ISBN 978-966-914-425-6

6

2. R.

MATEMATIKA

Arkagyij Merzljak
Vitalij Polonszkij
Mihajlo Jakir

Arkagyij Merzljak
Vitalij Polonszkij
Mihajlo Jakir

MATEMATIKA

2. RÉSZ

6

Prímszámok táblázata (997-ig)

2	79	191	311	439	577	709	857
3	83	193	313	443	587	719	859
5	89	197	317	449	593	727	863
7	97	199	331	457	599	733	877
11	101	211	337	461	601	739	881
13	103	223	347	463	607	743	883
17	107	227	349	467	613	751	887
19	109	229	353	479	617	757	907
23	113	233	359	487	619	761	911
29	127	239	367	491	631	769	919
31	131	241	373	499	641	773	929
37	137	251	379	503	643	787	937
41	139	257	383	509	647	797	941
43	149	263	389	521	653	809	947
47	151	269	397	523	659	811	953
53	157	271	401	541	661	821	967
59	163	277	409	547	673	823	971
61	167	281	419	557	677	827	977
67	173	283	421	563	683	829	983
71	179	293	431	569	691	839	991
73	181	307	433	571	701	853	997

Ukrajna térképe

Méretarány 1:10 000 000
(a térképen 1 cm
a valóságban 100 km)

A metrikus mértékegységek rövidített elnevezései

Előtag	Jelzés	Szorzó
mikro	mk	0,000001
milli	m	0,001
centi	c	0,01
deci	d	0,1
kilo	k	1000
mega	M	1 000 000

1 cm = 10 mm 1dm = 10 cm 1 m = 10 dm	1 cm^2 = 100 mm^2 1 dm^2 = 100 cm^2 1 m^2 = 100 dm^2 1 a = 100 m^2 1 ha = 100 a 1 km^2 = 100 ha	1 cm^3 = 1000 mm^3 1 dm^3 = 1000 cm^3 1 m^3 = 1000 dm^3

Latin abc

Nyomtatott betűk		Írott betűk		Kiejtés
A	a	A	a	a
B	b	B	b	bé
C	c	C	c	cé
D	d	D	d	dé
E	e	E	e	e
F	f	F	f	ef
G	g	G	g	gé
H	h	H	h	há
I	i	I	i	i
J	j	J	j	jé
K	k	K	k	ká
L	l	L	l	el
M	m	M	m	em
N	n	N	n	en
O	o	O	o	o
P	p	P	p	pé
Q	q	Q	q	ku
R	r	R	r	er
S	s	S	s	es
T	t	T	t	té
U	u	U	u	u
V	v	V	v	vé
W	w	W	w	dupla vé
X	x	X	x	iksz
Y	y	Y	y	ipszilon
Z	z	Z	z	zé

Arkagyij Merzljak
Vitalij Polonszkij
Mihajlo Jakir

MATEMATIKA

Tankönyv
az általános középfokú közoktatási intézmények 6. osztálya számára
(2 részben)

2. rész

Ajánlotta
Ukrajna Oktatási és Tudományos Minisztériuma

Львів
Видавництво „Світ"
2023

УДК 373.167.1:51
М52

Перекладено за виданням:
Мерзляк А. Г. Математика : підруч. для 6 кл. закладів заг. серед. освіти (у 2-х ч.) : Ч. 2 / А. Г. Мерзляк, В. Б. Полонський, М. С. Якір. — Х. : Гімназія, 2023.

Рекомендовано Міністерством освіти і науки України
(наказ Міністерства освіти і науки України від 08.03.2023 р. № 254)

Видано за рахунок державних коштів. Продаж заборонено

Підручник розроблений за модельною навчальною програмою «Математика. 5–6 класи» для закладів загальної середньої освіти (автори: А. Г. Мерзляк, Д. А. Номіровський, М. П. Пихтар, Б. В. Рубльов, В. В. Семенов, М. С. Якір). Завдання підручника можуть слугувати моделями реальних ситуацій. Їх розв’язування, окрім вивчення й закріплення математичних знань і вмінь, сприяє розвитку ключових компетентностей, формуванню критичного мислення. У підручнику також подано додаткову інформацію з історії застосування математичних знань, вимови та написання правильною українською «математичною» мовою.

Egyezményes jelek:

° alap és középszintű tudásnak megfelelő feladatok

• jó tudásszintnek megfelelő feladatok

•• magas tudásszintnek megfelelő feladatok

* matematikai szakkörökre és tanórán kívüli foglalkozásokra ajánlott feladatok

számítógép segítségével elvégezhető feladatok

Мерзляк А. Г.
М52 Математика : підруч. для 6 кл. з навч. угор. мов. закл. заг. серед. осв. (у 2-х ч.) : Ч. 2 / А. Г. Мерзляк, В. Б. Полонський, М. С. Якір; пер. Т. В. Анкудінова. — Львів : Світ, 2023. — 208 с. : іл.

ISBN 978-966-914-434-8
ISBN 978-966-914-425-6 (Ч. 2)

УДК 373.167.1:51

ISBN 978-966-914-434-8
ISBN 978-978-966-914-425-6 (Ч. 2) (угор.)
ISBN 978-966-474-372-0 (укр.)
ISBN 978-978-966-474-374-4 (Ч. 2) (укр.)

3. §. ARÁNYOK ÉS ARÁNYPÁROK
(FOLYTATÁS)

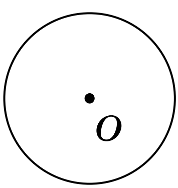
23. Körvonal és körlap

A kerék – az emberiség egyik legfontosabb találmánya. A világot lehetetlen elképzelni kerekek nélkül. A csodálatos lehetőségeit **a körvonal** tulajdonságainak köszönheti (22. ábra).

Az ókori görögök nemhiába hitték a körvonalat a legtökéletesebb és a *legkerekebb* alakzatnak. Napjainkban is néhány alkalommal, amikor különleges értékelést akarnak adni, azt a kifejezést szokás használni, hogy *kerek*, ami rokonértelmű a *teljes* szóval: kerek egész vagy ez így kerek stb.

Körző segítségével nagyon egyszerű a körvonal szerkesztése (23. ábra). A körző hegyét szúrd bele a papírba. A másik vége pedig, forgatás közben egy körlapot ábrázol. Azt a pontot, amelyet a körző hegye hagyott, a körvonal **középpontjá**nak nevezik. A 22. ábrán az *O* pont – a körvonal középpontja.

A körvonal minden pontja egyforma távolságra van a körvonal középpontjától.



22. ábra

23. ábra

Pontosan ezért bármilyen kerekes jármű egyenletesen halad: forgás közben a kerék középpontja mindig egyforma távolságra van a földtől (24. ábra).

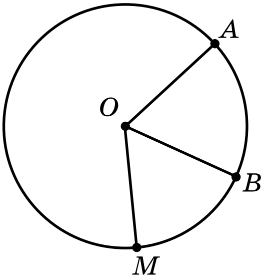
24. ábra

A szakaszt, ami összeköti a körvonal középpontját annak bármelyik pontjával, **sugár**nak nevezzük. A 25. ábrán az *OA*, *OB, OM* szakaszok a körvonal sugarai.

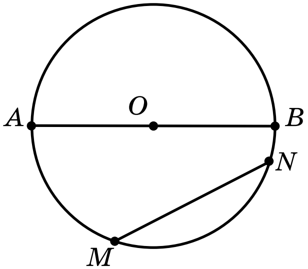
A körvonal összes sugara egyenlő hosszúságú. Például a 25. ábrán: $OA = OB = OM$.

Az *OA sugár hossza* 1,5 cm. Úgy szokás mondani, hogy a *körvonal sugara egyenlő* 1,5 cm-rel.

Gyakran a körvonal sugarát *r* betűvel jelölik. A 25. ábrán látható körvonalról felírható, hogy $r = 1{,}5$ cm.



25. ábra



26. ábra

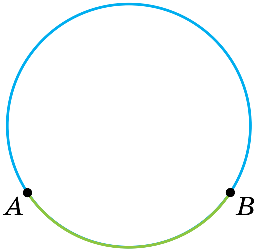
A szakaszt, amely összeköti a körvonal bármely két pontját, a körvonal **húrjá**nak nevezzük. A 26. ábrán az *AB* és *MN* szakaszok a körvonal húrjai. Vegyük figyelembe, hogy az *AB* húr áthalad a körvonal középpontján. Az ilyen húrt a körvonal **átmérőjé**nek nevezzük.

A körvonal átmérője két sugárból áll. Ezért az átmérő a sugár kétszerese.

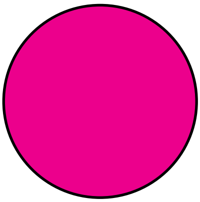
A körvonal átmérőjét gyakran jelölik d betűvel. Felírható:

$$\boxed{d = 2r}.$$

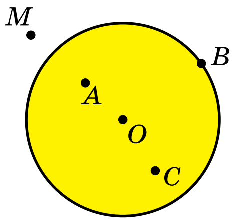
Az A és B pontok (27. ábra) két részre osztják a körvonalat, ezek különböző színekkel vannak jelölve. Mindegyiket **körív**nek nevezik.



27. ábra



28. ábra



29. ábra

A körvonal határolja a sík egyik részét (28. ábra). A körvonalat ezzel a síkrésszel együtt **körlap**nak nevezzük.

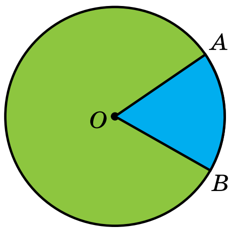
A körlapnak is van **középpontja, sugara, húrja** és **átmérője** – ezek megegyeznek a körlapot körülvevő körvonal középpontjával, sugarával, húrjával és átmérőjével.

A 29. ábrán az O pont a körlap középpontja. Az O, A, B és C pontok a körlaphoz tartoznak, az M pont pedig nem. Ugyanakkor csak az M pont van a kör középpontjától a sugárnál nagyobb távolságra.

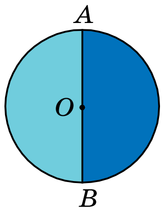
Ha egy pont kisebb távolságra van a körlap középpontjától, mint a sugár hossza, vagy megegyezik a sugárral, akkor ez a pont a körlaphoz tartozik.

Ha egy O középpontú körlapban meghúzzuk az OA és OB sugarakat (30. ábra), akkor két részre osztjuk a körlapot, amelyek az ábrán különböző színekkel vannak jelölve. Ezeket a részeket **körcikk**nek nevezzük.

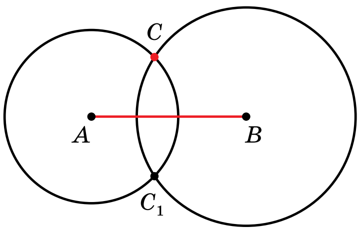
Az AB átmérő (31. ábra) két egyforma részre osztja a körlapot, mindegyiküket **félkör**nek nevezzük.



30. ábra



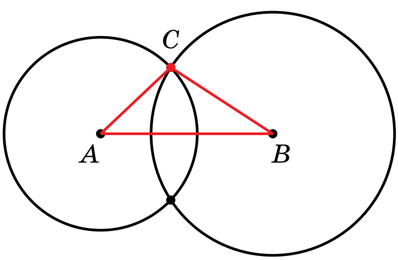
31. ábra



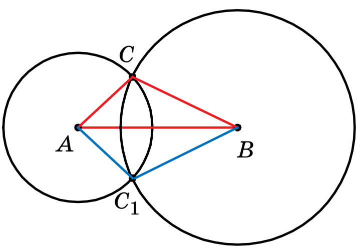
32. ábra

Példa. Egy vonalzó és körző segítségével szerkessz meg egy ABC háromszöget, melynek oldalai $AC = 2$ cm, $BC = 3$ cm és $AB = 4$ cm.

Megoldás. Először a vonalzó segítségével rajzolunk egy 4 cm hosszú AB szakaszt. A háromszög C csúcsa az A ponttól 2 cm távolságra kell hogy legyen, a B ponttól pedig 3 cm. Mivel minden pont, amely az A ponttól 2 cm távolságra van, egy 2 cm sugarú A középpontú körvonalon helyezkedik el, és minden pont, amely a B ponttól 3 cm távolságra van, egy 3 cm sugarú B középpontú körvonalon helyezkedik el, akkor a C pont ezeknek a körvonalaknak a metszéspontja (32. ábra).



33. ábra



34. ábra

Összekötve a C pontot az A és B pontokkal, megkapjuk a keresett ABC háromszöget (33. ábra).

Figyeljünk arra, hogy a két körvonalnak van még egy közös C_1 pontja (34. ábra), amely szintén lehet a háromszög harmadik csúcsa. Ebben az esetben egy olyan ABC_1 háromszöget kapunk, amelynek az oldalai megegyeznek a keresett ABC háromszög oldalaival. ◀

1. Hogyan helyezkednek el a körvonal pontjai a középpontjához képest? **2**. Milyen szakaszt nevezünk a körvonal sugarának? **3.** Milyen szakaszt nevezünk a körvonal húrjának? **4.** Melyik húrt nevezik a körvonal átmérőjének? **5.** Milyen összefüggésben van a körvonal átmérője és sugara? **6.** Hogyan nevezzük azokat a részeket, amelyre két pont osztja a körvonalat? **7.** Hogyan nevezik a körvonalat és a síkot, amit a körvonal határol? **8.** Hogyan nevezzük azokat a részeket, amelyekre a két sugár osztja a körlapot? **9.** Milyen alakzatot neveznek félkörnek?

Говоримо та пишемо українською правильно

Українською мовою ми не кажемо «самий довгий». Для утворення найвищого ступеня порівняння прикметників використовуємо префікс **най-**, наприклад: *найдовший відрізок, найкоротший запис, найвища гора, найнижча температура, найглибше озеро*.

Szóban oldd meg!

1. Milyen számjegyet kell a csillag helyére behelyettesíteni, hogy igaz egyenlőséget kapjunk:

1) $6{,}4 : 16 = * - 0{,}6$; 2) $* \cdot 0{,}7 = 10 - 4{,}4$?

2. Határozd meg:

1) 2 hrn 40 kop-nak a $\frac{3}{4}$-ét; 3) 3 ó 40 p-nek az $\frac{5}{11}$-ét;

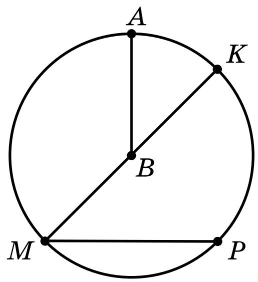
2) 4 m 20 cm-nek a $\frac{2}{7}$-ét; 4) 5 kg 400 g-nak a $\frac{4}{9}$-ét!

3. Derűs napokon 50%-kal több kvaszt adnak el, mint borús napokon. Hányszor kevesebb kvaszt adnak el borús napokon, mint derűs időben?

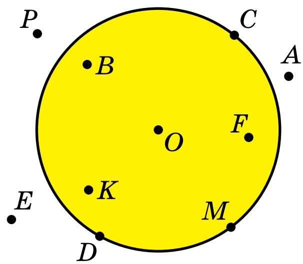
Gyakorlatok

690.° Szerkessz egy *O* középpontú 3 cm sugarú körvonalat! Az *O* ponton keresztül húzz egy szakaszt és jelöld a metszéspontjait a körvonallal *A* és *B* betűkkel!
1) Hogyan nevezik az *OA* és *OB* szakaszokat?
2) Milyen hosszú az *OA* szakasz?
3) Hogyan nevezik az *AB* szakaszt?
4) Milyen hosszú az *AB* szakasz?

691.° A 35. ábra alapján nevezd meg a *B* középpontú körvonal sugarát, húrját és átmérőjét! Hány sugár és húr van feltüntetve az ábrán?



35. ábra

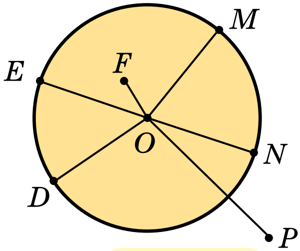


36. ábra

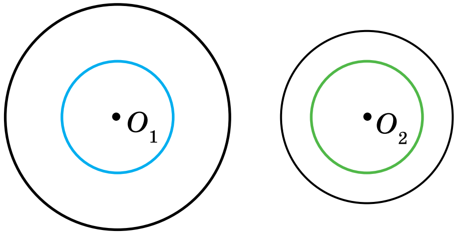
692.° A 36. ábrán jelölt pontok közül melyek:
1) fekszenek a körvonalon;
2) tartoznak a körlaphoz;
2) nem fekszenek a körvonalon;
4) nem tartoznak a körlaphoz?

693.° A 37. ábrán egy *O* középpontú körlap látható.
1) A feltüntetett pontok közül melyek tartoznak a körlaphoz? Melyek nem tartoznak a körlaphoz?
2) Nevezd meg azokat a szakaszokat, melyek a körlap sugarai!
3) Hasonlítsd össze az *OF* és *OP* szakaszokat a körlap sugarával!

694.° A 38. ábrán az O_1 kék színű körvonallal határolt körlap középpontja, az O_2 zöld színű körvonallal határolt körlap középpontja. Hasonlítsd össze szemre a körvonalak átmérőit! A következtetésedet méréssel ellenőrizd!



37. ábra



38. ábra

695.° Határozd meg a körvonal átmérőjét, ha a sugara egyenlő:
1) 14 cm; 2) 4 cm 5 mm; 3) 3,6 dm!

696.° Határozd meg a körvonal sugarát, ha az átmérője egyenlő:
1) 8 cm; 2) 5 cm; 3) 9,2 dm!

697.° Ábrázolj egy *M* középpontú 2 cm 5 mm sugarú körvonalat! Határozd meg az adott körvonalnak az átmérőjét!

698.° Ábrázolj egy *K* középpontú 3 cm 2 mm sugarú körvonalat! Határozd meg az adott körvonalnak az átmérőjét!

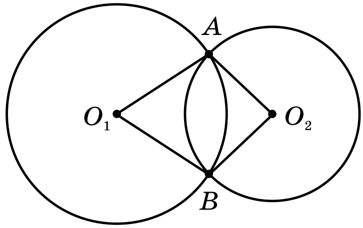
699.° Jelölj tetszőlegesen két *A* és *B* pontot! Mérd meg közöttük a távolságot. Szerkessz egy *A* középpontú körvonalat, amely áthalad a *B* ponton és egy *B* középpontú körvonalat, amely áthalad az *A* ponton. Mivel egyenlő a két körvonalnak a sugara? Jelöld meg a körvonalak metszéspontjait. Határozd meg a távolságot a pontok és a körvonalak középpontjai között!

700.° Húzz egy 5 cm hosszú *AB* szakaszt! Szerkessz meg egy 3 cm sugarú *A* középpontú és egy 4 cm sugarú *B* középpontú körvonalat! Hány pontban metszi egymást a két körvonal? Határozd meg a körvonalak középpontjai és a metszéspontok közötti távolságot!

701.° Rajzolj egy tetszőleges *AB* szakaszt! Szerkessz egy körvonalat úgy, hogy ez a szakasz legyen a körvonal átmérője!

702.° Határozd meg az O_1AO_2B négyszög kerületét (39. ábra), ha a körvonalak sugarai 5 cm és 3 cm!

703.° Szerkessz három körvonalat, amelyeknek közös a középpontjuk és a sugaraik megfelelően egyenlőek 2 cm-rel, 3 cm-rel és 4 cm-rel!



39. ábra

704.• Szerkessz egy 7 cm átmérőjű körvonalat! A körvonalon tüntess fel egy A pontot! Határozd meg a körvonal azon pontjait, melyek 4 cm távolságra vannak az A ponttól!

705.• Szerkessz egy 3 cm sugarú, O középpontú körvonalat! Jelölj a körvonalon két A és B pontot úgy, hogy $AB = 3$ cm! Határozd meg az AOB háromszög kerületét!

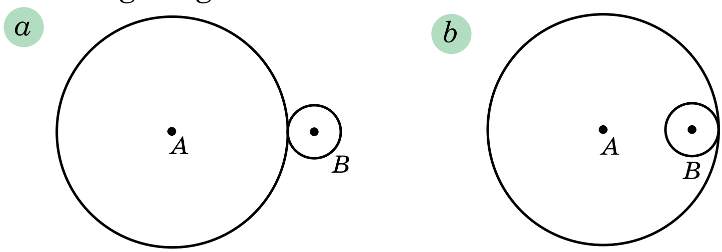
706.• Szerkessz egy körvonalat, és tetszőlegesen jelöld meg rajta az A, B és C pontokat! Hány ív jött létre a rajzon?

707.• Szerkessz egy 3 cm sugarú, O középpontú körvonalat! Rajzolj egy félegyenest, amelynek a kezdőpontja az O, majd tüntess fel a félegyenesen egy A pontot, méghozzá úgy, hogy a távolság az A és az O pontok között 5 cm legyen! Rajzolj egy A középpontú körvonalat, amelynek sugara: 1) 2 cm; 2) 2 cm 5 mm; 3) 1 cm 5 mm! Hány közös pontja lesz a körvonalaknak mindegyik esetben?

708.• Szerkessz egy körvonalat és egy háromszöget úgy, hogy a háromszög oldalai a körvonal húrjai legyenek!

709.• Rajzolj egy körvonalat és szerkeszd meg az AB átmérőjét! A körvonalon jelölj tetszőlegesen C és D pontokat és kösd őket össze az AB átmérő végpontjaival. Sejtésed szerint mekkora az ACB és ADB szögek fokmértéke? Szögmérő segítségével döntsd el, helyes-e az állításod!

710.• Rajzolj egy O középpontú körvonalat és szerkeszd meg az AB átmérőjét! Rajzolj még egy BD átmérőt úgy, hogy az AOB szög derékszögű legyen. Húzd meg az AB, *BC, CD* és *AD* húrokat. Sejtésed szerint milyen típusú az *ABCD* négyszög? A válaszodat ellenőrizd vonalzó és szögmérő segítségével!

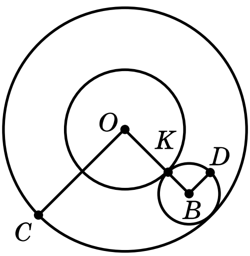


40. ábra

711.• Egy *A* középpontú körvonal sugara 9 cm, egy *B* középpontú körvonal sugara 2 cm (40. ábra). Határozd meg a középpontok közötti távolságot!

712.• A 41. ábrán $OC = 6$ cm, $BD = 2{,}5$ cm. Határozd meg az *OK* szakasz hosszát!

713.• Rajzolj egy tetszőleges háromszöget! Szerkessz három körvonalat úgy, hogy a háromszög oldalai legyenek a körvonalak átmérői!



41. ábra

714.• Rajzolj egy 3 cm oldalú négyzetet! Szerkessz 4 körvonalat úgy, hogy a négyzet oldalai legyenek a körvonalak átmérői!

715.• 1) Szerkessz egy 3 cm hosszúságú *AB* szakaszt! Keresd meg azt a pontot, amely 2 cm távolságra van a szakasz mindkét végétől! Hány ilyen pont létezik?

2) Szerkessz egy 3 cm 5 mm nagyságú *CD* szakaszt! Keresd meg azt a pontot, amely 2 cm 5 mm távolságra van a szakasz *C* pontjától és 3 cm távolságra van a *D* pontjától! Hány ilyen pont létezik?

