százás, kilenc egyes, hét tized, hat ezred van;
- 4) oegy ezres, egy tízezred van!

877.° Írd fel tizedes tört alakban azt a számot, melyben:

- 1) két egyes, hét tized van;
- 2) három tízes, két tized, nyolc század van;
- 3) egy százás, három ezred van!

878.* Fejezd ki hrivnyában, és írd fel tizedes tört alakban: 1) 64 kop.; 2) 5 kop.; 3) 208 kop.; 4) 4 hrn. 25 kop!

879.* Fejezd ki deciméterben, és írd fel tizedes tört alakban:

- 1) 48 cm; 3) 64 cm 5 mm; 5) 3 cm.
2) 424 cm; 4) 6 mm;

880.* Fejezd ki kilogrammban, és írd fel tizedes tört alakban:

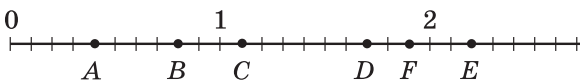
- 1) 1347 g; 3) 9 g; 5) 2 q 358 g.
2) 382 g; 4) 5 kg 24 g;

881.* Fejezd ki méterben, és írd fel tizedes tört alakban:

- 1) 125 cm; 3) 4 dm 4 cm; 5) 2 cm;
2) 18 cm; 4) 58 dm 6 cm; 6) 4m6dm5cm!

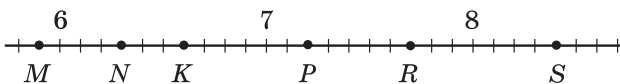
882.* Mely számokat jelölik a számegyenesen:

1) az *A, B, C, D, E, F* pontok (213. ábra);



213. ábra

2) az *M, N, K, P, R, S* pontok (202. ábra)?



214. ábra

A feleletet tizedes tört alakban írd fel!

883.* Írd fel a 215. ábrán lévő lázmérő állását. Milyen hőmérsékletet mutatna, ha a higanyoszlop 1) ha balra mozog: egy nagy beosztással; 8 kis beosztással; 1,6 °C-kal; 2) ha jobbra mozog: 2 nagy beosztással; 5 kis beosztással jobbra; 0,9 °C-kal?



215. ábra

884.* Írd fel a 216. ábrán lévő hőmérő állását. Milyen hőmérsékletet mutatna, ha a higany sáv: 1) ha balra mozog: 12 kis beosztással; 0,8 °C-kal; 2) ha jobbra mozog: 10 kis beosztással; 1,4 °C-kal?



216. ábra

885.* Rajzolj egy számegyenest! Az egységszakasz hossza legyen 10 négyzetrács a füzetedben. Jelöld a számegyenesen a 0,3; 0,7; 0,9; 1,1; 1,5; 2,1 számoknak megfelelő pontokat!

886.* Rajzolj egy számegyenest! Az egységszakasz hossza legyen 10 négyzetrács a füzetedben. Jelöld a számegyenesen a 0,1; 0,6; 0,8; 1,4; 1,9; 2,2 számoknak megfelelő pontokat!



Ismétlő gyakorlatok

887. A kisfiút vásárolni küldte az édesanyja. A fiú pénzének $\frac{3}{50}$ -ért kenyeret vett — $\frac{13}{50}$ -ért tejet — $\frac{11}{50}$ -ért zöldséget $\frac{19}{50}$ -ért pedig gyümölcsöt. Melyik árucikkért fizetett a legtöbbet? Melyik árucikkért fizetett a legkevesebbet? Maradt-e még pénze a vásárlás után a fiúnak?

888. Hányszor kisebb az $\frac{5}{6}$ perc, mint 4 perc 10 mp?

889. Hányszor nagyobb 5 óra 50 perc, mint $\frac{7}{12}$ óra?

890. A csillag helyére milyen számjegyeket kell írni, hogy igaz egyenlőtlenséget kapjunk:

1) $346* < 3463$; 2) $4*40 > 4735?$

891. A számokból néhány számjegyet töröltek, és helyettük csillagokat írtak. Hasonlítsd össze ezeket a számokat:

1) $35 ***$ és $32 ***$; 2) $98*$ és $**52$.



Bölcs Bagoly feladványa

892. Hogyan oszthatunk el egyenlően 7 almát 12 barát között, ha az almákat legfeljebb 4 részre vághatjuk?



Miután felkészültél az órára

A hatvanadoktól a tizedes törtekig

A közönséges törtek kialakulásától a tizedes törtek megjelenéséig évezredek teltek el. A tizedes törtek felfedezését a reneszánsz kor legnagyobb matematikai vívmányának tekintik.

Bizonyára nektek úgy tűnik, hogy a tizedes törtek legfontosabb tulajdonsága az „egyszintes” felírása. De ebben az esetben nemcsak a kényelmes írásmódról van szó, hanem arról a felfedezésről is, hogy valamennyi tört nevezőjét ugyanazon szám hatványaként írjuk fel. Akkor fogjátok látni ennek az elvnek a hasznosságát, amikor majd elkezdtek számtani műveleteket végezni a tizedes törtekkel.

Már az időszámításunk előtt a III. században a babilóniaiak olyan törteket használtak, melyeknek a nevezői 60 hatványai voltak. Később a hatvanas nevezőjű törteket (vagy hatvanados törteket) a görög és az arab matematikusok is használták.

De a számítások elvégzése azonban nagyon bonyolult volt, amikor a természetes számokat a tízes számrendszerben, a törteket pedig a hatvanasban írták.

Először a tizedes törteket a XV. században alkalmazta Jamshid ibn Masud al-Kashi, szamarkandi matematikus és csillagász. A tizedesvessző helyett függőleges vonalat használt, vagy különböző színnel írta a szám egész, illetve törtrészét.

1585-ben Simon Stevin flamand tudós egy mindössze 7 oldalas, A tizedes egység című könyvében a tizedes törtek használatáról értekezett.

Kicsit később (1592) a szám egész és tört részeit vesszővel választották el egymástól.

Néhány országban, például az USA-ban is, a tizedesvessző helyett pontot használnak. A számítás-technika rohamos fejlődésének következtében a pont használata egyre elterjedtebb.

31. A tizedes törtek összehasonlítása

Melyik szám a nagyobb: 5,3 vagy 4,988? Természetesen az első szám nagyobb, mivel az első szám egész része nagyobb a második szám egész részénél.

Két tizedes tört közül az a nagyobb, melynek az egész része nagyobb.

Hogyan kell összehasonlítani az egyenlő egész résszel rendelkező tizedes törteket? Ebben az esetben először a tizedeket hasonlítjuk össze. Például, $11,23 > 11,19$, mivel $2 > 1$. Ha a tizedek is egyenlők, akkor a századokat kell összehasonlítani. Például, $2,84 < 2,86$, mivel $4 < 6$. A századok egyenlősége esetén az ezredeket hasonlítjuk össze és így tovább.

A tizedes törtek összehasonlításának ezt a módszerét a helyi érték alapján történő *összehasonlításnak* nevezzük.

Emlékeztetőül, a természetes számok összehasonlítása is a helyi értékük alapján történik.

Megjegyezzük, hogy a fenti példákban olyan tizedes törteket hasonlítottunk össze, melyeknek az egész részük és a tizedesvessző utáni néhány számjegyük egyenlők.

És hogyan kell összehasonlítani azokat a tizedes törteket, melyeknek az egész részük egyenlő, de a vessző után különböző számú számjegyet tar-

talmaznak? Például melyik tört nagyobb: 5,4 vagy 5,40?

Hasonlítsuk össze az 5,4 m és az 5,40 m hosszú szakaszokat. A következőt kapjuk:

$$5,4 \text{ m} = 5 \frac{4}{10} \text{ m} = 5 \text{ m } 4 \text{ dm} = 540 \text{ cm};$$

$$5,40 \text{ m} = 5 \frac{40}{100} \text{ m} = 5 \text{ m } 40 \text{ c}, = 540 \text{ cm}.$$

Megállapíthatjuk tehát, hogy $5,4 = 5,40$. Hasonlóan gondolkozva, be lehet bizonyítani például, hogy: $0,3 = 0,30 = 0,300$; $3 = 3,0 = 3,00 = 3,000$.

Ezek a példák illusztrálják a tizedes törtek következő tulajdonságát.

A tizedes tört végére akárhány nullát írunk, az eredeti törttel egyenlő törtet kapunk.

A nullára végződő tizedes tört értéke nem változik, ha a végétől a nullákat elhagyjuk.

Hasonlítsuk össze a 3,2 és a 3,198 törtet!

Mivel $3,2 = 3,200$ és $3,200 > 3,198$, ezért $3,2 > 3,198$.

Ez a példa a következő szabályt illusztrálja.

Ahhoz, hogy összehasonlítsunk két tizedes törtet, melyeknek az egész részei egyenlők és a vessző után különböző számú számjegyeket tartalmaznak, a tört-részeiket egyenlő számú számjegyekből álló számokká alakítjuk, jobbról nullákat írva hozzájuk, és ez után összehasonlítjuk helyi értékeik alapján a számokat.

PÉLDA. Írj fel néhány olyan számot, amely nagyobb, mint 2,35, de kisebb, mint 2,36!

Megoldás. Tudjuk, hogy $2,35 = 2,350$; $2,36 = 2,360$. Tehát azok a számok, melyek kielégítik a feltételeket, például a következők: 2,351; 2,352; 2,353. Figyelembe véve, hogy $2,35 = 2,3500$ és $2,36 = 2,3600$, ezért más számokat is felírhatunk, amelyek kielégítik a feltételeket. Például: 2,3501; 2,3576; 2,3598 stb. ◀

Állíts fel hipotézist, hány olyan szám van, amely nagyobb, mint 2,35 és kisebb, mint 2,36. Beszéljétek meg hipotéziseteket osztálytársaitokkal.



1. Két tizedes tört közül, melyeknek az egész részük különböző, melyik a nagyobb? 2. Hogyan kell összehasonlítani azokat a tizedes törteket, melyeknek az egész részük egyenlő, és a tizedesvessző utáni számjegyeik száma megegyezik? 3. Fogalmazd meg két tizedes tört összehasonlításának szabályát, ha ezeknek a törteknek az egész részeik egyenlők, és a tizedesvessző után különböző számú számjegyet tartalmaznak!



Szóban oldd meg!

1. A következő tizedes törtek közül melyik lesz egyenlő $\frac{25}{100\ 000}$: del:
1) 0,0025; 2) 0,25000; 3) 0,00025; 4) 0,20005?
2. Hasonlítsd össze a számokat:
1) 3710 és 3709; 2) 43 672 és 43 701!
3. Jenő egy olyan folyón úszik, amelynek sebessége 20 m/perc. Halad-e valamelyik irányba, ha igen, milyen sebességgel, ha Jenő saját sebessége egyenlő:
1) 25 m/perc és vízfolyás irányában úszik;
2) 25 m/perc és árral szemben úszik;
3) 20 m/perc és árral szemben úszik;
4) 15 m/perc és árral szemben úszik?



893.° Írd fel azt a tizedes törtet, amely:

- 1) 0,4-del egyenlő és a tizedesvessző után két számjegy van;
- 2) 3,26-dal egyenlő és a tizedesvessző után négy számjegy van;
- 3) 42-vel egyenlő és a tizedesvessző után három számjegy van;
- 4) 18,50000-del egyenlő és a tizedesvessző után két számjegy van!

894.° Írj fel néhány olyan tizedes törtet, amely az adott törttel egyenlő:

- 1) 5,400; 2) 12,5080; 3) 0,980!

895.° Hasonlítsd össze az alábbi törtek tizedesjegyeinek számát:

- 1) 2,16; 18,5; 0,476; 1,4;
- 2) 8,1; 19,64; 5,345; 0,9872!

896.° Hasonlítsd össze a számokat:

- 1) 9,4 és 9,6; 4) 3,29 és 3,316;
- 2) 5,5 és 4,8; 5) 0,3 és 0,08;
- 3) 6,3 és 6,31; 6) 7,2 és 7,094!

897.° .° A tyúktojást a tömegük szerint négy osztályba sorolják: felső (jelölése CB), válogatott (C0), első (C1) és második (C2). Alkalmazva a következő táblázatot, állapítsd meg, melyik csoportba tartozik az a tojás, amelynek mérete:

- 1) 57,8 g; 2) 74,6 g; 3) 63,1 g.

Kategória	Egy tojás tömege	Kategória	Egy tojás tömege
Felső	Több mint 73 g	Első	53 g-tól 62,9 g-ig
Válogatott	63 g-tól 72,9 g-ig	Második ¹	43 g-tól 52,9 g-ig

¹ A 43 g-nál kisebb tojás kereskedelmi forgalmazásra nem alkalmas.

898.° Hasonlítsd össze a számokat:

- | | |
|-------------------|---------------------|
| 1) 16,8 és 17,3; | 4) 18,486 és 18,5; |
| 2) 12,7 és 12,5; | 5) 0,065 és 0,1; |
| 3) 24,92 és 24,9; | 6) 96,35 és 96,087! |

899.° Rendezd csökkenő sorrendbe a következő számokat: 8,5; 8,16; 8,4; 8,49; 8,05; 8,61!

900.° (Gyakorlati házi feladat) Rendezd növekvő sorrendbe:

- 9,53 **A**, 9,2 **И**, 9,09 **P**, 9,613 **E**, 9,72 **K**,
9,503 **M**, 9,02 **П**, 9,8 **O**, 9,6 **Ч**, 9,711 **H**.

A számoknak megfelelő betűkből összeáll egy híres ukrán művész neve.

Keress az interneten információt életéről, munkásságáról, valamint festményeiről.



901.° Az x mely természetes értékeivel igaz az alábbi egyenlőtlenség:

- 1) $4,45 < x < 7,002$; 2) $9,8 < x < 13,4$!

902.° Írd fel az x olyan természetes értékeit, amivel igaz az alábbi egyenlőtlenség:

- 1) $7,4 < x < 8,2$; 2) $12 < x < 19,65$!

903.° Melyik két szomszédos természetes szám közé esik a következő tört:

- 1) 6,99; 2) 12,79; 3) 1,529; 4) 3,109?

A feleletet kettős egyenlőtlenség alakban add meg!

904.° Melyik két szomszédos természetes szám közé esik a következő tört: 1) 5,32; 2) 24,01? A feleletet kettős egyenlőtlenség alakban add meg

905.° Milyen számjegyeket írhatunk a csillag helyébe, hogy igaz egyenlőtlenséget kapjunk:

- 1) $6,38 < 6,3*$; 3) $16,25 < 1*,32?$
2) $8,1 > 8,*9$;

906.* Milyen számjegyeket írhatunk a csillag helyébe, hogy igaz egyenlőtlenséget kapjunk:

- 1) $9,*5 < 9,12$; 3) $0,0*3 > 0,064$?
2) $12,58 > 12,*4$;

907.* Írd fel azt a legnagyobb tizedes törtet, amely:

- 1) kisebb 1-nél és két tizedesjegye van;
2) kisebb 2-nél és egy tizedesjegye van;
3) kisebb 3-nál és három tizedesjegye van;
4) kisebb 1-nél és négy tizedesjegye van!

908.* Írd fel azt a legkisebb tizedes törtet, amely:

- 1) nagyobb 1-nél és egy tizedesjegye van;
2) nagyobb 1-nél és két tizedesjegye van;
3) nagyobb 4-nél és három tizedesjegye van;
4) nagyobb 10-nél és négy tizedesjegye van!

909.* Írj három olyan számot, amely:

- 1) nagyobb 3,4-nél és kisebb 3,6-nél;
2) nagyobb 0,527-nél és kisebb 0,528-nél;
3) nagyobb 2,003-nél és kisebb 2,00301-nél!

910.* Írj fel három olyan számot, amely mindegyike nagyobb 10,53-nál és kisebb 10,55-nál!

911.** A csillag helyére milyen számjegyeket lehet írni (az egyenlőtlenség mindkét oldalán a csillag ugyanazt a számjegyet jelöli):

- 1) $0,*2 > 0,4*$; 4) $0,6* > 0,7*$;
2) $2,5* < 2,*6$; 5) $0,*6 < 0,6*$;
3) $0,7*5 < 0,*69$; 6) $0,*6 > 0,6*?$



Ismétlő gyakorlatok

912. Számítsd ki:

- 1) $(714 : 7 - 100)^6$; 2) $(963 : 9 - 618 : 6)^3!$

913. Gabica az iskolába igyekszik, és 6 km/h sebességgel halad. Oda fog-e érni Gabica az iskolába 20 perc alatt, ha a háza 1 km-re van az iskolától?

914. Egy 3 dm^2 területű téglalap alakú kartonlapot 1 cm széles csíkokra vágtak fel, majd a csíkokat összeragasztották. Milyen hosszú papírcsíkot kaptak, ha a téglalap oldalai centiméterekben kifejezve természetes számok?

915. Írd fel csökkenő sorrendbe az összes háromjegyű számot, melyeket a 2, 4 és 5 számjegyekből alkotunk (a számokban a számjegyek nem ismétlődhetnek)!

916. (*Keresd meg a hibát*) Lusta János ahelyett, hogy önállóan megoldotta volna a 910 feladatot, ΓΔ3 könyvet használta és a következőt másolta ki ebből a könyvből: csak egy ilyen szám írható fel, mégpedig a $10,54$. Keresd meg a hibát ebben a „megoldásban”.



Bölcs Bagoly feladványa

917. A borítékokat a postára 1000 darabos csomagokban szállítják. Legalább mennyi időre van szüksége a postásnak arra, hogy leszámoljon 850 borítékot, ha 1 perc alatt 100 borítékot számol le?

32. A számok kerekítése

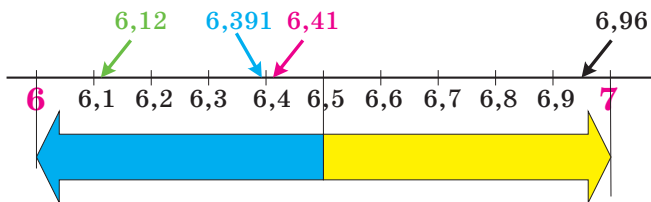
Legyen a téglalap alakú földrészleg szélessége 17 m , hossza pedig 36 m . Akkor a területe 612 m^2 lesz, vagyis $6,12$ ár. A mindennapi életben azt szokták mondani, hogy ennek a részlegnek a területe megközelítőleg 6 ár.

Ebben az esetben a 6 -os számot a $6,12$ szám **közelítő értékének** nevezzük, és azt mondjuk, hogy a $6,12$ -ot 6 -ra kerekítettük. Így írjuk fel $6,12 \approx 6$ („így olvasuk: $6,12$ megközelítőleg 6 -tal egyenlő”).

Legyen a téglalap alakú földrészleg hossza 29 m , szélessége pedig 24 m . Akkor a területe 696 m^2 lesz, vagyis $6,96$ ár. A gyakorlatban a $6,96$ -ot kerekítjük, és azt mondjuk, hogy a részleg területe megközelítőleg 7 ár, vagyis $6,96 \approx 7$.

Miért a 7 -es számot tekintik a $6,96$ -hoz köze-

lítónek, a 6-os számot nem? Azért, mert a 7-es szám a 6,96-hoz legközelebbi pozitív egész szám (217. ábra).



217. ábra

Tehát, ha a 6,96-ot 7-tel helyettesítjük, akkor kisebb hibát vétünk, mintha a 6,96-ot 6-tal helyettesítenénk. A 217. ábra alapján fel lehet írni, hogy $6,12 \approx 6$; $6,2 \approx 6$; $6,391 \approx 6$; $6,41 \approx 6$; $6,6 \approx 7$; $6,703 \approx 7$; $6,8 \approx 7$.

Fentebb a tizedes törtek egészre való kerekítésére láttunk néhány példát.

És hogyan kell egészre kerekíteni a 6,5 számot, amely ugyanakkora távolságra van a 6-tól és a 7-től is? Ilyen esetben abban állapodtak meg, hogy a nagyobb számra kell kerekíteni. Ezért $6,5 \approx 7$.

A tizedes törtek nemcsak egészre, hanem tizedekre, századokra, ezredekre és így tovább is kerekíthetők. Például:

$0,12 \approx 0,1$ (tizedekre kerekítve), mivel a 0,12 közelebb van a 0,1-hez, mint a 0,2-hez;

$3,85741 \approx 3,86$ (századokra kerekítve), mivel a 3,85741 közelebb van a 3,86-hoz, mint a 3,85-hoz.

$1,004483 \approx 1,004$ (ezredekre kerekítve), mivel a 1,004483 közelebb van az 1,004-hez, mint az 1,005-hez.

Ezek a példák a következő szabályt illusztrálják.

Ahhoz, hogy a tizedes törteket egyesekre, tizedekre, századokra és így tovább kerekítsük, a megtartott jegy utáni számjegyeket elhagyjuk. Ha az első elhagyott számjegy 0, 1, 2, 3 vagy 4, akkor az utolsó megtartott

számjegyet meghagyjuk, nem változtatjuk; de ha az első számjegy, amit elhagyunk 5, 6, 7, 8 vagy 9, akkor az utolsó megtartott számjegyet eggyel növeljük.

PÉLDA. Kerekítsük a 16,398-et századokra!

Megoldás. Azt kapjuk, hogy $16,398 \approx 16,40$, itt viszont a nullát nem hagyjuk el, mert ez mutatja, hogy melyik helyi értékre történt a kerekítés. ◀

Nemcsak a tizedes törteket, de a természetes számokat is kerekítik. Nem lehet pontosan megállapítani, hány ember él Ukrajnában, hány köbméter víz van a Kijevi-víztározóban, hány tonna szemes terményt takarítottak be tavaly hazánkban. A feltett kérdésekre különböző tájékoztatókból kaphatunk választ, de az ott feltüntetett adatok is közelítő értékek.

A természetes számok kerekítése nagyon hasonló a tizedes törtek kerekítéséhez.

A természetes számot adott helyi értékre úgy kerekítünk, hogy az utána következő számjegyeket, melyeknek kisebb a helyi értéke, nullákkal helyettesítjük. Ha az adott helyi értéket követő első számjegy 0, 1, 2, 3 vagy 4, akkor az adott helyi értéken lévő számjegyet nem változtatjuk; ha az adott helyi értéket követő első számjegy 5, 6, 7, 8 vagy 9, akkor az adott helyi értéken lévő számjegyet eggyel növeljük.

Például:

$234 \approx 230$ — tízesekre kerekítve;

$8763 \approx 8800$ — százásokra kerekítve;

$884 \approx 1000$ — ezresekre kerekítve;

$965\ 348 \approx 970\ 000$ — tízezresekre kerekítve.

Azokban az esetekben, amikor gyorsan akarunk értékelni valamilyen helyzetet, helyes döntést szeretnénk hozni, akkor hasznos lehet a kerekítési szabályok ismerete.

Vizsgáljuk meg a következő példát.

A gépkocsinak a célállomásáig még 283 km-t kell megtenni. A sofőr tudja, hogy a járműje 9 l benzint fogyaszt 100 km-enként, és az üzemanyagtartályának térfogata 60 l.

Ránézve az üzemanyagfogyasztás-mérőre (218. ábra), a gépkocsivezető megállapította, hogy elegendő benzinnel rendelkezik. Hogyan számolta ki ilyen gyorsan?



218. ábra

A gépkocsivezető valószínűleg így gondolkodott: kerekítette a 100 kilométerenkénti fogyasztását 10 literre, a fennmaradt utat 300 km-re, aztán a következő műveleteket hajtotta végre: $(300 : 100) \cdot 10$. Eredményként

30 litert kapott, amit összehasonlított a tartályban lévő mennyiséggel. Mivel a tartály még több mint félig volt, és a fél tartály az 30 l, ezért a gépkocsivezető azt a következtetést vonta le, hogy elegendő üzemanyaggal rendelkezik.

Pontosabb eredményt akkor kapott volna, ha meghatározza a $(283 : 100) \cdot 9$ kifejezés értékét. De a gépkocsivezető nem így járt el, hanem csak **(megbecsülte)** közelítő értékét adta meg ennek a kifejezésnek.

Figyeld meg, hogy a sofőr a kerekítést a legrosszabb esetre végezte el, vagyis nagyobb fogyasztással és nagyobb távolsággal számolt. Ha az üzemanyag elegendő a legrosszabb esetre, akkor a valóságban is elég. A lefelé kerekítés ebben az esetben veszélyes lehet. Ekkor a gépkocsivezető becsaphatja magát, ezért pórul járhat, elfogy az üzemanyag mielőtt még elérné úti célját.

Hasonló kerekítéseket végzünk akkor is, amikor bevásárlás közben megállapítjuk, hogy elegendő-e a vásárlásra szánt pénzünk, ha egyszerre több mindent szeretnénk vásárolni. Tervezve a napunkat, megbecsüljük, hogy mire mennyi időt szánunk. Ilyen hozzávetőleges becsléseket akkor érdemes végezni, ha az adott pillanat-

ban nem tudunk gyors, alapos számításokat végezni, hanem csak egyszerű kalkulációra van lehetőségünk.



1. Fogalmazz meg a tizedes törtek kerekítésének szabályát!
2. Fogalmazz meg a természetes számok kerekítésének szabályát!



Szóban oldd meg!