716.• Körző és vonalzó segítségével szerkessz meg egy háromszöget, melynek oldalai:

1) 3 cm, 3 cm és 4 cm; 2) 3 cm, 4 cm és 5 cm!

717.• Körző és vonalzó segítségével szerkessz meg egy háromszöget, melynek oldalai:

1) 5 cm, 6 cm és 4 cm; 2) 2 cm, 2 cm és 2 cm!

718.•• Állapítsd meg, lehetséges-e egy olyan háromszöget szerkeszteni, melynek oldalai:

1) 2 cm, 6 cm és 7 cm;
2) 2 cm, 6 cm és 8 cm;
3) 2 cm, 6 cm és 9 cm!

Feltevésed szerint milyen tulajdonságokkal kell rendelkeznie a három szakasz hosszának, hogy azok egy háromszög oldalaiként szolgáljanak? Beszéld meg a feltevésedet az osztályban!

719.* Egy O középpontú körlapon felvettek egy M pontot. Hogyan kell felosztani ezt a körlapot: 1) három részre; 2) két részre úgy, hogy ezekből a részekből egy új körlapot lehessen összerakni és az M pont legyen ennek a körlapnak a középpontja?

720.* A szakács a tortán 7, krémből készített rózsát helyezett el (42. ábra). Hogyan lehet három egyenes vonalú vágással elosztani a tortát 7 részre, hogy mindegyiken legyen egy rózsa?

42. ábra

Ismétlő gyakorlatok

721. Számítsd ki:

1) 7^2; 2) $0{,}4^2$; 3) $1{,}2^2$; 4) $\left(\frac{1}{3}\right)^2$; 5) $\left(2\frac{2}{9}\right)^2$!

722. Első napon 500 kg almát adtak el, a másodikon pedig – 420 kg-ot. Hány százalékkal adtak el a második napon kevesebb almát, mint az első napon?

723. Számítsd ki: $\left(6{,}8-5\frac{5}{9}\right):\left(2\frac{13}{30}-2\frac{1}{12}\right)\cdot 3{,}6$!

Bölcs Bagoly feladványa

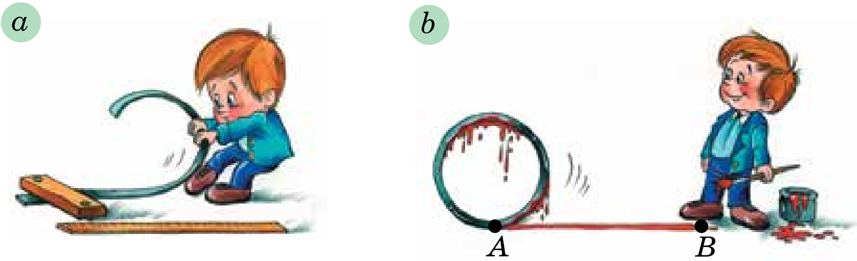
724. A gyerekek az erdőben gombáztak. Miután kiértek az erdőből, a fiúk és lányok párokba álltak méghozzá úgy, hogy a fiúnak kétszer több vagy kétszer kevesebb gombája volt, mint a lánynak. Lehetséges-e, hogy összesen 500 gombát szedtek a gyerekek?

24. A körvonal hossza. A körlap területe

Hogyan lehet megmérni a körvonal hosszát?

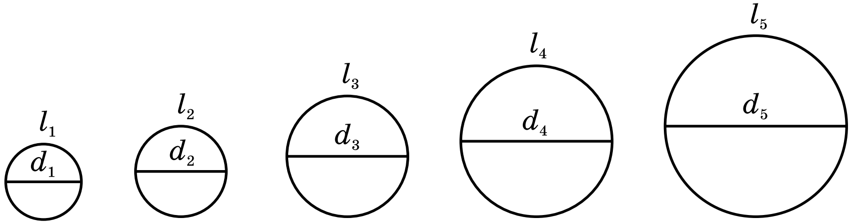
Az emberiség találékonyságának köszönhetően sok megoldást találtak erre a feladatra. Természetesnek tűnik az ötlet, hogy a körvonalat *elvágjuk* és *kiegyenlítsük* egy szakaszra. Ilyen módon meg lehet mérni egy vasgyűrű hosszát (43. *a*. ábra).

De a gyűrű hosszát másképpen is megmérhetjük: befestjük őt és egy egyenes síkon végiggurítjuk, amíg a gyűrű egy teljes fordulatot megtesz (43. *b*. ábra). Akkor az AB szakasz hossza a körvonal hosszával egyezik meg.



43. ábra

A körvonal l hossza a d átmérő hosszától függ, méghozzá: minél nagyobb az átmérője, annál nagyobb a körvonal hossza (44. ábra).



44. ábra

Lehetséges, hogy rájöttél, ha a körvonal átmérőjét kétszeresére növeljük, akkor a körvonal hossza is kétszer nagyobb lesz; ha viszont az átmérőt 5-szörösére csökkentjük, akkor ugyanez történik a körvonal hosszával is.

A matematika megerősíti a feltevésedet: *a körvonal hossza egyenesen arányos az átmérőjével.*

Másképpen mondva: *mindegyik körvonalra igaz, hogy a körvonal hossza és az átmérőjének az aránya egy és ugyanazzal a számmal egyenlő.*

Ezt a számot a görög π (olvasd: *pi*) betűvel jelöljük. Vagyis $\frac{l}{d} = \pi$. Innen

$$\boxed{\boldsymbol{l = \pi d}}.$$

Mivel $d = 2r$, ahol az r – a körvonal sugara, kaphatunk még egy képletet, amely segítségével kiszámíthatjuk a körvonal hosszát:

$$\boxed{\boldsymbol{l = 2\pi r}}.$$

A matematikusok mindig próbálkoztak minél pontosabban megállapítani a π szám értékét. Már a régi időkben tudták, hogy $\pi \approx \frac{22}{7}$. Arkhimédész (i. e. III. sz.), egy ismert ókori görög tudós, kimutatta, hogy

$$\boldsymbol{3\frac{10}{71} < \pi < 3\frac{1}{7}}.$$

A XVIII. században a matematikusok megállapították, hogy a π számot lehetetlen véges tizedes tört alakban vagy végtelen szakaszos tizedes tört alakban felírni. Csak **végtelen nem szakaszos tizedes tört** alakban írható fel (az ilyen számokról a 8. osztályban algebraórán fogtok tanulni).

A modern számítógépek segítségével nagy pontossággal írható fel a π szám értéke. Felírjuk a π számot 36 számjeggyel a vessző után:

$\pi = 3{,}141592653589793238462643383279502884...$

2021 augusztusában meg volt állapítva a π szám vessző utáni

62 831 853 071 796

számjegye. Lehetséges, hogy ez a tény bekerül a Guinness rekordok könyvébe. De biztosak lehetünk abban, hogy a számot nem írják a könyvbe, mivel ehhez 35 millió oldal szükséges.

Leggyakrabban a számításokhoz a π szám századokra kerekített értékét fogjuk alkalmazni:

$$\boxed{\pi \approx \mathbf{3{,}14}}.$$

A körlap területe a sugarától függ. De ezek nem egyenesen arányosak.

Ismeretes, hogy egy r sugarú körlap S területét az alábbi képlettel lehet kiszámítani:

$$\boxed{S = \pi r^2}.$$

1. Melyik számot jelölik π betűvel? **2.** Milyen képletekkel számítható ki a körvonal hossza? **3.** Milyen képlettel számítható ki a körlap területe? 4. Nevezd meg a π szám századokra kerekített értékét!

Szóban oldd meg!

1. Mennyivel egyenlő a körvonal átmérője, ha az 5,2 cm-rel nagyobb a sugaránál?

2. A négyzet kerülete 15 cm. Mennyivel lesz egyenlő ennek a négyzetnek a kerülete, ha mindegyik oldalát:
   1) 4-szeresére növeljük; 2) 3-szorosára csökkentjük?

3. A négyzet területe 36 cm^2. Mekkora lesz a négyzet területe, ha mindegyik oldalát:
   1) 10-szeresére növeljük; 2) 2-szeresére csökkentjük?

4. Számítsd ki a $0{,}5a^2$ kifejezés értékét: ha $a = 2$; 10 és $\frac{1}{2}$!

Gyakorlatok

725.° Számítsd ki a körvonal hosszát, ha az átmérője 3,2 cm!

726.° Számítsd ki a körvonal hosszát, ha a sugara 6 cm!

727.° Számítsd ki a körlap területét, ha a sugara 8 cm!

728.° Számítsd ki a körlap területét, ha az átmérője 18 cm!

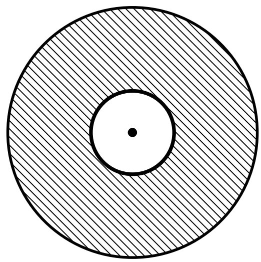
729.• Számítsd ki a körvonal sugarát, ha a hossza 18,84 cm!

730.• Számítsd ki a körlap sugarát, ha a területe 314 cm^2!

731.• Egy kerék 400 m-t haladt, miközben 150 fordulatot tett meg. Határozd meg centiméterekben a körvonal sugarát! A feleletet kerekítsd egyesekre!

732.• A körvonal hossza 100,48 cm. Határozd meg a körvonallal határolt körlap területét!

733.• Végezd el a szükséges méréseket és számítsd ki a befestett gyűrű területét (45. ábra)!



45. ábra

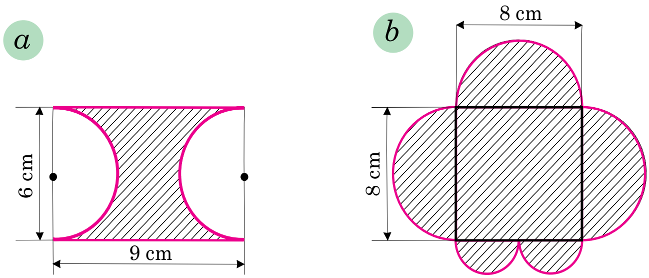
734.• 1) Az első körvonal sugara 6 cm, a másodiké 2 cm. Hányszor hosszabb az első körvonal hossza, mint a másodiké?

2) Az első körvonal sugara 4-szer hosszabb, mint a másodiké. Hányszor hosszabb az első körvonal hossza, mint a másodiké?

735.• Határozd meg annak a körívnek a hosszát, ami egy 3,5 cm sugarú körvonalnak a 0,6-e!

736.• Határozd meg annak a körívnek a hosszát, ami egy 36 dm sugarú körvonalnak az $\frac{5}{12}$-e!

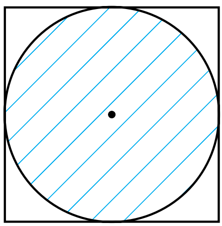
737.• Határozd meg a 46. ábra alapján a lila vonalnak a hosszát!



46. ábra

738.• Számítsd ki a körlap területét, ha a hosszának a $\frac{2}{3}$-a 24,8 cm (a π számot kerekítsd tizedekre)!

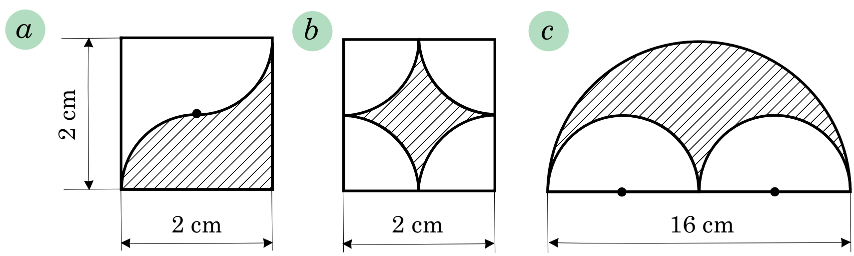
739.• Mennyivel nagyobb a négyzet területe a körlap területénél (47. ábra), ha a négyzet oldala 8 cm-el egyenlő?



47. ábra

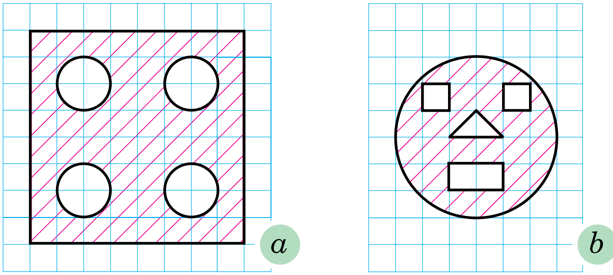
740.• Rajzolj egy 3 cm és 4 cm oldalhosszúságú téglalapot! Szerkeszd meg a téglalap átlóit! Az átlók metszéspontját tekintsd a körvonal középpontjának, az átló felét – a sugarának. Rajzold le ezt a körvonalat! Vonalzó segítségével mérd meg a körvonal átmérőjét (centiméterekben, egyesekre kerekítve)! Mennyivel nagyobb a körvonallal határolt körlap területe a téglalap területénél?

741.• Számítsd ki a 48. ábra alapján a befestett alakzat területét!



48. ábra

742.• Mennyivel egyenlő a befestett alakzatnak a területe (49. ábra), ha a négyzet oldalának a hossza 1 cm?



49. ábra

743.• Egy 30 cm átmérőjű pizza ugyanannyiba kerül, mint két 20 cm átmérőjű. Melyik esetben fogyaszt el Döme több pizzát: amikor egy nagyot vesz meg vagy amikor 2 kisebbet, ha tudja, hogy mindkét pizza egyforma vastagságú?

744.•• Az autó kerekének átmérője 65 cm. Az autó olyan sebességgel halad, hogy a kereke 6 fordulatot tesz meg minden másodpercben. Határozd meg az autó sebességét kilométer per órában! A feleletedet kerekítsd tizedekre!

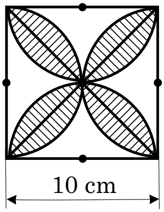
745.•• A metrókocsi kerekének az átmérője 78 cm. 2,5 perc alatt 1000 fordulatot tesz meg. Határozd meg a metróvonat sebességét kilométer per órában! A feleletedet kerekítsd tizedekre!

746.•• Határozd meg annak a körívnek a hosszát, amelyet egy 6 cm hosszú óramutató ír körbe 1 óra alatt!

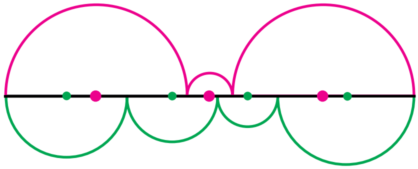
747.•• Határozd meg annak a körívnek a hosszát, amelyet egy 24 cm hosszú percmutató ír körbe 40 perc alatt!

748.* Számítsd ki az 50. ábrán látható befestett alakzat területét!

749.* Az 51. ábra alapján bizonyítsd be, hogy a piros körívek hosszának az összege megegyezik a zöld körívek hosszának az összegével!

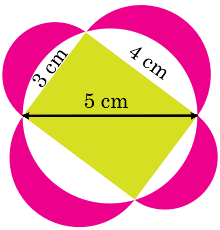


50. ábra

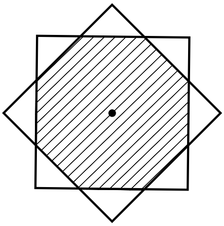


51. ábra

750.* *Hippokratész feladata*[1]. Az 52. ábra alapján bizonyítsd be, hogy a befestett alakzatok (sarlók) területeinek összege megegyezik a téglalap területével!



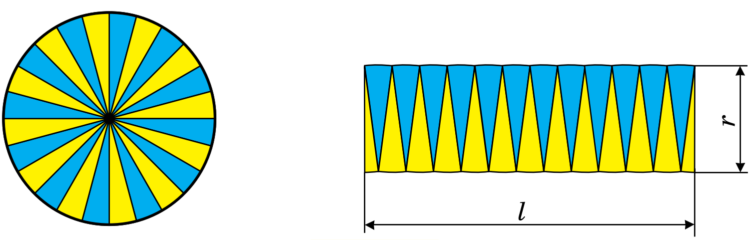
52. ábra



53. ábra

751.* Két 1 cm-es oldalú négyzetnek közös középpontjuk[2] van (53. ábra). Bizonyítsd be, hogy a közös részüknek a területe nagyobb, mint $\frac{\pi}{4}$!

752.* Az 54. ábrán egy körlap területének kiszámításának régi módszere van bemutatva. Magyarázd el, miért egyenlő az rl szorzat megközelítőleg a körlap területével!



54. ábra

---

[1] *Khioszi Hippokratész* – ókori görög matematikus (i. e. V sz.).

[2] A *négyzet középpontja* – a négyzet átlóinak metszéspontja.

Ismétlő gyakorlatok

753. A réz és ezüst ötvözetének tömege 7,2 kg-mal egyenlő. Az ezüst tömege 80%-a a réz tömegének. Hány kilogramm réz van ebben az ötvözetben?

754. Oldd meg az egyenletet:

1) $\frac{1}{3}x+\frac{1}{5}x+\frac{1}{6}x=\frac{21}{40}$; 2) $\frac{1}{4}x+\frac{1}{6}x+\frac{1}{8}x=\frac{39}{56}$!

755. A termék árát kétszer növelték, minden alkalommal 50%-kal. Mennyi lett a termék új ára, ha az elején 16 hrn-ba került?

Bölcs Bagoly feladványa

756. Egy 3×3-as méretű táblázat mindegyik mezőjébe írnak egy tetszőleges számot. Azt a táblázatot, amely mindegyik négyzetében különböző számok állnak, a sorokban, oszlopokban és átlókban álló számok összege pedig azonos – **mágikus négyzet**nek nevezik. Például, az 55. ábrán látható négyzet – mágikus. Létezik-e egy olyan mágikus négyzet, amely a természetes számok reciprok értékeivel van kitöltve?

8	1	6
3	5	7
4	9	2

55. ábra

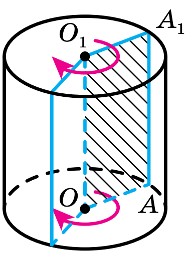
25. Henger. Kúp. Gömb

Az 56. ábrán egy jégkorong, egy konzervdoboz és egy hordó van ábrázolva.

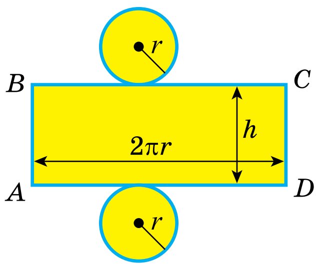
56. ábra

Ezek a tárgyak rengeteg jellemzővel rendelkeznek, például az anyag, amiből készült, a tömege, az alakja, a méretei stb. Az összes felsorolt jellemzők között a matematikusokat leginkább az alakzatok és a méretek érdeklik. Egy matematikus ezt mondja: *Az 56. ábra olyan* **mértani test***et ábrázol, amely* **henger** *alakú*.

Képzeljük el, hogy az OO_1A_1A téglalap az OO_1 oldala körül forog (57. ábra). A forgás eredményeként egy alakzat jön létre, aminek henger a neve. Az OA és O_1A_1 oldalak forgatása során két egyforma körlap jön létre. Ezek a **henger alaplapja**i. Az AA_1 oldal forgatása során a **henger oldalfelszíne (palástja)** alakul ki.



57. ábra



58. ábra

Az OO_1 szakasz hosszát a **henger magasságá**nak nevezik. Az AA_1 szakaszt pedig a **henger alkotójá**nak.

A matematika 5. osztályos tananyagából megtudtátok, hogy a derékszögű paralelepipedon (téglatest) és a gúla modelljét a kiterített testháló segítségével készíthetitek el.

Az 58. ábrán a henger testhálója van ábrázolva. Egy téglalapból és két azonos körlapból áll. A téglalap *AD* oldala megegyezik a körvonal hosszával, amely a henger alapját határolja. Az *AB* oldal pedig azonos a henger magasságával. Ha a henger alapjának a sugara r, akkor $AD = 2\pi r$. Az $ABCD$ téglalap területe megegyezik a henger palástjának területével. Megkaptuk: $S_p = AD \cdot AB$, ahol S_p – a henger palástjának (oldalfelszínének) területe.

Ha a henger magassága h, vagyis $AB = h$, és az alapjának a sugara r, akkor a henger palástjának a területét az alábbi képlettel számítják ki:

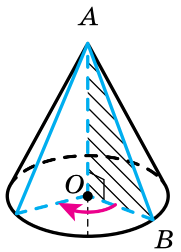
$$\boxed{\boldsymbol{S_p = 2\pi r h}}\,.$$

Az 59. ábrán **kúp** alakú tárgyak vannak ábrázolva. A kúp még egy mértani test.

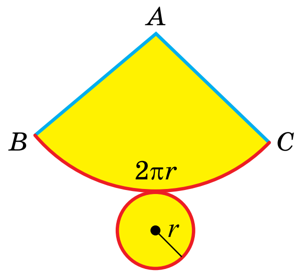
59. ábra

Képzeljük el, hogy egy AOB derékszögű háromszög, ahol O – derékszög, az AO oldala körül forog (60. ábra). Akkor egy alakzatot kapunk, amelynek kúp a neve.

Az OB oldal forgatása eredményeként egy körlap jön létre. Ez a körlap **a kúp alaplapja**. Az AB oldal forgatása eredményeként a **kúp oldalfelszíne (palástja)** jön létre. Az AO szakasz a **kúp magassága**, az AB a **kúp alkotója**, az A pontot pedig a **kúp csúcsának** nevezik.



60. ábra



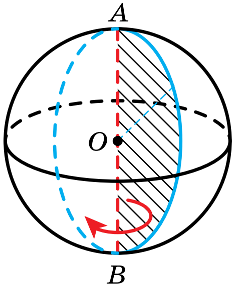
61. ábra

A 61. ábrán a kúp kiterített testhálóját látjuk. A kiterítése egy körcikkből és egy körlapból áll. Az *AB* szakasz azonos a kúp alkotójával, a körcikk ívének a hossza azonos a körvonal hosszával, amely határolja a kúp alapját.

Az olyan tárgyakról, mint a dinnye, labda, földgömb azt mondják, hogy **gömb** alakúak (62. ábra).

62. ábra

Képzeljük el, hogy egy félkör az *AB* átmérője körül forog (63. ábra). Ennek eredményeként kapunk egy alakzatot, amelynek elnevezése gömb. A félkör forgatásával a gömb felületét kapjuk meg, amit **gömbfelület**nek neveznek. A gömbfelület a gömböt határolja.

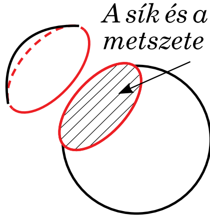


63. ábra

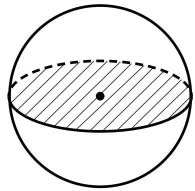
A félkör középpontja, sugara, átmérője azonos a gömb és az őt határoló gömbfelület középpontjával, sugarával, átmérőjével.

Bizonyára már láttátok, hogyan vágják fel a zöldségeket és gyümölcsöket az ennivaló elkészítéséhez. Az elvágás irányától függ, hogy milyen alakú metszetet kapunk (64. ábra). Ha a gömböt vágjuk el, mindig egy körlap alakú síkmetszetet kapunk (65. ábra). Ha a síkmetszet a gömb középpontján halad át, akkor a metszete egy körlap, amelynek sugara megegyezik a gömb sugarával (66. ábra).

64. ábra



65. ábra



66. ábra

Az 5.osztályban megismerkedtettek olyan különálló mértani testekkel, mint a soklapok. Egy másik típusa a mértani testeknek – **a forgástestek**. A henger, a kúp és a gömb a forgástestek példái.

?

1. A téglalap forgatása során, hogyan jön létre egy henger? **2.** Magyarázd el, mi a henger alaplapja, palástja, magassága és alkotója! **3.** Milyen alakzatokból áll a henger testhálója? **4.** Milyen képlettel lehet kiszámítani a henger palástjának a területét? **5.** Egy derékszögű háromszög forgatása során, hogyan keletkezik a kúp? **6.** Magyarázd el, mi a kúp alaplapja, palástja, magassága, alkotója és csúcsa! **7.** Milyen alakzatokból áll a kúp testhálója? **8.** A félkör forgatása során, hogyan kapható gömb? **9.** Hogyan nevezik a gömbnek a felületét? **10.** Magyarázd el, mi a gömb középpontja, sugara és átmérője! **11.** Milyen alakzat a gömbnek a metszete? **12.** Milyen forgástesteket ismersz?

Szóban oldd meg!

1. A körvonal hossza 18π cm. Mekkora lesz a körvonal hossza, ha a sugarát:

1) 9-szeresére csökkentjük; 2) 5-szörösére növeljük?

2. Határozd meg a körlap területét, ha a körvonal hossza 10π cm!

3. Határozd meg annak a körvonalnak a hosszát, amely egy 16π cm^2 területű körlapot határol!

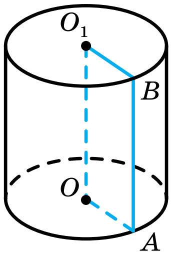
4. Oldd meg az egyenletet:

1) $3x + 5x + 7x = 60$; 2) $19x - 12x = 4{,}9$!

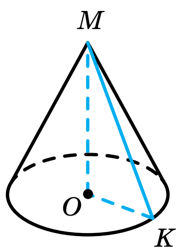
Gyakorlatok

757.° Nevezz meg olyan tárgyakat, melyeknek az alakja: 1) henger; 2) kúp; 3) gömb!

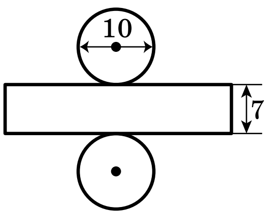
758.° A 67. ábrán egy henger látható. Az ábra alapján nevezd meg: 1) a henger alkotóját; 2) az alsó alaplap sugarát; 3) a felső alaplap sugarát!



67. ábra



68. ábra



69. ábra

759.° A 68. ábrán egy kúp van ábrázolva. Az ábra alapján nevezd meg: 1) a csúcsát; 2) az alaplap középpontját; 3) a kúp alkotóját; 4) a kúp alaplapjának sugarát; 5) a kúp magasságát!

760.• Egy henger alaplapjának sugara 6 cm, az alkotója 8 cm. Határozd meg a palástjának a területét!

761.• Határozd meg a henger palástjának a területét, melynek a testhálója a 69. ábrán látható (a szakaszok hossza centiméterekben van megadva)!

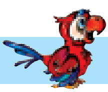
762.• Egy gömb sugara 6 cm. Határozd meg annak a síkmetszetnek a területét, amely a gömb középpontján halad át!

763.• Egy körvonal hossza, ami a gömbnek azt a síkmetszetét határolja, ami a középpontján halad át, 12,56 cm. Mekkora a gömbnek a sugara?

764.•• Milyen legkisebb méretű, egész számú centiméterrel kifejezhető kell legyen egy téglalap alakú papír, hogy körbevonhasson egy hengert, aminek az alaplapja 5 cm sugarú és a magassága azonos az alaplapjának az átmérőjével?

765.•• Egy cső üregének az átmérője 40 cm, a falak vastagsága 2 cm. Elegendő-e 2,5 kg festék, 10 m cső külső oldalának a lefestéséhez, ha 1 m^2-re 200 g festék szükséges?

766.* Egy 40 cm^2 területű téglalapot az egyik oldala körül forgatnak. Számítsd ki a keletkezett henger palástjának területét!



Ismétlő gyakorlatok

767. Elegendő-e a futószőnyeg három, 22,6 m, 24,7 m és 12,8 m hosszú folyosó számára, ha két 15,8 m hosszú és két 14,6 m hosszú darabokat vásároltak?

768. Ismert, hogy a és b – különböző prímszámok. Írd fel az m osztóit, ha

1) $m = ab$; 2) $m = a^2b$; 3) $m = a^2b^2$!

Felkészülés az új témához

769. Egy oszlop, melynek a magassága megegyezik a füzet négyzetének a magasságával, az emberi élet 1 évének felel meg. Rajzolj le egy olyan oszlopot, ami a te életkorodnak felel meg!

770. Rajzolj egy körlapot, a két átmérőjével oszd el ezt a körlapot 4 azonos körcikkre! Hány százaléka egy körcikk területe az egész körlap területének?

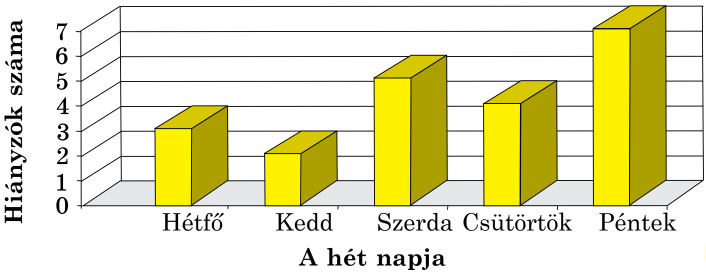
771. 1, 2, 3, 4 számjegyek segítségével két különböző négyjegyű számot írtak fel, mindegyiküknek minden számjegyük különbözik. El lehet-e osztani maradék nélkül az egyik számot a másikkal?

26. Diagramok

A 6. osztály osztályfőnöke a foglalkozásokon résztvevő tanulók látogatását jegyzi. A hétvége előtt így nézett ki a felmérése:

A hét napja	Hétfő	Kedd	Szerda	Csütörtök	Péntek
A hiányzok száma	3	2	5	4	7

Ezeket az adatokat jobban lehet szemléltetni egy **oszlopdiagram**[1] segítségével (70. ábra). Ehhez 5 oszlopot kell rajzolni. Az oszlop magassága az aznap hiányzók számával egyezik meg.



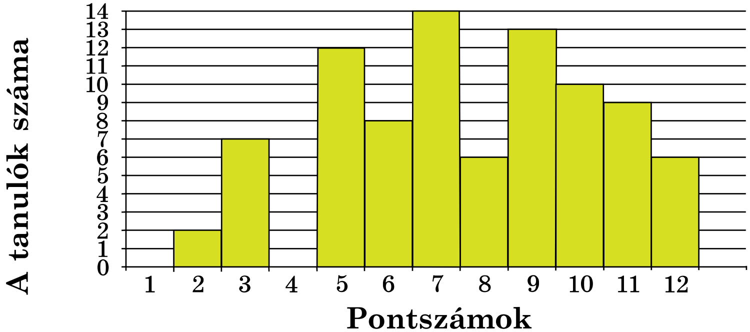
70. ábra

De az ilyen diagramból nem csak ez az információ olvasható le. Lehetővé teszi megfigyelni, hogyan is változott a hiányzók száma a hét folyamán. Az ilyen módon megadott információt egyszerű felfogni, ezért kényelmes feldolgozni és elemezni.

[1] *Diagram* – a görög fordítása szerint *ábra, műszaki rajz.*

A 71. ábrán egy oszlopdiagram van ábrázolva, ami a három hatodik osztály tanulóinak matematika írásbeli dolgozatainak eredményeit szemlélteti.

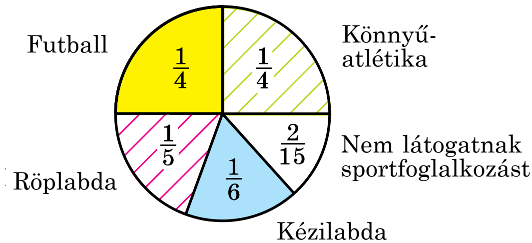
A diagram kimutatja például, hogy 1-es és 4-es pontszámot egy tanuló sem kapott, a legtöbb – 14 tanuló pedig 7-es pontszámot kapott.



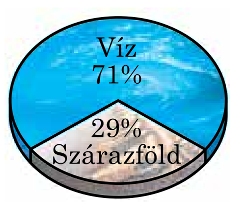
71. ábra

A **kördiagramok** is szemléletes módon jelenítik meg az információt.

A 72. ábrán látható kördiagramon a sportfoglalkozások látogatása van megjelenítve az egyik iskola tanulói által.



72. ábra



73. ábra

A 73. ábrán ábrázolt kördiagramon látható, hogy a Föld mekkora részét foglalja el a szárazföld, és mekkorát a víz.

Milyen esetekben kényelmesebb oszlopdiagram és milyenekben kördiagram segítségével megjeleníteni az adatokat?

Bizonyára hallottatok már olyan kifejezésről, mint *növekedési* diagramok. Ha azt akarják kimutatni, hogy az idő múlásával hogyan is változik egy tetszőleges mennyiség, akkor szemléletesebbek az oszlopdiagramok.

Kördiagramokat abban az esetben alkalmaznak, ha össze akarnak hasonlítani egy mennyiség valahány részét.

Figyeld meg a diagramok változatos kinézetét a paragrafus gyakorlataiban. Például az oszlopdiagram nem csak merőleges oszlopokból állhat, hanem vízszintes vonalakból is (75. ábra).

? **1.** Milyen típusú diagramokat ismersz? **2.** Milyen esetekben alkalmaznak oszlopdiagramokat, és milyen esetekben kördiagramokat?

Szóban oldd meg!

1. Megfelelően kösd össze az első oszlop mindegyik elemét a második oszlop elemeivel!

Mennyiség	A mennyiség értéke
1) A könyv vastagsága	A) 5,6 km
2) A bálna hossza	B) 3,2 m
3) A folyó hossza	C) 0,15 cm
4) A grafitceruza grafitjának átmérője	D) 0,4 dm

2. Egy téglalap hossza 48 cm. Mekkora lesz az ábrán a hossza, ha az alábbi méretarányban lesz lerajzolva:

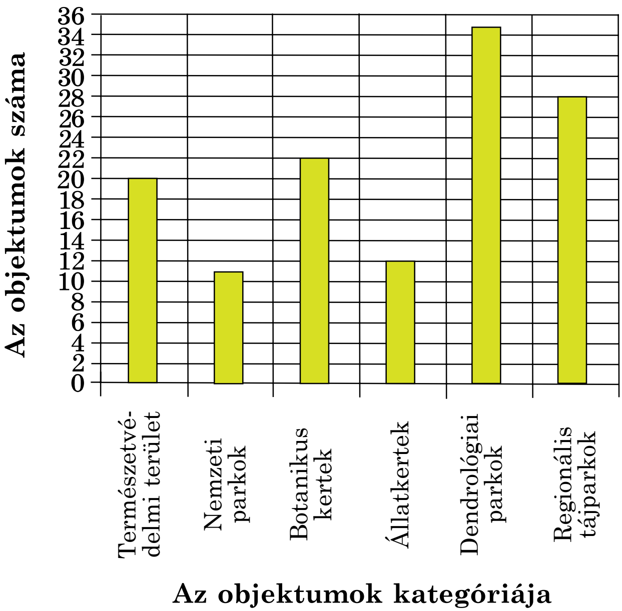
1) 1 : 3; 2) 1 : 10; 3) 1 : 5?

3. A kert területének $\frac{1}{3}$-át uborkával vetették be, a kert 30%-át paradicsommal. Milyen zöldségekkel, uborkával vagy paradicsommal vetették be a kert nagyobb részét?

4. Hét munkásból álló brigád 36 nap alatt tudja felújítani az iskolát. Hány munkásra van szükség, hogy az iskolát 12 nap alatt újítsák fel, ha a munkások termelékenysége azonos?

Gyakorlatok

772.° A diagram (74. ábra) az Ukrajna természetvédelmi alapítvány részletes adatait szemlélteti. A diagram alapján állapítsd meg:



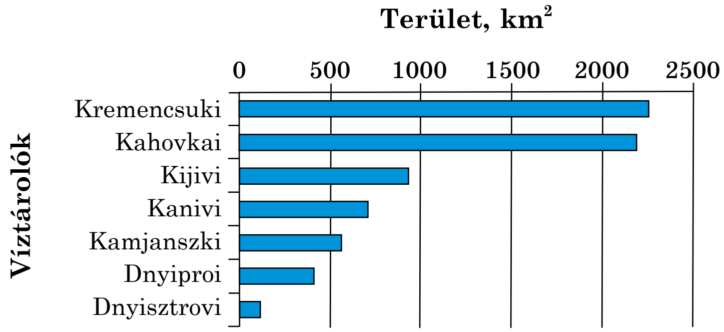
74. ábra

1) hány botanikus kert létezik Ukrajnában; hány állatkert;
2) mennyivel több természetvédelmi terület létezik, mint nemzeti park;
3) hányszor kevesebb regionális tájpark van, mint dendrológiai park!

773.° A diagram Ukrajna legnagyobb víztárolóinak területeit szemlélteti (75. ábra), az ábra alapján állapítsd meg:

1) az adott víztárolók közül melyiknek van a legnagyobb területe;
2) az adott víztárolók közül melyiknek van a legkisebb területe;

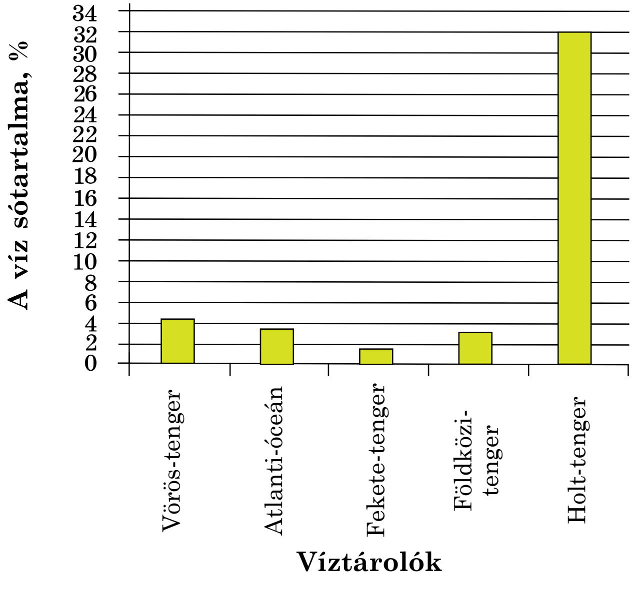
3) a kijivi vagy a kanivi-víztároló területe a nagyobb!



75. ábra

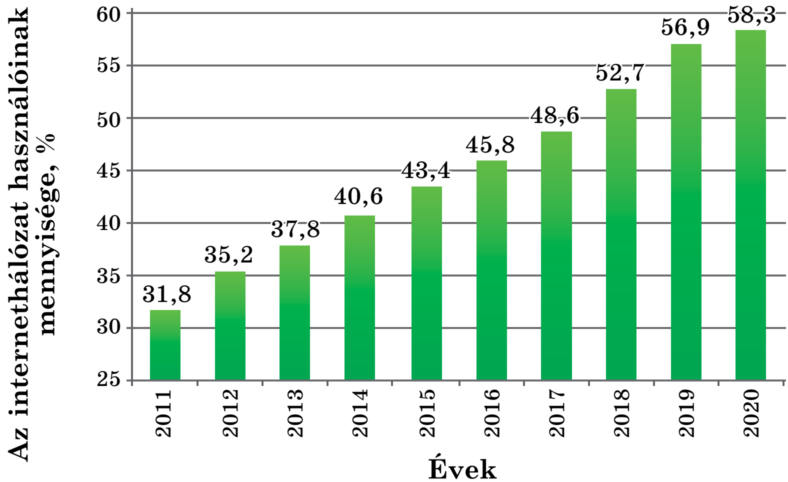
774.° A diagram alapján (76. ábra), ami néhány víztároló vizeinek sótartalmát szemlélteti százalékban, állapítsd meg:

1) az adott víztárolók közül melyikben van a legsósabb víz;
2) az adott víztárolók közül melyiknek van a legkevesebb sótartalma;
3) a Földközi- vagy a Vörös-tenger a sósabb!



76. ábra

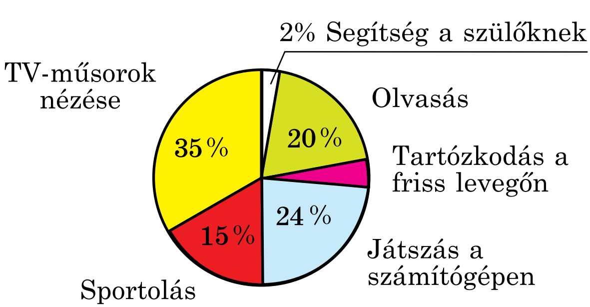
775.° A 77. ábrán százalékban 2011-től 2020-ig, a világ teljes lakosságához mérve, az internethálózat használóinak mennyisége van szemléltetve. Melyik év során volt a használók legkisebb növekedése? a legnagyobb növekedése?



77. ábra

776.° A kördiagramon (78. ábra) Kiss Peti, 6. osztályos tanuló szabadidejének beosztása látható. Állapítsd meg:

1) a szabadidejének hány százalékát tölti a friss levegőn;



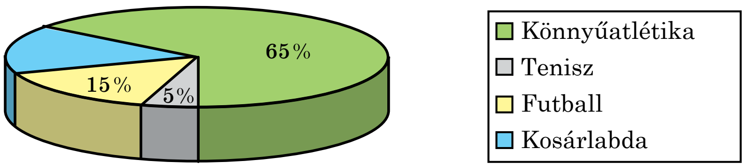
78. ábra

2) a szabadidejének hány százalékát tölti hasznosan az egészsége számára;

3) hányszor több időt tölt tv-zéssel és számítógépjátékokkal, mint a szüleinek való segítséggel!

Adnál-e tanácsot Petinek, a szabadidejének beosztásáról?

777.° A 79. ábra diagramján a sportiskola tanulóinak csoportokra osztása van szemléltetve.



79. ábra

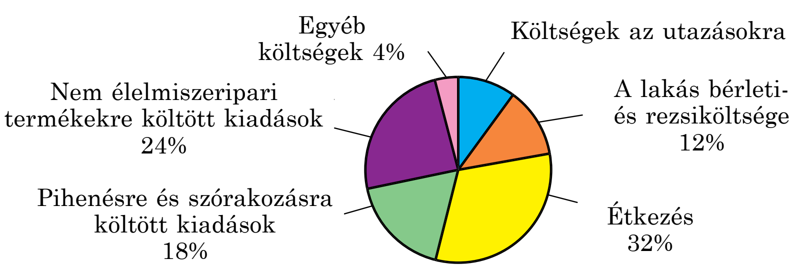
1) A sportiskola tanulóinak hány százaléka a kosárlabdázók?

2) Hány tanuló foglalkozik könnyűatlétikával, ha összesen 300 tanuló van?

778.° A kördiagramon (80. ábra) a Nagy család költségvetéseinek beosztása van szemléltetve. Állapítsd meg:

1) a költségvetés hány százalékát költik utazásokra;

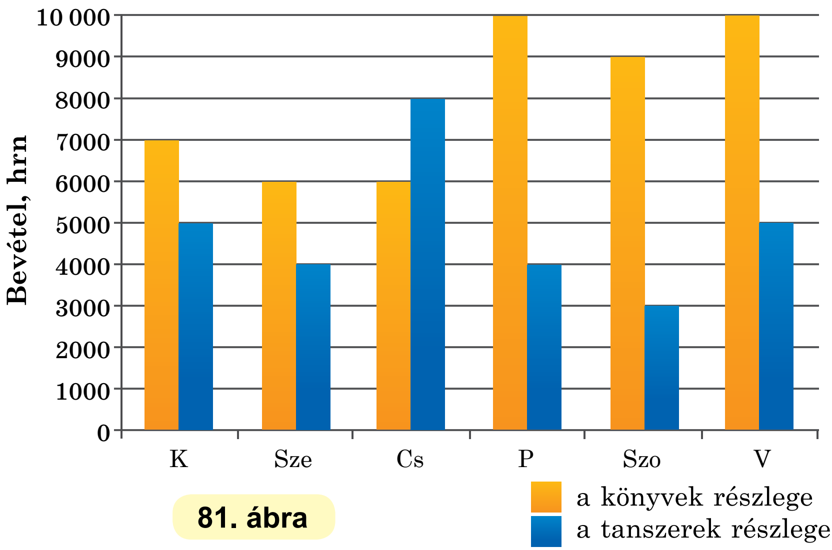
2) hány százalékkal kevesebbet költenek a lakás kifizetésére és a rezsire, mint a pihenésre és a szórakozásra;



80. ábra

3) hányszor többet költenek élelmiszerekre, mint nem élelmiszeripari termékekre!

779.• Egy üzletben megtalálható a könyvek és tanszerek részlege. A diagramon (81. ábra) egy hét alatti bevételének adatai vannak szemléltetve (az üzlet hétfőn zárva van).

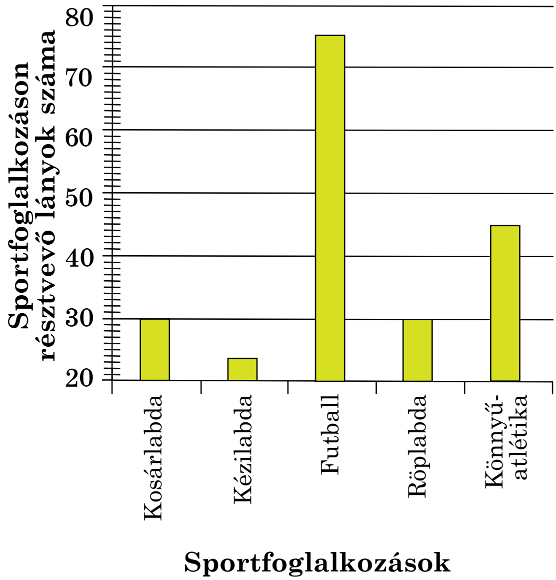


81. ábra

A diagram alapján állapítsd meg:

1) a hét melyik napján kapott nagyobb bevételt a könyvek részlege;
2) a tanszerek részlege melyik napon kapta a legkisebb bevételt és mennyivel volt kevesebb a könyvek részlege bevételétől;
3) volt-e olyan nap, amikor a tanszerek részlege nagyobb bevételt kapott, mint a könyvek részlege, ha volt, akkor határozd meg, hány százalékkal kapott több bevételt a tanszerek részlege a könyvek részlegének bevételétől;
4) mekkora a heti bevétel átlaga: a) a könyvek részlegének; b) az egész üzletnek!

780.• A 6. osztályban tanuló lányok különböző sportfoglalkozásokat látogatnak. A diagram (82. ábra) alapján határozd meg:



82. ábra

1) melyik foglalkozást látogatják többen;
2) melyik foglalkozást látogatják azonos mennyiségben;
3) a könnyűatléták mennyiségének hányad része a focisták mennyisége;
4) a kosárlabdázók hány százaléka a kézilabdázóknak!

781.• Ukrajna különböző régióinak az évi átlaghőmérsékleteit szemléltető táblázata alapján rajzolj egy megfelelő oszlopdiagramot!