1. A következő törtek közül nevezd meg az egyenlőket:
1) 0,38; 4) 2,015; 7) 2,105; 10) 0,0470;
2) $\frac{47}{1000}$; 5) 0,47; 8) $\frac{38}{100}$; 11) $2\frac{15}{100}$;
3) 6,24; 6) 6,2400; 9) 0,407; 12) $6\frac{24}{100}$!
2. Hasonlítsd össze a számokat:
1) 7,6 és 7,4; 4) 0,06 és 0,2;
2) 9,1 és 9,11; 5) 8,4 és 8,04;
3) 5,18 és 5,1799; 6) 0,1 és 0,0987!
3. Milyen jelet kell a 4 és 5 számok közé tenni, hogy a 4-nél nagyobb, de az 5-nél kisebb számot kapjunk?
4. Nevezd meg azt a legnagyobb tizedes törtet, amely kisebb, mint 100, és a tizedesvessző után két számjegyet tartalmaz!
5. Nevezd meg azt a legkisebb tizedes törtet, amely nagyobb, mint 1000, és a tizedes vessző után három számjegyet tartalmaz!
6. A 20,00340506 számból melyik 3 nulla számjegyet kell kihúzni, hogy a lehető legnagyobb számot kapjuk?



Gyakorlatok

- 918.° Helyesen végezték-e el a kerekítést:
- 1) $2,853 \approx 2,8$; 3) $6473 \approx 6000$;
 - 2) $3,298 \approx 3,30$; 4) $2149 \approx 2200$?
- 919.° Kerekítsd:
- 1) tizedekre: 9,374; 0,5298; 54,06; 74,95;
 - 2) századokra: 13,405; 28,2018; 26,399;
 - 3) egészekre: 18,25; 3,099; 9,73; 239,81;
 - 4) ezredekre: 0,5261; 9,9999; 1,58762!

920.° Kerekítsd:

- 1) tizedekre: 16,88; 4,651; 1,29; 48,23; 36,96;
- 2) századokra: 8,636; 2,7848; 0,9996; 104,9438;
- 3) egészekre: 25,54; 8,47; 55,64; 62,32;
- 4) ezredekre: 2,3984; 8,55555; 47,7853!

921.° Kerekítsd:

- 1) tízesekre: 459; 1623; 492 685; 999;
- 2) százásokra: 6056; 7538; 55 555; 7988;
- 3) ezresekre: 7345; 4956; 129 808;
- 4) milliókra: 42 573 468; 59 676 657;
- 5) az adott szám legnagyobb helyi értékére: 836; 32 464; 7 145 962!

922.° Kerekítsd:

- 1) tízesekre: 534; 18 357; 4 783 386;
- 2) százásokra: 2223; 1374;
- 3) ezresekre: 312 864; 67 314;
- 4) milliókra: 5 032 999; 9 821 893;
- 5) az adott szám legnagyobb helyi értékére: 4562; 583 037; 28 099 897!

923.° Kerekítsd a számot: 1) ezresekre; 2) százásokra; 3) tízesekre; 4) egészekre; 5) tizedekre; 6) századokra; 7) ezredekre:

- a) 8419,3576; b) 6745,2891; c) 9421,5307!

924.* A kijelölt számjegyek elhagyásával kerekítsd a tizedes törtet, majd állapítsd meg, milyen helyi értékre történt a kerekítés:

- | | |
|---------------------|--------------------------|
| 1) 24,5 6 ; | 3) 0,00 7289 ; |
| 2) 8,03 58 ; | 4) 6,848641 975 ! |

925.* A kijelölt számjegyek elhagyásával kerekítsd a tizedes törtet, majd állapítsd meg, milyen helyi értékre történt a kerekítés:

- | | |
|--------------------|----------------------|
| 1) 5,8 74 ; | 3) 20,78 46 ; |
| 2) 3,52 9 ; | 4) 2,334 96 ! |

926. A centiméterben megadott mennyiségeket kerekítsd százásokra, majd add meg méterekben: 469 cm; 3244 cm; 5382 cm; 20 460 cm; 50 083 cm!

927. A kilogrammokban megadott mennyiségeket kerekítsd ezresekre, majd add meg tonnákban: 3842 kg; 4506 kg; 8329 kg; 869 kg!

928. A Föld a Nap körül 107 228 km/ó átlagsebességgel kering. Kerekítsd ezt a számot:

- 1) tízes kilométer óránkénti sebességre;
- 2) százás kilométer óránkénti sebességre;
- 3) ezres kilométer óránkénti sebességre;
- 4) tízezres kilométer óránkénti sebességre;
- 5) százezres kilométer óránkénti sebességre!

929. A méterekben megadott mennyiségeket kerekítsd százásokra, majd add meg kilométerekben: 1469 m; 5424 m; 18 096 m; 324 711 m; 549 628 m!

930. Milyen számjegyekkel lehet helyettesíteni a csillagot, hogy a kerekítés helyes legyen:

- 1) $4,9* \approx 4,9$;
- 2) $63,*5 \approx 64$;
- 3) $13,2*99 \approx 13,2?$

931. Milyen számjegyekkel lehet helyettesíteni a csillagot, hogy a kerekítés helyes legyen:

- 1) $5,47*4 \approx 5,47$;
- 2) $23*1 \approx 2400?$

932. Sanyinak 220 hrivnyája van. Születésnapja alkalmából a 28 osztálytársát meg szeretné kínálni egy-egy szelet csokoládéval. Egy szelet édesség ára 6 hr. 80 kop. Az elhatározása után Sanyi rögtön rájött, hogy erre a célra van elegendő pénze. Mit gondolsz, hogyan tudta ezt gyorsan megállapítani?

933. El kell szállítani 102 db, egyenként 30,7 kg-os ládát. A tehergépkocsi vezetője rögtön megállapította, hogy egy fordulóval ezt nem tudja megoldani, mert a gépkocsi teherbírása 3 t. Szerintetek hogyan tudta ezt eldönteni?



Ismétlő gyakorlatok

934. A nyúl 12 évet él, ami: 1) a juh élethosszának az $\frac{6}{7}$ e; 2) a kecske élethosszának a $\frac{2}{3}$ a; 3) a fácán élethosszának pedig a $\frac{3}{5}$ e. Határozd meg a juh, a kecske és a fácán élethosszát!
935. Az $\frac{a}{7}$ áltört vegyes számmá alakításakor a nem teljes hányados 19, a maradék pedig 5. Határozd meg az a értékét!



Bölcs Bagoly feladványa

936. Marika barátainak azt mesélte, hogy tegnapelőtt ő még csak tízéves volt, de jövőre már tizenhárom éves lesz. Hogyan lehetséges ez?

33. A tizedes törtek összeadása és kivonása

Már össze tudtok adni egyenlő nevezőjű törteket. Most megtanuljuk, hogyan adunk össze tizedes törteket.

Meghatározzuk a $2,374+1,725$ összeget. Átalakítva ezeket a törteket közös nevezésű törtekké, a következőt kapjuk:

$$\begin{aligned} 2,374 + 1,725 &= 2\frac{374}{1000} + 1\frac{725}{1000} = 3 + \frac{374+725}{1000} = 3 + \frac{1099}{1000} = \\ &= 3 + 1\frac{99}{1000} = 4\frac{99}{1000} = 4,099. \end{aligned}$$

Viszont a tizedes törteket sokkal egyszerűbben is összeadhatjuk, ha nem alakítjuk át őket közös nevezésű törtekké. Mivel a tizedes törtek felírása hasonló a ermészetes számok felírásához, ezért lehetőség van az oszlopban (írásban) történő összeadásra is.

Két tizedes tört összegének meghatározásához:

- 1) *kiegyenlítjük az összeadandókban a tizedesvesszőt követő számjegyek számát;*
- 2) *az összeadandókat úgy írjuk egymás alá, hogy a második összeadandó minden helyi értéke az első összeadandó megfelelő helyi értéke alá kerüljön;*
- 3) *a kapott számokat úgy adjuk össze, mint a természetes számokat;*
- 4) *ügyelünk arra, hogy a kapott összegben és az összeadandókban a tizedesvesszők egymás alá kerüljenek.*

A 219. ábra és a 220. ábra azt szemlélteti, hogyan kell meghatározni a $2,374+1,725$ és a $7,6+11,35$ összegeket.

	2	3	7	4	
+	1	7	2	5	
<hr/>					
	4	0	9	9	

219. ábra

		7	6	0	
+	1	1	3	5	
<hr/>					
	1	8	9	5	

220. ábra

A tizedes törtek kivonása is lehetséges írásban.

Két tizedes tört különbségének meghatározásához:

- 1) *kiegyenlítjük a kisebbítendőben és a kivonandóban a tizedesvesszőt követő számjegyek számát;*
- 2) *a kivonandót úgy írjuk kisebbítendő alá, hogy a kivonandó minden helyi értéke a kisebbítendő megfelelő helyi értéke alá kerüljön;*
- 3) *a kivonást úgy végezzük el, mint a természetes számok kivonását;*
- 4) *ügyelünk arra, hogy a különbségben, a kisebbítendőben és kivonandóban a tizedesvesszők egymás alá kerüljenek.*

A 221. ábra azt szemlélteti, hogyan kell meghatározni a $0,8-0,593$ különbséget. A fenti példák alapján

	0	8	0	0
	0	5	9	3
	0	2	0	7

221. ábra

elmondhatjuk, hogy a tizedes törtek összeadása és kivonása helyi értékeik alapján történik, vagyis ahhoz hasonlóan, ahogy a természetes számokkal végezzük el ezeket a műveleteket. Ez a legfontosabb előnye a tizedes tört alakban felírt törteknek.

A 29. pontból már tudjátok, hogy a természetes számok összeadásának tulajdonságai a törtszámokra is teljesülnek. Emlékeztetőül, ezek a következő tulajdonságok:

$$a + b = b + a \text{ —}$$

az összeadás felcserélhetőségi tulajdonsága,

$$(a + b) + c = a + (b + c) \text{ —}$$

az összeadás csoportosíthatósági tulajdonsága.

1.PÉLDA. Számítsd ki a 4 km 36 m — 768 m különbséget úgy, hogy a mennyiségeket alakítsd kilométerekké!

Megoldás.

$$4 \text{ km } 36 \text{ m} - 768 \text{ m} = 4 \frac{36}{1000} \text{ km} - \frac{768}{1000} \text{ km} =$$

$$= 4,036 \text{ k} - 0,768 \text{ km} = 3,268 \text{ km.} \blacktriangleleft$$

2.PÉLDA. A csónak saját sebessége 30 km/ó, a vízfolyás sebessége pedig 1,4 km/ó. Határozd meg a csónak sebességét a vízfolyás irányában, és árral szemben!

Megoldás. 1) $30 + 1,4 = 31,4$ (km/ó) a csónak sebessége a vízfolyás irányában.

2) $30 - 1,4 = 28,6$ (km/ó) a csónak sebessége árral szemben.

Felelet: 31,4 km/ó; 28,6 km/ó. \blacktriangleleft



1. Fogalmazd meg a tizedes törtek összeadásának szabályát!
2. Fogalmazd meg a tizedes törtek kivonásának szabályát!

Szóban oldd meg!

1. A következő tizedes törtek melyike egyenlő $\frac{79}{100\,000}$ del:
1) 0,79000; 2) 0,0079; 3) 0,00079; 4) 0,7900?
2. A következő tizedes törtek között melyik lesz a legnagyobb:
1) 43,56; 2) 43,561; 3) 43,559; 4) 43,55?
3. Mennyi a 6,27 tizedekre kerekített értéke:
1) 6,2; 2) 6,3; 3) 6,26; 4) 6,28?
4. Két polcon összesen 20 könyvvel van több, mint mindegyik polcon külön-külön? Hány könyv van mindegyik polcon?
5. Hasonlítsd össze:
1) 2 m és 200 cm; 3) 20 cm és 0,2 m;
2) 2 óra és 200 perc; 4) 20 perc és 0,2 óra!



Gyakorlatok

- 937.° Végezd el az összeadást:
1) $3 + 0,2$; 4) $0,64 + 1$;
2) $0,4 + 0,5$; 5) $0,43 + 0,16$;
3) $0,2 + 0,02$; 6) $0,37 + 0,6$!
- 938.° Számítsd ki:
1) $0,6 + 0,4$; 4) $0,66 + 0,4$;
2) $0,66 + 0,04$; 5) $0,666 + 0,04$;
3) $0,666 + 0,004$; 6) $0,66 + 0,34$!
- 939.° Végezd el az összeadást:
1) $12,5 + 23,9$; 4) $13,72 + 24,318$;
2) $18,74 + 3,3$; 5) $4,18 + 7,52$;
3) $6,6 + 14$; 6) $43,523 + 36,477$!
- 940.° Végezd el az összeadást:
1) $4,7 + 5,8$; 4) $0,823 + 0,729$;
2) $6,9 + 3,45$; 5) $5,4 + 13,691$;
3) $16 + 4,2$; 6) $38,246 + 56,254$!
- 941.° Számítsd ki:
1) $9,8 - 0,7$; 3) $0,24 - 0,06$; 5) $3,28 - 2,28$;
2) $5,9 - 4$; 4) $0,1 - 0,01$; 6) $9,57 - 6,4$!

942.° Végezd el a kivonást:

- 1) $14,4 - 8,9$; 3) $43 - 0,451$;
2) $72,28 - 54,46$; 4) $10,25 - 5,2974$!

943.° Végezd el a kivonást:

- 1) $9,2 - 6,7$; 3) $20 - 5,63$;
2) $29,36 - 19,59$; 4) $8,3 - 4,678$!

944.° Végezd el a kivonást és ellenőrizd összeadás segítségével:

- 1) $35,4 - 16,72$; 2) $52,303 - 25,59$!

945.° Végezd el a kivonást és ellenőrizd összeadás segítségével:

- 1) $13,5 - 8,28$; 2) $38,06 - 17,4$!

946.° Oldd meg az egyenletet:

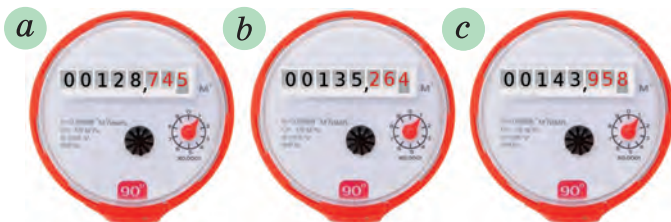
- 1) $x + 4,83 = 9$; 3) $x - 14,852 = 15,148$;
2) $43,78 - x = 5,384$; 4) $2,395 + x = 10$!

947.° Oldd meg az egyenletet:

- 1) $15,62 + x = 20$; 3) $x - 36,76 = 19,24$;
2) $9,54 - x = 7,268$; 4) $x + 0,24 = 8,1$!

948.° A 222. ábrán a Szabó család melegvíz-mérőórája látható. A 222. a ábra az október 1-jei állapotot mutatja, a 222. b ábra a november 1-jeit, a 222. c ábra pedig a december 1-jeit.

- 1) Hány köbméter meleg vizet fogyasztottak: a) októberben; b) novemberben?
2) Mennyivel kevesebb volt a melegvíz-fogyasztás októberben, mint novemberben?



222. ábra

949.° Malacka és Tigris összesen 3,2 kg gombát szedett, Malacka egyedül 1,68 kg-ot. Ki szedett több gombát és mennyivel?

950.° A boszorkány új kétszobás, kacsalábon forgó házat vásárolt magának. Az egyik szoba területe $17,6 \text{ m}^2$, amely $5,9 \text{ m}^2$ -rel nagyobb a másik szobáénál. Segíts kiszámítani a boszorkánynak, mennyi a két szoba alapterülete!

951.° A sétahajó sebessége a vízfolyás irányában $30,2 \text{ km/ó}$, a folyó sebessége $2,2 \text{ km/ó}$. Határozd meg a hajó sebességét állóvízben és az árral szemben!

952.° A motorcsónak sebessége az árral szemben $18,8 \text{ km/ó}$, a saját sebessége pedig $20,2 \text{ km/ó}$. Határozd meg a vízfolyás sebességét és a csónak sebességét a vízfolyás irányában!

953.° Virágtündér télire feltöltötte az éléskamráját: $4,6 \text{ g}$ szárított gombával; $3,42 \text{ g}$ -mal több mézzel, mint gombával; $0,38 \text{ g}$ -mal kevesebb bogyóval, mint mézzel; és $2,1 \text{ g}$ -mal több szárított gyökérrel, mint bogyóval. Mennyi a télire elrakott tartalék tömege összesen?



954.° A hónap első hetében $2,16 \text{ t}$ narancsot értékesített az üzlet, a második héten pedig $0,976 \text{ t}$ -val többet, mint az elsőben. Ezt követően $3,58 \text{ t}$ narancs maradt raktáron. Hány tonna narancsot hoztak az üzletbe a hónap elején?

955.° Határozd meg a Földünk sivatagjainak összterületét, ha Ausztráliában $1,4$ millió km^2 , Amerikában $0,7$ millió km^2 -rel nagyobb a sivatagok területe, mint Ausztráliában, Ázsiában $2,2$ millió km^2 -rel nagyobb, mint Amerikában, Afrikában pedig $10,6$ millió km^2 -rel nagyobb, mint Amerikában!

956.° A világ legnagyobb tava a Kaszpi-tenger, melynek mélysége $1,025 \text{ km}$. A Bajkál-tó (Oroszország) a vi-

lág legmélyebb tava. Ennek a mélysége 0,617 km-rel mélyebb a Kaszpi-tengernél. A Tanganyika-tó (Afrika) 1,47 km mély. Hány kilométerrel mélyebb a Bajkál-tó a Tanganyika-tónál? Mennyivel mélyebb a Tanganyika-tó a Kaszpi-tengernél?

957. A töröttvonal három szakaszból áll. Az első szakasz 9,2 cm, ami 3,5 cm-rel hosszabb a második szakasznál és 4,9 cm-rel rövidebb a harmadik hosszánál. Határozd meg a töröttvonal hosszát!

958. A háromszög egyik oldala 12,4 dm, amely 3,8 dm-rel rövidebb a másik oldalánál és 2,6 dm-rel hosszabb a harmadiknál. Számítsd ki a háromszög területét!

959. Határozd meg a kifejezés értékét:

- 1) $18,61 + 7,54 + 3,4$; 2) $86,58 + 32,6 + 5,079$;
- 3) $26,836 - 7,59 - 12,6 - 3,5801$;
- 4) $489,2 - (164,4 + 92,16 - 138,254)$!

960. Határozd meg a kifejezés értékét:

- 1) $5,68 + 13,27 + 4,9$; 2) $18,35 + 1,4 + 38,016$;
- 3) $14,02 - 10,379 + 5,004 - 7,3245$;
- 4) $642,7 - (365,2 - 41,54 + 125,086)$!

961. Oldd meg az egyenletet:

- 1) $(1,34 + x) - 58,3 = 4,26$;
- 2) $(94,2 - a) - 1,26 = 3,254$;
- 3) $4,75 - (x - 0,67) = 3,025$;
- 4) $40,3 - (63,4 - a) = 36,62$!

962. Oldd meg az egyenletet:

- 1) $(x - 50,6) + 2,15 = 42,9$;
- 2) $31,28 - (m + 4,2) = 15,093$!

963. Végezd el az összeadást, a legcélszerűbb számítási sorrend megválasztásával:

- 1) $(2,45 + 0,276) + 4,55$;
- 2) $(9,37 + 13,6) + 6,4$;
- 3) $5,12 + 3,75 + 5,25 + 4,88$;
- 4) $0,234 + 0,631 + 0,766 + 0,369$!

964.* Végezd el az összeadást, a legcélszerűbb számítási sorrend megválasztásával:

- 1) $(12,82 + 8,394) + 5,18$;
- 2) $16,528 + 42,5 + 13,472$;
- 3) $2,53 + 15,1 + 4,47 + 14,9$;
- 4) $76,1 + 38,83 + 24,9 + 52,17!$

965.* Egyszerűsítsd a kifejezést:

- 1) $2,46 + a + 81,139 + 14,8$;
- 2) $m + 0,47 + 5,062 + m + 4,295$;
- 3) $x + 0,3 + 0,9007 + 4,58 + 3x$;
- 4) $7c + 236,7 + 2c + 0,82 + 4,325!$

966.* Határozd meg a műveletlanc hiányzó számait!

$$14,36 \xrightarrow{+18,54} a \xrightarrow{-27,032} b \xrightarrow{+x} 10.$$

967.* Határozd meg a műveletlanc hiányzó számait!

$$39,8 \xrightarrow{-14,48} a \xrightarrow{+x} 74,123 \xrightarrow{-y} 40,2.$$

968.* A csillagok helyére olyan számjegyeket tegyél, hogy az összeadás (kivonás) helyes legyen!

$$\begin{array}{r} 1) \quad 17,*4 \\ + \quad *,*,5* \\ \hline 105,23 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 3) \quad 72,** \\ - \quad 3*,59 \\ \hline *,2,69 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 2) \quad *,53* \\ + \quad 6,9*8 \\ + \quad 20,*27 \\ \hline *,0,041 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 4) \quad 9*,7*5 \\ - \quad *,4,*6* \\ \hline 34,841 \end{array}$$

969.** Fejezd ki deciméterben, és végezd el a műveleteket:

- 1) $2,34 \text{ dm} - 18 \text{ cm}$;
- 2) $9,6 \text{ dm} + 4 \text{ cm}$;
- 3) $49 \text{ dm} - 324 \text{ cm}$;
- 4) $5,63 \text{ m} + 2345 \text{ cm}$;
- 5) $9 \text{ m } 8 \text{ dm } 3 \text{ cm} - 25 \text{ cm } 8 \text{ mm}$;
- 6) $1 \text{ m } 5 \text{ dm } 6 \text{ cm} - 16 \text{ cm } 9 \text{ mm}!$

970.** Fejezd ki árban, és végezd el a műveleteket:

- 1) $3 \text{ a } 82 \text{ m}^2 + 8 \text{ a } 9 \text{ m}^2$;

- 2) $28 \text{ a } 7 \text{ m}^2 + 14 \text{ a } 26 \text{ m}^2$;
- 3) $57 \text{ a } 22 \text{ m}^2 - 48 \text{ a } 4 \text{ m}^2$;
- 4) $41 \text{ a } 5 \text{ m}^2 - 36 \text{ a } 19,7 \text{ m}^2$;
- 5) $9 \text{ ha } 6 \text{ a } 8 \text{ m}^2 + 18 \text{ a } 10 \text{ m}^2$;
- 6) $24 \text{ ha } 8 \text{ a } 4 \text{ m}^2 - 24 \text{ a } 20 \text{ m}^2$!

971.** Fejezd ki mázsában, és végezd el a műveleteket:

- 1) $9 \text{ q} - 524 \text{ kg}$;
- 2) $8 \text{ q } 44 \text{ kg} - 836 \text{ kg}$;
- 3) $42 \text{ q } 5 \text{ kg} + 85 \text{ kg}$;
- 4) $2,92 \text{ t} + 684 \text{ kg}$;
- 5) $7 \text{ t } 6 \text{ q } 4 \text{ kg} - 8 \text{ q } 18 \text{ kg}$;
- 6) $1 \text{ t } 2 \text{ q } 3 \text{ kg} - 1 \text{ t } 15 \text{ kg}$!

972.** Keresd meg a szabályszerűséget az adott számsorban és írd fel a három következő számot:

- 1) 0,4; 1,2; 2; ...;
- 2) 16,1; 15,8; 15,5; ...!

973.** Keresd meg a s szabályszerűséget az adott számsorban és írd fel a három következő számot:

- 1) 3,1; 4,4; 5,7; ...;
- 2) 20; 17,5; 15; ...!

974.** Határozd meg a kifejezés értékét a legcélszerűbb számítási sorrend megválasztásával:

- 1) $(4,12 + 0,116) - 1,12$;
- 2) $0,844 - (0,244 + 0,018)$!

975.** Határozd meg a kifejezés értékét a legcélszerűbb számítási sorrend megválasztásával:

- 1) $(5,93 + 67,5) - 27,5$;
- 2) $7,29 - (3,961 + 2,29)$!



Ismétlő gyakorlatok

976. Két kikötőből, melyek között a távolság 24 km, egyszerre, egy irányban egy csónak és egy motorcsónak indult el (a csónak haladt elől). A csónak sebessége 8 km/ó, ami az a motorcsónak sebességének a $\frac{4}{5}$ e. Mennyi idő alatt éri utol a motorcsónak a csónakot?

977. Ősidők óta a farkas, a róka és a varjú az ukrán népmesék, közmondások és szólások kedvenc hősei. A néprajzkutatók 147 közmondást és szólást tartanak számon a farkasról. Az összes közmondás és szólás $\frac{17}{49}$ -e a rókáról



szól; varjúról szólók a mennyiséges a farkast említő szólások és közmondások — $\frac{1}{3}$

részével egyenlő. Hány közmondásban és szólásban szerepel róka? Hányban varjú?

978. Egy tábla csokoládéért és négy süteményért 138 hrvnyát, egy tábla csokoládéért és nyolc süteményért pedig 250 hrvnyát fizetett. Hány hrvnyába kerül egy tábla csokoládé?



Bölcs Bagoly feladványa

979. Az ördög azt mondta Fekete Péternek: Ahányszor áthaladsz az én varázslatos hidamon, a pénzed megduplázódik, de ezért minden alkalommal fizetsz nekem 24 hrvnyát. Péter háromszor ment keresztül a hídon és pénz nélkül maradt. Mennyi pénze volt Péternek mielőtt még az ördöggel találkozott volna?