Város	Hőmérséklet, °C	Város	Hőmérséklet, °C
Lviv	7,5	Cserkaszi	7,3
Ungvár	9,3	Poltava	6,8
Kijiv	6,9	Donyeck	7,5
Szumi	6,0	Luhanszk	9,2
Odesza	9,4	Jalta	13,1

782.• A kijivi metró fejlődését ábrázoló táblázat alapján rajzolj egy diagramot, amely a megállók mennyiségének növekedését ábrázolja!

Év	A megállók mennyisége	Év	A megállók mennyisége
1960	5	2000	40
1970	11	2010	49
1980	21	2020	52
1990	31		

783.• A világ internetfelhasználói számának növekedését ábrázoló táblázat alapján rajzolj egy megfelelő oszlopdiagramot, amiben a hálózat felhasználóinak mennyiségét kerekítsd tíz milliókra és 10 millió felhasználó ábrázolásához vegyél fel egy 1 mm nagyságú szakaszt!

Év	A felhasználók mennyisége, millió	Év	A felhasználók mennyisége, millió
2005	1024	2013	2705
2007	1365	2015	3174
2009	1751	2017	3650
2011	2224	2019	4100

784.• A táblázat Európa hegyi rendszereinek legmagasabb csúcsait tartalmazza. Mindegyik csúcsának a magasságát méterekben kerekítsd százasokra. Rajzold le az adott hegyi rendszerek csúcsait szemléltető oszlopdiagramot úgy, hogy 100 m magasságnak feleljen meg 1 mm nagyságú szakasz!

Hegyi rendszer	A hegycsúcs elnevezése	Magasság, m
Alpok	Mont Blanc	4807
Andalúz hegyek	Mulhacén	3478
Appenninek	Corno	2914
Magas Tátra	Gerlachfalvi-csúcs	2655
Pireneusok	Aneto-csúcs	3404
Skandináv-hegység	Galgepiggen	2470

785.° A táblázat a földkéreg néhány kémiai elemeinek elterjedtséget tartalmazza. Készíts egy oszlopdiagramot a felajánlott elemek elterjedtségéről úgy, hogy a 0,1% ábrázolásához 1 mm nagyságú szakaszt használj!

Az elem elnevezése	A kémiai elem tartalma a földkéregben, % (tizedekre kerekítve)
Alumínium	7,5
Ferrum	5,1
Kálium	2,4
Magnézium	1,9
Titánium	0,6

Ismétlő gyakorlatok

786. A jegesmedve maximális testsúlya 800 kg, ami az indiai elefánt maximális súlyának a $\frac{2}{15}$ része, vagy az oroszlán maximális testsúlyának a 640%-ka. Határozd meg a maximális testsúlyát: 1) az indiai elefántnak; 2) az oroszlánnak!

787. A Tarasz Sevcsenko Kijivi Nemzeti Egyetemen 20 000 diák tanul.

Tarasz Sevcsenko Kijivi Nemzeti Egyetem

A cambridge-i egyetem (Nagy Britannia) diákjainak száma a kijivi egyetem diákjainak 60%-kát teszi ki, vagy a göttingeni egyetem (Németország) diákjainak $\frac{3}{7}$-ét. Hány diák tanul a göttingeni egyetemen?

Göttingeni egyetem (Németország)

Cambridge-i egyetem (Nagy Britannia)

788. A 4, 5, 6 számjegyek felhasználásával két különböző háromjegyű számot írtak fel. Lehetséges-e, hogy az adott számok szorzata azonos legyen egy számmal, amelyet csakis a 0, 2, 3, 5, 6, 8 számjegyek alkotnak (a számokban a számjegyek nem ismétlődnek)?

Bölcs Bagoly feladványa

789. USA-ban a dátumot általában így írják fel: hónap, nap, év. Például: a Nagy Kobzos születési dátumát egy amerikai állampolgár így írná fel: 3. 9. 1814. Európában pedig először írják a napot, utána a hónapot és ezután az évet. Hány olyan nap létezik egy évben, amelynek a dátumát nem lehet egyértelműen elolvasni, ha nem tudjuk, hogy milyen módon van leírva?

ELLENŐRIZD MAGADAT! 4. SZ. TESZTFELADAT

1. Néhány azonos rajzfüzetért 540 hrn-t fizettek. Milyen összeget kell fizetni a rajzfüzetekért, ha 3-szor kevesebb rajzfüzetet vásárolnának?

A) 1620 hrn B) 180 hrn C) 240 hrn D) 160 hrn

2. Számítsd ki az aránypár ismeretlen tagját $\frac{x}{12} = \frac{11}{30}$!

A) 27,5 B) 0,4 C) 2,2 D) 4,4

3. 12 m hosszú batiszt anyagból 8 azonos méretű és fazonú blúzt varrtak. Hány ilyen blúzt lehet varrni 18 m batiszt anyagból?

A) 12 blúzt C) 10 blúzt
B) 16 blúzt D) 18 blúzt

4. Egy fatönköt két részre fűrészeltek, amelyek úgy aránylanak egymáshoz mint 3 : 7. A kapott kisebb fatönk a szétfűrészelt fatönk hányad részével egyenlő?

A) $\frac{3}{7}$ B) $\frac{4}{7}$ C) $\frac{3}{10}$ D) $\frac{1}{10}$

5. 400 g oldat 36 g sót tartalmaz. Hány százalékos a sóoldat?

A) 9% B) 10% C)12% D) 18%

6. A 24 perc hány százaléka az órának?

A) 20% B) 30% C)40% D) 50%

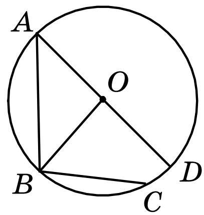
7. A termék 140 hrn-ba került. Egy idő múlva az árát felemelték 35 hrn-val. Hány százalékkal nőtt a termék ára?

A) 10%-kal B) 15%-kal C) 20%-kal D) 25%-kal

8. Az almafák és a meggyfák aránya a gyümölcskertben 3 : 5. Válaszd ki azt a számot, amely az almafák és meggyfák teljes mennyiségét fejezheti ki!

A) 25 B) 30 C) 32 D) 36

9. A rajzon egy O középpontú körvonal van ábrázolva. A körvonal hány húrja van feltüntetve a rajzon?

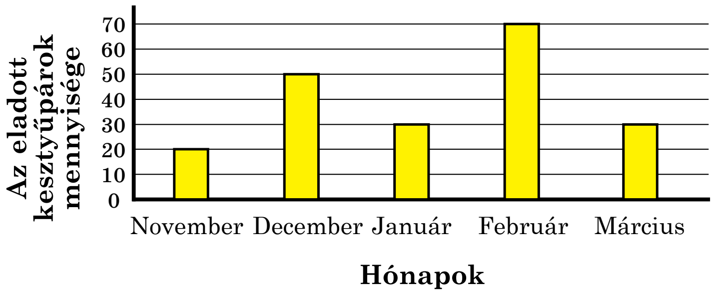


A) 1   C) 3
B) 2   D) 4

10. Számítsd ki egy 2 cm sugarú körvonal hosszát (a π számot kerekítsd századokra)!

A) 6,28 cm   C) 9,42 cm
B) 12,56 cm   D) 25,12 cm

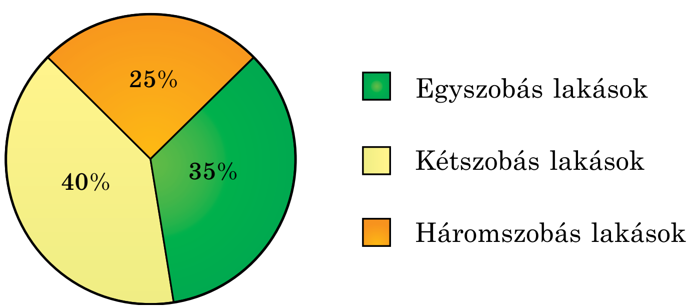
11. A diagram az egyik üzlet pamut kesztyűk eladásának a mennyiségét szemlélteti 5 hónapon keresztül. Átlagosan hány kesztyűpárt adtak el egy hónap alatt?



A) 30 párt   B) 40 párt   C) 50 párt   D) 60 párt

12. Egy lakóházban 200 három típusú lakás található: egyszobásak, kétszobásak és háromszobásak. A diagram a különböző típusú lakások százalékarányát szemlélteti. Hány kétszobás lakás van a lakóházban?

A) 60 lakás   C) 80 lakás
B) 70 lakás   D) lehetetlen megállapítani



A 3. PARAGRAFUS ÖSSZEFOGLALÁSA

Az arány

- Két nullától különböző szám hányadosát az a és b szám arányának nevezzük, más szóval, az a szám aránylik a b-hez.
- Az a és b számok arányában az a és b számok az arány tagjai, a – előtag, b – utótag**.**
- Az a és b számok aránya azt jelzi, hányszor nagyobb az a szám a b számnál, vagy pedig azt, hogy az a szám hányad része a b számnak.

Az arány alaptulajdonsága

Az arány értéke nem változik, ha a tagjait ugyanazzal a nullától eltérő számmal szorozzuk vagy osztjuk.

Az aránypár

Ha az $a : b$ arány egyenlő $c : d$ aránnyal, akkor az egyenlőségüket $a : b = c : d$ (vagy $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$) aránypárnak nevezzük.

Az $a : b = c : d$ (vagy $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$) aránypárban az a és d számokat kültagoknak, a b és c számokat beltagoknak nevezzük.

Az aránypár alaptulajdonsága

Az aránypár kültagjainak szorzata egyenlő a beltagjainak szorzatával.

Két szám százalékos aránya

- Két szám százalékos aránya – az arányuk százalékban kifejezve.
- A százalékos arány azt mutatja, hogy az egyik szám hány százaléka a másiknak.

Két szám százalékos arányának meghatározása

Ahhoz, hogy meghatározzuk két szám százalékos arányát, az arányukat megszorozzuk 100-zal és az eredményhez hozzáírjuk a százalék jelét.

Az egyenesen arányos mennyiségek

Két változó mennyiséget egyenesen arányosnak nevezünk, ha az egyik bizonyos mértékű növelésével (csökkenésével) a másik ugyanannyiszor nő (csökken).

Az egyenes arányosság tulajdonsága

Ha két változó mennyiség egyenesen arányos, akkor a mennyiségek megfelelő értékeinek aránya egyenlő egy és ugyanazzal az állandó számmal.

A fordítottan arányos mennyiségek

Két változót fordítottan arányosnak nevezünk, ha az egyik változó növekedésével (csökkenésével) a másik ugyanannyiszor csökken (növekszik).

A fordított arányosság tulajdonsága

Ha két változó mennyiség fordítottan arányos, akkor a megfelelő változók szorzata megegyezik egy és ugyanazon számértékekkel az adott változók esetén.

A π szám

A π szám a körvonal hosszának és átmérőjének az aránya.

A körvonal hossza

$l = 2\pi r$, ahol l – a körvonal hossza, r – a körvonal sugara.

A körlap területe

$S = \pi r^2$, ahol S – a körlap területe, r – a körlap sugara.

A henger palástjának (oldalfelszínének) területe

$S_p = 2\pi rh$, ahol S_p – a henger palástjának területe, r – az alaplapjának sugara, h – a henger magassága.

4. §. RACIONÁLIS SZÁMOK. RACIONÁLIS SZÁMOKKAL VÉGZETT MŰVELETEK

Ebben a fejezetben található anyag elsajátítása után megtudjátok, mely számokat nevezünk egész számoknak, és melyeket racionálisnak; mi a szám abszolút értéke; milyen egyeneseket nevezünk párhuzamosaknak, és milyeneket merőlegeseknek.
Megismerkedtek a számegyenessel és a síkbeli koordinátarendszerrel, az egyenletek új megoldási módszerével.
Megtanuljátok összehasonlítani a racionális számokat, számtani műveleteket végrehajtani racionális számokkal, megismerkedtek ezeknek a műveleteknek a tulajdonságaival.

27. Pozitív és negatív számok

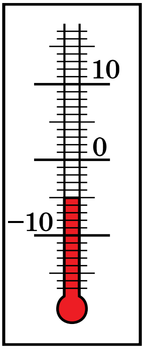
A minket körülvevő világ annyira összetett és változatos, hogy sok esemény leírásához a természetes és törtszámok nem elegendők.

Nézzünk néhány példát.

Egy kezdő üzletember 50 000 hrn-t helyezett el a bankszámláján. Egy idő után levette a számláról ezt, és felvett még 20 000 hrn hitelt (adósságot). Milyen számmal lehet kifejezni a bankszámla egyenlegét ebben a bankban?

Persze azt is lehet állítani, hogy az üzletember 20 000 hrn-val tartozik a banknak. De más értékelési mód is van: azt mondják, hogy a számláján mínusz 20 000 hrn van. Így írják: –20 000 hrn.

A 83. ábrán látható hőmérő az ötödik nulla alatti osztást jelzi. Ebben az esetben azt mondják, hogy a hőmérséklet mínusz 5 fok. Így írják: –5 °C. Úgy is mondhatjuk, hogy a hőmérő 5 fokot a nulla alatt mutat vagy 5 fok hideget.



83. ábra

1999-ben volt végrehajtva az első ukrán nemzeti expedíció az Everestre. A 8848 m tengerszint feletti magasságot elérve a hegymászóink meghódították a Föld legmagasabb csúcsát. Ha egy napon kutatóinknak sikerül leereszkedniük a Mariana-árok aljára, akkor az újságok ezt írnák: *Az ukránok meghódítottak 11 022 m-t*.

Everest – a világ legmagasabb csúcsa

A –20 000, –5, –11 022 számok a **negatív számok** példái. Amint látjátok, az adott számokat a „–" jel segítségével írhatjuk fel.

Mondjunk még néhány példát negatív számokra: $-\frac{1}{3}$, –2,4, $-5\frac{2}{9}$ (ennek megfelelően olvassátok: *mínusz egy harmad*, *mínusz két egész négy tized*, *mínusz öt egész két kilenced*).

A természetes és törtszámokat, amelyekről eddig tanultatok, **pozitív számok**nak fogjuk nevezni. Így az 5; $\frac{1}{17}$; 8,3 – pozitív számok példái.

A 0 *egy különleges szám, nem tartozik sem a pozitív, sem a negatív számokhoz.*

Azokban az esetekben, amikor félreértés történhet, a pozitív számok elé szokták írni a „+" jelet. Például azt az információt, hogy *a hőmérő* 1 °C*-ot mutat*, pontosítani lehet: *a hőmerő* +1 °C*-ot mutat*.

Megjegyezzük, hogy a „+" jelet nem kell feltétlenül használni a pozitív számok leírásához. Például a +12 és a 12 ugyanaz a szám különbözőképpen leírva.

Ha az egyik szám pozitív, a másik negatív, akkor azt szokás mondani, hogy ezek a számok *különböző előjelű* számok. Ha mindkét szám pozitív vagy mindkettő negatív, akkor azt mondják, hogy ezek *azonos előjelű* számok.

?

1. Milyen szimbólum segítségével jelölik a negatív számokat? a pozitív számokat? **2.** Melyik szám nem tartozik sem a pozitív, sem a negatív számokhoz? **3.** Milyen számokra mondják azt, hogy különböző előjelűek? Azonos előjelűek?

Szóban oldd meg!

1. Andris megfázott és este 36,6 °C-ról 2,3 °C-kal lett magasabb a láza. Reggel a láza csökkent 1,8 °C-kal. Mekkora volt Andris láza: 1) este; 2) reggel?

2. Oldd meg az egyenletet:

1) $\frac{1}{3}x = 5$; 3) $3x = \frac{1}{5}$;

2) $3x = 5$; 4) $\frac{1}{3}x = \frac{1}{5}$!

3. 20 kg zöldséget vásároltak – burgonyát és sárgarépát. Burgonyát 17 kg-ot vásároltak. A zöldségek hány százalékával egyenlő a: 1) burgonya; 2) sárgarépa?

4. Diana a hetedik emeleten egy tizenkét emeletes lakóház liftjébe szállt be és 3 emeletet utazott. Melyik emeleten hagyta el a liftet? Hány megoldása van a feladatnak?

Gyakorlatok

790.° Olvasd el a számokat: 4; –8; $-1\frac{1}{9}$; –0,7; 3,19; –3,5; $6\frac{2}{7}$; –100. Az adott számok között nevezd meg a pozitív és negatív számokat!

791.° Adottak a következő számok: 3; –6; $-2\frac{1}{3}$; 4,7; $\frac{9}{16}$; 0; –5,2; $-9\frac{3}{7}$; 10,14; $\frac{5}{8}$. Írd ki a füzetbe:

1) a pozitív számokat;
2) a negatív számokat;
3) se nem pozitív, se nem negatív számokat!

792.° A „+” és „–” jelek segítségével írjátok le az időjárásjelentés üzenetét:

1) 18 °C meleg; 3) 12 °C a nulla alatt;
2) 7 °C fagy; 4) 16 °C a nulla felett!

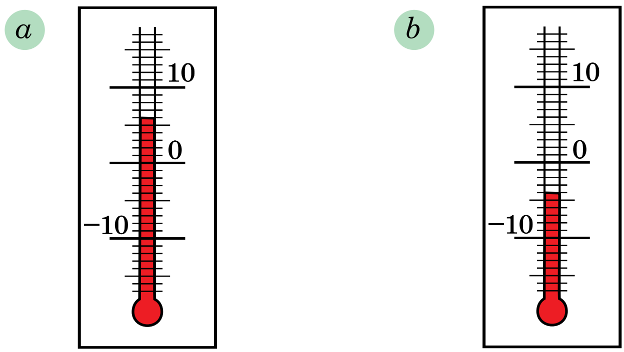
793.° Pozitív és negatív számok segítségével írd fel a táblázatban megadott magasságokat és mélységeket!

Hoverla hegycsúcs (Kárpátok)	2061 m
Puerto Rico-árok (Atlanti oceán)	8742 m
Kanchenjunga-hegy (Himalája)	8585 m
Elbrusz-hegy (Kaukázus)	5642 m
Szunda-árok (Indiai óceán)	7729 m
Grönlandi-tenger	5527 m

794.° Írj 6 negatív törtet, melyeknek a nevezője 5!

795.° Írj 4 negatív tizedes törtet, amelyekben a vessző után 1 számjegy szerepel!

796.° Írd le a füzetbe a 84. ábrán látható hőmérők állását!



84. ábra

797.° Milyen hőmérsékletet mutat a 84. *a* ábrán látható hőmérő, ha:

1) 8 beosztással csökken a higanyszála;
2) 4 beosztással emelkedik a higanyszála;
3) a hőmérséklet 5 °C-kal emelkedik;
4) a hőmérséklet 6 °C-kal csökken;
5) a hőmérséklet 10 °C-kal csökken?

798.° Milyen hőmérsékletet mutat a 84. *b* ábrán látható hőmérő, ha:

1) 2 beosztással emelkedik a higanyszála;
2) 3 beosztással csökken a higanyszála;
3) a hőmérséklet 6 °C-kal növekszik;
4) a hőmérséklet 5 °C-kal csökken?

799.• 10 órakor a hőmérő –2 °C-t mutatott. Két óra múlva a levegő hőmérséklete 5 °C-kal változott. Milyen lett a levegő hőmérséklete?

800.• 20 órakor a hőmérő –3 °C-t mutatott. Három óra múlva a levegő hőmérséklete 4 °C-kal változott. Milyen lett a levegő hőmérséklete?

Ismétlő gyakorlatok

801. A síkon 5 pontot vettek fel. Hány olyan szakaszt lehet szerkeszteni, hogy ezek a pontok legyenek a szakaszok végpontjai?

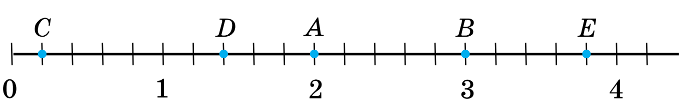
802. 150 juharfa nő a parkban, a tölgyfákból $\frac{2}{15}$-el több van, mint juharból, a nyírfák a tölgyfáknak a $\frac{23}{34}$-ed része, a hársfák pedig a juharfák, nyírfák és tölgyfák mennyiségének a $\frac{20}{87}$-ed része. Összesen hány fa nő a parkban?

803. Határozd meg a kifejezés értékét:

$$\left(1{,}02:\frac{1}{50}-7{,}26:\frac{11}{70}\right):3\frac{1}{5}+0{,}4:0{,}36!$$

Felkészülés az új témához

804. Nevezd meg a 85. ábrán látható *A*, *B*, *C*, *D*, *E* pontok koordinátáit!



85. ábra

805. Rajzolj egy számegyenest, aminek az egységszakasza legyen 3 cm. Jelöld rajta a következő pontokat: $A\,(1)$, $B\,(2)$, $C\left(\frac{1}{6}\right)$, $D\left(1\frac{5}{6}\right)$, $E\left(2\frac{1}{3}\right)$, $F\,(1{,}5)$!

806. Rajzolj egy vízszintes egyenest és jelöld meg rajta az O és M, N, K, P pontokat, amelyek a következőképpen helyezkednek el:

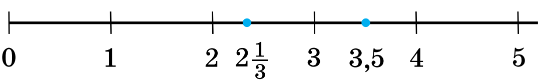
1) az M pont 4 egységgel jobbra van az O ponttól;
2) az N pont 3 egységgel balra van az O ponttól;
3) a K pont 7 egységgel balra van az O ponttól;
4) a P pont 5 egységgel jobbra van az O ponttól!

Bölcs Bagoly feladványa

807. Két fiú csónakázott a folyón. Egy csoport turista megkérte őket, hogy segítsenek átjutni a túlsó partra. A csónakban két fiú vagy egy turista fér el. Tudnak-e segíteni a fiúk a turistáknak?

28. A számegyenes

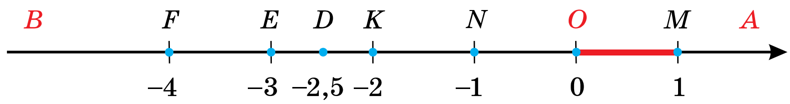
Az 5. osztályban megtanultátok ábrázolni a számsugáron a pozitív számokat és a nullát (86. ábra).



86. ábra

Nyilvánvaló, hogy ezen a félegyenesen *nincs hely* a negatív számok számára. Ezt a *hiányosságot* a **számegyenes** javítja ki.

Vegyünk egy vízszintes egyenest és jelöljünk rajta egy O pontot, amit **kezdőpont**nak fogunk nevezni. Az O pont a 0 számot ábrázolja. Az O pont az egyenest két, OA és OB félegyenesre osztja (87. ábra). Jelöljük meg az M pontot az OA félegyenesen, amely az 1-es számot fogja ábrázolni. Az OA félegyenesen ábrázolható minden pozitív szám.



87. ábra

Az OB félegyenesen jelölünk egy N pontot úgy, hogy $ON = OM$. Feltételezzük, hogy az N pont a –1 számot jelöli. A –2 szám ábrázolásához a K pontot úgy kell megjelölni az OB félegyenesen, hogy $OK = 2ON$. Hasonlóan eljárva megjelölhetjük az E és F pontokat, amelyek a –3, illetve –4 számokat jelölik. Most már világos, hogy az OB félegyenesen minden negatív szám ábrázolható. Például a D pont a –2,5-nek felel meg.

Az OA félegyenes az AB egyenes **pozitív irány**át mutatja, az OB félegyenes – a **negatív**at. A nyíl a pozitív irányt mutatja.

Azt az egyenest, amelyen fel van tüntetve a számlálás kezdőpontja, az egységnyi szakasz és iránya van, számegyenesnek nevezzük.