ELLENŐRIZD MAGADAT! 5. SZ. TESZTFELADAT

- Nevezd meg az igaz egyenlőtlenséget!

A) 5,9	B) 5,90	C) 5,09	D) 5,009
--------	---------	---------	----------
- Fejezd ki kilogrammban a 72 g-ot!

A) 0,072 kg	B) 0,72 kg	C) 0,0072 kg	D) 7,2 kg
-------------	------------	--------------	-----------
- Nevezd meg az igaz egyenlőtlenséget!

A) $13,7 > 13,71$	C) $0,9 < 0,099$
B) $4,6 > 4,073$	D) $8,4 < 8,311$
- Hány természetes x szám létezik, melyekre teljesül a $4,36 < x < 10,16$ egyenlőtlenség?

A) 4	B) 5	C) 6	D) 7
------	------	------	------
- Kerékiítsd a 19,254 számot tizedekre!

A) 19,2	B) 19,25	C) 19,3	D) 19,26
---------	----------	---------	----------

6. A láda magasságát milliméterekben határozták meg. Centiméterekre kerekítve az eredményt, 15 cm-t kaptak. Mennyi lehet a láda magassága milliméterben?

- A) 156 mm B) 146 mm C) 155 mm D) 144 mm

7. Mivel egyenlő a $\frac{4}{100} + \frac{7}{1000}$? kifejezés értéke?

- A) 0,047 B) 0,1047 C) 0,407 D) 0,47

8. Mivel egyenlő a 2400 m – 0,6 km különbség?

- A) 2,34 km B) 2399,4 m C) 2340 m D) 1,8 km

9. Számold ki az összeget 600 kg + 2,8 q.

- A) 3,4 q B) 8,8 q C) 6,28 q D) 602,8 kg

10. Nevezd meg azt a legnagyobb, 3-nál kisebb tizedes törtet, amely a tizedesvessző után két számjegyet tartalmaz!

- A) 2,09 B) 2,99 C) 2,90 D) 1,99

11. Határozd meg a csónak sebességét az árral szemben, ha a vízfolyás sebessége 1,8 km/ó, a csónak sebessége a vízfolyás irányában pedig 18 km/ó!

- A) 19,8 km/ó C) 16,2 km/ó
B) 15,6 km/ó D) 14,4 km/ó

12. Oldd meg a $12,8 - (x + 4,723) = 1,05$ egyenletet!

- A) 2,423 B) 16,473 C) 9,127 D) 7,027

34. A tizedes törtek szorzása

Már tudjátok, hogy $a \cdot 10 = \underbrace{a + a + \dots + a}_{10 \text{ összeadandó}}$. Például:

$0,2 \cdot 10 = \underbrace{0,2 + 0,2 + \dots + 0,2}_{10 \text{ összeadandó}}$. Nem nehéz megállapítani,

hogy ennek az eredménye 2 lesz, vagyis $0,2 \cdot 10 = 2$.

Hasonlóan meg lehet győződni arról is, hogy:

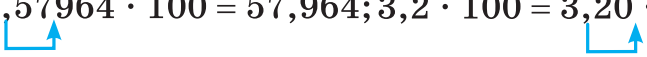
$$5,2 \cdot 10 = 52; \quad 0,27 \cdot 10 = 2,7; \quad 1,253 \cdot 10 = 12,53.$$

Már bizonyára rájöttetek, hogyha tizedes törtet 10-zel szorzunk, a törtben a tizedesvesszőt 1 számjeggel jobbra visszük.

Hogyan kell a tizedes törtet 100-zal szorozni?

A következőt kapjuk: $a \cdot 100 = a \cdot 10 \cdot 10$. Tehát $2,375 \cdot 100 = 2,375 \cdot 10 \cdot 10 = 23,75 \cdot 10 = 237,5$.

A fenti példa azt mutatja, hogyha a tizedes törtet 100-zal szorozzuk, akkor ebben a törtben a tizedesvesszőt 2 számjeggyel kell jobbra vinni:

$$0,57964 \cdot 100 = 57,964; 3,2 \cdot 100 = 3,20 \cdot 100 = 320.$$


Szorozzuk meg a 7,1212 számot 1000-rel. A következőt kapjuk:

$$\begin{aligned} 7,1212 \cdot 1000 &= 7,1212 \cdot 100 \cdot 10 = \\ &= 712,12 \cdot 10 = 7121,2. \end{aligned}$$

Ezek a példák illusztrálják a következő szabályt.

Tizedes törtet 10-zel, 100-zal, 1000-rel úgy szorzunk, hogy a törtben a tizedesvesszőt 1, 2, 3 számjeggyel jobbra visszük.

Tehát, ***ha a számban a tizedesvesszőt 1, 2, 3 és így tovább számjeggyel jobbra visszük, akkor a szám értéke 10-szer, 100-szor, 1000-szer és így tovább növekszik.***

És fordítva, ***ha a tizedesvesszőt a számban 1, 2, 3 és így tovább számjeggyel balra visszük, akkor a szám értéke 10-szer, 100-szor, 1000-szer és így tovább csökkeni fog.***

Megmutatjuk, hogy a számok tizedes tört formájában való felírása lehetőséget ad arra, hogy a természetes számokhoz hasonlóan végezzük a szorzásukat.

Határozzuk meg a 3,4 és az 1,23 számok szorzatát. Az elsőt tízszeresére, a másodikat pedig százszorosára növelve, a szorzatot 1000-szeresére növeljük.

Tehát a 34 és a 123 természetes számok szorzata 1000-szerese a keresett szorzatnak.

A következőt kaptuk: $34 \cdot 23 = 4182$. Az eredmény meghatározásához a 4182-es számot 1000-szer csökkeníteni kell. Felírjuk: $4182 = 4182,0$. A 4182,0 számban a tizedesvesszőt három számjeggyel balra visszük, és megkapjuk a 4,182 számot, ami 1000-szer kisebb a 4182-től. Ezért $3,4 \cdot 1,23 = 4,182$.

Ezt az eredményt egyszerűbben is megkaphatjuk, ha alkalmazzuk a következő szabályt.

Két tizedes tört szorzásakor a következőképpen járunk el:

- 1) tizedes törteket úgy szorzunk, mint a természetes számokat, a tizedesvesszőt figyelmen kívül hagyva;***
- 2) majd a szorzatban jobbról annyi tizedesjegyet választunk le tizedesvesszővel, ahány tizedesjegy van a két tényezőben összesen.***

Abban az esetben, ha a szorzat kevesebb jegyet tartalmaz, mint ahányat le kellene választani, akkor balról nullákat írunk a szorzat elé, és csak ezután visszük balra a tizedesvesszőt.

Például $2 \cdot 3 = 6$, ezért $0,2 \cdot 0,3 = 0,06$; $25 \cdot 33 = 825$, ekkor $0,025 \cdot 0,33 = 0,00825$.

Ha az egyik tényező $0,1$; $0,01$; $0,001$ és így tovább, akkor érdemes a következő szabályt alkalmazni.

Tizedes törtet 0,1-del, 0,01-dal, 0,001-del stb. úgy szorzunk, hogy a törtben balra visszük a tizedesvesszőt 1, 2, 3 stb. jegglyel.

Például,

$$1,58 \cdot 0,1 = 0,158; \quad 324,7 \cdot 0,01 = 3,247.$$

A természetes számok szorzásának tulajdonságai teljesülnek a törtszámok szorzása esetében is:

$ab = ba$ — a szorzás felcserélhetőségi tulajdonsága;

$(ab)c = a(bc)$ — a szorzás csoportosíthatósági tulajdonsága;

$a(b + c) = ab + ac$ — a szorzásnak az összeadásra vonatkozó széttagolhatósági tulajdonsága;

$a(b - c) = ab - ac$ — a szorzásnak a kivonásra vonatkozó széttagolhatósági tulajdonsága.



1. Hogyan kell a tizedes törtet 10-zel, 100-zal, 1000-rel szorozni?
2. Hogyan kell két tizedes törtet összeszorozni?
3. Hogyan kell a tizedes törtet 0,1-del, 0,01-dal, 0,001-del megszorozni?



Szóban oldd meg!

1. Melyik az a szám, amely:
 - 1) 2,06-dal kisebb, mint a 3,6;
 - 2) 3,5-del nagyobb, mint 7,05;
 - 3) 2-szer nagyobb, mint a 27;
 - 4) 5-ször kisebb, mint 205?
2. Hozd egyszerűbb alakra a kifejezéseket:
 - 1) $13a \cdot 2b$;
 - 2) $5a \cdot 4b \cdot 9c$;
 - 3) $5x - 3x + 4x$;
 - 4) $7y + 6y - y$;
 - 5) $10a - 9a + 8$;
 - 6) $8c - 3c + c - 7$!
3. A $* \cdot 4 + * \cdot 5 + * \cdot 6 = 7,5$ felírásban a csillag mindig ugyanazt a számjegyet jelöli, és az eredmény igaz lesz. Nevezd meg ezt a számjegyet!
4. Hányszor több kétjegyű szám van, mint egyjegyű?



Gyakorlatok

- 980.**° Hány számjegy lesz a tizedesvessző után jobbra a szorzatban, ha a tényezők: 4,2 és 8,14; 9,36 és 19,426; 0,018 és 0,001?
- 981.**° Határozd meg a szorzat értékét:
 - 1) $6,58 \cdot 10$;
 - 2) $6,58 \cdot 100$;
 - 3) $6,58 \cdot 1000$;
 - 4) $6,58 \cdot 10\ 000$!
- 982.**° Végezd el a szorzást:
 - 1) $9,6 \cdot 10$;
 - 2) $0,065 \cdot 100$;
 - 3) $7,03 \cdot 100$;
 - 4) $32,97 \cdot 1000$;
 - 5) $8,1 \cdot 10\ 000$;
 - 6) $0,028 \cdot 10\ 000$!
- 983.**° Végezd el a szorzást:
 - 1) $3,284 \cdot 10$;
 - 2) $6,3 \cdot 100$;
 - 3) $4,125 \cdot 1000$;
 - 4) $924,587 \cdot 100\ 000$!
- 984.**° Fejezd ki centiméterben: 3,6 dm; 0,75 dm; 1,23 m; 0,487 m!
- 985.**° Fejezd ki grammban: 4,743 kg; 0,516 kg; 0,089 kg!

986.° Ismert, hogy $428 \cdot 76 = 32\,528$. Az egyenlőség jobb oldalán tedd ki a tizedesvesszőt úgy, hogy a szorzás helyes legyen:

- 1) $4,28 \cdot 76 = 32528$;
- 2) $42,8 \cdot 7,6 = 32528$;
- 3) $4,28 \cdot 7,6 = 32528$;
- 4) $42,8 \cdot 0,76 = 32528$;
- 5) $0,428 \cdot 7,6 = 32528$;
- 6) $0,428 \cdot 0,076 = 32528$!

987.° Számítsd ki:

- 1) $5 \cdot 0,3$;
- 2) $2,1 \cdot 4$;
- 3) $0,5 \cdot 8$;
- 4) $0,04 \cdot 2$;
- 5) $0,9 \cdot 0,8$!

988.° Végezd el a szorzást:

- 1) $2,4 \cdot 3,6$;
- 2) $4,5 \cdot 8,4$;
- 3) $2,8 \cdot 5,14$;
- 4) $9,16 \cdot 5,5$;
- 5) $0,37 \cdot 1,9$;
- 6) $42,25 \cdot 6$;
- 7) $6,132 \cdot 5,2$;
- 8) $0,018 \cdot 0,65$;
- 9) $2,376 \cdot 0,42$!

989.° Végezd el a szorzást:

- 1) $8,1 \cdot 6,5$;
- 2) $5,8 \cdot 2,5$;
- 3) $3,02 \cdot 7,3$;
- 4) $8,35 \cdot 1,8$;
- 5) $4,8 \cdot 0,64$;
- 6) $8 \cdot 90,45$;
- 7) $1,16 \cdot 0,29$;
- 8) $0,85 \cdot 0,032$;
- 9) $0,275 \cdot 1,64$!

990.° Végezd el a szorzást:

- 1) $4,6 \cdot 0,1$;
- 2) $35,1 \cdot 0,01$;
- 3) $436 \cdot 0,001$;
- 4) $729 \cdot 0,0001$;
- 5) $6,58 \cdot 0,1$;
- 6) $6,58 \cdot 0,001$!

991.° Végezd el a szorzást:

- 1) $57 \cdot 0,1$;
- 2) $2,7 \cdot 0,01$;
- 3) $38,1 \cdot 0,001$;
- 4) $0,8 \cdot 0,00001$!

992.° Számítsd ki: 1) $0,4^2$; 2) $0,2^3$; 3) $1,6^2$; 4) $0,1^5$!

993.° Számítsd ki: 1) $0,8^2$; 2) $0,5^3$; 3) $2,4^2$!

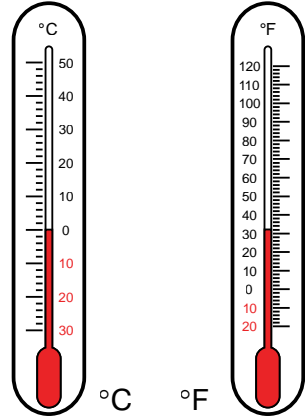
994.° Határozd meg a kifejezés értékét:

- 1) $12,3 \cdot 0,8 - 5,4 \cdot 1,6$;
- 2) $(3,126 - 1,7) \cdot (0,15 + 7,4)$!

995.° Határozd meg a kifejezés értékét:

1) $5,6 \cdot 0,08 + 0,23 \cdot 2,4$; 2) $(72 - 42,56) \cdot 0,08!$

996.° A világ számos országában, beleértve Ukrainát is, a hőmérsékletet Celsius¹-fokban mérik. Más országokban, például az Egyesült Államokban, a hőmérsékletet a Fahrenheit² fokban mérik. Ahhoz, hogy egy Celsius-fokban megadott hőmérsékletet átalkítsunk Fahrenheit-fokban megadott hőmérsékletté, a következő képletet alkalmazzák: $t\text{ F} = 1,8t\text{ C} + 32$, ahol $t\text{ C}$ a hőmérséklet Celsius-fokban, $t\text{ F}$ a hőmérséklet Fahrenheit-fokban. Hány Fahrenheit-foknak felel meg 25 Celsius-fok?



997.° A citrom kilogrammja 35 hr-ba kerül. Kati 1 kg 700 g citromot vásárolt. Mennyi lesz a 100 hrvnyából visszajáró pénz? A feleletet hrvnyában és kopijkában add meg!

998.° Az első napon a vitorlás 12,6 órát ment 26,5 km/ó sebességgel. A következő napon 10,5 órát volt úton és a sebessége 28,4 km/ó volt. Mekkora távolságot tett meg a vitorlás a két nap alatt?

999.° Sanyi nagyapó eladott 15,8 kg meggyet és 20,5 kg szilvát. 1 kg meggy ára 40,5 hrvnya, a szilva ára pedig kilogrammonként 32 hrvnya. Melyik gyümölcsért kapott többet, és mennyivel?

¹ *Anders Celsius* (1701—1744) — svéd csillagász és fizikus. 1742-ben hőmérsékleti skálát dolgozott ki, melyet róla neveztek el.

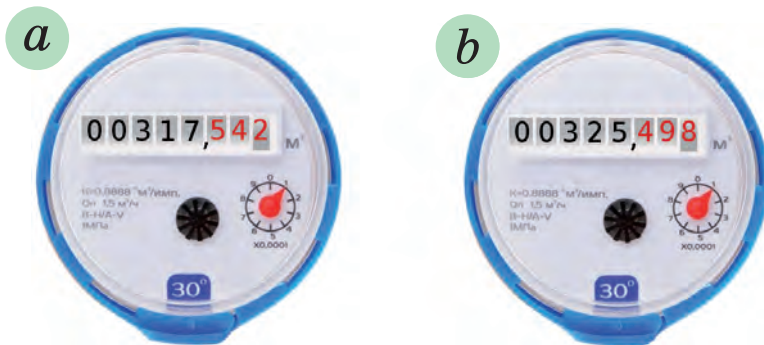
² *Gabriel Daniel Fahrenheit* (1686—1736) — német fizikus. 1724-ben hőmérsékleti skálát dolgozott ki, melyet róla neveztek el.

1000.° A 223. ábrán a Kovács család villanyórája látható. A 223. a ábra *a* március 1-jei állapotot rögzíti, a 223. *b* ábra pedig az április 1-jeit. Mennyi volt a Kovács család márciusi villanyszámlája, ha 1 kilowattóra ára 250 kilowattóráig 1,44 hrvivnya, 250 kWh felett pedig 1,68 hrvivnya/kWh?



223. ábra

1001.° (*Gyakorlati házi feladat*) Tegyük fel, hogy a 224. ábra egy hidegvizes vízórát látunk, amely az otthonodban van felszerelve. A 224 a ábra *a* számláló állapotát mutatja egy adott hónap elején, a 224 *b* ábra pedig a hónap végén. Keresd meg a hidegvíz- és szennyvízszolgáltatás díját a lakóhelyeden, és számold ki, hogy a óraállás alapján családotnak mennyit kellene fizetnie ebben a hónapban.



224. ábra

1002.[°] Számítsd ki a kifejezés értékét a legegyszerűbb módon:

- 1) $0,2 \cdot 32,8 \cdot 5$; 3) $0,8 \cdot 47,5 \cdot 12,5$;
2) $0,25 \cdot 24,3 \cdot 0,4$; 4) $73 \cdot 0,5 \cdot 0,4!$

1003.[°] Számítsd ki a kifejezés értékét a legegyszerűbb módon:

- 1) $0,4 \cdot 17 \cdot 2,5$; 3) $0,05 \cdot 6,73 \cdot 0,2$;
2) $0,125 \cdot 4,3 \cdot 80$; 4) $0,4 \cdot 0,36 \cdot 5!$

1004.[°] Egyszerűsítsd a kifejezést:

- 1) $1,3 \cdot 0,2a$; 4) $2,8 \cdot y \cdot 0,5$;
2) $0,9b \cdot 8$; 5) $0,6a \cdot 0,08b$;
3) $0,23 \cdot 40b$; 6) $1,2x \cdot 0,3y \cdot 5z!$

1005.^{*} Egyszerűsítsd a kifejezést, és határozd meg az értékét:

- 1) $0,5a \cdot 20b$, ha $a = 4$, $b = 6,8$;
2) $4m \cdot 0,5n$, ha $m = 0,22$, $n = 100$;
3) $0,8k \cdot 12,5c$, ha $k = 0,58$, $c = 0,1!$

1006.^{*} Számítsd ki a legegyszerűbb módon:

- 1) $3,18 \cdot 7,8 + 3,18 \cdot 2,2$;
2) $59,8 \cdot 4,9 - 59,7 \cdot 4,9$;
3) $0,946 \cdot 26,8 + 0,946 \cdot 23,2$;
4) $7,54 \cdot 3,24 - 7,54 \cdot 3,14!$

1007.^{*} Számítsd ki a legegyszerűbb módon:

- 1) $0,47 \cdot 6,32 + 6,32 \cdot 0,53$;
2) $85,6 \cdot 9,2 - 85,3 \cdot 9,2!$

1008.^{*} Fejezd ki a mennyiségeket azonos mértékegységben, és hasonlítsd őket össze:

- 1) 1,36 kg és 589,6 g; 4) 92,6 cm és 9,24 dm;
2) 2396,4 g és 2,278 kg; 5) 31,6 kg és 0,432 q;
3) 28,4 mm és 2,84 cm; 6) 85,1 q és 8,09 t!

1009.^{*} Fejezd ki a mennyiségeket azonos mértékegységben, és hasonlítsd őket össze:

- 1) 6,4 dm és 64,2 cm; 3) 4,2 q és 416,5 kg;
2) 265,8 cm és 2,663 m; 4) 0,8 t és 7,36 q!

1010.° Számítsd ki a kifejezés értékét:

1) $(8,2 \cdot 0,45 + 14,71) \cdot 3,8 - 49,436$;

2) $(3,6 \cdot 4,25 - 0,7) \cdot 5,9 + 7,9 \cdot 0,2$!

1011.° Számítsd ki a kifejezés értékét:

1) $(2,35 \cdot 6,8 - 6,793) \cdot 0,4 + 1,3252$;

2) $3,4 \cdot 6,5 - 0,25 \cdot (17,6 \cdot 1,5 + 3,28)$!

1012.° Milyen számmal kell megszorozni a 7,08-ot, hogy a következő számot kapjuk:

1) 70,8; 2) 7080; 3) 0,708; 4) 0,000708?

1013.° Milyen számmal kell megszorozni a 0,47-ot, hogy a következő számot kapjuk:

1) 47; 2) 47 000; 3) 0,047; 4) 0,000047?

1014.° A legegyszerűbb módon számítsd ki a kifejezés értékét:

1) $0,13p + 0,47p$, ha $p = 0,14$;

2) $3,8x + 1,7x - 5,4x + 0,1x$, ha $x = 0,678$;

3) $8,6c - 3,5c - 0,1c + 0,296$, ha $c = 0,58$!

1015.° Hozd egyszerűbb alakra a kifejezést, és számítsd ki az értékét:

1) $5,4a - 3,9a$, ha $a = 0,26$;

2) $1,8m - 0,5m + 0,7m$, ha $m = 3,94$;

3) $0,19z - 0,12z + 0,33z - 1,92$, ha $z = 8,2$!

1016.° Az egyik kikötőből egyidejűleg indult el egy gőzhajó és egy motorcsónak. A gőzhajó sebessége 26,3 km/ó, a motorcsónaké pedig 30,8 km/ó. Mekkora lesz a távolság közöttük 5,4 órával az indulásuk után?



1017.° Az egyik állomásról ellenkező irányba egyidejűleg indult el két vonat. Az egyik sebessége 63,4 km/ó, a másiké pedig 58,6 km/ó volt. Mekkora lesz a távolság közöttük 9,3 órával az indulásuk után?

1018. Két városból egymás felé egyszerre indult el egy kerékpáros és egy személygépkocsi. A kerékpáros sebessége $13,8$ km/ó volt, a gépkocsi sebessége $6,3$ -szer gyorsabb. Határozd meg a városok közötti távolságot, ha a kerékpáros és a gépkocsi indulásuk után $4,5$ óra múlva találkoztak!

1019. Kaland Öbölből a Mancsőrjárat, míg Kődös Völgyből a Macskatasztrófa csapata indult el egyidejűleg egymás felé. A Mancsőrjárat sebességes $1,5$ km/ó, Macskatasztrófa sebességes ettől $1,2$ -szer kisebb. Az indulás után $0,4$ órával találkoztak. Számítsd ki Kaland Öböl és Kődös Völgy távolságát!

1020. Egy csónak $1,8$ órát haladt a vízfolyás irányában és $2,6$ órát az árral (vízfolyással) szemben. Mekkora utat tett meg a csónak oda-vissza, ha a folyó sebessége $2,4$ km/ó és a csónak sebessége állóvízben $18,9$ km/ó?

1021. Egy gőzhajó $4,5$ órát haladt az árral (vízfolyással) szemben és $0,8$ órát vízfolyás irányában. Mekkora utat tett meg a gőzhajó, ha a vízfolyással szembeni sebessége $24,6$ km/ó és a vízfolyás sebessége $1,8$ km/ó?

1022. 1) A téglalap egyik oldala $2,3$ dm, ami $3,4$ dm-rel rövidebb a szomszédos oldalánál. Számítsd ki a téglalap kerületét és területét! 2) A négyzet oldala $3,2$ cm. Számítsd ki a kerületét és területét!

1023. A téglalap egyik oldala $5,8$ dm, ami $1,3$ dm-rel hosszabb a szomszédos oldalánál. Számítsd ki a téglalap kerületét és területét!

1024. A téglatest lineáris méretei $4,6$ cm, $2,4$ cm és $3,6$ cm. Határozd meg: 1) az éleinek összegét; 2) a felszínét; 3) a térfogatát!

1025. A kocka éle $0,6$ dm. Határozd meg: 1) az éleinek összegét; 2) a felszínét; 3) a térfogatát!



Ismétlő gyakorlatok

1026. Irénke bélyeget és jelvényeket gyűjt. A bélyegei negyedének harmada 12 bélyeg, és a jelvényei harmadának negyede is 12 jelvény. Miből van több Irénkének, bélyegből vagy jelvényből?

1027. Egy téglalap alakú papírlap hossza 50 cm, a szélessége pedig 12 cm. Hány darab 100 cm^2 -es négyzetet lehet kivágni ebből a lapból?



Megtanuljuk alkalmazni a matematikát

1028. Sanyit arra kérte édesanyja, hogy vásároljon 1,5 kg kekszet, 0,8 kg nápolyit és 0,5 kg cukorkát. Elegendő-e 360 hrivnya a vásárlásra, ha 1 kg keksz 96 hrivnyába kerül, 1 kg nápolyi 130 hrivnyába, 1 kg cukorka pedig 240 hrivnyába?

1029. A figyelmetlenségéből rosszul elzárt vízcsapból másodpercenként egy csepp víz folyik ki.

- 1) Hány gramm víz folyik el egy nap alatt, ha 100 csepp tömege 7 g. Kerekítsd ezer grammokra, és fejezd ki kilogrammban is!
- 2) Hány tonna víz folyik így el egy nap alatt, ha a városban lévő 120 000 lakás mindegyikében rosszul van elzárva a csap?
- 3) Hány napra lenne elegendő a városban elpazarolt víz mennyisége egy 10 a területű káposztaültetvény locsolásához, ha 1 m^2 locsolásához 15 l víz szükséges?