Például a 87. ábrán ábrázolva van egy számegyenes az O kezdőpontjával és OM egységszakasszal. Az N pont a –1 számot jelöli, amelyet az N pont **koordinátájá**nak nevezünk, és így írjuk: N (–1). Hasonlóképpen írjuk: O (0), M (1), K (−2), D (–2,5), E (–3), F (–4).

Gyakran a *jelöljünk egy pontot, amelynek a koordinátája egyenlő...* kifejezés helyett röviden a *jelöljünk egy számot...* kifejezést használjuk.

Az összes pozitív számot és nullát **nemnegatív számok**nak nevezzük.

Az összes negatív számot és a nullát **nempozitív számok**nak nevezzük.

1. Melyik egyenest nevezzük számegyenesnek? **2.** Milyen két irány létezik egy számegyenesen? **3.** Milyen számokat nevezünk nemnegatívaknak? Nempozitívaknak?

Szóban oldd meg!

1. Végezd el a számításokat:

1) 0,18 : 0,06; 4) 1,8 : 0,6; 7) $\frac{5}{7} \cdot \frac{14}{25}$;

2) 0,18 : 0,6; 5) $\frac{3}{11} + \frac{3}{4}$; 8) $\frac{9}{16} : \frac{3}{8}$!

3) 1,8 : 0,06; 6) $\frac{9}{16} - \frac{3}{8}$;

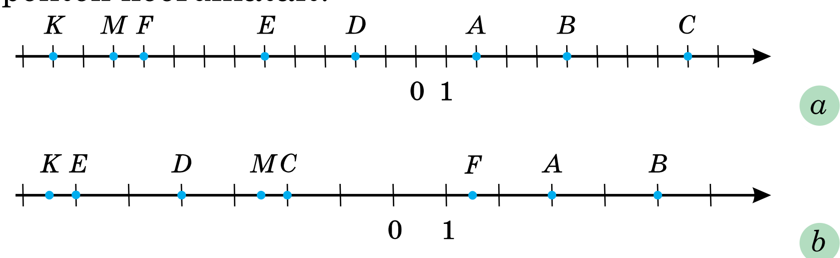
2. 3 óra alatt egy turista 9,6 km-t tett meg. Hány km-t tesz meg ugyanazzal a sebességgel: 1) 1,5 óra alatt; 2) 6 óra alatt?

3. Határozd meg: 1) egy méter 12,5%-át; 2) egy kilogramm 46,7%-át!

Gyakorlatok

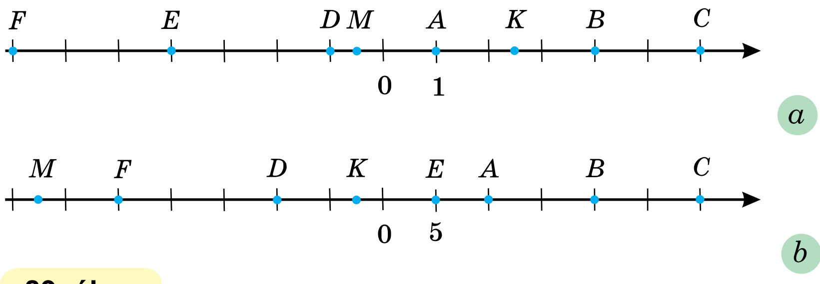
808.° A számegyenes kezdőpontjától jobbra vagy balra található: 1) *A* (7) pont; 2) *M* (–18) pont; 3) *C* (–35,68) pont; 4) *P* (0,006) pont; 5) *R* (20 125) pont; 6) *E* (–14 837) pont?

809.° Írd fel a 88. ábrán látható *A, B, C, D, E, F, M, K* pontok koordinátáit!



88. ábra

810.° Írd fel a 89. ábrán látható *A, B, C, D, E, F, M, K* pontok koordinátáit!



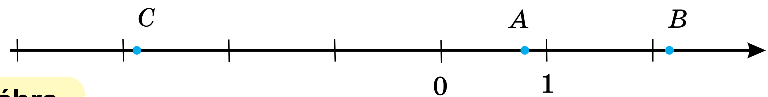
89. ábra

811.° Nevezd meg annak a pontnak a koordinátáját, ami a számegyenesen az alábbi módon van elhelyezve:
1) 8 egységgel jobbra van a számlálás kezdőpontjától;
2) 6 egységgel balra van a számlálás kezdőpontjától;
3) 4,18 egységgel balra van a számlálás kezdőpontjától;
4) 2012 egységgel jobbra van a számlálás kezdőpontjától!

812.° Rajzolj egy számegyenest és jelöld meg rajta a 0; 1; 4; –3; 6; –2; –5; 2,5; –4,5 pontokat!

813.° Rajzolj egy számegyenest és jelöld meg rajta a 0; 1; –2; 7; 5; –4; –2,5; –5,5; –6 pontokat!

814.• Az *A*, *B* és *C* pontokat megjelölték egy számegyenesen (90. ábra). Párosítsd a megadott pontokat a megfelelő koordinátával!



90. ábra

Pontok	Koordináták
1) *A* 2) *B* 3) *C*	A) $1\frac{5}{6}$; B) $2\frac{1}{6}$; C) –3,1; D) –2,9; E) $\frac{5}{6}$

815.• Rajzolj egy számegyenest, egységnyi szakasznak véve egy olyan szakaszt, amelynek hossza hatszor hosszabb, mint a füzet négyzetrácsának az oldala. Jelöld rajta az A (1), B (–1), C (–0,5), $D\left(\frac{2}{3}\right)$, $E\left(-1\frac{1}{6}\right)$, $F\left(2\frac{1}{3}\right)$, $M\left(-1\frac{2}{3}\right)$, $P\left(-2\frac{1}{6}\right)$, $R\left(-\frac{1}{3}\right)$ pontokat!

816.• Rajzolj egy számegyenest, egységnyi szakasznak véve egy olyan szakaszt, amelynek hossza négyszer hosszabb, mint a füzet négyzetrácsának az oldala. Jelöld rajta az A (2), $B\left(\frac{1}{2}\right)$, $C\left(1\frac{1}{4}\right)$, D (–2), $E\left(-\frac{1}{4}\right)$, F (–1,75), $Q\left(-2\frac{1}{8}\right)$, S (0,25), T (–1,5), N (1,25) pontokat!

817.• Egy számegyenes egységnyi szakaszának hossza 1 cm. Mekkora az alábbi pontok közötti távolság:
1) A (2) és B (6);
2) C (–3) és D (–1);
3) M (–4) és N (2)?

818.• Egy számegyenes egységnyi szakaszának hossza 5 mm. Mekkora az alábbi pontok közötti távolság:
1) C (–5) és O (0);
2) A (–10) és B (–3);
3) D (–2) és E (2)?

819.• Rajzolj egy számegyenest és jelöld rajta az A (–1) és B (5) pontokat! Jelöld meg azt a pontot az egyenesen, amely az AB szakasz felezőpontja, és határozd meg a koordinátáját!

820.• Rajzolj egy számegyenest és jelöld rajta az M (–6) és C (–2) pontokat! Jelöld meg az egyenesen az N pontot úgy, hogy a C pont legyen az MN szakasz felezőpontja, és határozd meg az N pont koordinátáját!

821. Rajzolj egy számegyenest és jelöld rajta a K (–1) és F (5) pontokat! Jelöld meg az egyenesen az E pontot úgy, hogy a K pont legyen az EF szakasz felezőpontja, és határozd meg az E pont koordinátáját!

822. Rajzolj egy számegyenest és jelölj rajta egy B (–4) pontot! Jelöld meg ezen a számegyenesen azt a pontot, amely a B ponttól:

1) pozitív számok irányában 8 egységre van;
2) negatív számok irányában 3 egységre van;
3) 6 egységre van!

823. Rajzolj egy számegyenest és jelölj rajta egy K (2) pontot! Jelöld meg ezen a számegyenesen azt a pontot, amely a K ponttól:

1) a negatív számok irányában 2 egységre van;
2) a pozitív számok irányában 4 egységre van;
3) 7 egységre van!

824. Írj a füzetbe olyan három tetszőleges számot, melyek a számegyenesen:

1) a 2-től balra állnak;
2) a 3,6-től jobbra állnak;
3) –100-tól balra állnak;
4) –25-től jobbra állnak!

825. Írj a füzetbe tetszőleges négy számot, melyek a számegyenesen a –1 és 0 között állnak!

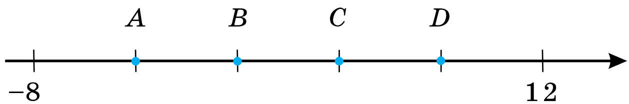
826. Írj a füzetbe olyan két tetszőleges számot, melyek a számegyenesen:

1) –240-től balra állnak;
2) –0,5-től jobbra állnak;
3) –9 és –8 számok között állnak;
4) –0,1 és 0,1 számok között állnak!

827. Írd le azokat a számokat, melyek a számegyenesen 7 egységre vannak az alábbi számoktól:

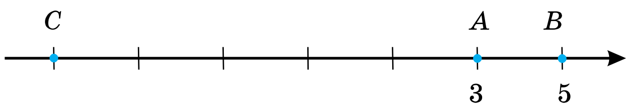
1) 80; 2) 4; 3) 0; 4) –3; 5) –12; 6) –7!

828.•• A számegyenesen a –8 és a 12 számokat jelölték meg (91. ábra). Az *A, B, C, D* pontok közül melyik lesz a számegyenes kezdőpontja?



91. ábra

829.•• Határozd meg a 92. ábrán látható *C* pont koordinátáját!



92. ábra

830.* *A* (2) és *B* (8) pontokat jelölték egy számegyenesen. Milyen koordinátája kell legyen az *M* pontnak, hogy a *BM* szakasz 2-szer hosszabb legyen az *AM* szakasznál? Hány megoldása van a feladatnak?

Ismétlő gyakorlatok

831. Rajzolj két 2 cm sugarú kört úgy, hogy: 1) két közös pontjuk legyen; 2) egy közös pontjuk legyen; 3) ne legyen közös pontjuk!

832. Valamilyen számból kivonták a szám $\frac{5}{17}$-ét és eredményül 480-at kaptak. Határozd meg ezt a számot!

833. Az 50-et 500%-kal növelték. Hányszor nagyobb 50-nél a kapott szám?

834. Hány százalékkal lesz nagyobb a négyzet területe, ha minden oldalát 2-szeresére növelik?

835. Hány százalékkal lesz kisebb a négyzet területe, ha minden oldalát 2-szeresére csökkentik?

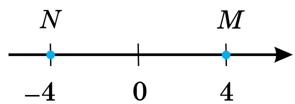
Bölcs Bagoly feladványa

836. 7 pohár van az asztalon – mind fejjel lefelé. Egy mozdulattal bármely 4 pohár megfordítható. Lehetséges-e elérni, hogy néhány mozdulattal az összes pohár helyesen álljon az asztalon?

29. Egész számok. Racionális számok

A 93. ábrán az *M* és *N* pontok a 4-es, illetve a –4-es számokat jelölik megfelelően. Ezek a pontok különböző oldalakon helyezkednek el, de a kezdőponttól azonos távolságra vannak.

Ugyanezzel a tulajdonsággal rendelkeznek a $-\frac{1}{3}$ és $\frac{1}{3}$; –2,6 és 2,6; –100 és 100 számpároknak megfelelő pontok.



93. ábra

A –4 és 4; $-\frac{1}{3}$ és $\frac{1}{3}$; –2,6 és 2,6; –100 és 100 számokat **ellentett számok**nak nevezik.

Azt is mondhatjuk, hogy például a –4 ellentettje a 4-nek, és a 4 a –4-nek az ellentettje.

A 0 önmaga ellentettje.

A $-a$ kifejezés azt jelenti, hogy az a számmal ellentett számot írunk le.

Ha például a „–” jelet a pozitív 12-es szám elé írjuk, akkor megkapjuk a szám ellentettjét, vagyis a –12 számot kapjuk. Hasonlóképpen a „–” jel használatával a –12 negatív számból megkaphatjuk az ellentettjét, a 12-t, azaz $-(-12) = 12$.

Hasonlóan, például: $-(-2{,}7) = 2{,}7$; $-\left(-\frac{5}{4}\right) = \frac{5}{4}$.

Általánosan,

$$\boxed{\boldsymbol{-(-a) = a}}\,.$$

Hangsúlyozzuk, hogy a $-(-a)$ kifejezés írásakor kötelező a zárójel használata. A $- -a$ feliratot nem helyes alkalmazni.

Mindegyik természetes számnak csak egy ellentettje van.

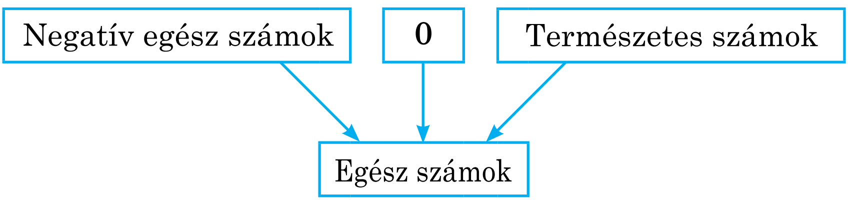
$$\begin{array}{cccccccc} 1, & 2, & 3, & 4, & 5, & \ldots, & 100, & \ldots \\ \downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow & & \downarrow & \\ -1, & -2, & -3, & -4, & -5, & \ldots, & -100, & \ldots \end{array}$$

A nullát, az összes természetes számot és azoknak ellentettjeit egész számoknak nevezzük.

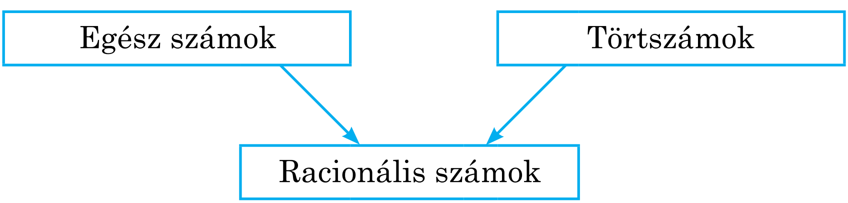
Például –77; 0; 12 – egész számok és az $\frac{1}{3}$; 2,6; $-\frac{18}{5}$ számokat **törtszámok**nak nevezik.

A természetes számokat **pozitív egész számok**nak is nevezik. A –1; –2; –3; ... számokat **negatív egész számok**nak nevezzük.

Tehát, a természetes számok, a negatív egész számok és a nulla alkotják az egész számokat:



Az egész és a törtszámok alkotják a **racionális számok**at:



Például: 1; 2; –10; $\frac{1}{2}$; 0; –2,9; $-\frac{3}{2}$; 5,(34) – racionális számok.

Léteznek olyan számok is, amelyek nem racionálisak. Ezekhez a számokhoz tartozik a π szám is. Ezekkel a számokkal a 8. osztályban fogtok megismerkedni.

?

1. Ha egy szám pozitív, akkor a vele ellentett szám pozitív vagy negatív? **2.** Ha egy szám negatív, akkor a vele ellentett szám pozitív vagy negatív? **3.** Melyik az a szám, amely ellentett önmagával? **4.** Milyen számokat nevezünk egész számoknak? **5.** Mi az egész pozitív számok más elnevezése? **6.** Egész-e mindegyik természetes szám? **7.** Igaz-e, ha egy szám racionális, akkor egész is? **8.** Mindegyik egész szám racionális is?

Szóban oldd meg!

1. Jelöld meg, hogy az adott számok közül melyik van a 0-hoz közelebb a számegyenesen:

1) 5 vagy 10;
2) –5 vagy 10;
3) 5 vagy –10;
4) –5 vagy –10;
5) –5 vagy 5;
6) –2 vagy –6!

2. Nevezz meg két olyan számot, amelyek a számegyenesen egyenlő távolságra vannak a 0-tól! Nevezz meg még négy ilyen számpárt!

3. Az *AB* szakasz a számegyenesen fekszik, középpontja a számegyenes kezdőpontja. Nevezd meg a *B* szám koordinátáját, ha: 1) *A* (7); 2) *A* (–6,48)!

Gyakorlatok

837.° Nevezd meg az adott számok ellentettjét:
1) 6; 2) –7; 3) 0,9; 4) 0; 5) 7,2; 6) –23; 7) –13,4!

838.° Töltsd ki a táblázatot!

Szám	10	–8	0,4	3,5	0	–7,8	$2\frac{5}{7}$	$-3\frac{4}{9}$	900
A szám ellentettje									

839.° Ellentettek-e az adott számok:

1) 0,6 és $-\frac{3}{5}$; 2) 2,5 és $\frac{5}{2}$; 3) –1,25 és $\frac{5}{4}$; 4) –1,5 és $-\frac{2}{3}$?

840.° Helyesek-e az állítások:

1) $\frac{4}{15}$ – pozitív szám;
2) $\frac{4}{15}$ – racionális szám;
3) –4 – negatív szám;
4) –4 – természetes szám;
5) –4 – egész szám;
6) –4 – racionális szám;
7) 0 – természetes szám;
8) 0 – egész szám;
9) 0 – racionális szám;
10) 0 – pozitív szám?

841.° Az 5; –7; 0; $\frac{1}{2}$; –3,7; 8,6; –125; 324; $15\frac{3}{7}$; $-27\frac{11}{19}$; –2; 35; 13,65; –79; 976 számok közül válaszd ki:

1) a természetes számokat;
2) az egész számokat;
3) a pozitív számokat;
4) a nempozitív számokat;
5) az egész negatív számokat;
6) a nemnegatív törtszámokat!

842.° Töltsd ki a táblázatot (írd az *igen* szót, ha a válaszod egyetértő, írd a *nem* szót a másik esetben)!

Szám	9	–4	$-6\frac{2}{7}$	0	8,8	–112,78
Pozitív						
Negatív						
Természetes						
Egész						
Racionális						

843.° Határozd meg $-x$ értékét, ha

1) $x = 7,9$;
2) $x = -0,15$;
3) $x = -10$;
4) $x = 49$!

844.° Oldd meg az egyenletet:

1) $-y = 11$;
2) $-y = -31$;
3) $-y = 0$;
4) $-y = -\left(-\frac{1}{3}\right)$!

845.° Töltsd ki a táblázatot!

a	4	–5				–210			$\frac{1}{2}$	
$-a$			–2,1	72	–10		0,8	–0,01		$\frac{1}{7}$

846.° Írd fel az összes pozitív egész számot, amelyek kisebbek, mint $5\frac{3}{7}$, és a számokat, melyek ezek ellentettjei! Jelöld a számokat a számegyenesen!

847.• Írj fel 6 olyan egész számot, amelyek nem természetesek!

848.• Írd fel azokat az egész számokat, amelyek a számegyenesen a következő számok között vannak:

1) 4 és 9;
2) –4 és 2;
3) –8,2 és 0;
4) –3 és 3;
5) –1,9 és 2,1;
6) $-\frac{8}{9}$ és $\frac{9}{8}$!

849.• Hány egész szám van a számegyenesen az alábbi számok között:

1) –22 és 43;
2) –54 és 16?

850.• Pozitív vagy negatív az a szám, ha $-a$:

1) pozitív;
2) negatív;
3) nulla?

851.•• Lehet-e azonos az a szám a $-a$ számmal?

852.•• Az a és $-a$ számok közül melyik található a számegyenesen a nullától jobbra?

853.•• Írd fel az a szám három olyan tetszőleges értékét, amelyekre igaz, hogy a számegyenesen a $-a$ és a számok között csak egy egész szám létezik!

854.* Létezik-e az a számnak olyan értéke, amelynél a számegyenesen a $-a$ és a számok között ezer egész szám található?

Ismétlő gyakorlatok

855. A fiú az apukájával együtt 6 óra alatt festhetik le a kerítést. Hány óra alatt festi le egyedül az apa a kerítést, ha a fiának 24 óra kell ehhez?

856. A raktárban 1 tonna narancs és mandarin van. A 99%-ka az összes gyümölcsnek narancs volt. Hány kg narancsot vittek el a raktárból, ha a maradék a gyümölcsök 98%-val egyezik meg?

857. Végezd el a számításokat!

$$\boxed{7} \xrightarrow{-2\frac{6}{11}} \bigcirc \xrightarrow{:\,7} \bigcirc \xrightarrow{\cdot\,2{,}2} \bigcirc \xrightarrow{+\,2\frac{3}{5}} \boxed{}$$

858. Három pontot jelöltek, amelyek nem egy egyenesen fekszenek. Hány olyan töröttvonal létezik, amelyeknek az adott pontok a csúcsai?

Bölcs Bagoly feladványa

859. Natinak, aki megbetegedett, az orvos hat egyforma tablettát hagyott, mind a három gyógyszerfajtából kettőt. Natinak három tablettát kell bevennie reggel (mindegyik fajtából egyet) és hármat este. Nati azonban összekeverte az összes gyógyszert. Képes lesz-e teljesíteni az orvos tanácsát?

Miután felkészültél az órára

„Értelmetlen" számok

Nézzük meg a következő szóösszetételeket: birkanyáj, virágcsokor, autómodellek gyűjteménye, halraj, madárraj, méhraj, festménygyűjtemény, tollkészlet, baráti társaság.

Ha összekevered a szavakat ezekben a kifejezésekben, akkor nevetséges kifejezéseket kaphatsz, például: egy csokor kos, egy képraj, egy baráti gyűjtemény. Ilyeneket senki sem mond. Ugyanakkor olyan kifejezések, mint halgyűjtemény, madarak gyűjteménye, képgyűjtemény, tollak gyűjteménye stb. eléggé elfogadható. A helyzet az, hogy a *gyűjtemény* szó meglehetősen univerzális. A matematikában azonban van egy átfogóbb szó, amellyel az adott szópárok első szavai közül bármelyik helyettesíthető. Ez a szó – a **halmaz**.

A halmaz **elemek**ből áll. Például: te is eleme vagy az osztályodban tanuló diákok halmazának; a háromszög a sokszögek halmazának eleme; a 2-es szám a páros számok halmazának eleme.

Ha a az A halmaz eleme, akkor ezt így írjuk: $a \in A$ (így olvassák: *a az A halmazba tartozik*). Ha a b elem nem tartozik az A halmazba, akkor ezt írjuk: $b \notin A$ (így olvassuk: *b nem tartozik az A halmazba*).

Legyen M a 6-os szám természetes osztóinak halmaza. Ezt a következőképpen írjuk le: $M = \{1, 2, 3, 6\}$. Ekkor, például $2 \in M$, $5 \notin M$.

Vannak **véges** és **végtelen** halmazok. Például egy osztály asztalainak halmaza, a 6-os szám osztóinak halmaza, a Szahara-sivatag homokszemcséi véges halmazok; a téglalapok halmaza, a prímszámok halmaza – végtelen halmazok.

Ha a halmaz elemei csak számok, akkor ezt a halmazt **számhalmaz**nak nevezik.

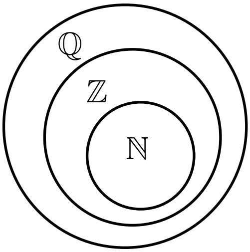
Mondjunk példákat számhalmazokra.

- A természetes számok halmaza, $\mathbb{N}$ betűvel jelöljük.
- Az egész számok halmaza, $\mathbb{Z}$ betűvel jelöljük.
- A racionális számok halmaza, $\mathbb{Q}$ betűvel jelöljük.

Jegyezd meg: az $\mathbb{N}$ halmaz összes eleme a $\mathbb{Z}$ halmaz eleme is. Ilyenkor az $\mathbb{N}$ halmazt a $\mathbb{Z}$ halmaz **részhalmazá**nak tekintjük. Így írjuk: $\mathbb{N} \subset \mathbb{Z}$ (így olvassuk: *az* $\mathbb{N}$ *a* $\mathbb{Z}$ *részhalmaza*).

Nyilvánvaló, hogy $\mathbb{Z} \subset \mathbb{Q}$. Általánosítva felírhatjuk: $\mathbb{N} \subset \mathbb{Z} \subset \mathbb{Q}$. Ez jól látható a 94. ábrán.

A mindennapi életben a *halmaz* szót gyakran a *sok* szóval rokonértelműnek tekintik. A matematikusok ezzel nem értenek egyet. A halmazok *kevés*, egy vagy két elemből is állhatnak. Néha olyan halmazzal is találkozhatunk, amely egy elemet sem tartalmaz. Ennek a halmaznak az elnevezése **üres halmaz** és Ø a jele. Például az osztálytársaid halmaza, akik meglátogatták a Holdat, egyelőre üres halmaz.



94. ábra

Elgondolkodhatunk azon, hogy folytathatjuk-e az $\mathbb{N} \subset \mathbb{Z} \subset \mathbb{Q}$ láncot? Más szavakkal mondva, hogy minden létező szám eleme-e a $\mathbb{Q}$ halmaznak, vagyis racionálisak-e?

Minden racionális szám vagy véges tizedes tört, vagy végtelen szakaszos tizedes tört. Ezért, ha sikerülne felépíteni egy végtelen nem szakaszos tizedes törtet, akkor az egy irracionális szám példájaként szolgálna.

Íme egy példa egy ilyen törtre:

$$0{,}1010010001000010000010000001\ldots\ .$$

Ez a tört úgy van felépítve, hogy a nullákból álló részek folyamatosan növekednek. Ezért nem bontható számjegy tömbökre (periódusokra), amelyek ismétlődnek.

Felhoztunk egy példát olyan számra, amely nem racionális. Ez a szám az **irracionális számok** halmazához tartozik. A latin *irrationalis* szó *értelmetlen*t jelent.

A XVIII. században be volt bizonyítva, hogy az általatok ismert π szám is irracionális.

Ha a racionális számok halmazát egyesítjük az irracionális számok halmazával, egy új halmazt kapunk – a **valós számok** halmazát, amelyet $\mathbb{R}$ betűvel jelölünk. Ily módon: $\mathbb{N} \subset \mathbb{Z} \subset \mathbb{Q} \subset \mathbb{R}$.

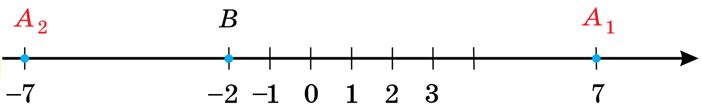
Lehetséges-e folytatni a kapott láncot? A választ erre a kérdésre 11. osztályban kapjátok meg.

30. A szám abszolút értéke

A számegyenes A pontjáról ismert, hogy 7 egységnyire van a kezdőponttól. Melyik számnak felel meg az A pont?

Erre a kérdésre nem lehet egyértelműen válaszolni. Hiszen ez a tulajdonság egyszerre két pontra is igaz (95. ábra): az $A_1(7)$ és az $A_2(-7)$ pontokra.

95. ábra



Az $A_1(7)$ és $A_2(-7)$ pontokról azt mondjuk, hogy 7 egységnyire vannak a számegyenes kezdőpontjától, a 7-es és –7-es számok **abszolút értéke** 7-tel egyenlő.

A távolságot a számegyenes kezdőpontjától (origótól) a pontig, mely az adott számot jelöli, a szám abszolút értékének nevezzük.

Mivel az abszolút érték a számegyenesen elhelyezkedő két pont közötti távolság, levonhatunk egy olyan következtetést, hogy: ***a szám abszolút értéke csak nemnegatív értékeket vehet fel.***

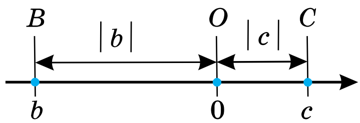
Az a szám abszolút értékét így jelöljük: $|a|$ (így olvassuk: *az a szám abszolút értéke*).

Felírhatjuk, hogy: $|7| = 7$, $|-7| = 7$.

A 95. ábrán látható, hogy $|-2| = 2$. Valójában a B (–2) pont két egységnyire van a számegyenes kezdőpontjától.

Ha a számegyenesen megjelölünk két B (b) és C (c) pontot, akkor felírhatjuk, hogy: $|b| = OB$, $|c| = OC$ (96. ábra).

96. ábra



El van fogadva, hogy $|0| = 0$, mert az O (0) pont az O ponttól 0 egységnyire van. Hozzunk fel még néhány példát:

$$|3| = 3; \quad |4{,}5| = 4{,}5; \quad \left|\frac{1}{3}\right| = \frac{1}{3}; \quad \left|5\frac{3}{7}\right| = 5\frac{3}{7};$$

$$|-3| = 3; \quad |-4{,}5| = 4{,}5; \quad \left|-\frac{1}{3}\right| = \frac{1}{3}; \quad \left|-5\frac{3}{7}\right| = 5\frac{3}{7}.$$

A vizsgált példák a következő tulajdonságot mutatják be: ***egy nemnegatív szám abszolút értéke egyenlő ezzel a számmal; egy negatív szám abszolút értéke egyenlő azzal a számmal, amely ennek a számnak az ellentettje***.

$|a| = a$, ha az a szám nem negatív;
$|a| = -a$, ha az a szám negatív

Mivel a pontok, melyek ellentett számokat ábrázolnak, egyenlő távolságra vannak a számegyenes kezdőpontjától, a következő következtetést vonhatjuk le: ***az ellentett számok abszolút értékei egyenlőek***.

$$\boxed{|a| = |-a|}$$

Példa. A 96. ábra alapján határozd meg a b és c számok abszolút értékét.

Megoldás. Mivel az ábrán látható, hogy a c szám pozitív, a b szám pedig negatív, akkor $|c| = c$; $|b| = -b$. ◀

1. Mit nevezünk a szám abszolút értékének? **2.** Milyen értékeket vehet fel a szám abszolút értéke? **3**. Mivel egyenlő a 0 szám abszolút értéke? **4.** Mivel egyenlő a nemnegatív szám abszolút értéke? **5.** Mivel egyenlő a negatív szám abszolút értéke? **6.** Mit mondhatunk az ellentett számok abszolút értékéről?

Szóban oldd meg!

1 Nevezd meg azt a számot, amely azonos az alábbi számokkal:
1) $-(-1)$; 2) $-(-(-2))$; 3) $-(-(-(-3)))$!

2. Hány egész koordinátájú pont található az $A\,(-5)$ és a $B\,(3)$ pontok között a számegyenesen?

3. Két egyforma narancs és egy citrom tömege 400 g, és ugyanilyen két narancs és három citrom tömege – 600 g. Mekkora egy narancs és egy citrom tömege?

Gyakorlatok

860.° Helyes-e az egyenlőség:
1) $|19| = 19$;
2) $|-6{,}4| = -6{,}4$;
3) $|-7{,}28| = 7{,}28$?

861.° Határozd meg a következő számok abszolút értékét: 2; –3; 4,3; 12,6; $-17\frac{1}{7}$; –36; 0; $5\frac{11}{16}$; –129. Írd le a megfelelő egyenlőségeket!

862.° Határozd meg a kifejezések értékét:
1) $|5{,}1| + |-9{,}9|$;
2) $\left|-\frac{7}{9}\right| - \left|-\frac{4}{15}\right|$;
3) $|-9{,}6| : |32|$;
4) $\left|\frac{8}{9}\right| \cdot \left|-\frac{27}{32}\right|$!

863.° Határozd meg a kifejezések értékét:

1) $| -3{,}5 | - | 2{,}6 |$; 3) $|-2{,}1| \cdot |-3{,}7|$;

2) $\left|\frac{20}{21}\right| + \left|-\frac{5}{7}\right|$; 4) $\left|-\frac{1}{16}\right| : \left|-1\frac{1}{4}\right|$!

864.• Határozd meg a $| a | : | b |$ kifejezés értékét, ha:

1) $a = -5\frac{1}{3}$, $b = 1\frac{5}{9}$;

2) $a = 1{,}38$, $b = -0{,}4$!

865.• Határozd meg a $| a | - | b |$ kifejezés értékét, ha:

1) $a = -0{,}14$, $b = 0{,}1$;

2) $a = -2\frac{11}{12}$, $b = -1\frac{17}{18}$!

866.• Nevezd meg azt a pozitív számot, melynek abszolút értéke: 1) 14; 2) 4,6!

867.• Nevezd meg azt a negatív számot, melynek abszolút értéke: 1) 16; 2) 0,8!

868.• Adottak a következő számok: 12; 6,8; $-\frac{1}{19}$; –349,6. Mindegyik számhoz írj fel egy másik számot, amely abszolút értéke azonos az adott szám abszolút értékével!

869.• Helyes-e az állítás:

1) az ellentett számok – különböző előjelű számok;

2) az ellentett számok – azok a számok, melyek különböző előjelűek és az abszolút értékük megegyezik?

870.• Oldd meg az egyenletet:

1) $| x | = 12$; 3) $| x | = 0$;

2) $| x | = -8$; 4) $| -x | = 2{,}4$!

871.• A számegyenesen jelöld meg azokat a számokat, melyek abszolút értéke: 1) 5; 2) 7; 3) 2,5; 4) 0; 5) 3,5; 6) 4!

872.• Oldd meg az egyenletet:

1) $|x| = 3{,}7$; 2) $|x| = -7{,}4$; 3) $|x| = 0{,}1$!

873.• Írd le a –2,2; 8,6; 0,9; –6,8; –17,6; 0 számokat az abszolút értékük csökkenése sorrendjében!

874.• Írd le a –9,4; 3; 4,7; –2,8; 0,4; –10,5 számokat az abszolút értékük növekedése sorrendjében!

875.• Írd le az összes olyan egész számot, melyeknek abszolút értéke kisebb, mint 3,6!

876.• Írj három pozitív és három negatív egész számot, melyeknek abszolút értéke nagyobb, mint 9,2!

877.• Jelöld meg a számegyenesen az x egész értékeit, melyek kielégítik az egyenlőtlenséget:

1) $|x| < 4$; 2) $1{,}2 < |x| < 5$!

878.• Jelöld meg a számegyenesen, az x egész értékeit, melyek kielégítik az egyenlőtlenséget:

1) $|x| < 6{,}1$; 2) $3{,}4 < |x| < 5{,}2$!

879.• Melyik számra teljesülnek egyszerre az egyenlőségek: $|a| = a$ és $|a| = -a$?

880.• Létezik-e egy olyan a szám, amelyre teljesül, hogy:

1) $|a| = -|a|$; 2) $|-a| = -|a|$?

881.•• Határozd meg az A (a) pont és a B (4) pont közötti távolságot, ha $|a| = 7$!

882.•• Határozd meg az A (a) pont és a B (–2) pont közötti távolságot, ha $|a| = 4$!

883.•• Helyes-e az állítás:

1) ha $a = b$, akkor $|a| = |b|$;
2) ha $|a| = |b|$, akkor $a = b$;
3) ha $a = -b$, akkor $|a| = |b|$;
4) ha $a = b$, akkor $|a| = b$;
5) ha $|a| = |b|$, akkor $a = b$ vagy $a = -b$;
6) ha a egész szám, akkor $|a|$ természetes szám?

Ismétlő gyakorlatok

884. Egy óra alatt a kézirat $\frac{5}{8}$-át nyomtatták ki. Mennyi idő alatt nyomtatják ki az egész kéziratot?

885. Határozd meg a távolságot két város között, ha a távolság $\frac{4}{9}$-e 20 km-rel rövidebb a teljes távolságtól!

886. Számítsd ki a kifejezés értékét:

$$0{,}9 \cdot \left(1\frac{5}{9} - \frac{4}{9} : \left(\frac{5}{8} + \frac{3}{8} : 3\right)\right)!$$

Felkészülés az új témához

887. Hasonlítsd össze a számokat:

1) $\frac{6}{7}$ és $\frac{17}{21}$;
2) $\frac{7}{12}$ és $\frac{11}{15}$;
3) $\frac{5}{9}$ és $\frac{4}{7}$;
4) 3,4 és 3,38;
5) 0,02 és 0,019;
6) 0,001 és 0!

888. Helyezd el növekvő sorrendbe a számokat: $5\frac{5}{8}$; $5\frac{3}{5}$; 5,7; $4\frac{1}{2}$; 6,1; $4\frac{9}{16}$!

Bölcs Bagoly feladványa

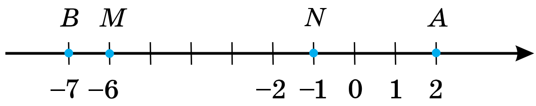
889. Valamelyik tavaszi hónapban több a hétfő, mint a kedd és több a vasárnap, mint a szombat. A hét melyik napja volt a hónap 7. napján? Melyik ez a hónap?

31. A számok összehasonlítása

Már tudjátok, ha a számsugár A (a) pontja a B (b) ponttól jobbra van elhelyezkedve, akkor $a > b$. Ugyanilyen tulajdonsággal rendelkezik a számegyenes is.

Két szám közül az a nagyobb, amelyik a másik számtól jobbra helyezkedik el a számegyenesen.

97. ábra



Például a 97. ábrán a számegyenes A (2) pontja a B (–7) ponthoz képest jobb oldalt áll. Ezért $2 > -7$. Ezt az egyenlőtlenséget ilyen példa segítségével szemléltethetjük: ha éjszaka –7 °C volt és nappal 2 °C lett a hőmérséklet, akkor azt mondjuk, hogy a hőmérséklet emelkedett, azaz megnőtt.

A számegyenesen bármelyik negatív szám balra helyezkedik el bármelyik pozitív számtól.

Ezért ***bármelyik negatív szám mindig kisebb bármelyik pozitív számnál.***

A 97. ábrán az M (–6) pont az N (–1) ponttól balra fekszik, ezért $-6 < -1$. Vegyük figyelembe, hogy $|-6| > |-1|$. Ez a példa a következőket szemlélteti.

Két negatív szám közül az a kisebb, amelynek nagyobb az abszolút értéke.

A 0 *szám a számegyenesen bármely pozitív számtól balra és bármely negatív számtól jobbra található.*

Ezért ***bármelyik negatív szám kisebb, mint nulla, és bármelyik pozitív szám nagyobb, mint nulla.***

Ha a egy pozitív szám, akkor ezt ilyen egyenlőtlenséggel írhatjuk fel: $a > 0$.

Ha a egy negatív szám, akkor ezt így írjuk fel: $a < 0$.

Ha a nemnegatív szám, akkor ezt ilyen egyenlőtlenséggel írhatjuk fel: $\boldsymbol{a \geqslant 0}$ (így olvasd: *az a szám nagyobb vagy egyenlő nullával*).

Ha a nempozitív szám, akkor ezt ilyen egyenlőtlenséggel írhatjuk fel: $\boldsymbol{a \leqslant 0}$ (így olvasd: *az a szám kisebb vagy egyenlő nullával*).

Ezek a jelölések lehetővé teszik, hogy az a szám abszolút értékének tulajdonságát a következőképpen írjuk fel:

$$|a| = \begin{cases} a, & \text{ha } a \geqslant 0; \\ -a, & \text{ha } a < 0. \end{cases}$$

1. Hogyan lehet összehasonlítani a számokat a számok elhelyezése segítségével a számegyenesen? **2.** Hogyan lehet összehasonlítani két negatív számot az abszolút értékük segítségével? **3.** A két szám közül melyik a nagyobb: a pozitív vagy a negatív; a negatív vagy a nulla; a pozitív vagy a nulla?

Szóban oldd meg!

1. Az adott számok közül melyik van a számegyenesen balra?

1) –8 vagy –15;
2) –10 vagy 6;
3) 9,5 vagy –7;
4) –3,2 vagy –2?

2. Számítsd ki a kifejezés értékét:

1) $|1{,}9| + |-11|$;
2) $|-20| - |-12{,}4|$;
3) $|0{,}7| \cdot |-0{,}8|$;
4) $|-4{,}16| : |8|$!

3. Hasonlítsd össze a számok abszolút értékét:

1) –4 és 6;
2) –5 és –12;
3) 3,8 és 4,6;
4) –2,4 és 5,1!

4. Milyen a egész értékeinél helyes az egyenlőtlenség $|a| < 5{,}3$?

Gyakorlatok

890.° Helyes-e az egyenlőtlenség:

1) $5 > 0$;
2) $-9 > 0$;
3) $-7 < 0$;
4) $-8 > 2$;
5) $1 < -10$;
6) $4 > -100$?

891.° Hasonlítsd össze a számokat:

1) 135 és –136;
2) –74 és 0;
3) –3,4 és –3,8;
4) –0,2 és –0,2001;
5) $-\frac{7}{13}$ és $-\frac{7}{16}$!

892.° Hasonlítsd össze a számokat:

1) –58 és 43;
2) 0 és –35;
3) –92 és –89;
4) –1,1 és –1,099;
5) $-\frac{5}{7}$ és $-\frac{9}{14}$!

893.° Létezik-e:

1) a legkisebb természetes szám;
2) a legnagyobb természetes szám;
3) a legnagyobb negatív egész szám;
4) a legnagyobb negatív szám;
5) a legkisebb negatív egész szám;
6) a legnagyobb egész szám;
7) a legkisebb egész szám;
8) a legnagyobb nempozitív egész szám?

Ha igennel válaszoltál nevezd meg ezt a számot!

894.° Rendezd csökkenő sorrendbe a számokat: –10,9; 7; −4,8; 0; −4,9; 8,9; 9,5!

895.° ***(Házi gyakorlati munka).*** Helyezd növekvő sorrendbe a számokat: –6 **Я**; 5,3 **А**; 0,5 **Ь**; –5,9 **З**; 0 **С**; –4,1 **О**; –11 **В**; 4,5 **К**; –4,01 **В**! A megadott számoknak megfelelő betűk egy ukrán matematikus vezetéknevét alkotják. 2022 nyarán ő lett a második nő a világon, aki elnyerte a Fields-díjat – az úgynevezett matematikusok *Nobel-díját*. Keress információt erről a tudósról és az általa elnyert díjról az interneten!

896.° A forráspontjuk növekedése alapján rendezd sorrendbe a táblázatban feltüntetett anyagokat!

Anyag	A hőmérséklet, °C	Anyag	A hőmérséklet, °C
Salétromsav	83,3	Vas	2750
Alumínium	2464	Jód	183
Argon	–185,7	Réz	2567
Hélium-4	–268,9	Levegő	–192

897.° Az x mely értékénél igaz az egyenlőtlenség:

1) $|x| < 0$; 2) $|x| > 1\ 000\ 000$?

898.• Írd le egyenlőtlenség alakjában az állítást:

1) 9 — pozitív szám;
2) –20 — negatív szám;
3) –6 — nempozitív szám;
4) m — negatív szám;
5) n — nemnegatív szám;
6) c — pozitív szám!

899.• Határozd meg az x összes egész értékét, amely kielégíti az egyenlőtlenséget:

1) $-5,3 \leqslant x \leqslant 2,5$; 3) $-43 < x \leqslant -38$;
2) $-3,6 < x < 4,9$; 4) $-274,6 < x < -270,8$!

900.• Határozd meg az x összes egész értékét, amely kielégíti az egyenlőtlenséget:

1) $-5,6 \leqslant x \leqslant 2$; 2) $-0,61 \leqslant x < 4$; 3) $|x| \leqslant 0$!

901.• Határozd meg azt a legkisebb egész számot, amely kielégíti az egyenlőtlenséget:

1) $-9 < x < 3$; 2) $x \geqslant -10$; 3) $x \geqslant -2,6$!

902.• Határozd meg azt a legnagyobb egész számot, amely kielégíti az egyenlőtlenséget:

1) $-5 < x \leqslant 5,6$; 2) $x < -13$; 3) $x \leqslant -64,3$!

903.• Határozd meg, milyen szomszédos számok között vannak elhelyezkedve a számegyenesen az: 1) $5\frac{9}{17}$; 2) –8,4; 3) 0,45; 4) –0,17 számok! A válaszodat írd le kettős egyenlőtlenség alakjában!

904.• Írj le három olyan egymást követő egész számot, melyek között a legkisebb: 1) 3; 2) –4; 3) –2!

905.• Írj le négy olyan egymást követő egész számot, melyek között a legnagyobb: 1) –8; 2) 0; 3) 3!

906.• Létezik-e olyan szám, amely kisebb mint 5, de az abszolút értéke 5-nél nagyobb?

907.• Milyen számjeggyel lehet helyettesíteni a csillagot, hogy igaz legyen az egyenlőtlenség (gondold át az összes lehetséges esetet):

1) $-5{,}03 < -5{,}{*}1$; 3) $-9{,}3{*}6 > -9{,}332$;
2) $-0{,}9{*}72 < -0{,}9872$; 4) $-2{*}{,}09 < -27{,}1$?

908.• Milyen számjeggyel lehet helyettesíteni a csillagot, hogy igaz legyen az egyenlőtlenség (gondold át az összes lehetséges esetet):

1) $-6{,}4{*}6 > -6{,}415$; 2) $-32{,}1{*} < -32{,}17$?

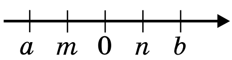
909.• Az x mely értékénél igaz az egyenlőtlenség $|\,x\,| > x$?

910.• Létezik-e olyan értéke az x-nek, melynél igaz az egyenlőtlenség:

1) $|\,x\,| < x$; 2) $|\,x\,| \leqslant x$; 3) $|\,x\,| \leqslant 0$?

911.• A számegyenesen megjelölték az a, b, m és n számokat (98. ábra). Hasonlítsd össze:

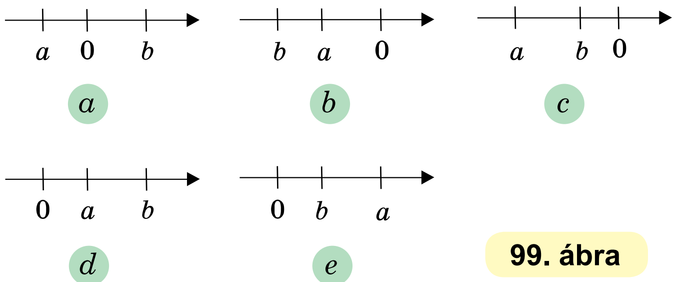
1) b és n; 6) b és a;
2) m és a; 7) $-b$ és 0;
3) 0 és n; 8) 0 és $-a$;
4) a és 0; 9) $-a$ és m;
5) m és n; 10) $-b$ és n!



98. ábra

912.• A 99. a–e ábrák melyikén elégítik ki az a és b számok az alábbi állításokat:

1) az a szám – negatív, a b szám – pozitív;
2) az a és b számok – pozitívak, $|\,a\,| > |\,b\,|$;
3) az a és b számok – negatívak, $|\,a\,| < |\,b\,|$?