Bölcs Bagoly feladványa

1030. Az egyik iskolába 100 ötödikes tanuló jár. 75 tanuló német nyelvet, 85-en franciát és 10-en egyik idegen nyelvet se tanulják. Hányan tanulnak csak franciául, és hányan vannak, akik csak német nyelvet tanulnak?

35. A tizedes törtek osztása

Már tudjátok, hogy a természetes a számot elosztani a b természetes számmal annyit jelent, mint meghatározni azt a természetes c számot, amelyet ha megszorozzuk a b -vel, akkor az a számot kapjuk meg.

Ez az állítás akkor is igaz marad, ha az a , b és c számok közül legalább az egyik tizedes tört lesz.

Megvizsgálunk néhány olyan példát, melyben az osztó természetes szám.

$$1,2 : 4 = 0,3, \text{ mivel } 0,3 \cdot 4 = 1,2;$$

$$2,5 : 5 = 0,5, \text{ mivel } 0,5 \cdot 5 = 2,5;$$

$$1 : 2 = 0,5, \text{ mivel } 0,5 \cdot 2 = 1.$$

Mit kell tenni akkor, mikor az osztást nem tudjuk elvégezni fejben? Például, hogyan kell elosztani $43,52$ -ot 17 -tel?

Ha növeljük a $43,52$ -ot 100 -szorosára, akkor 4352 -t kapunk. Ekkor a $4352 : 17$ kifejezés értéke százszorosa lesz a $43,52 : 17$ kifejezésnek. Elvégezve írásban ezt az osztást, könnyen megkapjuk, hogy $4352 : 17 = 256$. De itt az osztandó százszorosára volt növelve. Tehát $43,52 : 17 = 2,56$. Megjegyezzük, hogy a $2,56 \cdot 17 = 43,52$, ami igazolja az osztás helyességét.

A $2,56$ hányadost másképp is megkaphatjuk. Elvégezzük a $43,52$ írásbeli osztását a 17 -tel, figyelmen kívül hagyva a tizedesvesszőt. Ebben az esetben a tizedesvesszőt csak akkor tesszük ki, ha az osztandóban a vessző utáni első számjegyet akarjuk felhasználni. (225. ábra).

		-	4	3,5	2		1	7		
			3	4				2,5	6	
				-	9	5				
					-	8	5			
					-	1	0	2		
					-	1	0	2		
								0		

225. ábra

Abban az esetben, ha az osztandó egész része kisebb az osztó egész részénél, a hányados egész része nulla.

				-	1	7	8	1		1	3						
					0					0,1	3	7					
					-	1	7										
					-	1	3										
						-	4	8									
						-	3	9									
							-	9	1								
							-	9	1								
									0								

				-	7	8	4	3		3	4	1					
					0					0,0	2	3					
					-	7	8										
						-	0										
						-	7	8	4								
						-	6	8	2								
							-	1	0	2	3						
							-	1	0	2	3						
											0						

226. ábra

Vizsgáljunk meg még egy példát. Meghatározzuk a $3,1 : 5$ hányadost (227. ábra).

Itt abbahagytuk az osztást, mivel az osztandóban a számjegyek elfogytak, és nem nullát kaptunk maradékkul. De már tudjátok, hogy a tizedes tört értéke nem változik, ha jobbról nullákat írunk hozzá. Így már érthető lesz, hogy a számjegyek nem fogyhatnak el (228. ábra).

Most már akkor is meg tudjuk határozni két természetes szám hányadosát, amikor az osztandó maradék nélkül nem osztható az osztóval. Határozzuk meg például a $31 : 5$ hányadost. Szemmel látható, hogy a 31 nem osztható maradék nélkül az 5-tel (229. ábra).

		3	,	1	5		
		-	0		0	6	
		-	3	1			
		-	3	0			
				1			

227. ábra

		3	,	1	5		
		-	0		0	6	2
		-	3	1			
		-	3	0			
				1	0		
				-	1	0	
					0		

228. ábra

		3	,	1	5		
		-	3	0	6		
				1			

229. ábra

Abbahagytuk az osztást, mivel az osztandóban elfogytak a számjegyek. Ugyanakkor, ha a hányadost tizedes törtként adjuk meg, akkor folytatni lehet az osztást.

A következőt kapjuk: $31 : 5 = 31,0 : 5$. Ezután elvégezzük az írásbeli osztást (230. ábra).

Tehát, $31 : 5 = 6,2$.

		3	1	,	0	5	
		-	3	0	6	2	
				1	0		
				-	1	0	
					0		

230. ábra

Az előző pontban már tisztáztuk, hogy: ha a tizedesvesszőt 1, 2, 3 és így tovább számjeggyel jobbra visszük, akkor a tört értéke 10-szeresére, 100-szorosára, 1000-szeresére és így tovább növekszik; ha a tizedesvesszőt 1, 2, 3 és így tovább számjeggyel bal-

ra visszük, akkor a tört értéke 10-szeresére, 100-szorosára, 1000-szeresére és így tovább csökkeni fog.

Ezért, amikor az osztó 10, 100, 1000 és így tovább számmal egyenlő, akkor a következő szabályt alkalmazhatjuk.

A tizedes törtet 10-zel, 100-zal, 1000-rel és így tovább úgy osszuk, hogy az adott tizedes törtben a vesszőt 1, 2, 3 és így tovább számjeggyel balra visszük.

Például: $4,23 : 10 = 0,423$; $2 : 100 = 0,02$;
 $58,63 : 1000 = 0,05863$.

Már tudunk tizedes törtet egész számmal osztani.

Megmutatjuk, hogy a tizedes törttel való osztás hogyan vezethető vissza a természetes számmal való osztásra.

Tudjuk, hogy:

$$\frac{2}{5} \text{ km} = 400 \text{ m}, \quad \frac{20}{50} \text{ km} = 400 \text{ m}, \quad \frac{200}{500} \text{ km} = 400 \text{ m}.$$

A következőt kapjuk:

$$\frac{2}{5} = \frac{20}{50} = \frac{200}{500}, \text{ vagyis } 2 : 5 = 20 : 50 = 200 : 500.$$

Ez a példa azt mutatja, hogy: *ha az osztandót és az osztót is növeljük 10-szer, 100-szor, 1000-szer és így tovább, akkor a hányados nem változik*

Meghatározzuk a következő hányadost: $43,52 : 1,7$.

Az osztandót és az osztót egyidejűleg 10-szeresére növeljük.

$$\text{Ekkor: } 43,52 : 1,7 = 435,2 : 17.$$

Most már csak a 435,2-t kell elosztani 17-tel, ami egy természetes szám. Ezt már könnyen el tudjátok végezni, és megállapítjátok, hogy $43,52 : 1,7 = 25,6$.

A tizedes törtet tizedes törttel úgy osztunk, hogy:

- 1) az osztandóban és az osztóban is a tizedesvesszőt annyi számjeggyel visszük jobbra, mint ahány számjegy van a vessző után az osztóban;*
- 2) az osztást a természetes számmal való osztás szabályai szerint végezzük el.*

1.PÉLDA. Jancsi 140 kg almát és körtét szedett összesen, aminek a 0,24 részét a körte teszi ki. Hány kilogramm körtét szedett Jancsi?

Megoldás. Mivel: $0,24 = \frac{24}{100}$.

1) $140 : 100 = 1,4$ (kg) — a leszedett gyümölcs $\frac{1}{100}$ -a.

2) $1,4 \cdot 24 = 33,6$ (kg) — ennyi körtét szedett Jancsi.

Felelet: 33,6 kg. ◀

2.PÉLDA. Micimackó reggelire 0,7 csupor mézet evett meg. Mennyi méz volt ebben a csuporban, ha Micimackó 4,2 kg mézet evett meg reggelire?

Megoldás. Mivel: $0,7 = \frac{7}{10}$.

1) $4,2 : 7 = 0,6$ (kg) — az összes méz $\frac{1}{10}$ része;

2) $0,6 \cdot 10 = 6$ (kg) — ennyi méz volt a csuporban.

Felelet: 6 kg. ◀



1. Hogyan kell a tizedes törtet egész számmal írásban osztani?
2. Mivel egyenlő a hányados egész része, ha az osztandó kisebb az osztónál?
3. Mivel egyenlő a hányados egész része, ha az osztandó kisebb az osztónál?
4. Hogyan osztunk tizedes törtet tizedes törttel?

Szóban oldd meg!

1. Oldd meg az egyenleteket:

1) $7x = 749$;

2) $96 : x = 8$;

3) $x \cdot 12 = 12!$

2. Mivel egyenlő a kifejezés értéke:
 1) $1,6a + 1,6b$, ha $a + b = 100$;
 2) $2,5x - 2,5y$, ha $x - y = 4$?
3. Hányszorosára kell növelni a 0,05-öt, hogy: 1) 5-öt;
 2) 500-at kapjunk?
4. (*Vicces feladat*) A telepen öt tartály volt, amelyek mindegyike 6 tonna üzemanyagot tartalmazott. A tartályok közül kettőből elfogyott az üzemanyag. Hány tartály maradt?



Gyakorlatok

1031.° Végezd el az osztást:

- 1) $56,87 : 10$; 3) $14,49 : 100$; 5) $0,04 : 100$;
 2) $7 : 10$; 4) $12 : 100$; 6) $28 : 1000$!

1032.° Végezd el az osztást:

- 1) $256 : 10$; 3) $3 : 100$; 5) $0,96 : 1000$;
 2) $37,5 : 10$; 4) $70,2 : 100$; 6) $125,7 : 1000$!

1033.° Határozd meg a hányadost:

- 1) $5,5 : 5$; 3) $4,5 : 3$; 5) $0,8 : 8$;
 2) $2,4 : 8$; 4) $7 : 2$; 6) $0,5 : 2$!

1034.° Végezd el az osztást:

- 1) $8,68 : 7$; 4) $9,044 : 38$; 7) $1 : 125$;
 2) $89,6 : 28$; 5) $21 : 14$; 8) $7,982 : 26$;
 3) $33,28 : 52$; 6) $6 : 12$; 9) $0,0432 : 36$!

1035.° Végezd el az osztást:

- 1) $85,2 : 6$; 4) $11,34 : 42$; 7) $17 : 5$;
 2) $13,8 : 4$; 5) $3,198 : 26$; 8) $2 : 8$;
 3) $78,2 : 34$; 6) $48,16 : 16$; 9) $45 : 6$!

1036.° A négyzet kerülete 1,68 dm. Számítsd ki a négyzet oldalát!

1037.° Az egyenlőoldalú háromszög kerülete 14,22 cm. Számítsd ki a háromszög oldalát!

1038.° Számítsd ki:

- 1) $21,6 - 12,6 : 18 + 6$;
 2) $(21,6 - 12,6) : 18 + 6$;
 3) $(21,6 - 12,6) : (18 + 6)$;
 4) $21,6 - 12,6 : (18 + 6)$!

1039.° Határozd meg a kifejezés értékét:

- 1) $3,6 : 9 + 0,18 \cdot 5$;
- 2) $70,28 : 14 - 32,8 : 10$;
- 3) $47,04 - 47,04 : (46 + 38)$;
- 4) $(140 - 12,32) : 42 + 3,15 \cdot 16!$

1040.° Végezd el a műveleteket:

- 1) $3,8 \cdot 1,7 - 36,24 : 12$;
- 2) $53,4 : 15 + 224 : 100 - 36 : 8$;
- 3) $22,08 - 22,08 : (74 - 26)$;
- 4) $(134 - 15,97) : 29 + 4,24 \cdot 35!$

1041.° Oldd meg az egyenleteket:

- 1) $x \cdot 13 = 132,6$;
- 2) $64,6 : x = 17$;
- 3) $x : 14,5 = 4,6$;
- 4) $9,728x + 7,272x = 4,08$;
- 5) $38,6x - 16,6x = 14,74$;
- 6) $1,2x + 4,6x - 2,8x = 0,15!$

1042.° Oldd meg az egyenleteket:

- 1) $12 \cdot x = 112,8$;
- 2) $178,5 : x = 21$;
- 3) $x : 3,2 = 10,5$;
- 4) $y + 27y = 0,952$;
- 5) $33m - m = 102,4$;
- 6) $2,7x - 1,3x + 3,6x = 2!$

1043.° Alakítsd tizedes törtté:

- 1) $\frac{3}{4}$;
- 2) $\frac{9}{20}$;
- 3) $\frac{23}{32}$;
- 4) $\frac{53}{40}$;
- 5) $\frac{263}{125}$!

1044.° Alakítsd tizedes törtté:

- 1) $\frac{1}{2}$;
- 2) $\frac{5}{8}$;
- 3) $\frac{19}{25}$;
- 4) $\frac{19}{8}$;
- 5) $\frac{47}{200}$!

1045.° Határozd meg a hányadost:

- 1) $3,2 : 0,4$;
- 2) $0,36 : 0,9$;
- 3) $0,084 : 0,04$;
- 4) $0,012 : 0,6$;
- 5) $2,4 : 0,12$;
- 6) $0,56 : 0,8!$

1046.° Végezd el az osztást:

- 1) $45,6 : 2,4$;
- 2) $29,88 : 8,3$;
- 5) $9,246 : 0,23$;
- 6) $0,3248 : 0,016$;

- 3) $60 : 1,25$; 7) $0,026 : 0,65$;
4) $8,4 : 0,07$; 8) $0,2278 : 0,067!$

1047.° Végezd el az osztást:

- 1) $28,8 : 1,8$; 5) $4,928 : 0,16$;
2) $12,88 : 4,6$; 6) $0,014 : 0,56$;
3) $81 : 2,25$; 7) $1 : 0,025$;
4) $9,6 : 0,04$; 8) $0,1218 : 0,058!$

1048.° Végezd el az osztást és ellenőrizd szorzás segítségével:

- 1) $1,792 : 8$; 2) $22,274 : 0,43!$

1049.° Végezd el az osztást és ellenőrizd szorzás segítségével:

- 1) $70 : 56$; 2) $6,1244 : 0,061!$

1050.° Végezd el az osztást:

- 1) $93,42 : 0,1$; 4) $4 : 0,001$;
2) $8 : 0,1$; 5) $79,35 : 0,001$;
3) $12,7 : 0,01$; 6) $4,87 : 0,00001!$

1051.° Végezd el az osztást:

- 1) $84,6 : 0,1$; 4) $5 : 0,01$;
2) $54 : 0,1$; 5) $239,16 : 0,001$;
3) $0,73 : 0,01$; 6) $1,9 : 0,0001!$

1052.° Oldd meg az egyenleteket:

- 1) $y \cdot 4,9 = 2,94$; 4) $7,8a + 5,4a = 3,3$;
2) $y \cdot 0,7 = 0,0091$; 5) $1,3x - 0,82x = 6$;
3) $y : 2,3 = 5,6$; 6) $x - 0,28x = 36!$

1053.° Határozd meg az egyenlet gyökét:

- 1) $0,3y = 0,0162$; 3) $3,8a + 4,6a = 13,44$;
2) $y : 1,2 = 10,2$; 4) $4,9m - 0,1m = 3,84!$

1054.° Az út szélessége 15 m. A jelzőlámpa zöld jelzése 20 másodpercig tart. Legalább mekkora sebességgel kell haladnia a gyalogosnak ahhoz, hogy biztonságosan átérjen az út másik oldalára?

1055.° A DnyiproGESZ vízerőmű teljesítménye 1500 MW, a Zaporizzsjai atomerőművé, amely Ukrajna

legnagyobb teljesítményű erőműve, 5700 MW. Hány-szor nagyobb a Zaporizzsjai atomerőmű teljesítménye, mint a DnyiproGESZ?

1056.° A vonat 135,8 kilométert tett meg 2,8 óra alatt. Hány kilométert tesz meg ugyanekkora sebességgel 6,2 óra alatt?

1057.° 1,8 kg keksz 90,72 hrvnyába került. Mennyibe kerül 4,5 kg keksz?

1058.° Aladdin 6 kg banánt és 8 kg fügét vásárolt Abu majomnak, és ezért 136,4 drachmát fizetett. Mennyibe kerül 1 kg füge, ha 1 kg banán ára 10,2 drachma?

1059.° Balázs összesen 456,3 kg almát és körtét szedett a kertjében. Az almát 9 ládába rakta, mind-egyikbe 23,5 kg-ot, a körtét pedig egyenlően 12 kosárba. Hány kilogramm körte van egy-egy kosárban?

1060.° Marika a kertjében 320 kg gyümölcsöt és bogyót szedett le, amelynek 0,01-a szőlő. Hány kilogramm szőlőt szedett le Marika?

1061.° Marika a kertjében 320 kg gyümölcsöt és bogyót szedett le, amelynek 0,01-a szőlő. Hány kilogramm szőlőt szedett le Marika?

1062.° Peti elolvasta a 180 oldalas könyv 0,6 részét. Hány oldalt olvasott el Peti?

1063.° Ilona 120 db meggyes és burgonyás derelyét főzött. A derelyék 0,8-ét meggyel töltötte meg. Hány meggyes derelyét főzött Ilona?



1064.^o Egy turista 2,7 km-t tett meg, ami a turistaút 0,1 része. Milyen hosszú a turistaút?

1065.^o János bácsi a fiának 12,5 hrvnyáért vásárolt cukorkát, ami a fizetésének a 0,001 része. Mennyi a fizetése János bácsinak?

1066.^o Egy parkban 48 fenyőfa nő, ami a park fáinak a 0,6 része. Hány fa nő a parkban?

1067.^o A baromfitelepen 960 tyúk van. Ez az állomány 0,8 része. Hány csirke van a telepen?

1068.^{*} Határozd meg a kifejezés értékét:

- 1) $40 - (2,0592 : 0,072 - 19,63)$;
- 2) $7,67 : 0,65 - (0,394 + 0,7688) : 0,57$;
- 3) $(39 - 5,8 \cdot 1,2) : (42,4 - 38,4 : 16)$!

1069.^{*} Számítsd ki:

- 1) $50 - (2,3256 : 0,068 + 9,38)$;
- 2) $6,63 : 0,85 - (34 - 30,9248) : 0,62$;
- 3) $(14,6 \cdot 2,8 - 4,94) : (57,6 : 18 + 2,8)$!

1070.^{*} Határozd meg a kocka térfogatát, ha az összes él hosszának összege 30 dm!

1071.^{*} Határozd meg a négyzet területét, ha a kerülete 12,8 cm!

1072.^{*} Határozd meg az egyenlet gyökét:

- 1) $(1,8 + x) \cdot 21 = 71,4$;
- 2) $16(4x - 3,4) = 6,08$;
- 3) $(x - 1,25) \cdot 4,5 = 27$;
- 4) $9,66 : (x + 0,17) = 23$;
- 5) $5,6 : (x - 6) = 8$;
- 6) $5,6 : x - 6 = 8$;
- 7) $34,12 - x : 3,08 = 34,03$;
- 8) $9,2(0,01y + 0,412) = 4,6$!

1073.^{*} Oldd meg az egyenleteket:

- 1) $8(x - 1,4) = 0,56$;
- 2) $(4,6 - x) \cdot 19 = 4,18$;
- 3) $(x - 7,3) \cdot 3,2 = 12,16$;
- 4) $(51,32 + x) \cdot 0,12 = 72$;
- 5) $17,28 : (56 - x) = 36$;
- 6) $x : 4,28 + 16,47 = 19,97$!

1074.* Határozd meg az egyenlet gyökét:

- 1) $9b + 6b - 0,15 = 6,15$;
- 2) $17x - x + 5x - 1,9 = 17$;
- 3) $1,7x + 88,42 = 94,2$;
- 4) $16,4 - 5,4x = 14,78$;
- 5) $10,2x - 7,4x + 0,88 = 2$;
- 6) $0,6y + 0,18y - 2,376 = 5,58$!

1075.* Oldd meg az egyenleteket:

- 1) $16a - 7a + 0,96 = 2,22$;
- 2) $2,6x + 5,04 = 5,3$;
- 3) $9,3 - 0,14x = 8,95$;
- 4) $8,6x - 6,9x + 0,49 = 1$!

1076.* Két sziget között a távolság 556,5 km. Ezekről a szigetekről egyidejűleg egymás felé elindult két hajó, melyek 7 óra múlva találkoztak. Az egyik hajó sebessége 36,8 km/ó volt. Mekkora volt a másik hajó sebessége?

1077.* Két kunyhóból egyidejűleg egymás felé elindult Sün Soma és Ugrifüles Nyúl, és 12 perc múlva találkoztak. Mekkora sebességgel haladt Sün Soma, ha a kunyhók közötti távolság 136,8 m, Ugrifüles Nyúl sebessége pedig 9,6 m/perc?



1078.* Két állomás között a távolság 20,8 km. Ezekből azonos irányba egyidejűleg két vonat indult el. Az első, elől haladó vonat sebessége 54,6 km/ó volt, amelyet 5 óra múlva ért utol a másik vonat. Határozd meg a másik vonat sebességét!

1079. Két falu 12,2 km-re van egymástól. Ezekből a falvakból egy irányba egyidejűleg egy lovas és egy gyalogos indult el. A lovas, melynek sebessége 10,2 km/ó volt, az indulásuk után két óra múlva utolérte a gyalogost. Határozd meg a gyalogos sebességét!

1080. Csendesfalváról 9,4 km/ó sebességgel elindult egy kozáklovas. Miután 1,26 km-re eltávolodott a falutól, utána indult egy másik lovas 11,2 km/ó sebességgel. Mennyi idő múlva éri utol a második lovas az elsőt?

1081. Frakk meglátta a tőle 30,4 m-re lévő Lukrécíát, és üldözőbe vette. Hány perc múlva éri utol Lukrécíát, ha Frakk sebessége 302 m/perc, Lukrécíáé pedig 298,8 m/perc?

1082. A motorcsónak a vízfolyás irányában 28,64 km-t tett meg, az árral szemben pedig 52,16 km-t. Mennyi idő alatt tette meg a motorcsónak az utat oda-vissza, ha a folyó sebessége 1,6 km/ó és a csónak sebessége állóvízben 34,2 km/ó?

1083. A motorcsónak 54,9 km-t a folyóvíz folyásának irányába és 60,49 km-t az ellenkező irányba tett meg. Hány perccel tovább haladt a vízfolyással ellenkező irányba, mint a vízfolyás irányában, ha a csónak sebessége állóvízben 28,4 km/ó, a vízfolyás sebessége pedig 2,1 km/ó?

1084. Egy téglalap területe egyenlő egy 2,1 cm-es oldalú négyzet területével. A téglalap egyik oldala 0,9 cm. Számítsd ki a téglalap kerületét!

1085. A téglalap területe 5,76 m², az egyik oldala pedig 3,6 m. Számítsd ki a téglalap kerületét!

1086. Alkalmazva a téglatest térfogatának $V = Sh$ képletét, számítsd ki:

- 1) az alaplappal S területét, ha $V = 9,12 \text{ cm}^3$, $h = 0,6 \text{ cm}$;
- 2) a h magasságát, ha $V = 76,65 \text{ cm}^3$, $S = 10,5 \text{ cm}^2$.

1087. Az első szivattyú $18,56 \text{ m}^3$ vizet $3,2$ óra alatt szivattyúz át, a másik pedig $22,32 \text{ m}^3$ -t $3,6$ óra alatt. Melyik szivattyúnak nagyobb a teljesítménye, és 1 óra alatt mennyivel többet szivattyúz át ez, mint a másik?

1088. Kockás fülű nyúl és Tintanyúl elmentek káposztát betakarítani. Kockás fülű nyúl $5,4$ óra alatt $65,34 \text{ kg}$ káposztát vágott le, Tintanyúl $7,2$ óra alatt $76,32 \text{ kg}$ -ot! Melyik nyúl volt ügyesebb, egy óra alatt ki takarított be több káposztát, és mennyivel többet?

1089. Egy iskolai könyvtár néhány hónap alatt 4936 hrivnyát költött új könyvek vásárlására. Az első hónap alatt az összeg $0,4$ részét költötték el, a második hónapban a maradék $0,35$ -át. Mennyi pénzt költöttek el a második hónap folyamán?

1090. 456 km utat aszfaltoztak újra. Az első hét alatt az út $0,15$ részét javították meg, a második hét alatt a maradék $0,3$ -ét. Hány km utat javítottak meg a második héten?

1091. Az egyik összeadandó $2,88$ -dal egyenlő, ami az összeg $0,36$ része. Határozd meg a másik összeadandót!

1092. Határozd meg két szám különbségét, ha a kivonandó $65,8$ és ez a kisebbítendőnek a $0,28$ -a!

1093. A csillagokat helyettesítsd olyan számjegyekkel, hogy az osztás igaz legyen!

$$1) \begin{array}{r} *, * * \overline{) * 9} \\ \underline{2 * } * , 1 * \\ * * \\ \underline{5 8} \\ 0 \end{array}$$

$$2) \begin{array}{r} *, * 5 \overline{) 3 9} \\ \underline{7 * } * , * * \\ * * * \\ \underline{* * *} \\ 0 \end{array}$$

$$3) \begin{array}{r} *, * 1 \overline{) * 9} \\ \underline{2 * } * , * * \\ * * * \\ \underline{* * *} \\ 0 \end{array}$$

1094. Miután a kisfiú elolvasta a könyv $0,35$ -át, majd $0,1$ -ét, azt vette észre, hogy már csak 15 oldal maradt a könyv feléig. Hány oldalas volt a könyv?

1095. Az egyik tizedes törtben eggyel jobbra vitték a vesszőt, így a tört értéke $62,01$ -dal növekedett. Határozd meg ezt a tizedes törtet!

1096. Az egyik tizedes törtben kettővel balra vitték a vesszőt, így a tört értéke $3,168$ -del csökkent. Határozd meg ezt a tizedes törtet!

1097. A motorcsónak $3,5$ óra alatt $43,4$ km-t tett meg a vízfolyás irányában és $39,6$ km-t az árral szemben $4,5$ óra alatt. Határozd meg a folyó sebességét és a csónak sebességét állóvízben!

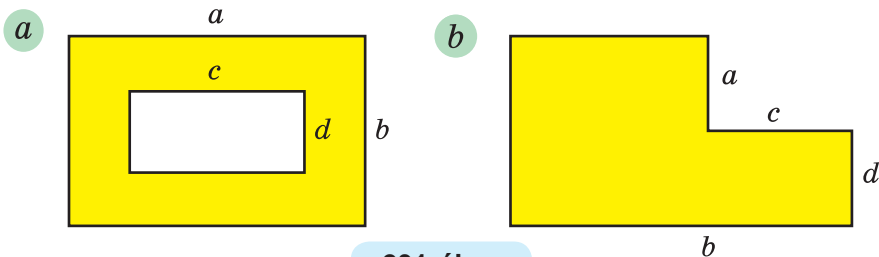


Ismétlő gyakorlatok

1098. Az OC félegyenes az AOB egyenesszöget úgy ossza két részre, hogy az AOC szög 50° -kal nagyobb a BOC szögnél. Határozd meg az AOC és BOC szögek fokmértékét!

1099. Az OC félegyenes az AOB derékszöveget úgy ossza két részre, hogy az AOC szög 4-szer kisebb a BOC szögnél. Határozd meg az AOC és BOC szögek fokmértékét!

1100. Állíts össze olyan kifejezést, mellyel ki lehet számítani a 231. ábrán a befestett rész területét!



231. ábra



Bölcs Bagoly feladvány

1101. Hét ceruza drágább, mint nyolc füzet. Mi lesz drágább: nyolc ceruza vagy kilenc füzet?

36. Számítási közép. A mennyiségek középértéke

Vizsgáljuk meg a következő példát! Egy futballcsapat 11 játékosa összesen 242 éves. Megjegyezzük, hogy $242 : 11 = 22$. Vajon ez azt jelenti, hogy a csapat minden játékosa 22 éves? Valószínűleg nem. A csapatban lehet ennél idősebb és fiatalabb játékos is. Ebben az esetben azt mondjuk, hogy a csapat életkorának átlaga 22 év. Ezt a számot úgy kaptuk meg, hogy minden játékos életkorának összegét elosztottuk a játékosok számával.

Néhány szám összegének és az összeadandók számának hányadosát a számok számtani közepének nevezzük.

Amikor valamilyen mennyiség értékéről beszélnek, akkor gyakran ezeknek a mennyiségeknek a középértékéről van szó.

Például, ha azt mondják, hogy egy hektárról 38 q búzát arattak le, ez nem azt jelenti, hogy minden egyes hektárról ugyanennyi mázsát takarítottak be. Ezt a mennyiséget úgy kapták meg, hogy a termés mázsákban kifejezett mennyiségét elosztották az egész mező területével, amelynek értéke hektárban van kifejezve. A 38 q ez az 1 ha-ról *betakarított termés átlaga*.

Nézzünk még egy példát. Ha a gépkocsi 120 km-t 1,5 óra alatt tett meg, akkor elosztva a megtett utat az idővel, megkapjuk a gépkocsi *átlagsebességét*. Ez 80 km/ó lesz. Eközben a gépkocsi meg is állhatott, és nagyobb vagy kisebb sebességgel is közlekedhetett, mint 80 km/ó.

A futballcsapat átlagéletkora, a játékosok átlagteljesítménye, az egy főre jutó átlagos tejfogyasztás Ukrajnában stb. ezek mind *átlagmennyiségek*.

A hétköznapi életben gyakran találkozunk átlagmennyiségekkel. Például az alábbi táblázat az ukrán lakosság egy főre jutó évi élelmiszer-fogyasztását (kg/fő) tartalmazza.

Ezt a táblázatot felhasználhatják például a közgazdászok és a táplálkozási szakemberek a kutatásaikban, következtetéseket és ajánlásokat tehetnek a mezőgazdasági termékek gyártóinak és szállítóinak a tevékenységeik tervezéséhez.

A termék megnevezése	Év				
	2015	2016	2017	2018	2019
Hús és hústermékek	50,9	51,4	51,7	52,8	53,6
Tej és tejtermékek	209,9	209,5	200,0	197,7	200,5
Cukor	35,7	33,3	30,4	29,8	28,8
Napraforgóolaj	12,3	11,7	11,7	11,9	12,0
PÉKTERMÉKEK	103,2	101,0	100,8	99,5	97,6

1.PÉLDA. A gépkocsi 4 órán át 54 km/ó, 2 órán át pedig 60 km/ó sebességgel haladt. Határozd meg a gépkocsi egész útra vonatkozó átlagsebességét!

Megoldás. 1) $54 \cdot 4 = 216$ (km) — ennyi kilométert tett meg a gépkocsi 54 km/ó sebességgel;

2) $60 \cdot 2 = 120$ (km) — ennyi kilométert tett meg a gépkocsi 60 km/ó sebességgel;

3) $216 + 120 = 336$ (km) — az egész út, amit a gépkocsi megtett;

4) $4 + 2 = 6$ (óra) — a gépkocsi teljes mozgási ideje;

5) $336 : 6 = 56$ (km/ó) — a gépkocsi átlagsebessége.

Felelet: 56 km/ó. ◀

2.PÉLDA. Ilona 1,2 kg cukorkát vásárolt, kilogrammját 90,5 hrvnyáért és még 1,6 kg-ot egy másik fajtából. A vásárolt cukorkák átlagára kilogrammonként 124,5 hrvnya. Mennyibe került a második fajta cukorka kilogrammja?

Megoldás. 1) $1,2 + 1,6 = 2,8$ (kg) — ennyi cukorkát vett összesen;

2) $124,5 \cdot 2,8 = 348,6$ (hr) — ennyibe került az összes cukorka;

3) $90,5 \cdot 1,2 = 108,6$ (hr) — ennyibe került az első fajta cukorka;

4) $348,6 - 108,6 = 240$ (hr) — ennyibe került a másik fajta cukorka;

5) $240 : 1,6 = 150$ (hr) — a másik fajta cukorka 1 kg-jának az ára.

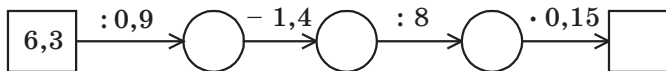
Felelet: 150 hr. ◀



Mit nevezünk néhány szám számtani közepének?

Szóban oldd meg!

1. Milyen szám áll a műveletlánc végén?



2. Hasonlítsd össze a számokat:

1) $\frac{39}{100}$ és 0,41;

2) $\frac{4}{5}$ és 0,75;

3) 0,3 és $\frac{31}{100}$;

5) $\frac{1}{2}$ és 0,499;

4) $\frac{1}{5}$ és 0,5;

6) $\frac{9}{10}$ és $\frac{894}{1000}$!

3. Határozd meg az $5,2 - 2,4$ különbség negyedét!

4. Határozd meg az $1,8 \cdot 1,5$ szorzat ötödét!

5. A falutól az állomásig 2 km a távolság. Eléri-e a gyalogos a vonatot, ha a faluból a vonat indulásától 0,6 órával hamarabb indult el az állomás felé, és 2,5 km/ó sebességgel haladt?



Gyakorlatok

1102.° Mennyivel egyenlő a következő számok számtani közepe?

1) 6 és 14;

3) 7, 9 és 12;

2) 10 és 15;

4) 2, 3, 4 és 5?

1103.° Határozd meg a számok számtani közepét:

1) 10,3 és 9,1;

2) 2,8; 16,9 és 22!

1104.° Határozd meg a számok számtani közepét:

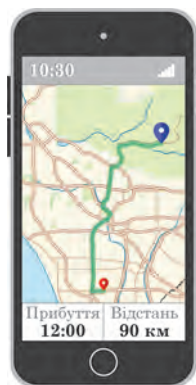
1) 4,2 és 2,1;

2) 3,9; 6; 9,18 és 15,8!

1105.° Egy írószerbolt 5 nap alatt 400 füzetet adott el. Hány füzetet adtak el naponta átlagosan?

1106.° Most 10:30 van. A navigátor azt mutatja, hogy még 90 km van hátra a célállomásig, és a várható érkezési idő 12:00. Milyen átlagsebességgel számolt a navigátor?

1107.° A hét minden napján reggel 8:00 órakor Sanyi megmérte a levegő hőmérsékletét. A következő eredményeket kapta: 20 °C; 18 °C; 16 °C; 15 °C; 14 °C; 17 °C; 19 °C. Határozd meg a mérések átlagát!



1108.° A táblázat a múzeum hétközi látogatottságának adatait mutatja (a múzeum kedden zárva tart)

A hét napja	Látogatók száma	A hét napja	Látogatók száma
Hétfő	240	Péntek	430
Szerda	180	Szombat	660
Csütörtök	320	Vasárnap	510

Átlagosan hányan látogattak naponta a múzeumba ezen a héten?

1109.° (*Gyakorlati házi feladat*) Határozd meg a lépéseid átlagos hosszát úgy, hogy megmérjed öt lépésed hosszát!

1110.° A vonat 4 órát 64 km/ó sebességgel és 5 órát 53,2 km/ó sebességgel haladt. Határozd meg a vonat átlagsebességét!

1111.° A gépkocsi 3 órán át 56,4 km/ó sebességgel halad, 4 órán át pedig 62,7 km/ó sebességgel. Határozd meg a gépkocsi átlagsebességét!

1112.° A autószervezben 10 ember dolgozik. Közülük kettőnek a havi fizetése 9 700 hrvnya, négynek 11 000 hrvnya, háromnak 11 740 hr., egynek pedig 12 000 hr. Mennyi a dolgozók átlagfizetése?

1113.° Egy farmer a 30 ha-os földrészlegről hektáronként 30,2 q búzát takarított be, a 20 ha-os földrészlegről pedig hektáronként 32,3 q búzát. Mennyi a hektáronkénti átlagtermés ebben a gazdaságban?

- 1114.*** A 7,8 és az x szám számtani közepe 7,2. Határozd meg az x számot!
- 1115.*** A 6,4 és az y szám számtani közepe 8,5. Határozd meg az y számot!
- 1116.*** Két szám számtani közepe 10. Az egyik szám 4-szer kisebb a másikonál. Határozd meg ezeket a számokat!
- 1117.*** Két szám számtani közepe 8,2. Az egyik szám 4,6-del nagyobb a másikonál. Határozd meg ezeket a számokat!
- 1118.*** Dani a matematikaversenyen 10 feladatot oldott meg. Mindegyik feladatért maximum 12 pontot kaphatott. Az első nyolc feladatért átlagosan 7 pontot kapott. Hány pontot kapott a többi feladatért, ha az egy feladatra jutó átlagpontoszáma 8 lett?
- 1119.*** Az egyetemen a félévi jegyet a félév során írt 5 tesztfeladatsor eredményének átlaga alapján állítják ki. Mindegyik feladatsor maximális pontszáma 100. Marika négy feladatsorának átlaga 88 pont. Hány pontot kell szereznie az ötödik teszten, hogy a szemeszteri átlaga 90 pont legyen?
- 1120.**** Egy személygépkocsi műúton 3,4 órán keresztül 90 km/ó sebességgel haladt, majd 1,6 órát földúton. Mekkora sebességgel haladt a személygépkocsi a földúton, ha átlagsebessége 75,6 km/ó volt?
- 1121.**** Péter három különböző fajta cukorkát vásárolt. Az elsőből vett 2 kg-ot 64 hrvnyás egységáron. A másodikból, melyből 1 kg ára 82 hrvnya volt, 4 kg-ot vett, a harmadik fajtából pedig 3 kg-ot. Mennyibe kerül 1 kg cukorka a harmadik fajtából, ha a cukorkák kilogrammonkénti átlagára 88 hrvnya?
- 1122.**** Négy szám számtani közepe 2,1, másik három szám számtani közepe pedig 2,8. Határozd meg ennek a hét számnak a számtani közepét!

1123.* Hét szám számtani közepe 10,2, másik három szám számtani közepe pedig 6,8. Határozd meg ennek a tíz számnak a számtani közepét!

1124.* Egy csapat 11 futballistájának átlagéletkora 22 év. Játék közben egy játékost kiállítottak, így a maradék játékosok átlagéletkora 21 év lett. Hány éves volt a kiállított játékos?

1125.** Egy év során Gipsz Jakab havi átlagfizetése 11 000 hrn. volt. Amikor az év végén bónuszt kapott az odaadó munkájáért, havi átlagjövedelme 13 000 hrn. lett. Mennyi volt a bónusz?

1126.* Mennyivel nagyobb az 1-től 1000-ig terjedő páros számok átlaga, az 1 és 1000 közötti páratlan számok átlagánál?



Ismétlő gyakorlatok

1127. Határozd meg a műveletlánc hiányzó számait!

$$1) 9,88 \xrightarrow{\cdot a} 3,8 \xrightarrow{-b} 1,74 \xrightarrow{\cdot c} 6,09;$$

$$2) 6,2 \xrightarrow{\cdot x} 17,36 \xrightarrow{+y} 20,1 \xrightarrow{\div z} 1,5.$$

1128. A téglalap kerülete 36,6 cm, és az egyik oldala 13,8 cm. Számítsd ki a téglalap területét!

1129. A téglatest szélessége 7,2 cm, ami a hosszának 0,8-e és a magasságának 0,18-a. Számítsd ki a téglatest térfogatát!

1130. 1) 32 kg mézet egyenlően 25 üvegbe öntöttek. Hány kilogramm mézet öntöttek az egyes üvegekbe? A választ kerekítsd tizedekre.

2) 25 kg nyereménycukorkát egyenlő arányban osztottak szét 9 csapat között. Hány kilogramm édességet kapott minden csapat? A választ kerekítsd tizedekre.

1131. (Keresd meg a hibát) Lusta János ahelyett, hogy önállóan megoldotta volna a 1111 feladatot, ГДЗ könyvet használta és a következőt másolta ki ebből a könyvből:

$(56,4 + 62,7) : 2 = 59,55$ (km/ó). Keresd meg a hibát ebben a megoldásban!



Bölcs Bagoly feladványa

1132. Egy serpenyőben egyszerre két pontyot tudunk sütni. Egy perc alatt sül meg a hal egyik oldala. Magsüthető-e 3 perc alatt 3 hal mindkét oldala?

1133. Egyik este a hét törpe a tűz körül gyűlt össze. Kiderült, hogy mindegyik olyan magas, mint a szomszédos két törpe magasságának számtani közepe. Bizonyítsd be, hogy minden törpe azonos magasságú!

37. Százalék. A szám százalékának meghatározása

A mindennapi életben az emberek gyakran használják a mennyiség századrészét. Például a hektár század része az 1 ár (1 szotek), az évszázad század része az év, a hrvinya századrésze az 1 kopijka, a méter századrésze az 1 centiméter.

A szám vagy a mennyiség századrészére kitaláltak egy speciális elnevezést, az **egy századot**, vagy **százalékot** (a latin pro centum szóból, ami százzal való osztást jelent) és a jelölése 1 %

Ahhoz, hogy meghatározzuk a mennyiség 1 %-át, az értékét el kell osztani 100-zal.

Például 300 kg 1%-a 3 kg lesz. Valóban, $300 \text{ kg} : 100 = 3 \text{ kg}$.

Mivel az 1 % a mennyiség $\frac{1}{100}$ -a, ezért például a mennyiség 3%-a az a $\frac{3}{100}$ -a lesz.

Az 1 km 3%-a az $\frac{3}{100}$ -a a kilométernek, vagyis 30 m lesz.

Megjegyezzük, hogy a mennyiség 100%-a a $\frac{100}{100}$ ré-

sze lesz, vagyis a mennyiség 100%-a alatt az egész mennyiséget értjük.

Sokszor mondják például, hogy a munkát 100%-ra teljesítette, vagyis teljes egészében elvégezte azt; ha a turista megtette az út 100%-át, akkor az egész utat megtette.

Ha meg akarjuk mutatni, hogyan változik a mennyiség, ezt százalék segítségével bemutathatjuk.

A mennyiség kezdeti értékét 100%-nak tekintjük.

Például, ha a sportszakkört 12 tanuló látogatta, de jelenleg már 24 tanuló jár ide, akkor a változás 12 tanuló, vagyis 100%-a a kezdeti mennyiségnek. Ilyenkor azt mondjuk, hogy a szakkör létszáma 100%-kal növekedett.

Ha az újrési árleszállításkor a mobiltelefon ára kétszer csökkent, akkor azt mondjuk, hogy 50%-os leértékelés történt.

a 

2a 

232. ábra

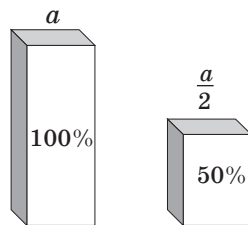
Általánosságban kimondhatjuk, ha a mennyiség megduplázódik, vagyis kétszeresére nő, akkor 100%-kal növekszik (232. ábra), ha felére csökken, akkor 50%-os

a csökkenés (233. ábra).

Bármilyen százalékkérték felírható tizedes tört vagy természetes szám alakban. Ehhez a % jele előtt álló számot 100-zal kell elosztani.

Például, $23\% = 0,23$; $80\% = 0,80 = 0,8$; $300\% = 3$.

Fordított átalakítást is el lehet végezni, vagyis a tizedes törtet vagy természetes számot fel lehet



233. ábra

írni százalékos alakban. Ehhez a számot meg kell szorozni 100-zal, és az eredményhez hozzá kell írni a % jelét.

Például, $1,4 = 140\%$; $0,02 = 2\%$; $7 = 700\%$.

Ahhoz, hogy pontosabb elképzelésünk legyen a mennyiségről, gyakran célszerű százalékosan kifejezni azt. Tételizzük fel, hogy az első félévben Marika kilenc „12-es” osztályzatot kapott matematikából. Sok ez vagy kevés? Erre a kérdésre nem lehet választ adni, mivel nem tudjuk, hogy hány jegyet kapott a félév során összesen, és a „12-es” osztályzat ennek hányad része. De ha azt mondjuk, hogy a kislány félévi matematika osztályzatainak 90%-a „12-es”, akkor rögtön érthetővé válik, hogy Marika nagyon jól tudja a matematikát

1.PÉLDA. A földieper 6% cukrot tartalmaz. Hány kilogramm cukor van 15 kg földieperben?

Megoldás.

1) $15 : 100 = 0,15$ (kg) — az összes földieper 1%-a;

2) $0,15 \cdot 6 = 0,9$ (kg) — ennyi cukrot tartalmaz 15 kg földieper.

Felelet: 0,9 kg. ◀

A feladat megoldása során meghatároztuk, hogy mennyi lesz 15-nek a 6%-a. Az ilyen feladatok megoldása során a **szám százalékkértékét** határozzuk meg.

2.PÉLDA. Az üzletbe 600 kg árut: csokoládét, kekszet és gyümölcszelét szállítottak. A csokoládé az árú 40%-a, a keksz pedig a 25%-a volt. Hány kilogramm gyümölcszelét szállítottak ebbe az üzletbe?

Megoldás. A 600 kg mennyiség a 100%-ot teszi ki.

1) $600 : 100 = 6$ (kg) — a beszállított áru 1%-a;

2) $40 + 25 = 65$ (%) — a beszállított áruban a cso-

koládé és a keksz aránya;

3) $100 - 65 = 35$ (%) — a gyümölcszselé részaránya;

4) $6 \cdot 35 = 210$ (kg) — a beszállított gyümölcszselé mennyisége.

Felelet: 210 kg. ◀

3.PÉLDA. Az ügyfél az egyik bankba 4500 forintját helyezte el a betétszámláján 9 %-os kamatra. Mennyi pénz lesz a számláján egy év múlva? (A kamatjótíráson kívül más műveletet nem végeztek a számlán.).

Megoldás. Első módszer

1) $4500 : 100 = 45$ (hrn.) — a lekötött betét 1 %-a.

2) $45 \cdot 9 = 405$ (hrn.) — ennyi százalékkérték lesz az év végén hozzáírva a betét összegéhez;

3) $4500 + 405 = 4905$ (hrn.) — egy év múlva ennyi pénz lesz a számlán.

Második módszer

1) $4500 : 100 = 45$ (hrn.) — a lekötött betét 1 %-a;

2) $100 + 9 = 109$ (%) — az év végi összeg így aránylik az eredeti összeghez;

3) $45 \cdot 109 = 4905$ (hrn.) — egy év múlva ennyi pénz lesz a számlán.

Felelet: 4905 hrn. ◀



1. Hogy nevezzük a mennyiség vagy a szám századrészét?

2. Hogyan kell meghatározni a mennyiség 1 %-át? 3. Hány százalék lesz az egész mennyiség?



Szóban oldd meg!

1. Határozd meg a következő számok $\frac{1}{100}$ át: 1) 300; 2) 70; 3) 9; 4) 54,2; 5) 6,39!

2. Egy gyümölcsösben 400 fa nő, melyek $\frac{17}{100}$ a meggyfa. Hány meggyfa nő a gyümölcsösben?
3. Az iskolába 800 tanuló jár. A 0,14-ük év végi osztályzata matematikából 12-es volt. Hány tanulónak van matematikából 12-es osztályzata?
4. Mivel egyenlő két szám összege, ha az az egyiknél 3,8-del, a másiknál pedig 6,4-del nagyobb?
5. Mivel egyenlő a kisebbítendő, ha az a kivonandónál 1,9-del, a különbségnél pedig 2,3-del nagyobb?



Gyakorlatok

1134.° A 234. ábra alapján határozd meg, hogy melyik okostelefon akkumulátorának töltöttségi szintje : 1) kevesebb mint 50 %; 2) több mint 50 %; 3) 100 %!



234. ábra

1135.° Az 1 méter hány százalékát teszik ki a következő mennyiségek: 1) 1 cm; 2) 8 cm; 3) 42 cm; 4) 0,64 m; 5) 1 m?

1136.° Határozd meg:

- | | |
|-----------------------|-----------------------|
| 1) 800-nak az 1 %-át; | 4) 60-nak a 15 %-át; |
| 2) 4-nek az 1 %-át; | 5) 140-nek a 84 %-át; |
| 3) 45-nek a 12 %-át; | 6) 50-nek a 120 %-át! |

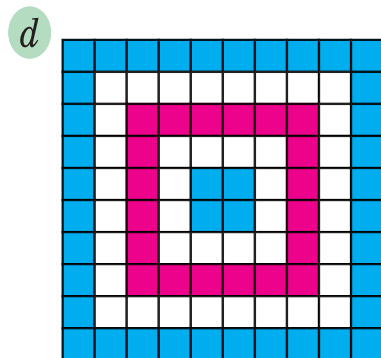
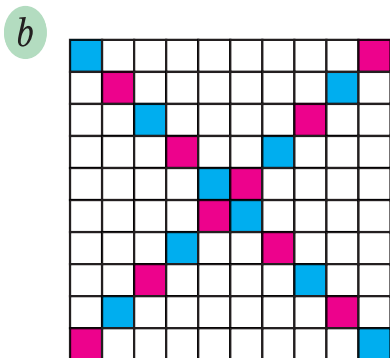
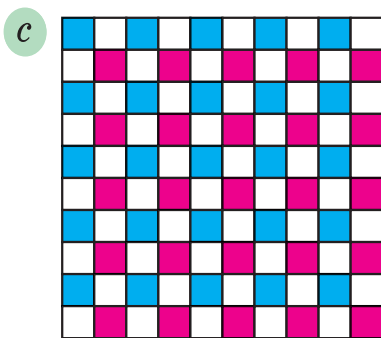
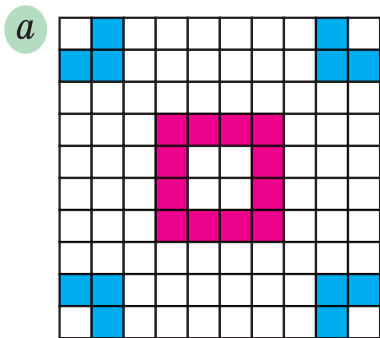
1137.° Határozd meg:

- | | |
|----------------------|------------------------|
| 1) 76-nak az 1 %-át; | 4) 120-nak a 30 %-át; |
| 2) 300-nak a 7 %-át; | 5) 16,5-nek a 94 %-át; |
| 3) 10-nek a 26 %-át; | 6) 62-nek a 156 %-át! |

1138.° A Föld felszínének 29 %-a szárazföld, a többi világóceán. A Földnek hány százaléka a világóceán?

1139.° Ukrajna területének 95 %-a síkság, a többi hegyvidék. Hány százalékot tesz ki a hegyvidék?

1140.° A 235. ábrán lévő négyzetek területének hány százaléka van befestve?