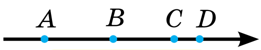


99. ábra

913.• Helyes-e az állítás:
1) ha $a > 3$, akkor a — pozitív szám;
2) ha $b < 1$, akkor b — negatív szám;
3) ha $c > –1$, akkor c — pozitív szám;
4) ha $d < –2$, akkor d — negatív szám?

914.•• Egy számegyenesen (100. ábra) az *A*, *B*, *C* és *D* pontokat –0,305; 0,03; 0,009 és –0,053 számokkal jelölték. Milyen pont felel meg a 1) 0,03; 2) –0,305; 3) –0,053 számnak?

100. ábra



101. ábra

915.•• Egy számegyenesen (101. ábra) az *A, B, C* és *D* pontokat –1,3; –0,908; –1,08 és –0,76 számokkal jelölték. Milyen pont felel meg a 1) –0,908; 2) –1,08 3) –0,76 számnak?

916.•• Határozd meg az x összes egész értékét, amely egyszerre kielégíti mindkét kettős egyenlőtlenséget:
1) $-7 < x < 3$ és $-5 \leqslant x \leqslant 9$;
2) $-3{,}8 \leqslant x \leqslant 4$ és $-2{,}6 < x < 6{,}3$!

917.•• Hasonlítsd össze a $–a$ és b számokat, ha:
1) a és b számok — pozitívak;
2) a és b számok — negatívak!

918.•• A számok feliratában letöröltek néhány számjegyet és csillagokkal helyettesítették. Hasonlítsd össze ezeket a számokat:
1) –4,2** és –4,6**;
2) –0,628 és –0,627**;
3) 0 és –*,**!

919.•• A számok feliratában letöröltek néhány számjegyet és csillagokkal helyettesítették. Hasonlítsd össze ezeket a számokat:
1) –98* és –1***;
2) –*,*** és –**,**;
3) –98,** és –*4,**!

920.•• Határozd meg azt a két számot, melyik közül mindegyik nagyobb, mint $-\frac{5}{11}$, de kisebb, mint $-\frac{4}{11}$!

921.•• Határozd meg azt a két számot, melyik közül mindegyik nagyobb, mint $-\frac{7}{17}$, de kisebb, mint $-\frac{6}{17}$!

922.•• Igaz-e az állítás:
1) ha $|a| > |b|$, akkor $a > b$;
2) ha $|a| > b$, akkor $a > b$;
3) ha $|a| < |b|$, akkor $a < b$;
4) ha $a < b$, akkor $|a| < b$?

923.•• Hasonlítsd össze: 1) a és $-a$; 2) $|a|$ és a; 3) $|a|$ és $-a$!

924.* A [a] felírat segítségével azt a legnagyobb egész számot jelölik, ami nem nagyobb, mint a. Például: [3,2] = 3. Határozd meg:
1) [0,3]; 2) [4]; 3) [–3,2]; 4) [–0,2]!

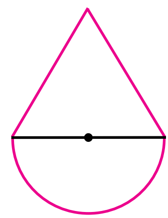
Ismétlő gyakorlatok

925. Egy szabályos háromszög oldalát átmérőként használva rajzoltak egy félkört (102. ábra). Mekkora a lila vonal hossza, ha a háromszög oldala 6 cm?

926. Tíz kosárlabdázó átlagmagassága 200 cm, és hatnak közülük az átlagmagassága 190 cm. Mekkora a maradék négy kosárlabdázónak az átlagmagassága?

927. Számítsd ki a kifejezés értékét:

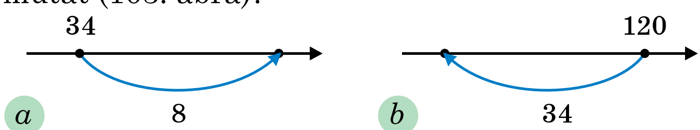
$$\left(2\frac{1}{4}-1\frac{1}{4}\cdot\left(\frac{2}{7}+3\frac{1}{7}\cdot\frac{1}{3}\right)\right):0{,}7!$$



102. ábra

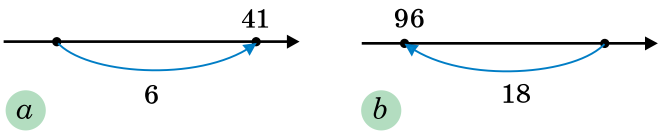
Felkészülés az új témához

928. Milyen szám kerül a számegyenesen arra a helyre, ahova a nyíl mutat (103. ábra)?



103. ábra

929. Milyen szám kerül a számegyenesen arra a helyre, ahol kezdetét veszi a nyíl (104. ábra)?



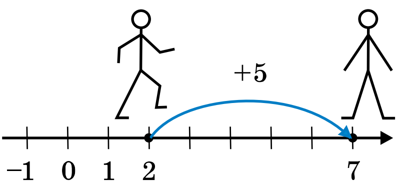
104. ábra

Bölcs Bagoly feladványa

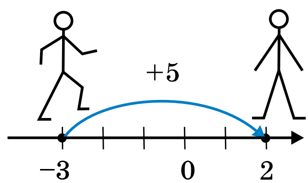
930. Több 4 m és 5 m hosszú rönk található, melyek teljes hossza 45 m. Legfeljebb hány fűrészelés szükséges ahhoz, hogy az összes rönköt 1 m hosszú darabokra vágjuk? (Minden fűrészeléssel csak egy rönköt vágnak le.)

32. Racionális számok összeadása

Hova kerül az utazó, aki a 2-es koordinátájú pontban tartózkodik, ha 5 egységgel halad jobbra? Természetesen a 7-es koordinátájú pontba (105. ábra). Hiszen $2 + 5 = 7$.



105. ábra

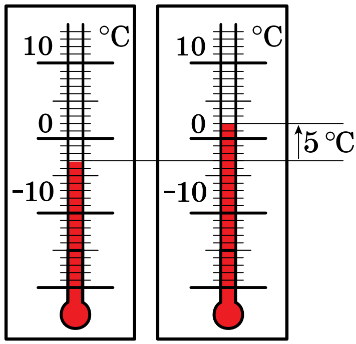


106. ábra

Az is világos, hogy egy −3 koordinátájú pontból ugyanabba az irányba 5 egységet haladva egy 2 koordinátájú pontba kerül (106. ábra). Itt a számegyenes segítségével meghatároztuk a –3 és 5 számok összegét, azaz $-3 + 5 = 2$.

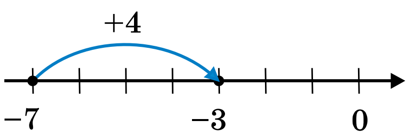
Az adott egyenlőséget alátámasztják a következő megfigyelések.

Ha a hőmérséklet –3 °C volt és 5 °C-kal emelkedett, akkor a hőmérőnek a higanyszála +2 °C-t fog mutatni (107. ábra).

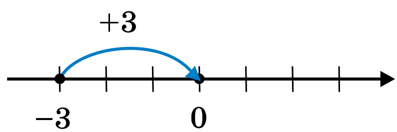


107. ábra

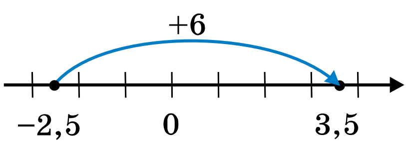
A számegyenes segítségével határozzuk meg még néhány racionális számnak az összegét.



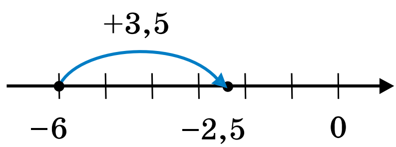
$-7 + 4 = -3$



$-3 + 3 = 0$



$-2{,}5 + 6 = 3{,}5$

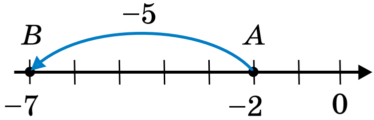


$-6 + 3{,}5 = -2{,}5$

Észrevehető a következő szabály: ***ha az a számhoz egy pozitív b számot adunk, akkor az a koordinátájú pont b egységnyi szakasszal jobbra halad a számegyenes mentén.***

Ez a következtetés a következő tulajdonságra utal: ***ha az a számhoz egy negatív b számot adunk, akkor az a koordinátájú pont -b egységnyi szakasszal balra halad a számegyenes mentén.***

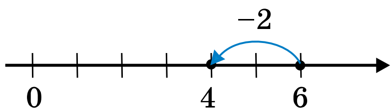
Például, ha –5-t adunk hozzá a –2-höz, akkor az A (–2) pont a B (–7) pontba kerül:



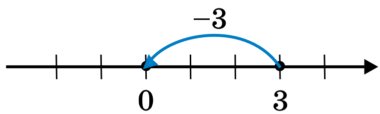
$-2 + (-5) = -7$

A $-2 + (-5) = -7$ egyenlőséget a következő példa is alátámasztja. Ha az üzletember 20 000 hrn-val tartozik a banknak, és további 50 000 hrn kölcsönt vett fel, akkor a számláján lévő egyenleg –70 000 hrn lesz.

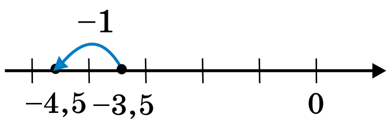
Nézzünk még néhány példát.



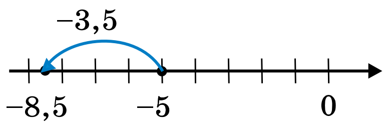
$6 + (-2) = 4$



$3 + (-3) = 0$



$-3{,}5 + (-1) = -4{,}5$



$-5 + (-3{,}5) = -8{,}5$

Tehát megtanultuk a racionális számokat összeadni számegyenes segítségével.

Írjunk példákat, amelyekben különböző előjelű számokat és különböző abszolút értékű számokat adunk össze:

$-3 + 5 = 2;$ $\quad -2{,}5 + 6 = 3{,}5;$ $\quad 6 + (-2) = 4.$

$-7 + 4 = -3;$ $\quad -6 + 3{,}5 = -2{,}5;$

Ezek a példák az alábbi szabályt szemléltetik.

Két különböző előjelű szám összeadásához szükséges:

1) ***meghatározni az összeadandók abszolút értékét;***

2) ***a nagyobb abszolút értékből kivonni a kisebbet;***

3) ***a kapott szám elé kitenni a nagyobb abszolút értékű összeadandó előjelét.***

Most írjunk néhány példát, amelyekben két negatív számot kell összeadni:

$$-2 + (-5) = -7;$$
$$-3{,}5 + (-1) = -4{,}5;$$
$$-5 + (-3{,}5) = -8{,}5.$$

Ezek a példák az alábbi szabályt szemléltetik.

Két negatív szám összeadásához szükséges:

1) ***meghatározni az összeadandók abszolút értékét;***

2) ***meghatározni az abszolút értékek összegét;***

3) ***a kapott szám elé kitenni a „–” előjelet.***

Még maradt két példa:

$$-3 + 3 = 0;$$
$$3 + (-3) = 0.$$

Ezek a példák az alábbi szabályt szemléltetik:

Két ellentett szám összege nulla.

Vegyük figyelembe, hogy minden racionális a számra igaz:

$$\boxed{\boldsymbol{a} + 0 = 0 + \boldsymbol{a} = \boldsymbol{a}}.$$

?

1. Fogalmazd meg a különböző előjelű számok összeadásának szabályát! **2.** Hogyan adunk össze két negatív számot? **3.** Mivel egyenlő az ellentett számok összege? **4.** Mekkora a két szám összege, ha az egyik összeadandó 0?

Szóban oldd meg!

1. Az alábbi számok közül melyik a kisebb:

1) $-4\frac{7}{9}$ vagy $-4\frac{5}{9}$;
2) $3\frac{2}{3}$ vagy $-9{,}6$;
3) $-1{,}6$ vagy $-0{,}6$;
4) -15 vagy -14;
5) $-8{,}7$ vagy $-7{,}8$;
6) 0 vagy -40?

2. Az A pont koordinátája 3. Mi a számegyenesen elhelyezkedő pont koordinátája:

1) 4 egységre az A ponttól jobbra;

2) 7 egységre az A ponttól balra;
3) 2 egységre az A ponttól balra;
4) 12 egységre az A ponttól jobbra?

3. Nevezd meg a szám abszolút értékét:

1) -1; 2) $8{,}7$; 3) $-2{,}5$; 4) $6\frac{1}{4}$; 5) $-7\frac{3}{7}$!

4. Az akváriumba 6 liter vizet öntöttek, ezzel feltöltötték az akvárium 30%-át. Mennyi víz szükséges még az akvárium teljes feltöltéséhez?

Gyakorlatok

931.° Reggel a levegő hőmérséklete –4 °C volt, este:
1) 3 °C-al melegebb lett;
2) 3 °C-al hidegebb lett;
3) 4 °C-al melegebb lett;
4) 6 °C-al melegebb lett.

Írd fel összeg alakjában, és számítsd ki mindegyik esetben a levegő esti hőmérsékletét!

932.° Végezd el az összeadásokat:

1) $-9+6$; 4) $20+(-40)$; 7) $-0{,}8+1$;
2) $4+(-1)$; 5) $-2{,}3+1{,}4$; 8) $-1{,}8+1{,}8$!
3) $-6+20$; 6) $1{,}6+(-4{,}1)$;

933.° Végezd el az összeadásokat:

1) $-7+12$; 4) $40+(-20)$; 7) $5+(-6{,}9)$;
2) $13+(-18)$; 5) $-1{,}7+3$; 8) $2{,}7+(-2{,}7)$!
3) $-19+15$; 6) $2{,}8+(-5{,}5)$;

934.° Számítsd ki az összeget:

1) $-6+(-5)$; 4) $-\frac{5}{7}+\left(-\frac{9}{14}\right)$;
2) $-0{,}7+(-2{,}8)$; 5) $-\frac{1}{4}+\left(-\frac{1}{6}\right)$;
3) $-0{,}82+(-0{,}18)$; 6) $-\frac{3}{8}+0$!

935.° Töltsd ki a táblázatot!

a	–5	–8	–0,5	12	–12	5	–8	–0,5	–12	0
b	–3	–9	–0,7	–8	8	–3	9	0,3	12	–5
$a + b$										

936.° Számítsd ki a kifejezés értékét:

1) $\frac{2}{15}+\left(-\frac{3}{10}\right)$;
2) $-\frac{2}{3}+\frac{13}{15}$;
3) $-4\frac{5}{9}+\left(-7\frac{1}{6}\right)$;
4) $-5\frac{7}{8}+\left(-6\frac{3}{10}\right)$;
5) $-13+7\frac{3}{16}$;
6) $-2\frac{3}{8}+\left(-1\frac{5}{9}\right)$;
7) $-2\frac{9}{20}+5\frac{7}{30}$;
8) $-5\frac{1}{4}+1\frac{3}{8}$;
9) $4\frac{3}{7}+\left(-8\frac{9}{14}\right)$!

937.° Számítsd ki a kifejezés értékét:

1) $-\frac{1}{4}+\frac{3}{5}$;
2) $\frac{9}{11}+\left(-\frac{2}{5}\right)$;
3) $-\frac{20}{21}+\frac{3}{7}$;
4) $7\frac{5}{12}+\left(-3\frac{7}{24}\right)$;
5) $-6\frac{11}{12}+\left(-8\frac{13}{18}\right)$;
6) $-5\frac{12}{35}+10$;
7) $-3\frac{1}{12}+\frac{1}{6}$;
8) $3\frac{6}{7}+\left(-6\frac{4}{9}\right)$;
9) $9\frac{1}{6}+\left(-5\frac{3}{4}\right)$!

938.° A laboratóriumi körülmények között kapott legalacsonyabb hőmérséklet –273,14 °C, ami 4,21 °C-kal alacsonyabb, mint a hélium forráspontja. Mekkora a hélium forráspontja?

939.° Add meg a számot két egyenlő összeadandó összegeként: 1) –12; 2) 7; 3) –9!

940.• Írd le a számkifejezést, és számítsd ki az értékét:

1) a 7 és –20 összegéhez adj hozzá 18-t;
2) 7,9-hez add hozzá a 2,1 és –10 számok összegét;
3) a $3\frac{11}{16}$ és $-2\frac{5}{16}$ számok összegéhez add hozzá a $4\frac{17}{36}$ és $-1\frac{11}{36}$ számok összegét!

941.• Írd le a számkifejezést, és számítsd ki az értékét:

1) a –6 és –19 összegéhez adj hozzá 15-t;
2) –3,6-hoz add hozzá a –7,2 és 4,5 számok összegét;
3) a –1,4 és –1,8 számok összegéhez add hozzá a –5,2 és 8,1 számok összegét!

942.• Határozd meg a kifejezés értékét, ha $a = -6{,}3$, $b = 2{,}7$:

1) $a + b$; 3) $a + |b|$; 5) $|a| + |b|$!
2) $|a| + b$; 4) $|a + b|$;

943.• Határozd meg az $|x + y| + x$ kifejezés értékét, ha:

1) $x = 2{,}8,\ \ y = -3{,}9$; 2) $x = -2{,}3,\ \ y = -6{,}2$!

944.•• Határozd meg az $|a| + |b|$ és $|a + b|$ kifejezések értékét, ha:

1) $a = -3,\ \ b = -7$; 3) $a = 7{,}2,\ \ b = 2{,}8$!
2) $a = -4,\ \ b = 10$;

Milyenek legyenek az a és b számok, hogy teljesüljön a következő egyenlőség: $|a + b| = |a| + |b|$?

945.•• Lehet-e két szám összege kisebb mindegyik összeadandónál? Ha igen, akkor mondj rá egy példát. Milyen számoknak kell lenniük az összeadandóknak ebben az esetben? Milyen számoknak kell lenniük az összeadandóknak, hogy összegük mindegyiknél nagyobb legyen?

Ismétlő gyakorlatok

946. Dániel megette a dobozban lévő cukorkák harmadát és még 4 cukorkát. Ezek után a dobozban 12 cukorka maradt. Hány cukorka volt eredetileg a dobozban?

947. A 3 728 954 106 számban húzz át három számot úgy, hogy a fennmaradó számjegyek ugyanabban a sorrendben a lehető legkisebb számot képezzék!

A tananyag gyakorlati alkalmazása

948. A tanszerboltban az eladó azt mondta Piroskának, hogy 9 egyforma filctollkészletért 245 hrivnyát kell fizetni. Piroska azonnal azt válaszolta, hogy az eladó tévedett. Hogyan állapította ezt meg?

949. Olga egy tizenkét emeletes lakóház 189. számú lakásában él. Melyik bejáratban és melyik emeleten lakik Olga, ha a ház minden emeletén 4 lakás van?

950. Az üzlet akciót tart: két egyforma doboz cukorka vásárlásakor a vásárló a harmadik ugyanilyen dobozt ingyen kapja meg. Legfeljebb hány doboz cukorka vásárolható 1500 hrn-ért, ha egy doboz cukorka 65 hrn-ba kerül?

Felkészülés az új témához

951. Végezd el az összeadásokat a legcélszerűbb módon:

1) $(1,65 + 0,158) + 2,35$;

2) $4,12 + 6,24 + 3,76 + 5,88$!

Bölcs Bagoly feladványa

952. A sakkverseny minden résztvevője fehér figurákkal játszva annyi partit nyert, mint a többi fekete figurával játszó együttvéve. Bizonyítsd be, hogy minden résztvevő ugyanannyi győzelmet aratott!

33. A racionális számok összeadásának tulajdonságai

Az összeadás felcserélhetőségi és csoportosítási tulajdonságait jól ismered, és nemegyszer alkalmaztad a pozitív számok összeadásánál. Ezek a tulajdonságok érvényesek bármilyen racionális számok számára is.

Bármely tetszőleges a, b és c számokra teljesülnek az egyenlőségek:

$$\boldsymbol{a + b = b + a}$$

az összeadás felcserélhetőségi tulajdonsága,

$$\boldsymbol{(a + b) + c = a + (b + c)}$$

az összeadás csoportosítási tulajdonsága.

Például:

$$-7 + 2 = -5 \quad \text{és} \quad 2 + (-7) = -5;$$

$$-2,5 + (-3) = -5,5 \quad \text{és} \quad -3 + (-2,5) = -5,5;$$

$$(-2 + 1,7) + 1,3 = -0,3 + 1,3 = 1 \quad \text{és}$$

$$-2 + (1,7 + 1,3) = -2 + 3 = 1.$$

Az összeadás ezen tulajdonságaiból az következik, hogy több racionális szám összegében felcserélhetők az összeadandók és zárójelek tehetők, hogy a műveleteket a legcélszerűbb sorrendbe végezzük el.

Például határozzuk meg az összeget:

$$-1,71 + (-2) + 6 + (-7) + 3 + (-4) + 1,71.$$

A zárójelek segítségével három csoportra bontjuk a kifejezést: két ellentett számot veszünk az első csoportba, a másodikba – az összes negatív összeadandókat, a harmadikba – a pozitív összeadandókat. Ezt kapjuk:

$$(-1,71 + 1,71) + (-2 + (-7) + (-4)) + (6 + 3) =$$

$$= 0 + (-13) + 9 = -4.$$

Szóban oldd meg!

1. Nevezz meg 5 legkisebb egymást követő egész számot, melyek nagyobbak, mint –2,3!

2. Mondj példát két különböző előjelű számra, melyek összege:

1) 10; 2) –6; 3) –2,7; 4) 0,5!

3. Mondj példát két azonos előjelű számra, melyek összege:

1) 3; 2) –20; 3) 0,1; 4) –1!

4. Milyen szám kell hogy legyen a számítási lánc végén?

$$\boxed{1{,}4} \xrightarrow{+(-2{,}6)} \bigcirc \xrightarrow{+5} \bigcirc \xrightarrow{+(-10)} \bigcirc \xrightarrow{+(-0{,}1)} \square$$

Gyakorlatok

953.° Az összeadás tulajdonságait alkalmazva végezd el a számításokat:

1) $(-5+19)+(-19)$;

2) $(-16+(-17))+17$;

3) $-0{,}4+0{,}8+0{,}4$;

4) $\left(-\frac{2}{7}+1\right)+\left(-\frac{5}{7}\right)$;

5) $\frac{4}{15}+\left(-\frac{8}{25}\right)+\left(-\frac{4}{15}\right)$;

6) $9+(-12)+(-9)+20$!

954.° Végezd el az összeadást a legcélszerűbb sorrendben:

1) $7{,}29+(-5{,}126)+(-6{,}29)+5{,}126$;

2) $24{,}35+(-72{,}61)+42{,}61+(-13{,}35)$!

955.° Végezd el az összeadást a legcélszerűbb sorrendben:

1) $-6{,}38+(-1{,}73)+5{,}38+1{,}73$;

2) $-3{,}72+9{,}84+1{,}72+(-20{,}84)$!

956.• Határozd meg a kifejezés értékét:

1) $-78+36+19+(-22)+(-25)$;

2) $0{,}74+(-9{,}39)+3{,}26+(-10{,}61)+5{,}25$;

3) $\frac{7}{16}+\left(-\frac{11}{42}\right)+\left(-\frac{9}{16}\right)+\frac{17}{42}$;

4) $-\frac{9}{40}+\frac{13}{50}+\left(-\frac{23}{50}\right)+\frac{19}{40}$;

5) $-3\frac{31}{36}+\left(-1\frac{17}{24}\right)+5\frac{4}{36}+\left(-2\frac{4}{24}\right)$!