235. ábra

1141.° Rajzolj egy olyan négyzetet, melynek oldala 10-szer nagyobb a füzeted négyzetrácsának oldalánál. Színezd ki a négyzet területének:

- | | | |
|----------|----------|-----------|
| 1) 5 %; | 3) 20 %; | 5) 67 %; |
| 2) 10 %; | 4) 50 %; | 6) 100 %! |

1142.° Írd fel tizedes tört alakban:

- | | | |
|---------|-----------|-----------|
| 1) 1 %; | 3) 30 %; | 5) 200 %; |
| 2) 8 %; | 4) 140 %; | 6) 4,5 %! |

1143.° Írd fel tizedes tört alakban:

- 1) 6 %; 3) 40 %; 5) 160 %;
2) 14 %; 4) 84 %; 6) 600 %!

1144.° Írd fel százalék alakban:

- 1) 0,24; 2) 0,04; 3) 0,4; 4) 0,682; 5) 1,6; 6) 8!

1145.° Írd fel százalék alakban:

- 1) 0,58; 2) 0,8; 3) 0,08; 4) 0,008; 5) 2,5; 6) 10!

1146.° Írd fel közönséges tört alakban:

- 1) 50 %; 3) 10 %; 5) 80 %;
2) 25 %; 4) 20 %; 6) 75 %!

1147.° A 420 hektáros földterület 15 %-a rozssal van bevetve. Hány hektáron terem rozs?

1148.° Egy kamasznak naponta 4,5 mg karotint¹ kell fogyasztania. A szervezet napi szükséglete A-vitaminból a karotinénak a 30 %-a. Hány mg A-vitaminra van szüksége a kamasznak ahhoz, hogy szervezete normálisan működjön?

1149.° Az ötvözet 8 % rezet tartalmaz. Mennyi réz van 360 kg ötvözetben?

1150.° A tengervíz sótartalma 6 %. Hány kg sót tartalmaz 250 kg tengervíz?

1151.° Ukrajnában 2020- ban a felsőfokú végzettséggel rendelkezők száma 120,4 % volt a 2008-as évi mutatóhoz képest. Hány személy rendelkezett felsőfokú végzettséggel 2020-ban, ha 2008-ban 6 905 000 személynek volt felsőfokú végzettsége? Az eredményt kerekítsd ezresekre!

1152.° 2014-ben Ukrajna minden 6 évesnél idősebb 1000 állampolgára közül 192 személynek volt középiskolai végzettsége. 2022-ben ez az adat 115 %-a volt a 2014-es adatnak. 2014-ben minden ezer ember közül hánynak volt középiskolai végzettsége? Az eredményt kerekítsd egészekre!

¹ *Karotint* — olyan anyag, amely hozzájárul számos emberi szerv normális működéséhez, különösen a szem működésében játszik fontos szerepet. A sárgarépa, az édesburgonya, a spenót stb. sok karotint tartalmaz.

Ezerből hány embernek volt teljes középfokú végzettsége 2020-ban? Kerekítse a választ a legközelebbi egyhez!
1153.° A Kijevi-víztározó területe 922 km², a Kanyivi-víztározóé pedig 675 km². A Kijevi-víztározó területének 40 %-a, a Kanyivi-víztározónak pedig a 24 %-a sekély vizű. Melyik víztározóban lesz nagyobb a sekély vizű terület?

1154.° Két nap alatt 125 kg almát értékesítettek. Első nap eladták a készlet 46 %-át. Hány kilogramm almát adtak el a második napon?

1155.° Amikor Zöld Marci legyőzte Sobri Jóskát, akkor a betyár rejtekhelyén 80 pud aranyat és ezüstöt talált. A zsákmány 45 %-a arany volt. Hány pud ezüstöt talált Zöld Marci?

1156.° Az üzletben árleszállítás van. Egy doboz csokoládé ára 80 hrivnya. Két ilyen doboz vásárlásakor a második doboz árából 35 %-ot elengednek. Hány hrivnyába kerül két doboz csokoládé az árleszállítás ideje alatt?

1157.° A és B városok közötti útra szóló vonatjegy ára 28 hrivnya. Az iskolások részére 50 %-os kedvezmény jár. Mennyibe kerül annak az iskolai csoportnak az utazása, amelyben 23 tanuló és 2 tanár van?

1158.° 2021 júniusában a munkavállaló 12 400 hrn. fizetést kapott. Ebből az összegből levonásra került 18 % személyi jövedelemadó és 1,5 % hadiadó. Mennyi pénzt kapott a munkavállaló ezen levonások után?

1159.° Pista bácsi 1200 kg zöldséget takarított be a kertjéből. Ennek 26 %-a uborka volt, 48 %-a burgonya, a többi pedig káposzta. Hány kilogramm káposztát takarított be Pista bácsi?

1160.° Az üzletbe 200 üveg lekvárt szállítottak. Ennek 24 %-a földieperlekvár volt, 32 %-a málnalekvár,

a többi pedig meggy. Hány üveg meggylekvárt kapott az üzlet?

1161. A kertben 1500 fa nőt, melynek 60 %-a gyümölcsfa. A gyümölcsfák 52 %-a meggyfa. Hány meggyfa volt a kertben?

1162. A Hattyú, a Rák és a Csuka részvénytársaságnak három hónap alatt 24 600 hrivnya kiadása volt. Ennek 35 %-át júniusban fizették ki. Júliusban elköltötték a júiusi kiadások 110 %-át. Mennyi kiadása volt a részvénytársaságnak júliusban?

1163. A téglalap hossza 80 cm, a szélessége a hosszának a 80 %-a. Határozd meg a téglalap kerületét és területét!

1164. A téglatest hossza 60 cm, a szélessége a hosszának a 70 %-a, a magassága pedig a hosszának a 125 %-a. Számítsd ki a téglatest térfogatát!

1165. A téglalap szélessége 40 cm, a hossza a szélességének a 135 %-a. Határozd meg a téglalap kerületét és területét!

1166. A száraz aszfalton a 40 km/ó sebességgel haladó gépkocsi fékútja a sebességének a 0,026 %-a. Ezzel a sebességgel közlekedő gépkocsivezető azelőtte 12 m-rel átszaladó embert észrevette, és a fékre lépett. Sikerült-e elkerülni a balesetet?

1167. Kovács János betett a bankba 14 000 hrivnyát évi 10 %-os kamatra. Mennyi pénze lesz a számláján egy év múlva? Két év múlva? (A kamatjováírásán kívül más műveletet nem végeztek a számlán.)

1168. Szindbád tengeri útjára 1200 l édesvizet vitt magával. Minden héten elfogyasztotta a meglévő víztartalékának 15 %-át. Mennyi vize maradt a nagy utazónak egy hét múlva? két hét múlva?

1169. 2021. június 1-jén elfogadták az „Ukrajnában a műanyag tasakok forgalmának korlátozásáról

szóló törvényt”. Az alábbi probléma megoldásával megértheted, mennyire fontos ez a törvény, és miért jobb a papírt, a műanyagot és a fémet másodlagos nyersanyagként újrahasznosítani, mint a szemétbe dobni őket.



A papír hulladék átlagosan 4 év alatt bomlik biztonságos anyagokká a környezetben. Egy alumíniumdoboz bomlási ideje 2000 % a papír bomlási idejéhez képest, egy műanyag fedő bomlási ideje 500 % az alumíniumdobozéhoz képest, egy műanyag zacskó bomlási ideje pedig 125 % a műanyag fedőhöz képest. Hány év alatt bomlik le egy műanyag zacskó a természetben?

1170.* A vasorrú bába, Fekete Péter, Rózsa Sándor és a hétfejű sárkány 1800 hrvnyát nyertek a lottón. A vasorrú bába kapta a nyeremény 24 %-át, Fekete Péter a vasorrú bába által kapott összegnek a 125 %-át, Rózsa Sándor Fekete Péterre jutó részének a $\frac{4}{9}$ -ét, a maradékot pedig a hétfejű sárkány vitte haza. Mennyi pénzt kapott a hétfejű sárkány?



Ismétlő gyakorlatok

1171. Piroska meggyes pitét süített, amivel megkínálta barátait.

Miután 24 szeletet megettek, még megmaradt a sütemény $\frac{1}{5}$ e.

Hány szelet süteményt süített Piroska?

1172. Határozd meg a műveletlanc hiányzó számait!

$$1) m \xrightarrow{\cdot 0,75} 15 \xrightarrow{-x} 2,56 \xrightarrow{:n} 3,2;$$

$$2) a \xrightarrow{\cdot 2,6} 27,04 \xrightarrow{+b} 30 \xrightarrow{:c} 125.$$

1173. Szorgoska 12,5 ha-ról takarította be a kukoricát, hektáronként 1200 q-át. A termény elszállításához teherautókat bérelt, amelyek mindegyik 2,5 tonnát tudott elszállítani, és 15-ször fordult. Hány teherautót bérelt Szorgoska?

1174. Két helyséből, melyek között a távolság 260 km, egyszerre indult el egymás felé két gépkocsi. Mekkora lesz a két gépkocsi között a távolság 2,5 óra múlva, ha az egyik gépkocsi sebessége 70 km/ó, a másiké pedig 60 km/ó?



Bölcs Bagoly feladványa

1175. Az 5. osztályban 30 tanuló írt ukrán tollbamondást. A legtöbbet hibázó tanuló 14 hibával írta meg a tollbamondást. Bizonyítsd be, hogy legalább 3 tanuló ugyanannyit hibázott a tollbamondásában. (Ebben az osztályban lehet olyan tanuló is, aki egyetlen hibát sem ejtett.)

38. A szám (vagy a százalékalap) meghatározása százalékértéke alapján

Az előző pontban megtanultuk, hogyan kell kiszámítani a százalékértéket. Vizsgáljunk meg még egy példát.

1.PÉLDA. A tejszínes fagylalt 14 % cukrot tartalmaz. Hány kilogramm ilyen fagylaltot készítettek, ha 49 kg cukrot használtak fel?

Megoldás. A fagyalt teljes tömege 100% lesz, a 49 kg a fagyalt tömegének 14%-át teszi ki.

1) $49 : 14 = 3,5$ (kg) — a fagyalt tömegének az 1%-a;

2) $3,5 \cdot 100 = 350$ (kg) — ennyi fagyaltot készítettek.

Felelet: 350 kg. ◀

Ebben a feladatban a keresett szám a 350. Annak ismeretében határoztuk meg a 350-et, hogy tudtuk, a keresett szám 14%-a 49-cel egyenlő. Az ilyen feladatok megoldása során a **százalékalapot határozzuk meg a százalékvértéke alapján.**

2.PÉLDA. A munkás egy nap alatt 48 alkatrészt készített el, ami a napi tervezett mennyiségnek a 120%-a. Hány alkatrészt kellett volna elkészítenie a terv szerint?

Megoldás. 1) $48 : 120 = 0,4$ (alkatrész) — a terv 1%-a.

2) $0,4 \cdot 100 = 40$ (alkatrész) — ennyit kellett volna elkészíteni a terv szerint.

Felelet: 40 alkatrész. ◀

3.PÉLDA. A ligetben tölgy, juhar és nyírfák nőnek. Tölgy az összes fa 15%-a, a juhar a 23%-a, és nyírfából 248 van. Hány fa van ebben a ligetben?

Megoldás. 1) $15 + 23 = 38$ (%) — az összes fák közül tölgyfák és juharfák aránya.

2) $100 - 38 = 62$ (%) — az összes fák közül a nyírfák aránya.

A 248-as szám a ligetben növő fák számának 62%-a.

3) $248 : 62 = 4$ (fa) — az összes fa 1%-a.

4) $4 \cdot 100 = 400$ (fa) — ennyi fa nő a ligetben.

Felelet: 400 fa. ◀

Szóban oldd meg!

1. A szám hányad része lesz:
 - 1) a szám 50 %-a;
 - 2) a szám 25 %-a;
 - 3) a szám 10 %-a;
 - 4) a szám 2 %-a?
2. Oldd meg az egyenleteket:
 - 1) $4x - 2,6x = 42$;
 - 2) $3,9x + 4,2x = 0,81$!
3. Az egyik szám a másiknak az 50 %-a. Hányszor nagyobb a második szám az elsőnél?



Gyakorlatok

- 1176.**° Határozd meg azt a számot, melynek 1 % — a:
1) 6; 2) 30; 3) 4,2; 4) 7,68!
- 1177.**° Határozd meg a számot, ha:
1) a szám 20 %-a 40-nel egyenlő;
2) a szám 54 %-a 81-gyel egyenlő;
3) a szám 280 %-a 70-nel egyenlő!
- 1178.**° Határozd meg a számot, ha:
1) a szám 1 %-a 7-tel egyenlő;
2) a szám 1 %-a 0,36-dal egyenlő;
3) a szám 12 %-a 4,8-del egyenlő;
4) a szám 104 %-a 260-nal egyenlő!
- 1179.**° A turista az első hét folyamán 32 km-t tett meg, amely a teljes út 40 %-a. Mekkora az útvonal hossza?
- 1180.**° Az édesapa fizetésének 1,5 %-áért játékot vásárolt a lányának. Mennyi az édesapa fizetése, ha a játék 270 hrvnyába került!
- 1181.**° Az érc vastartalma 60 %. Mennyi ércből nyerhető 72 tonna vas?
- 1182.**° Az oldat 14 %-a sót tartalmaz. Hány kilogramm oldat tartalmaz 49 kg sót?
- 1183.**° A bank 8 %-os kamatot fizet. Mennyi pénzt kell elhelyezni ebben a bankban, hogy év végére a kamat összege 2400 hrvnya legyen?

1184.° Az aszalt szilva tömege a nyers szilva tömegének 15 %-a. Hány kg szilvából lesz 36 kg aszalt szilva?

1185.° Egy hét alatt a munkások 138 m utat javítottak meg, ami a tervezettnél a 115 %-a. Hány méter utat kellett volna a terv szerint megjavítaniuk?

1186.° Torkos Rudi ebédre 28,8 kg derelyét evett meg. Ez a tervezett mennyiség 120 %-a. Hány kilogramm derelyét akart megenni Torkos Rudi ebédre?

1187.° A vállalkozó havonta jövedelmének 20 %-át költi a helyiségek bérlésére. Kiszámolta, hogy a bérleti díj befizetése után 48 000 hrivnya maradt meg a jövedelméből az adott hónapban. Mennyi volt a jövedelme a bérleti díj befizetése előtt?

1188.° Az alma az aszalás során elveszti tömegének 84 %-át. Hány kilogramm friss almát kell venni ahhoz, hogy 24 kg aszalt almát kapjunk?

1189.° A hús sütés közben elveszíti tömegének 24 %-át. Hány kg nyers hús kell 19 kg sült hús elkészítéséhez?

1190.° Pinokkio a Három tölgyfához fogadóban ebédre franciasalátát, malacropogóst és fagylalttortát rendelt. A számlából kiderült, hogy a saláta ára az összeg 28 %-át tette ki, a malacropogós 54 %-át, a fagylalt pedig 108 fontba került. Mennyibe került az ebéd?

1191.° Három barát gombázni ment. Az első találta a leszedett gombák 37 %-át, a második a 25 %-át, a harmadik pedig a maradék 76 gombát. Hány gombát szedtek összesen?

1192.° A téglatest hossza 50 cm, a szélessége a hosszának a 24 %-a. Számítsd ki a téglatest térfogatát, ha a szélessége 30 %-a a magasságának!

1193.• Az Aszkanyija-Nova Természetvédelmi Terület (Herszon megye) 33,3 ezer hektáron terül el. A Medobori Természetvédelmi Terület (Ternopil megye) az Aszkanyija-Nova területének 28,6 %-a, a Szinevéri Nemzeti Park (Kárpátalja) területének pedig 25 %-a. Határozd meg a „Medobori és a Szinevéri park területét”!



„Aszkanyija-Nova” Természetvédelmi Terület

1194.• A turista az első napon 7,2 km haladt. A második napon az előző napi távolság 150 %-át tette meg. Hány km-t haladt a turista három nap alatt, ha a második nap megtett út a harmadik napinak a 90 %-a?

1195.• A gyümölcsösben almafák és meggyfák nőttek. A fák 41 %-a almafa volt. Meggyfából 54 fával több volt, mint almafából. Hány fa volt a kertben? Hány meggyfa volt a gyümölcsösben?

1196.• Két napra tervezett kábelfektetés során az első napon a vezeték hosszának 68 %-a került földbe. A második napon 115,2 m-rel kevesebbet készítettek el. Hány méter kábelt fektettek le a két nap alatt? Hány méter vezetékét fektettek le az első napon?

1197.** A kertben vörös, rózsaszín és fehér rózsák nőnek. A rózsabokrok 40 %-a vörös, a maradék 58 %-a rózsaszín, fehér rózsából pedig 126 bokor van. Összesen hány rózsabokor nő ebben a kertben?

1198.** Laci az első napon a könyv 25 %-át olvasta el, a másodikon a maradék 68 %-át, a harmadikon pedig a fennmaradt 96 oldalt. Hány oldalas a könyv?

1199.** Hány kilogramm burgonyát adtak el az üzletben három nap alatt, ha az első napon eladták az összes burgonya 32 %-át, a második napon a maradék 45 %-át, a harmadikon pedig 561 kg-ot?

1200.* Az iskolai ünnepségen vaníliás, csokoládés és epres fagyalattal kedveskedtek a gyerekeknek. A megrendelt fagyalatt 52 %-a csokoládés volt, az epres fagyalatt 25 %-a volt a csokoládés fagyai mennyiségének. Mennyi fagyalattot szállítottak az iskolába, ha vaníliás fagyalattból 140 kg-ot kaptak?

1201.* Kertitörp rózsát, kardvirágot és gyöngyvirágot gondozott. A virágok 60 %-a rózsá volt, 40 %-a pedig kardvirág. A kertben 32 gyöngyvirág nőtt. Hány darab rózsátője volt Kertitörpnek?



Ismétlő gyakorlatok

1202. Oldd meg az egyenleteket:

- 1) $0,31x + 1,2 = 1,2124$;
- 2) $0,5x - 17 = 40,52$;
- 3) $4,6 - 0,03x = 1,3$;
- 4) $0,4x + 0,24x - 0,26 = 0,764$!

1203. Két kikötőből, melyek között a távolság 63 km, egyszerre egymással szemben két motorcsónak indult el. Az egyik sebessége 16 km/ó volt. A csónakok az indulás után 2 óra 6 perc múlva találkoztak. Határozd meg a másik csónak sebességét!



1204. Hány olyan kétjegyű szám létezik, melyekben csak a következő számjegyek szerepelhetnek: 1) 0, 2, 4, 6 és 8; 2) 1, 3, 5, 7 és 9? (A számjegyek ismétlődhetnek is.)



Bölcs Bagoly feladványa

1205. A mozi nézőtermében néhány iskola tanulói filmet nézett. A nézők 47%-a az egyik iskola tanulói voltak. Hány néző volt a 280 férőhelyes teremben, ha a helyek több mint fele volt foglalt?

ELLENŐRIZD MAGADAT! 6. SZ. TESZTFELADAT

- Hány számjegy lesz a tizedesvessző után a 2,64 és a 3,72 számok szorzatában?
A) két számjegy
B) három számjegy
C) négy számjegy
D) öt számjegy
- Mivel egyenlő egy század fele?
A) 0,5
B) 0,002
C) 0,02
D) 0,005
- Hozd egyszerűbb alakra a kifejezést: $0,2a \cdot 1,5b!$
A) $3ab$
B) $0,3ab$
C) $0,03ab$
D) $30ab$
- Mivel egyenlő a $48 : (1,07 + 0,53) - 1,6$ kifejezés értéke?
A) 28,4
B) 1,4
C) 27,4
D) 1,54
- Hozd egyszerűbb alakra a kifejezést: $2,1c - 0,6c + 3,9c!$
A) $5,4c$
B) $6,6c$
C) $5,8c$
D) $5,2c$
- Mivel egyenlő a $(36 - 1,8 \cdot 2,7) : 0,9$ kifejezés értéke?
A) 14
B) 1,4
C) 3,46
D) 34,6
- A nyájban 200 állat van, melyeknek 34 %-a juh. Hány juh van ebben a nyájban?
A) 54 juh
B) 68 juh
C) 72 juh
D) 86 juh
- Az ötvözet 28 % rezet tartalmaz. Mennyi a tömege annak az ötvözetnek, amely 56 kg rezet tartalmaz?
A) 350 kg
B) 300 kg
C) 250 kg
D) 200 kg
- A kerékpáros 20 km-t 10 km/ó sebességgel tett meg, 15 km-t pedig 5 km/ó sebességgel. Határozd meg a kerékpáros átlagsebességét!
A) 6 km/ó
B) 7 km/ó
C) 7,5 km/ó
D) 9 km/ó
- Tíz autóbusszmegálló helyét úgy jelölték ki az egyenes úton, hogy a szomszédos megállók között a távolság megegyezik. Az első és a harmadik megálló között a távolság 1,2 km. Mennyi a távolság az első és az utolsó között?
A) 12 km
B) 10,8 km
C) 5,4 km
D) 6 km
- Melyik az a legkisebb természetes szám, melyet ha megszorunk 3,6-del, akkor az eredmény természetes szám lesz?
A) 2
B) 5
C) 10
D) 20
- Egy üzletbe almát és körtét szállítottak. A gyümölcs 35 %-a körte volt. Almából 126 kg-mal többet hoztak, mint körtéből. Összesen hány kilogramm almát és körtét szállítottak az üzletbe?
A) 300 kg
B) 350 kg
C) 420 kg
D) 480 kg

AZ ÖTÖDIK OSZTÁLY ANYAGÁNAK ÖSSZEFOGLALÁSA. ISMÉTLŐ FELADATOK

1206. Végezd el a műveleteket:

- 1) $154 \cdot 78 + 3900 : 65 - 216 \cdot 53$;
- 2) $16\,728 : 82 - 5580 : 45 + 726 \cdot 29$;
- 3) $(39\,002 - 37\,236) \cdot 205 + 115 \cdot 78$;
- 4) $875 \cdot 480 - 406 \cdot (50\,004 - 48\,986)$;
- 5) $(21\,518 : 53 - 24\,332 : 79) \cdot 267$;
- 6) $(53\,734 : 67 - 59\,925 : 85) \cdot 436$;
- 7) $(327 \cdot 84 + 207\,673) : 47$;
- 8) $(924 \cdot 93 + 30\,271) : 29$;
- 9) $61 - (1428 : 136 + 4,3) \cdot 3,4$;
- 10) $40 - (2550 : 204 - 6,9) \cdot 6,7$;
- 11) $37,72 : 4,6 - (1,43 + 2,728) \cdot 1,5$;
- 12) $7,2 \cdot 3,8 + (3,24 - 2,1312) : 0,42$;
- 13) $(20,6 - 16,74) \cdot 0,1 + (23,4 + 8,95) : 100$;
- 14) $(0,326 + 3,724) \cdot 100 - (0,19682 - 0,0987) : 0,001$;
- 15) $23 : \left(6\frac{5}{17} + 1\frac{12}{17}\right) - \left(4\frac{2}{5} - 2\frac{3}{5}\right) : 5$;
- 16) $\left(7\frac{4}{13} - 4\frac{4}{13}\right) : 0,15 - 4 : \left(13\frac{6}{13} + 11\frac{7}{13}\right)!$

1207. Állíts össze egy számkifejezést, és határozd meg az értékét:

- 1) a 17,23 és a 16,37 összegének, valamint a 9 és a 6,328 különbségének a különbségét;
- 2) a $16\frac{5}{11}$ és $5\frac{6}{11}$ szorzatának, valamint a 3,245 -nek a szorzatát;
- 3) a 4,8 és a 3,762 különbségének, valamint 0,06-nak a hányadosát;
- 4) a 3,47 és a 3,46 összegének, valamint különbségének szorzatát;

- 5) a 6,3 és a 4,2 különbségének, valamint összegének a hányadosát;
- 6) a 0,125 és a 16 szorzatának, valamint a 28 és 0,56 hányadosának az összegét;
- 7) 86,9 és 667,6 összegének, valamint a 37,1 és a 13,2 összegének a hányadosát!

1208. Mennyivel:

- 1) kisebb a 6,2 és 1,4 számok különbsége a szorzatuknál;
- 2) nagyobb a 11,88 és a 2,64 különbsége a hányadosuknál;
- 3) nagyobb a 7,8 és a 6,5 összege a hányadosuknál;
- 4) kisebb a 7,6 és a 0,8 szorzata a különbségükénél;
- 5) nagyobb a 14,5 és az 1,06 szorzata a 16,1 és a 4,386 különbségénél?

1209. 1) Írj fel négy számot, melyek közül az első 3,24, és minden következő szám 10-szer nagyobb az előzőnél!

- 2) Írj fel öt számot, melyek közül az első 430, és minden következő szám 10-szer kisebb az előzőnél!

1210. Határozd meg a kifejezés értékét:

- 1) $72 : (x - 17) - 4$, ha $x = 35$;
- 2) $(x + 259) : (x - 205)$, ha $x = 321$;
- 3) $61,32 - 61,32 : (a + b)$, ha $a = 3,6$, $b = 4,8$;
- 4) $4,346 : x - y : 0,25$, ha $x = 0,82$, $y = 0,4$;
- 5) $2,04 : x + 5,19y$, ha $x = 3,4$, $y = 0,4$;
- 6) $1,4m - 0,3n$, ha $m = 2,6$, $n = 5,09$;
- 7) $1000x + 0,01y$, ha $x = 0,2346$, $y = 26\ 540$;
- 8) $453x - 0,1827y$, ha $x = 0,1$, $y = 100$;
- 9) $x + y - z$, ha $x = 9\frac{2}{21}$, $y = 6\frac{5}{21}$, $z = 7\frac{13}{21}$;
- 10) $a - b - c + d$, ha $a = 10$, $b = 3\frac{9}{14}$, $c = 4\frac{13}{14}$,

$$d = 2\frac{8}{14}!$$

1211. Oldd meg az egyenleteket:

1) $(234 + x) - 456 = 178$;

2) $(x - 4,83) + 0,16 = 3,02$;

3) $(8164 - x) - 2398 = 2557$;

4) $(20 - a) - 6\frac{7}{18} = 3\frac{17}{18}$;

5) $1,2 - \left(x - \frac{1}{4}\right) = \frac{1}{2}$;

6) $5,2 - (6 - y) = 3,258$;

7) $80 - (x + 4,097) = 18,36$;

8) $12 - \left(x + 4\frac{7}{15}\right) = 5\frac{13}{15}$!

1212. Oldd meg az egyenleteket:

1) $0,11x + 0,08x = 45,6$;

2) $x - 0,64x = 2,808$;

3) $7x + 9x + 0,32 = 2,72$;

4) $2,4x - 1,5x + 47 = 1919$;

5) $0,8(x - 1,9) = 0,56$;

6) $0,32(x + 1,4) = 73,6$;

7) $0,8(100 - 0,04x) = 8,64$;

8) $x : 1,15 = 0,16$;

9) $0,408 : x = 1,7$;

10) $(x + 9,14) : 7,2 = 5$;

11) $2,2 - x : 0,3 = 0,13$;

12) $5,6 : (x + 1,6) = 0,08$;

13) $5,6 : x + 0,16 = 0,3$;

14) $4,13 - 1,7x = 4,028$!

1213. 1) Melyik számhoz kell hozzáadni 4,2-et, hogy az így kapott összeg és 0,6 szorzata 19,2 legyen?

2) Melyik számból kell kivonni a 9,4-et, hogy az így kapott különbség és a 0,5 szám szorzata 0,12 legyen?

- 3) Melyik számmal kell megszorozni 12,3-et ahhoz, hogy az így kapott szorzat és 7,9 összege 12,82 legyen?
- 4) Melyik szám kétszeresét kell kivonni 20,04-ből, hogy az eredmény 9,1 legyen?

1214. Határozd meg az x összes természetes szám értékét, melyeknél teljesül az egyenlőtlenség:

- 1) $2,4 < x < 6$; 4) $11 < x < 13$;
 2) $3,2 < x < 8$; 5) $1,2 < x < 1,9$;
 3) $9 < x < 14$; 6) $7\frac{4}{9} < x < 10,1!$

1215. Melyik legnagyobb x természetes számra teljesül az egyenlőtlenség:

- 1) $3x < 19,4$; 2) $5x < 32,6!$

1216. Melyik legkisebb x természetes számra teljesül az egyenlőtlenség:

- 1) $4x > 14$; 2) $7x > 40\frac{7}{9}!$

1217. A Vess-arass mezőgazdasági cég két részlegben is vetett rozst. Az egyikről 392 q-t, a másiktól pedig 896 q-t takarítottak be. A második részleg területe 18 ha-ral nagyobb az első területénél. Határozd meg mindkét részleg területét, ha a két részlegben az 1 ha-ról betakarított rozs mennyisége megegyezik!

1218. A kecskemama a 2,3 ha-os területéről hektáronként 400 q káposztát takarított be. Hány 3,5 t teherbírású gépkocsira lesz szüksége ennek a termésnek az elszállítására?



1219. A farmer búzával vetette be a téglalap alakú földrészlegét. A földrészleg hossza 37,5 m, ami 1,5-szer nagyobb a szélességénél. Hány mázsa búzát takarított be, ha áranként 42,8 q gabona termett? Az eredményt írd fel tonnában, mázsában és kilogrammban!

1220. Fanyüvő 300 m³ fát 3 perc alatt aprít össze. Vasgyúró ugyanezt a mennyiséget 6 perc alatt aprítja fel. Hány perc alatt aprítják fel együtt ezt a famennyiséget?

1221. A medence vizét egyszerre két szivattyú engedte le. Az egyik 200 l, a másik 140 l vizet szivattyúzott ki percenként. Mennyi ideig üzemeltek, és mennyi vizet szívtak ki ezek a szivattyúk, ha az első 210 literrel több vizet engedett le, mint második?

1222. Egy vízzel teli korsó tömege 12,5 kg. Miután kiöntötték a víz felét, a korsó és a maradék víz tömege 7 kg lett. Mennyi az üres korsó tömege?

1223. Az éléskamrában 15 ládában és 12 kosárban 576 kg almát tároltak. Minden ládában 6 kg-mal több alma volt, mint egy-egy kosárban. Hány kg alma volt egy-egy ládában, illetve kosárban?

1224. 1) Két város között az utat a gépkocsi 3,6 óra alatt teszi meg, ha a sebessége 62,5 km/ó. Mekkora sebességgel kell közlekednie, hogy ezt a távolságot 3 óra alatt tegye meg?

2) Két város között az utat a vonat 4,2 óra alatt teszi meg, ha a sebessége 54 km/ó. Mennyi idő alatt teszi meg ugyanezt a távolságot, ha 63 km/ó sebességgel halad?

1225. Az egyik városból azonos irányba egyidejűleg egy gépkocsi és egy autóbusz indult el. A gépkocsi sebessége 72 km/ó volt, az autóbuszé pedig 64 km/ó. Indulásuk

után mennyi idő múlva lesz a gépkocsi és az autóbusz közötti távolság 52 km?

1226. Az egyik városból azonos irányba egyidejűleg két lovas indult el. Az elindulásuk után 2 óra múlva a köztük lévő távolság 3 km lett. Az egyik lovas sebessége 8,2 km/ó. Határozd meg a másik lovas sebességét! Hány megoldása van ennek a feladatnak?

1227. Az egyik városból ellenkező irányba egyidejűleg egy gépkocsi és egy autóbusz indult el. A gépkocsi sebessége 72 km/ó, az autóbuszé pedig 1,2-szer kevesebb. Mennyi lesz a távolság a gépkocsi és az autóbusz között 3 óra 15 perccel az indulásuk után?

1228. Az egyik városból ellenkező irányba egyidejűleg két gyalogos indult el. Az egyik sebessége 4,2 km/ó, ami a másik sebességének a $\frac{7}{6}$ -a. Indulásuk

után hány órával lesz a köztük lévő távolság 11,7 km?

1229. Az egyik állomásról ellenkező irányba egyidejűleg két vonat indult el. Indulásuk után 2 óra 45 perc múlva a köztük lévő távolság 330 km lett. Az egyik vonat sebessége 56 km/ó. Határozd meg a másik vonat sebességét!

1230. Két városból, melyek között a távolság 84 km, egyidejűleg, azonos irányba két gépkocsi indult el, melyek sebessége 68,4 km/ó és 57,9 km/ó. A lassabban haladó gépkocsi ment elől. Indulásuk után hány óra múlva éri utol az egyik gépkocsi a másikat?

1231. Két pontból egyidejűleg, ugyanabba az irányba két turista indult el. A 4,8 km/ó sebességgel haladó turista 2,5 óra múlva utolérte a 4,2 km/ó -val haladó társát. Határozd meg a pontok közötti távolságot, melyekből a turisták elindultak!

1232. Két városból, melyek között a távolság 189 km, egyidejűleg azonos irányba egy teherautó és egy sze-

mélygépkocsi indult el. A 48 km/ó sebességgel haladó teherautót 7 órával az indulásuk után utolérte a személygépkocsi. Mekkora sebességgel haladt a személygépkocsi?

1233. Két városból, melyek között a távolság 111 km , egyidejűleg azonos irányba egy motorkerékpáros és egy lovas indult el. A 82 km/ó sebességgel haladó motorkerékpáros indulásuk után $1,5$ órával utolérte a lovast. Határozd meg a lovas sebességét!

1234. 10 órakor az A pontból elindult egy tehergépkocsi, melynek sebessége $42,4 \text{ km/ó}$ volt. 13 óra 30 perckor ugyanebből a pontból, ugyanabba az irányba egy motorkerékpáros indult el, melynek sebessége $78,5 \text{ km/ó}$ volt. Mekkora lesz köztük a távolság 15 óra 30 perckor? És 18 órakor?

1235. Egy gőzhajó 6 óra alatt a folyón felfelé (árral szemben) 237 km -t tett meg. Mekkora távolságot tesz meg állóvízben, ha a vízfolyás sebessége $1,5 \text{ km/ó}$?

1236. Egy csónak $3,5$ óra alatt a folyón lefelé (vízfolyás irányában) 119 km -t tett meg. Mekkora távolságot tesz meg 5 óra alatt a vízfolyással szemben, ha a sebessége állóvízben $32,8 \text{ km/ó}$?

1237. A gőzhajó sebessége a folyón lefelé (vízfolyás irányában) $29,6 \text{ km/ó}$, felfelé pedig $24,8 \text{ km/ó}$. Határozd meg a vízfolyás sebességét és a gőzhajó sebességét állóvízben!

1238. A motorcsónak sebessége állóvízben 28 km/ó , a vízfolyás sebessége pedig $1,8 \text{ km/ó}$. A motorcsónak először $1,4$ órát haladt az árral szemben, aztán $0,8$ órát a vízfolyás irányában. Mekkora utat tett meg ez idő alatt?

1239. Két kikötőből egyidejűleg, egymás felé két motorcsónak indult el. Hány óra múlva találkoznak, ha mindkét csónak saját sebessége $24,5 \text{ km/ó}$, a két kikötő

közötti távolság 171,5 km, a vízfolyás sebessége pedig 1,6 km/ó? Van-e felesleges adat ebben a feladatban?

1240. A horgász szeretett volna keresztülevezni a folyón. A csónakkal 20 métert halad percenként. Mekkora távolságra viszi el a víz a csónakot, ha a folyó szélessége 150 m, a vízfolyás sebessége pedig 0,2 m/mp?



1241. A turista a hegyről lefelé 1,2 óra alatt teszi meg az utat, ami 0,75-a annak az időnek, ami alatt fölfelé halad. Felfelé a sebessége 7,5 méter percenként. Milyen magas a hegy?

1242. Az 56 km/ó sebességgel közlekedő gyorsvonat vezetője észrevette, hogy a 34 km/ó sebességgel szembe jövő tehervonat 15 mp alatt ment el mellette. Mekkora a tehervonat hossza?

1243. A 36 km/ó sebességgel közlekedő tehervonat mozdonyvezetője megfigyelte, hogy a vele szemben közlekedő 180 m hosszú személyvonat 8 másodperc alatt megy el mellette. Mekkora sebességgel haladt a személyvonat?

1244. Szerénke 18 kg tejfölt vásárolt a piacon, Lukrécia pedig 28 kg-ot. Ebédre Szerénke megette a tejföl 0,65 részét, Lukrécia pedig a $\frac{3}{7}$ -ét. Melyik macska evett meg több tejfölt, és mennyivel?

1245. Csizmás Kandúr a hétmérföldes csizmájában 3 óra alatt 1590 km utat tett meg. Az első óra alatt az egész út $\frac{15}{53}$ -át tette meg, a másodikban pedig a maradék — $\frac{25}{57}$ -ét. Hány kilométert tett meg a harmadik órában?

1246. 240 kg napraforgómagot takarítottak be. Mennyi olajat lehet ütni ebből a mennyiségből, ha a mag 0,7-e használható csak fel olajütésre, és az olaj a mag tömegének 0,4 része?

1247. Három óriás kását ebédelt. Az egyik 120 kg-ot evett meg, a másik — $\frac{8}{15}$ -ét annak, amit az első, a harmadik pedig a második adagjának a 0,85 részét. Hány kg kását fogyasztottak el az óriások?

1248. A háromszög kerülete 48 cm. Az egyik oldalának hossza a terület $\frac{5}{16}$ -a, a másik oldala pedig az első oldalának a 0,64-a. Határozd meg a háromszög oldalait!

1249. Az egyenlő szárú háromszög alapja 6,5 cm, a szára pedig az alap 0,8-e. Számítsd ki a háromszög területét!

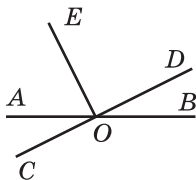
1250. Kerti törp gyümölcsösében betakarította a termést. A gyümölcs 0,6-e alma. Az alma $\frac{7}{18}$ -a, vagyis 35 kg jonatán volt. Mennyi gyümölcsöt takarított be Kerti törp?

1251. Miután a személygépkocsi megtette az út 0,3 részét, majd a 0,4-ét, kiderült, hogy már 12 km-rel túlhaladt az út felénél. Hány kilométert kellett megtennie a gépkocsinak eredetileg?

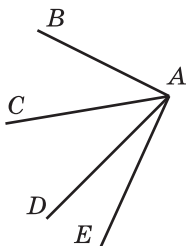
1252. Két ládában almák voltak. Az első ládában 22,4 kg alma volt, ami az összes almának a 0,35-a. Hány kilogramm alma volt a második ládában?

1253. Egy nap alatt 3,6 q szalámit adtak el, ami a készlet 0,48 része. Hány mázsa szalámi maradt?

1254. A 236. ábrán a DOE szög derékszög. Az ábrán látható szögek közül melyik lesz tompaszög? Hány hegyes szög látható a 236. ábrán?



236. ábra



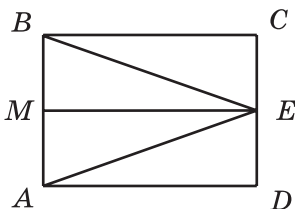
237. ábra

1255. Rajzolj egy tompaszöget, majd a csúcsából úgy húzz egy félegyenest, hogy derékszög keletkezzen. Hány megoldása van a feladatnak?

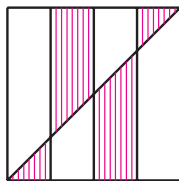
1256. Határozd meg a BAE szög fokmértékét, ha $\angle BAD = 67^\circ$, $\angle CAD = 34^\circ$, $\angle CAE = 56^\circ$ (237. ábra)!

1257. Az MOK szög egyenesszög, $\angle MOA = 62^\circ$, az OC félegyenese az AOK szög szögfelezője. Számítsd ki a COA szög fokmértékét!

1258. Írd ki a 238. ábrán látható összes háromszög és téglalap nevét!



238. ábra



239. ábra

1259. A háromszög kerülete 30 cm, az egyik oldala 7,4 cm, a másik két oldal pedig egyenlő egymással. Határozd meg az egyenlő oldalak hosszát!

1260. Rajzolj egy téglalapot, melynek oldalai 6 cm és 2 cm. Szerkessz egy négyzetet, melynek kerülete egyenlő ennek a téglalapnak a kerületével. Számítsd ki a téglalap és a négyzet területeit!

1261. Az 1 m oldalhosszúságú négyzetet négy részre osztották, és meghúzták az átlóját (239. ábra). Mivel egyenlő a satírozott rész területe?

1262. Egy négyzet kerülete 11,2 cm. Határozd meg annak a téglalapnak a kerületét, melynek területe megegyezik az adott négyzetével, és az egyik oldala 9,8 cm!

1263. A téglalap hossza 45 cm. Hány négyzetcentiméterrel csökken a téglalap területe, ha a szélességét 4 cm-rel csökkentjük?

1264. Az egyik kocka éle 3-szor nagyobb a másik kocka élénél. Hányszor nagyobb az első kocka térfogata a másik térfogatánál?

1265. A téglatest térfogata 320 cm^3 . Méreteit a felére csökkentettük. Határozd meg a keletkezett téglatest térfogatát!

1266. A téglatest szélessége 42 cm, ami a hosszának $\frac{7}{15}$ -e, a magassága pedig a hosszának a $\frac{5}{9}$ része. Határozd meg a téglatest térfogatát, majd fejezd ki köbdeciméterekben!

1267. Meggyfalvát, Almafalvát és Körtefalvát egy egyenes út köti össze. Meggyfalva és Almafalva között 3,2 km a távolság, ami 1,5-szer rövidebb, mint Almafalva és Körtefalva között. Határozd meg a Meggyfalva és Körtefalva közötti távolságot! Hány megoldása van a feladatnak?

1268. Egy téglatest alakú üres medencébe másodpercenként 0,8 l víz folyik. Egy másik csövön viszont másodpercenként 0,75 l víz folyik ki belőle. A medence hossza 4,05 m, szélessége 120 cm, mélysége pedig 75 cm. Hány óra múlva telik meg vízzel a medence?

1269. Két zsákban 82,3 kg alma volt. Az egyikben 7,9 kg-mal több, mint a másikban. Hány kilogramm alma van ezekben a zsákokban?

1270. A turista 2 óra alatt 9,6 km-t tett meg, még hozzá az első órában 1,2 km-rel kevesebbet, mint a másodikban. Határozd meg, hány km-t tett meg a turista az első és a második óra alatt!

1271. Aliz és Ilona 17,6 kg körtét szedett. Aliz 2,7 kg-mal többet, mint Ilona. Mennyi körtét szedtek a kislányok külön-külön?

1272. Két nap alatt a kerékpáros turisták 126 km-t tettek meg, a második napon 3,5-szer többet tekertek, mint az elsőn. Határozd meg, hány kilométert haladtak naponta?

1273. Három kismalac építőanyagot vásárolt házuk tatarozásához. Összesen 740 hrvnyát költöttek. Mennyit költöttek külön-külön, ha az első 64,3 hrvnyával, a második pedig 32,5 hrvnyával többet fizetett, mint a harmadik kismalac?

1274. Három nap alatt 280 kg paradicsomot adtak el. Az első napon 2,8-szer kevesebbet adtak el, mint a második napon, és 4,2-szer kevesebbet, mint a harmadikon. Hány kilogramm paradicsomot értékesítettek naponta?

1275. Két városból, melyek között a távolság 360 km, egyszerre két személygépkocsi indult el egymás felé. Indulásuk után 2,4 órával még nem találkoztak, és ekkor a köztük lévő távolság 24 km volt. Határozd meg a sze-

mélygépkocsik sebességét, ha az egyikük 10 km/ó -val gyorsabb!

1276. A csónak sebessége állóvízben 8-szor nagyobb a vízfolyás sebességénél. Határozd meg a vízfolyás sebességét, és a csónak saját sebességét, ha:

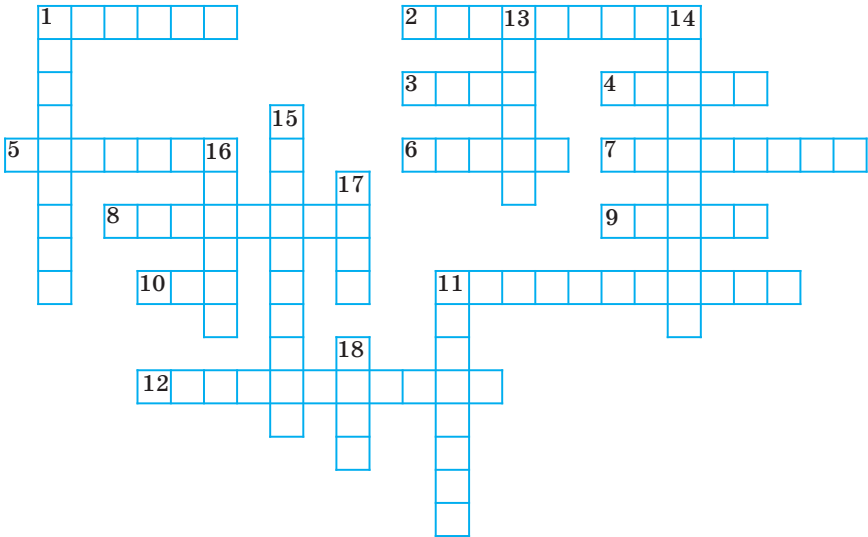
- 1) 5 óra alatt az árral szemben 42 km -t tett meg;
- 2) 4 óra alatt a vízfolyás irányába pedig $50,4 \text{ km}$ -t tett meg!

1277. A téglalap hosszának és szélességének az összege 12 dm , a szélessége pedig $3,2 \text{ dm}$ -rel rövidebb a hosszánál. Számítsd ki a téglalap területét?

1278. Ha egy tizedes törtben a tizedesvesszőt két számjeggyel balra visszük, akkor a tört értéke $158,4$ -del csökken. Határozd meg ezt a törtet!

1279. Hány olyan kétjegyű szám van, melynek az első számjegye 3-mal nagyobb a másodiknál?

1280. Fejtsd meg a keresztrejtvényt:



Vízszintes: **1.** Компонент дії ділення. **2.** Сид многокутника. **3.** Одиниця довжини. **4.** Одна з відомих вам величин. **5.** Прямокутник, у якого всі сторони рівні. **6.** 1000 кілограмів. **7.** Деометрична фігура. **8.** $\frac{1}{10}$ метра. **9.** Знак арифметичної дії. **10.** Фігура,

утворена двома променями зі спільним початком. **11.** Сид чотирикутника. **12.** Прилад для вимірювання кутів.

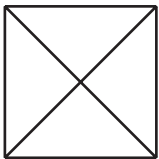
Függőleges: **1.** Арифметична дія. **11.** Сума довжин сторін многокутника. **13.** Розв'язок рівняння. **14.** Число, яке визначає положення точки на координатному промені. **15.** Промінь, що ділить кут навпіл. **16.** Трицифрове число. **17.** $\frac{1}{1000}$ кілограма.

18. Знак, що розділяє цілу та дробову частини десяткового дробу.

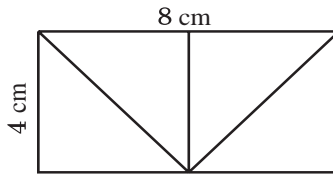
Feleletek és útmutatások

11. 6 gyerek. 13. 3) 17, 20, 22; 4) 34, 55, 89. 14. 3) 15, 17, 18. 37. 408 számjegyet. 38. 260 oldalas. 78. 12 cm. 79. 10 cm. 81. a) 125 mm; b) 84 mm. 83. Egyenlők. 84. 10 cm. Útmutatás: Mivel $BM = MC$ és $CK = KD$, ezért a BD szakasz kétszer hosszabb, mint az MK , $BD = 8$ cm. Ekkor $AB + DE = AE - BD = 4$ cm. Mivel $AQ = QB$ és $DR = RE$, ezért $AB + DE$ kétszerese $QB + DR$ összegnek, vagyis $QB + DR = 2$ cm. Tehát, $QR = QB + DR + BD = 10$ cm. 86. 1) 344; 2) 3534. 88. 380 kg. 91. Útmutatás: 1) $13 - 2 \cdot 5 = 3$; 2) $3 \cdot 5 - 13 = 2$; 3) $2 \cdot 13 - 5 \cdot 5 = 1$. 106. 8 cm vagy 56 cm. 107. 9 cm vagy 21 cm. 108. Legkevesebb — egy, legtöbb — 10. 109. Hét és 4. 110. 289 fa. 111. 664 km. 112. 43 km/ó-val. 113. 2 km/ó-val. 164. 20 szám. 165. 38 szám. 174. 3) 2994; 4) 95 000. 190. 110 könyv. 191. 196 km. 197. 3) 92 m 31 cm; 4) 54 km 310 m; 7) 33 óra 11 perc; 8) 1 óra 38 perc 28 másodperc. 198. 1) 1 m 4 cm; 2) 15 m 1 cm; 3) 36 km 121 m; 4) 12 t 1 q 4 kg; 5) 6 óra 14 perc; 6) 33 perc 11 másodperc. 200. 0 12 óra 33 perc. 203. 2) 5050. 204. 1) 50-nel; 2) az első 1001-gyel. 205. $444 + 44 + 4 + 4 + 4$. 206. 7, 9, 4, 7, 9, 4, 7, 9. 227. 1) 404; 2) 6767. 228. 2) 597. 230. 101 kocka. 236. 2) 36 m 59 cm; 3) 4 km 744 m; 5) 19 perc 42 másodperc; 6) 8 óra 36 perc. 237. 1) 6 cm; 2) 2 km 989 m; 3) 6 óra 34 perc; 4) 4 óra 24 perc. 238. 1 óra 35 perc. 239. 8 óra 32 perc. 242. 32 utas. 243. 17 szilva 244. 416 kg, 224 kg. 245. 420 km, 780 km. 251. 540-gyel. 252. $123 + 45 - 67 + 8 - 9$. 253. 3) 5000; 4) 0. 284. $k = 712 - 18t$. 289. 5 kg. 295. 1) 875; 2) 720; 3) 562; 4) 821; 5) 597; 6) 104. 296. 1) 123; 2) 192; 3) 382; 4) 574; 5) 136; 6) 329. 297. 1) 28; 2) 31 karjácárért. 298. 1) 23; 2) 12 fánkot. 299. 1) $a = 27$; 2) $a = 14$. 300. 1) $a = 21$; 2) $a = 117$. 301. 1 óra 25 perc.

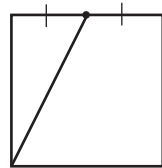
315. 26 tanuló. 333. 46° . 334. 112° . 339. 68° . 340. 153° . 341. Útmutatás. Mérd fel az adott szöget 14-szer egy tetszőleges egyenesre. Használd fel, hogy az így keletkezett szög 2° -kal nagyobb az egyenesszögnél. 342. 1) Útmutatás. Használd fel, hogy $19^\circ \cdot 19 = 361^\circ$. 344. 240g. 345. Igen, 27 hrn. 347. 78 hrn. 357. 2) a) 5; b) 27; c) $n(n - 3) : 2$. 361. 2061 m. 384. 3) 917; 4) 4815. 394. 16 cm. 396. 28 cm. 400. 19 cm és 28 cm. 401. 10 cm vagy 14 cm. 402. Igen, oldalai 4 cm és 2 cm. A négyzet kerülete 8 cm. 403. 240. ábra 405. 241. ábra 406. 242. ábra 411. 2 km 768 m. 412. 6 kg 700 g.



240. ábra



241. ábra



242. ábra

419. 3) 21 390; 4) 5583; 5) 107 601; 6) 1398. 422. 1) 112; 2) 3379. 430. 1) 299 344; 2) 70 090. 431. 1) 676 224; 2) 87 204. 436. 352 km. 437. 45 km. 440. 15 km. 441. 1) $43 \cdot 28 = 1204$; 2) $52 \cdot 42 = 2184$ vagy $52 \cdot 92 = 4784$; 3) $98 \cdot 9 = 882$; 4) $66 \cdot 101 = 6666$. 442. 1) $57 \cdot 69 = 3933$; 2) $74 \cdot 17 = 1258$; 3) $52 \cdot 11 = 572$; 4) $254 \cdot 32 = 8128$. 443. 1, 1, 2, 4. 444. Például, $(1 \cdot 2 + 3) \cdot 4 \cdot 5$. 445. 25. 449. 57 cm. 470. 1) 139 km 808 m; 2) 382 hrn 86 kop.; 3) 175 km 870 m; 4) 28 t 5 q 20 kg; 5) 95 óra; 6) 78 óra 9 perc 471. 1) 223q 2 kg; 2) 592 hrn; 3) 495 t 690 kg; 4) 213 m 36 cm; 5) 2 óra 50 perc; 6) 51 nap. 472. 2) 2; 3) 6; 4) 24. 474. 5 cica és 9 csibe. 497. 1) 55 659; 2) 888. 498. 1) 9724; 2) 2045. 499. 18. 500. 12 kg. 501. 58 kg. 502. 246 kg. 503. 17 óra 504.

18 óra. 505. 18 km/ó. 506. 76 mérföld/óra 507. 64 km/ó. 508. 4 km/ó. 509. 6 óra. 510. 8 óra. 511. 7 óra 55 perckor 512. 22 perc alatt. 513. 4 nappal 514. 168 oldal. 515. 7 óra. 516. 35 láda alma és 15 láda körte. 517. 4. 518. 1) 16; 2) 18; 3) 1; 4) 0. 519. 1) 21; 2) 24; 3) 9; 4) 6. 530. 132 kg, 88 kg, 44 kg. 531. 42 mérföldet, 168 mérföldet, 126 mérföldet, 210 mérföldet. 532. 128. 533. 200 derelye. 534. 84 utas, 42 utas, 120 utas. 535. 7 cm, 35 cm, 32 cm. 541. 22 boríték. 561. 1) 6; 2) 1; 3) 2. 562. 1) 3; 2) 3. 563. 37-tel vagy 185-tel. 564. 8-cal, vagy 13-mal, vagy 26-tal, vagy 52-vel, vagy 104-gyel. 565. 6-tal, vagy 11-gyel, vagy 22-vel, vagy 33-mal, vagy 66-tal. 566. 53. 567. Október. Szerda. *Útmutatás.* Ahhoz, hogy teljesüljön a feladat feltétele, az adott hónapban öt szombatnak és öt hétfőnek kell lenni, péntekből pedig négynek. Ez csak akkor lehetséges, ha az adott hónap huszonnyolcadik napja péntekre esik, és a hónapban a napok száma 31. 569. 2, 5 és 8. *Útmutatás.* Hárommal való osztás után legnagyobb maradék 2, 6-tal való osztás után legnagyobb maradék 5, kilenccel való osztás után legnagyobb maradék 8. Ha a keresett maradékok bármelyike nem a legnagyobb értéket veszi fel, a maradékok összege kisebb lesz 15-nél, és ezért a feladat feltétele nem teljesül. 579. 3) 30; 4) 24; 5) 1. 580. 3) 87. 591. 1) 38; 2) 55; 3) 16; 4) 7. 607. 80 dm². 608. 225 cm². 613. a) 82 cm, 310 cm²; b) 66 cm, 194 cm². 614. 104 cm, 516 cm². 616. 52 cm. 617. 24 cm. 618. 104 cm²-rel. 619. 160 cm²-rel. 626. Egy sem, vagy kettő, vagy három. 627. 33°. 628. 1) 545 679; 2) 1780. 630. Igen. 631. Nem. 645. 7 cm. 649. 9 cm. 650. 12 m. 651. 1) 8; 2) 36; 3) 52. 652. 1) Igen, ötszázszög; 2) nem. 655. 42 km/h. 657. 256 óra. 658. 5. 672. 1620 dm³. 673. 1920 cm³.

674. 5 cm. **675.** 12 cm. **678.** 13 500 cm³. **679.** 7456 cm³.
684. 216 cm². **685.** 730 cm². **686.** 1) 16-szor; 2) 64-
szer. **687.** 1) 40-szeresére növekszik; 2) 2-szeresére
csökken. **688.** 1) 8-szorosára növekszik; 2) nem válto-
zik. **690.** 40 cm. **695.** 2 nappal. **699.** 4. **700.** 6 szám.
701. 6. **702.** 6. **706.** 6 szám. **707.** 6 szám. **708.** 5 szám.
709. 6 szám. **710.** 8 szám. **711.** 6 szám. **712.** 6 fénykép.
713. 10 mandarin vagy 4 mandarin. **714.** 6 téglalap.
715. 5 paralelepipedon. **716.** 6 szakasz. **717.** 9 útvonal
718. 8. **719.** 6. **720.** 6 útvonal **721.** 1) 18; 2) 386;
3) 6002; 4) 175. **754.** 44. **755.** 148 km. **756.** 4 kg 50 g.
757. 9 q. **758.** 189 kg. **759.** 2520 hrn. **760.** 133 kg.
761. 7 km-rel. **762.** 135. **763.** 240. **764.** 351. **765.** 752.
766. 20 kg. **797.** 128 km. **810.** 150 kg. **811.** 60 km.
829. 3) 2; 4) 30. **830.** 3) 72; 4) 7. **831.** 240 m². **834.**
4 gépkocsi. **850.** 1) $8\frac{2}{7}$; 2) $4\frac{18}{34}$. **851.** 1) $1\frac{23}{30}$; 2) 4.
858. 1) 8; 9; 10; 2) 9; 10; 11. **860.** 1) 11; 12; 13; 14;
15; 16; 17; 18; 19; 20; 2) 1. **861.** 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10.
864. 3 palack, 13 hrn 60 kop. **888.** 5-ször. Útmutatás.
Írd fel másodpercekben. **889.** 10-szer **911.** 1) 5; 6; 7;
8; 9; 2) 5; 6; 7; 8; 9; 3) 8; 9; 4) semmilyen; 5) 0; 1; 2;
3; 4; 5; 6) 7; 8; 9. **961.** 1) 61,22; 2) 89,686; 3) 2,395;
4) 59,72. **962.** 1) 91,35; 2) 11,987. **969.** 1) 0,54 dm;
2) 10 dm; 3) 16,6 dm; 4) 290,8 dm; 5) 95,72 dm;
6) 13,91 dm. **970.** 1) 11,91 a; 2) 42,33 a; 3) 9,18 a;
4) 4,853 a; 5) 924,18 a; 6) 2383,84 a. **971.** 1) 3,76 q;
2) 0,08 q; 3) 42,9 q; 4) 36,04 q; 5) 67,86 q; 6) 1,88 q.
976. 12 óra. **978.** 26 hrn. **1010.** 1) 20,484; 2) 87,72.
1011. 1) 5; 2) 14,68. **1020.** 81,24 km. **1021.** 133,26
km. **1024.** 1) 42 cm; 2) 71,08 cm²; 3) 38,64 cm³. **1027.**
10 négyzet. **1028.** Nem. **1068.** 1) 31,03; 2) 9,76;
3) 0,801. **1069.** 1) 6,42; 2) 2,84; 3) 5,99. **1070.** 15,625
dm³ **1072.** 2) 0,945; 7) 0,2772; 8) 8,8. **1073.** 1) 1,47;
2) 4,38; 3) 11,1; 4) 548,68; 5) 55,52; 6) 14,98.

1074. 1) 0,42; 2) 0,9; 3) 3,4; 4) 0,3; 5) 0,4; 6) 10,2. **1075.** 1) 0,14; 2) 0,1; 3) 2,5; 4) 0,3. **1076.** 42,7 km/ó. **1077.** 1,8 m/min. **1078.** 58,76 km/ó. **1079.** 4,1 km/ó. **1080.** 0,7 óra alatt. **1081.** 9,5 perc múlva. **1082.** 2,4 óra. **1083.** 30 perc. **1089.** 1036,56 hrn. **1090.** 116,28 km. **1091.** 5,12. **1092.** 169,2. **1093.** 1) 3,48 : 29 = 0,12; 2) 9,75 : 39 = 0,25; 3) 5,51 : 29 = 0,19. **1094.** 300 oldal. **1095.** 6,89. **1096.** 3,2. **1097.** 10,6 km/ó és 1,8 km/ó. **1114.** 6,6. **1115.** 10,6. **1116.** 4; 16. **1117.** 5,9; 10,5. **1118.** 12 pontot. **1119.** 98 pont. **1120.** 45 km/ó. **1121.** 112 hrn. **1122.** 2,4. **1123.** 9,18. **1124.** 32 éves. **1125.** 24 000 hrn. **1126.** Eggyel. **1129.** 2592 cm³. **1133.** Útmutatás. Tételezzük fel, hogy nem minden törpe egyforma magas. Ekkor a legmagasabb törpe, nem lehet magasabb egyetlen szomszédjánál sem. Tehát a legmagasabb törpe is és a két szomszédja is egyforma magas. Hasonlóképpen gondolkodjatok a többi törpe szomszédjairól. **1159.** 312 kg. **1160.** 88 üveg. **1161.** 468 meggyfa. **1162.** 9471 hrn. **1164.** 189 dm³. **1166.** Igen. **1167.** 15 400 hrn; 16 940 hrn. **1168.** 1020 l; 867 l. **1169.** 500 év. **1170.** 588 hrn. **1171.** 30 sütemény. **1173.** 40 teherautóra. **1174.** 65 km. **1190.** 600 hrn. **1191.** 200 gomba. **1192.** 24 dm³. **1194.** 30 km. **1195.** 300 fa, 177 meggyfa. **1196.** 320 m, 217,6 m. **1197.** 500 rózsabokor. **1198.** 400 oldal. **1199.** 1500 kg. **1200.** 400 kg. **1201.** 120 rózsatő. **1202.** 4) 1,6. **1203.** 14 km/h. **1204.** 1) 20; 2) 25. **1206.** 1) 624; 2) 21 134; 3) 371 000; 4) 6692; 5) 26 166; 6) 42 292; 7) 5003; 8) 4007; 9) 10,68; 10) 2,48; 11) 1,963; 12) 30; 13) 0,7095; 14) 306,88; 15) 2,515; 16) 19,84. **1207.** 5) 0,2; 6) 52; 7) 15. **1210.** 3) 54,02; 4) 3,7; 5) 2,676; 6) 2,113; 7) 500; 8) 27,03. **1211.** 1) 400; 2) 7,69; 3) 3209; 4) $9\frac{12}{18}$;

5) 0,95; 6) 4,058; 7) 57,543; 8) $1\frac{10}{15}$. 1212. 7) 2230;

14) 0,06. 1217. 14 ha, 32 ha. 1218. 27 gépkocsi. 1219. 40 t 1 q 25 kg. 1220. 2 perc alatt. 1221. 3,5 perc, 700 l, 490 l. 1222. 1,5 kg. 1223. 24 kg, 18 kg. 1226. 9,7 km/ó vagy 6,7 km/ó. 1227. 429 km. 1228. 1,5 óra. 1229. 64 km/ó. 1230. 8 óra. 1231. 1,5 km. 1232. 75 km/ó. 1233. 8 km/ó. 1234. 76,2 km, tehergépkocsi lesz elől; 14,05 km, motorkerékpáros lesz elől. 1235. 328 km. 1236. 158 km. 1239. 3,5 óra múlva. A feladatot úgy is meg lehet oldani, ha a vízfolyás sebessége nem ismert. 1240. 90 m. 1241. 720 m. Útmutatás. Az 1,2 órát fejezd ki percekben:: 1,2 óra = 72 perc. 1242. 375 m. Útmutatás. Határozd meg a vonat egymáshoz viszonyított sebességét, aztán fejezd ezt ki méter per másodpercben. 1243. 45 km/ó. 1245. 640 km. 1246. 67,2 kg. 1247. 238,4 kg. 1250. 150 kg. 1251. 60 km. 1252. 41,6 kg. 1261. $\frac{3}{8}$ m². 1262. 21,2 cm. 1265. 40 cm³. 1266. 189 dm³. 1267. 8 km vagy 1,6 km. 1268. 20,25 óra. 1274. 35 kg, 98 kg, 147 kg. 1275. 70 km/ó, 60 km/h. 1276. 1) 1,2 km/ó; 2) 9,6 km/ó. 1278. 160. 1279. 7 szám.

A tesztfeladatok megoldásai

A tesztfeladat sorszám	A feladat sorszáma											
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
1	C	C	B	A	B	C	B	A	C	B	D	B
2	A	C	B	A	C	C	B	D	D	D	C	B
3	C	A	A	D	B	D	B	B	C	C	B	A
4	A	B	C	D	A	B	B	D	C	A	B	B
5	C	A	B	C	C	B	A	D	B	B	D	D
6	C	D	B	A	A	D	B	D	B	C	B	C

Tárgymutató

- Áltört 218
— törtrésze 236
Ár 169
Betűkifejezés 75
Derékszög 96
Derékszögű háromszög 109
Egybevágó alakzatok 105
— sokszögek 105
Egyenes 33
Egyenesszög 94
Egyenlet 84
— gyöke 85
— megoldása 85
Egyenlő oldalú háromszög 109
Egyenlő oldalú háromszög
kerületének képlete 110
Egyenlő szakaszok 21
Egyenlő szárú háromszög 109
Egyenlő szögek 91
Egyenlőtlenség 47
Egységkocka 186
Egységnégyzet 167
Egységszakasz 21
Félegyenes 34
— kezdőpontja 34
Fok 95
Fokmérték 95
Gúla 179
— csúcsa 179
Hányados 143
Háromszög 108
— szöge 105
Hatvány 163
Hegyesszög 97
Hegyesszögű háromszög 108
Hektár 169
Képlet 76
Kerekítés 262
Kerület 105
Kettős egyenlőtlenség 48
Kisebbitendő 64
Kivonandó 64
Kivonás 64
Kocka 177
— térfogata 186
— térfogatának képlete 187
Koordináta 42
Közönséges tört 204
Közönséges törttek kivonása 226
— összeadása 226
— összehasonlítása 218
Különböző oldalú háromszög 109
Különbség 64
Maradék 157
— nélküli osztás 158
Maradékos osztás 157
Mennyiségek számtani közepe 303
Négyyszög 104
Négyzet 116
— kerületének képlete 116
— területe 169
— területének képlete 169
Nem teljes hányados 157
Osztandó 143
Osztás 143
Osztó 143
Összeadandó 57
Összeadás 57
— csoportosíthatósági
tulajdonsága 58
— felcserélhetőségi
tulajdonsága 57
Összeg 57
Pont 19
Pontok közötti távolság 22
Sík 33
Skála 40
Sokszög 104
— csúcsa 104
— oldala 104
Soklap 178
Szakasz 20
— hossza 20
— végpontjai 20

Szakaszok összehasonlítása 21
 Szám köbe 163
 — négyzete 163
 Számegyenes 41
 — kezdőpontja 41
 Számjegyek 9
 Számkifejezés 74
 Számok valódi értékének
 összege 10
 Számítási közép 302
 Százalék 309
 Szorzás 124
 — csoportosíthatósági
 tulajdonsága 136
 — felcserélhetőségi
 tulajdonsága 126
 Szorzásnak a kivonásra vonat-
 kozó széttagolhatósági tulaj-
 donsága 137
 Szorzásnak az összeadásra vo-
 natkozó széttagolhatósági tulaj-
 donsága 137
 Szorzat 124
 Szorzótényező 124
 Szög 90
 — csúcsa 90
 — szára 90
 Szögek összehasonlítása 96
 Szögfelező 91
 Szögmértéke 95
 Téglalap 115
 — hossza 116
 — kerületének képlete 116
 — szélessége 116
 — szemben fekvő oldalai 116
 — szomszédos oldalai 116
 — területe 168
 — területének képlete 168
 Téglatest 176
 Téglatest felszíne 177
 — méretei 177
 — térfogata 187, 188
 — térfogatának képlete 187
 Térfogat 185
 Természetes sor 6
 Természetes szám 5
 Természetes számok
 összehasonlítása 47
 Természetes számsor 6
 Terület 167
 Tizedestört 248
 — törtrésze 248
 Tizedestörtek kivonása 269
 Tizedestörtek osztása 288
 Tizedestörtek összeadása 269
 Tizedestörtek összehasonlítása 255
 Tizedestörtek szorzása 278
 Tompaszög 97
 Tompaszögű háromszög 109
 Töröttvonal 22
 — csúcsa 22
 — hossza 22
 — —végpontjai 22
 Tört nevezője 205
 Tört szám 203
 Tört számlálója 205
 Útképlet 76
 Valódi tört 217
 Vegyes szám 236
 — egészrésze 236
 Vegyes számok kivonása 239
 Vegyes számok összeadása 238
 Zárójelek felbontása 138
 Zárt töröttvonal 22

TARTALOM

A szerzőktől	3
--------------------	---

I. fejezet. TERMÉSZETES SZÁMOK. MŰVELETEK TERMÉSZETES SZÁMOKKAL

1. §. Természetes számok

1. A természetes számok sora	5
2. Számjegyek. A természetes szám felírása a tízes számrendszerben	9
• Hogyan számoltak az ókorban?	16
• Hogyan nevezik a „óriási számokat”	19
3. Szakasz. A szakasz hossza	19
• A könyököktől és a tenyerektől a metrikus rendszerig	31
4. A sík. Egyenes. Félegyenes	33
• A fonalról és a vonalról	38
5. A skála. Számegyenes	40
6. A természetes számok összehasonlítása	47
<i>Ellenőrizd magadat! 1. sz. tesztfeladat</i>	55

2. §. A természetes számok összeadása és kivonása

7. A természetes számok összeadása. Az összeadás tulajdonságai	57
8. A természetes számok kivonása	64
9. Szám- és betűkifejezések. Képletek	74
• A mindenki számára érthető nyelv	83
10. Egyenletek	84
11. Szög. Szögek jelölése	90
12. A szögek típusai. Szögmérés	94
13. Sokszögek. Egybevágó alakzatok	104
14. A háromszög és fajtái	108
15. Téglalap	115
<i>Ellenőrizd magadat! 2. sz. tesztfeladat</i>	122

3. §. Természetes számok szorzása és osztása

16. Szorzás. A szorzás felcserélhetőségi tulajdonsága	124
17. A szorzás csoportosítási és széttagolási tulajdonsága	135
18. Az osztás	143
19. Maradékos osztás	157

20. A szám hatványa	163
21. Terület. A téglalap területe	167
22. Derékszögű paralelepipedon (Téglatest). Gúla	176
23. A téglatest térfogata	185
24. Kombinatorikai feladatok	194
<i>Ellenőrizd magadat! 3. sz. tesztfeladat</i>	201

II. fejezet. TÖRTSZÁMOK ÉS A VELÜK VALÓ MŰVELETEK

4. §. Közöséges törtek

25. A közöséges törtek értelmezése	203
• „Kerüljétek a törtek közé”	214
26. Közöséges törtek és áltörtek. A törtek összehasonlítása.....	216
27. Az egyenlő nevezőjű törtek összeadása és kivonása	225
28. Törtek és a természetes számok osztása	230
29. Vegyes törtek	235
<i>Ellenőrizd magadat! 4. sz. tesztfeladat</i>	245

5. §. Tizedes törtek

30. A tizedes törtek fogalma	247
• A A hatvanadoktól a tizedes törtekig	254
31. A tizedes törtek összehasonlítása	255
32. A számok kerekítése	261
33. A tizedes törtek összeadása és kivonása.....	268
<i>Ellenőrizd magadat! 5. sz. tesztfeladat</i>	277
34. A tizedes törtek szorzása	278
35. A tizedes törtek osztása	288
36. Számítási közép. A mennyiségek középértéke	302
37. Százalék. A szám százalékának meghatározása ...	309
38. A szám (vagy a százalékalap) meghatározása százalékértéke alapján.....	320
<i>Ellenőrizd magadat! 6. sz. tesztfeladat</i>	325
Az ötödik osztály anyagának összefoglalása. Ismétlő feladatok	327
<i>Feleletek és útmutatások</i>	341
<i>A tesztfeladatok megoldásai</i>	347
<i>Tárgymutató</i>	348

Tájékoztató a tankönyv használatáról

S/ sz.	A tanuló családneve és utóneve	Tanév	A tankönyv állapota	
			az év elején	az év végén
1				
2				
3				
4				
5				

Навчальне видання

МЕРЗЛЯК Аркадій Григорович
ПОЛОНСЬКИЙ Віталій Борисович
ЯКІР Михайло Семенович

МАТЕМАТИКА

**Підручник для 5 класу з навчанням угорською мовою
закладів загальної середньої освіти**

Рекомендовано Міністерством освіти і науки України

**Переклад з української мови
Перекладачі Поллої Дезидер Федорович,
Кучінка Каталін Йозефівна
Угорською мовою**

Видано за рахунок державних коштів. Продаж заборонено

*Підручник відповідає Державним санітарним нормам і правилам
«Гігієнічні вимоги до друкованої продукції для дітей»*

Редактор *М. В. Короденко*. Технічний редактор *О. В. Христенко*.
Обкладинка *Н. О. Мінеєва*. Макет, художнє оформлення, комп'ютерна
обробка ілюстрацій *Д. В. Висоцький*.
Комп'ютерна верстка *В. В. Сігнатулін*. Коректорка *К. Й. Кучінка*.

Формат 60 × 90/16. Папір офсетний. Гарнітура Шкільна.
Друк офсетний. Ум, друк. арк. 22,00. Обл.-вид. арк. 17,83.
Тираж 2076 прим. Зам. 23-12-1201.

ТОВ Видавництво «Атлант»

Свідоцтво суб'єкта видавничої справи ДК № 7928 від 08.09.2023.
Адреса редакції: 02095, м. Київ, вул. Княжий Затон, 9а, офіс 369.
E-mail: atlant_publishing@ukr.net.

Віддруковано у ТОВ «ПЕТ», вул. Максиміліанівська, 17, м. Харків, 61024.
Свідоцтво суб'єкта видавничої справи серія ДК № 6847 від 19.07.2019.

Ukrajna térképe



Lépték 1:10 000 000
(a térképen 1 cm
a valóságban
100 km-nek felel meg)

A mértékegységek többszöröseinek és törtrészeinek decimális képzése

Prefixum	Jele	Szorzó
Mikro	μ	0,000001
Milli	m	0,001
Centi	c	0,01
Deci	d	0,1
Kilo	k	1 000
Mega	M	1 000 000

1 cm =	10 mm	1 cm ² =	100 mm ²	1 cm ³ =	1000 mm ³
1 dm =	10 cm	1 dm ² =	100 dm ²	1 dm ³ =	1000 dm ³
1 m =	10 dm	1 a =	100 m ²	1 m ³ =	1000 dm ³
		1 ha =	100 a		
		1 km ² =	100 ha		

Latin ábécé

Nyomtatott betűk		Írott betűk		Kiejtésük
A	a	<i>A</i>	<i>a</i>	a
B	b	<i>B</i>	<i>b</i>	bé
C	c	<i>C</i>	<i>c</i>	cé
D	d	<i>D</i>	<i>d</i>	dé
E	e	<i>E</i>	<i>e</i>	e
F	f	<i>F</i>	<i>f</i>	ef
G	g	<i>G</i>	<i>g</i>	gé
H	h	<i>H</i>	<i>h</i>	há
I	i	<i>I</i>	<i>i</i>	i
J	j	<i>J</i>	<i>j</i>	jé
K	k	<i>K</i>	<i>k</i>	ká
L	l	<i>L</i>	<i>l</i>	el
M	m	<i>M</i>	<i>m</i>	em
N	n	<i>N</i>	<i>n</i>	en
O	o	<i>O</i>	<i>o</i>	o
P	p	<i>P</i>	<i>p</i>	pé
Q	q	<i>Q</i>	<i>q</i>	kju
R	r	<i>R</i>	<i>r</i>	er
S	s	<i>S</i>	<i>s</i>	es
T	t	<i>T</i>	<i>t</i>	té
U	u	<i>U</i>	<i>u</i>	u
V	v	<i>V</i>	<i>v</i>	vé
W	w	<i>W</i>	<i>w</i>	dupla vé
X	x	<i>X</i>	<i>x</i>	iksz
Y	y	<i>Y</i>	<i>y</i>	ipszilon
Z	z	<i>Z</i>	<i>z</i>	zé