957.• Határozd meg a kifejezés értékét:

1) $43+(-60)+12+39+(-21)$;

2) $-1{,}23+2{,}14+7{,}38+(-5{,}77)+1{,}62$;

3) $-\frac{3}{7}+\frac{14}{19}+\left(-\frac{4}{7}\right)+3\frac{5}{19}$;

4) $-\frac{5}{18}+\left(-\frac{4}{81}\right)+\frac{7}{18}+\frac{13}{81}$;

5) $-3\frac{5}{11}+1\frac{3}{8}+2\frac{5}{16}+\left(-4\frac{6}{11}\right)$!

958.• Egyszerűsítsd a kifejezést, és határozd meg az értékét:

1) $7{,}44+a+(-3{,}5)+(-5{,}44)+(-12{,}5)+b$,
ha $a=\mathbf{9{,}6}$, $b=\mathbf{-5{,}7}$;

2) $-5\frac{9}{35}+p+4\frac{11}{28}+6\frac{2}{35}+\left(-5\frac{18}{28}\right)+k$,

ha $p=-2\frac{19}{30}$, $k=9$!

959.• Egyszerűsítsd a kifejezést, és határozd meg az értékét:

1) $-2{,}8+x+5{,}36+(-7{,}2)+y+(-7{,}36)$,
ha $x=\mathbf{-13}$, $y=\mathbf{54}$;

2) $m+\left(-2\frac{4}{9}\right)+8\frac{13}{24}+n+\left(-3\frac{2}{9}\right)+\left(-4\frac{5}{24}\right)$,

ha $m=-3\frac{5}{6}$, $n=-2\frac{11}{12}$!

960.• Hat nap alatt a víz szintje a tárolóban ennek megfelelően változott: –3,2 dm-rel; 1,6 dm-rel; 4,3 dm-rel; –2,2 dm-rel; –1,9 dm-rel; –0,8 dm-rel. Hány deciméterrel változott a vízszint hat nap alatt?

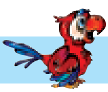
961.• A pénztárban 5000 hrn volt. A pénztáros a nap folyamán többször is kiadott és kapott pénzt, közben ezt jegyzetelte: –120 hrn, –300 hrn, 460 hrn, 530 hrn, –1270 hrn, –650 hrn. Mennyi pénz maradt a pénztárban a nap végén?

962.• A munka kezdete előtt a búvár –34 m-t jelölő beosztásig merült. A munkavégzés során a merülési mélységet 6 m, 12 m, –17 m, –3 m, 20 m, –5 m értékekkel változtatta. Milyen mélységre került a búvár a munka végén?

963.• Határozd meg az összes egész szám összegét:

1) amelyek a –8 és 11 számok között helyezkednek el a számegyenesen;
2) amelyre helyes a $-9{,}8 < x < 6$ egyenlőtlenség!

964.• Határozd meg az összes egész szám összegét, amelyek nagyobbak mint –112,8, de kisebbek mint 110,94!



Ismétlő gyakorlatok

965. Határozd meg azokat a legnagyobb és legkisebb negatív egész számokat, amelyek két számjegyből állnak!

966. Határozd meg két szám összegét, amelyek közül az egyik a 3 fordítottja, a másik pedig a 3 ellentettje!

967. Pozitív vagy negatív az a szám, ha:

1) $-2 + a > -2$; 2) $-2 + a < -2$; 3) $-2 + (-a) > -2$?

968. Határozd meg annak a négyszögnek a kerületét, amelynek oldalai arányosak a 3, 4, 5 és 8 számokhoz, és a legnagyobb oldala 10,5 cm-el nagyobb a legkisebbtől!

969. Bolnovszky Erzsébet 4000 hrn-t helyezett el a bankban évi 5%-os kamattal. Milyen összeg lesz a számláján: 1) 1 év múlva; 2) 2 év múlva?

970. Egyes országok zászlói három különböző színű vízszintes csíkokból állnak. Hány különböző sárga, kék és piros csíkos zászlót lehet készíteni?

Bölcs Bagoly feladványa

971. A villanyszerelőnek két darab vezetéke van, amelyek teljes hossza 25 m-rel egyenlő. 1 m, 2 m, 3 m, 6 m, 12 m hosszú darabokat kell vágnia. Meg tudja-e ezt valósítani?

34. A racionális számok kivonása

Mint a természetes számok esetében, a racionális számok különbsége is felírható összeadás segítségével.

Az a és b racionális számok különbségének olyan x racionális számot nevezünk, amelyet a b számhoz hozzáadva az a számot kapjuk eredményül.

Más szóval az $a - b = x$ egyenlőség abban az esetben helyes, ha helyes az $x + b = a$ egyenlőség. Például:

$$\mathbf{7-(-2)=9,}\ \text{ mivel }\ \mathbf{9+(-2)=7;}$$

$$\mathbf{5-8=-3,}\ \text{ mivel }\ \mathbf{-3+8=5;}$$

$$\mathbf{-9-11=-20,}\ \text{ mivel }\ \mathbf{-20+11=-9;}$$

$$\mathbf{-3{,}7-(-2{,}2)=-1{,}5,}\ \text{ mivel }\ \mathbf{-1{,}5+(-2{,}2)=-3{,}7.}$$

Elemezve a felírt különbségeket, egy bizonyos szabályszerűség vehető észre:

$$\mathbf{7-(-2)=9}\ \text{ és }\ \mathbf{7+2=9;}$$

$$\mathbf{5-8=-3}\ \text{ és }\ \mathbf{5+(-8)=-3;}$$

$$\mathbf{-9-11=-20}\ \text{ és }\ \mathbf{-9+(-11)=-20;}$$

$$\mathbf{-3{,}7-(-2{,}2)=-1{,}5}\ \text{ és }\ \mathbf{-3{,}7+2{,}2=-1{,}5.}$$

Amint látjuk, a racionális számok kivonása helyettesíthető összeadással, azaz bármely a és b racionális számra érvényes az egyenlőség:

$$\boxed{\boldsymbol{a-b=a+(-b)}}\,.$$

Ahhoz, hogy meghatározzuk két szám különbségét, elegendő a kisebbítendőhöz hozzáadni a kivonandó ellentett számát.

Az adott szabály segítségével bármilyen kifejezést, amely összeadást és kivonást tartalmaz, helyettesíteni lehet olyan kifejezéssel, amely csak összeadást tartalmaz. Például:

$$\mathbf{2{,}3 - 5 - 1{,}9 + 17 = 2{,}3 + (-5) + (-1{,}9) + 17.}$$

Vegyük figyelembe, hogy korábban nem tudtunk egy kisebb számból nagyobb számot kivonni. Ennek a műveletnek a végrehajtása a negatív számok bevezetésének köszönhetően lett lehetséges. Például:

$$\mathbf{1 - 2 = -1;}$$
$$2 - 100 = -98;$$
$$\mathbf{-7 - (-2) = -5.}$$

1. Milyen számot nevezünk az a és b racionális számok különbségének? **2.** Hogyan lehet meghatározni két számnak a különbségét?

Szóban oldd meg!

1. Nevezd meg az alábbi számok ellentettjét:

1) 1,6; 2) –4,3; 3) $-\frac{1}{7}$; 4) 3,5; 5) $2\frac{4}{15}$!

2. Két szám összege 30, az egyik összeadandó pedig 16. Mivel egyenlő a másik összeadandó?

3. A kivonandó 7-tel egyenlő, a különbség pedig 0,7. Mivel egyenlő a kisebbítendő?

4. A kisebbítendő 5-tel egyenlő, a különbség pedig $2\frac{5}{13}$. Mivel egyenlő a kivonandó?

5. Végezd el az összeadásokat:

1) $-8 + 4{,}2 + (-9) + 5{,}8;$ 3) $-19 + 18{,}74 + (-18{,}74);$

2) $-1{,}7 + (-3{,}3) + 5;$ 4) $-4\frac{9}{16} + 5\frac{7}{18} + 4\frac{9}{16} + \left(-5\frac{7}{18}\right)$!

Gyakorlatok

972.° Helyettesítsd a kivonást összeadással:

1) –9,6 – 5,8; 3) 40 – 65;

2) –20 – (–16,4); 4) 24 – (–34)!

973.° Végezd el a kivonásokat:

1) $10 - 16$;
2) $5 - 12$;
3) $-5 - 3$;
4) $-6 - 18$;
5) $9 - (-2)$;
6) $4 - (-10)$;
7) $-3 - (-8)$;
8) $-11 - (-6)$;
9) $12{,}3 - (-6{,}8)$;
10) $2{,}4 - 5{,}6$;
11) $0 - 13{,}4$;
12) $-1{,}4 - 1{,}2$;
13) $-10{,}2 - (-4{,}9)$;
14) $0 - (-99{,}4)$;
15) $-8 - (-8)$!

974.° ***(Házi gyakorlati munka).*** Fejtsd meg egy ismert ukrán színész, Ukrajna hősének a vezetéknevét! A példák számítási eredményei megfelelnek a betűknek a táblázatban. A példaszám a betű helye a szóban.

1) $-12 - (-8)$;
2) $-12 - 8$;
3) $0 - 12$;
4) $0 - (-12)$;
5) $8 - (-12)$;
6) $-8 - (-12)$.

20	12	–12	4	–4	–20
К	П	У	А	С	Т

Keress információt a színész életéről és műveiről az interneten!

975.° Végezd el a kivonásokat:

1) $\frac{5}{9} - \left(-\frac{1}{6}\right)$;
2) $\frac{3}{16} - \frac{11}{24}$;
3) $-\frac{7}{9} - \frac{2}{15}$;
4) $-\frac{14}{25} - \left(-\frac{7}{10}\right)$;
5) $2\frac{3}{7} - \left(-1\frac{2}{5}\right)$;
6) $5\frac{12}{35} - 10$;
7) $2\frac{9}{20} - 4\frac{17}{30}$;
8) $-3\frac{8}{9} - 4\frac{1}{12}$;
9) $-4\frac{3}{16} - \left(-5\frac{5}{8}\right)$!

976.° Végezd el a kivonásokat:

1) $\frac{7}{8}-\left(-\frac{3}{10}\right)$;
2) $\frac{11}{12}-\frac{17}{18}$;
3) $-\frac{3}{7}-\frac{9}{14}$;
4) $-\frac{5}{9}-\left(-\frac{3}{4}\right)$;
5) $4\frac{5}{17}-6$;
6) $1\frac{3}{8}-3\frac{1}{4}$!

977.° Oldd meg az egyenletet:

1) $x+7=4$;
2) $20-x=35$;
3) $x+2{,}6=-1{,}7$;
4) $-4{,}5-x=9$;
5) $x-0{,}9=-1{,}4$;
6) $7-x=-5$;
7) $-20-x=-13$;
8) $-0{,}76-x=-0{,}83$!

978.° Oldd meg az egyenletet:

1) $x+19=10$;
2) $12{,}4-x=16$;
3) $x+3{,}4=-5{,}8$;
4) $-1{,}2-x=0{,}6$;
5) $x-3{,}8=-1{,}9$;
6) $11-x=-14$!

979.° A Holt-tenger –430 m alatt van a Világóceán szintjéhez képest. A Kaszpi-tenger, amely a világ legnagyobb tava, a Világóceán szintjéhez képest –28 m alatt található. Hány méterrel magasabb a Kaszpi-tenger szintje, mint a Holt-tenger szintje?

980.° Ukrajnában 42 °C-os abszolút maximális levegőhőmérsékletet 2010 augusztusában rögzítettek a Luhanszki régióban. A –43 °C-os abszolút minimum hőmérsékletet 1923 januárjában regisztrálták a Kárpátokban. Határozd meg az abszolút maximális és minimális levegőhőmérsékletek különbségét!

981.° A Szahara sivatagban mért legalacsonyabb levegőhőmérséklet –6 °C, a legmagasabb pedig 57,8 °C. Határozd meg a Szaharában mért legmagasabb és legalacsonyabb levegőhőmérsékletek különbségét!

982.° A higany –38,9 °C hőmérsékleten kezd olvadni, a réz 1084,6 °C hőmérsékleten. Hány fokkal magasabb a réz olvadáspontja, mint a higany olvadáspontja?

983.° A Föld felszínén mért legalacsonyabb hőmérséklet –89,2 °C volt, ami 100,8 °C-kal magasabb a Hold felszínén mért legalacsonyabb hőmérsékletnél. Mi a Holdon mért legalacsonyabb hőmérséklet?

984.• Határozd meg a kifejezés értékét:

1) $-27+13-34+21$;
2) $1,7-3,4-2,5+4,1$;
3) $-0,65-(-0,44)+(-1,23)+8,1$;
4) $3\frac{1}{6}+\left(-2\frac{4}{9}\right)-\left(-1\frac{2}{3}\right)$!

985.• Határozd meg a kifejezés értékét:

1) $16-29+14-48$;
2) $-3,2-7,8-5,4+4,6$;
3) $-4,28-1,53-(-7,85)+(-9,06)$;
4) $-5\frac{3}{8}+4\frac{5}{6}-\left(-2\frac{1}{4}\right)$!

986.• Állíts össze egy számkifejezést, és számítsd ki az értékét:

1) vond ki a –12,6 és 5,3 számok összegét a 3,6 számból;
2) a –2,4 és –3,8 számok különbségéhez add hozzá az 5,6 és –10 számok összegét!

987.• Állíts össze egy számkifejezést, és számítsd ki az értékét:

1) a –1,4 számhoz add hozzá a 2,5 és 4,1 számok különbségét;
2) vond ki a 0,7 és –5,4 számok különbségét a –8,2 és 14 számok összegéből!

988.• Határozd meg a pont koordinátáját a számegyenesen, ha ez a pont:

1) az A (4,6) ponttól 10 egységnyire van;

2) a $B\left(-1\frac{1}{3}\right)$ ponttól $2\frac{1}{6}$ egységnyire van;

3) a $C\left(-3\frac{2}{7}\right)$ ponttól $3\frac{2}{7}$ egységnyire van!

Hány megoldása van a feladatnak?

989.• Egyszerűsítsd a kifejezést:

1) $-16 + a + 33 + b - a$; 2) $-x + y - \frac{3}{14} + \frac{2}{7} - \frac{5}{6} + x$!

990.• Egyszerűsítsd a kifejezést:

1) $7{,}2 - m - n - 8{,}9 - 1{,}1 + m$;

2) $p - k + \frac{3}{8} - \frac{9}{16} + \frac{7}{32} - p + k$!

991.• Oldd meg az egyenletet:

1) $|x| + 2{,}8 = 5$; 4) $|x| - 6 = -9$;
2) $|x| - 3{,}1 = 4{,}4$; 5) $15 - |x| = -2$;
3) $|x| - 0{,}4 = -0{,}29$; 6) $|x + 2{,}5| = 1$!

992.• Oldd meg az egyenletet:

1) $|x| + 3 = 8$; 4) $|x| + 2{,}1 = 1$;
2) $|x| - 1{,}3 = 1{,}2$; 5) $13 - |x| = 6$;
3) $|x| - 0{,}8 = -0{,}1$; 6) $|x + 2{,}1| = 3$!

993.• Számítások elvégzése nélkül hasonlítsd össze:

1) a –9,34 és –12,78 számok összegét és különbségét;
2) a 48 és 73 számok különbségét és a –46 és 59 számok összegét;
3) a –16,5 és –2,37 számok különbségét és a –4,3 és –8,1 számok különbségét!

994.• Számítások elvégzése nélkül hasonlítsd össze:

1) a 81,9 és –74,6 számok összegét és a 80,4 és –83,5 számok összegét;

2) az 52 és 74 számok különbségét és a –102 és 102 számok összegét;

3) a –96,3 és –96,3 számok különbségét és a 0,872 és –0,872 számok összegét!

995.•• Oldd meg az egyenletet:

1) $|\ |x| - 8\ | = 2$;   2) $|\ |x| + 2\ | = 7$!

996.•• Oldd meg az egyenletet:

1) $|\ |x| - 6\ | = 6$;   2) $|\ |x| + 4\ | = 3$!

997.* Lehetséges-e meghatározni a kifejezés legkisebb és legnagyobb értékét:

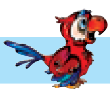
1) $|x| - 8{,}5$;   2) $-5{,}2 - |x|$?

Ha igennel válaszoltál, akkor nevezd meg a kifejezés legkisebb és legnagyobb értékét, valamint az x értékét, amelynél teljesül.

998.* Lehetséges-e meghatározni a kifejezés legkisebb és legnagyobb értékét:

1) $|x| + 3{,}9$;   2) $7{,}6 - |x|$?

Ha igennel válaszoltál, akkor nevezd meg a kifejezés legkisebb és legnagyobb értékét, valamint az x értékét, amelynél teljesül.



Ismétlő gyakorlatok

999. Az első szám a másodiknak a 80%-ka. Hány százaléka az első számnak a második szám?

1000. A lőtéren Vali 48 lövést adott le, ebből 6 célt tévesztett. Határozd meg százalékban a célpontot elért lövések mennyiségét!

1001. Papp Demeter üzleti útjára 3 inget, egy normál nyakkendőt és egy csokornyakkendőt vitt magával. Mindig inget visel nyakkendővel. Hány különböző ing- és nyakkendő kombinációt tud készíteni Papp Demeter?

Bölcs Bagoly feladványa

1002. Bizonyítsd be, hogy bármely 6 fős társaságban három pár ismerős vagy három pár idegen lesz!

ELLENŐRÍZD MAGADAT! 5. SZ. TESZTFELADAT

1. Válaszd ki a hamis állítást!

A) –3 – egész szám C) –3 – racionális szám
B) –3 – nempozitív szám D) –3 – nemnegatív szám

2. Az adott számok közül melyiknek van a legkisebb abszolút értéke?

A) 0 B) –2 C) 4 D) –6

3. Az a szám kisebb az abszolút értékénél. Az állítások közül melyik a helyes?

A) a – nemnegatív szám C) $a = 0$
B) a – pozitív szám D) a – negatív szám

4. Nevezd meg az ellentett számpárokat!

A) 2 és $\frac{1}{2}$ B) 2 és 0,2 C) 2 és –2 D) 2 és $-\frac{1}{2}$

5. Mivel egyenlő a $|-7| + |7|$ kifejezés értéke?

A) –14 B) 14 C) 0 D) 7

6. Válaszd ki a helyes egyenlőtlenséget!

A) $4{,}1 < -4{,}8$ C) $10 > -2{,}2$
B) $-2{,}5 < -3$ D) $-7{,}6 > -7{,}2$

7. Oldd meg az egyenletet: $|x| = -5$!

A) –5; 5 B) 5 C) –5 D) nincsenek gyökei

8. Mivel egyenlő a –4,1 és 1,6 számok összege?

A) –5,7 B) –2,5 C) 5,7 D) 2,5

9. Mivel egyenlő a –7,2 és –9,3 számok különbsége?

A) –16,5 B) 16,5 C) 2,1 D) –2,1

10. Számítsd ki a kifejezés értékét: $5\frac{7}{8}+\left(-3\frac{5}{12}\right)-\left(-1\frac{7}{16}\right)$!

A) $8\frac{41}{48}$ B) $3\frac{43}{48}$ C) $2\frac{1}{48}$ D) $3\frac{1}{48}$

11. Hasonlítsd össze a $-a$ és b számokat, ha az a és b számok negatívak!

A) $-a > b$ C) $-a < b$
B) $-a = b$ D) lehetetlen összehasonlítani

12. Az a és b számok olyanok, hogy $a + b < a$. Az állítások közül melyik helyes?

A) $b > 0$ B) $b < 0$ C) $b = 0$ D) $b \geqslant 0$

35. Racionális számok szorzása

Tudjátok, hogy $7 \cdot 3 = 7 + 7 + 7 = 21$. Írjuk fel hasonlóan a $(-7) \cdot 3$ szorzatot azonos összeadandók összegeként, és határozzuk meg a kifejezés értékét:

$$(-7) \cdot 3 = (-7) + (-7) + (-7) = -21.$$

A pozitív számokra teljesül a szorzat felcserélhetőségi tulajdonsága: $ab = ba$. Ez az egyenlőség bármilyen racionális számokra is teljesül.

Ezért $(-7) \cdot 3 = 3 \cdot (-7) = -21$.

Mivel –21 és 21 ellentett számok, ezért a $(-7) \cdot 3$ és $3 \cdot (-7)$ szorzatok mindegyike a $3 \cdot 7$ szorzat ellentett száma, vagyis

$$(-7) \cdot 3 = -(7 \cdot 3);$$
$$3 \cdot (-7) = -(3 \cdot 7).$$

Ily módon gondolkodva, felírható:

$(-9) \cdot 4 = -(9 \cdot 4) = -36$ és $4 \cdot (-9) = -(4 \cdot 9) = -36$;

$\left(-\frac{1}{3}\right) \cdot 5 = -\left(\frac{1}{3} \cdot 5\right) = -\frac{5}{3}$ és $5 \cdot \left(-\frac{1}{3}\right) = -\left(5 \cdot \frac{1}{3}\right) = -\frac{5}{3}$.

Ezek a példák az alábbi szabályt szemléltetik.

Ahhoz, hogy megszorozzunk két különböző előjelű számot, elegendő összeszorozni az abszolút értéküket és a kapott szorzat elé írni egy „–” jelet.

Figyeljünk fel arra, hogy a $(-7) \cdot 3$, $(-9) \cdot 4$, $\left(-\frac{1}{3}\right) \cdot 5$ szorzatokban az első szorzótényezőt zárójel nélkül is felírhatjuk. Például: $\left(-\frac{1}{3}\right) \cdot 5 = -\frac{1}{3} \cdot 5$. De viszont az $5 \cdot -\frac{1}{3}$ feliratot nem szokás alkalmazni.

Figyeljük meg újra a $7 \cdot 3$; $-7 \cdot 3$ és $7 \cdot (-3)$ szorzatokat.

Látjuk, hogy a $7 \cdot 3$ szorzatban az egyik szorzótényező előjelének változtatása a szorzat előjelét is az ellenkezőjére változtatja.

És mi lesz, ha mindkét szorzótényező előjelét megváltoztatjuk? Akkor a szorzat előjele kétszer változik, vagyis változatlan marad. Ezért $-7 \cdot (-3) = 21$.

Ugyanilyen megoldást kapunk, ha megszorozzuk a számok abszolút értékét:

$$|-7| \cdot |-3| = 21.$$

Ez a példa az alábbi szabályt szemlélteti.

Ahhoz, hogy összeszorozzunk két negatív számot, elegendő összeszorozni a számok abszolút értékeit.

Például:

$$-1{,}4 \cdot (-5) = |-1{,}4| \cdot |-5| = 1{,}4 \cdot 5 = 7;$$

$$-\frac{3}{5} \cdot \left(-\frac{5}{9}\right) = \left|-\frac{3}{5}\right| \cdot \left|-\frac{5}{9}\right| = \frac{3}{5} \cdot \frac{5}{9} = \frac{1}{3}.$$

Nézzünk néhány szorzatot, melyek egyik szorzótényezője -1:

$$17 \cdot (-1) = -17, \quad -17 \cdot (-1) = 17,$$

$$-1 \cdot 5 = -5, \quad -1 \cdot (-5) = 5.$$

Látjuk, *hogy bármilyen szám* -1*-gyel való szorzása a szám ellentett értékét adja meg.*

Betűkifejezéssel ezt az állítást ilyen módon írhatjuk fel:

$$\boxed{a \cdot (-1) = (-1) \cdot a = -a}.$$

Figyeljünk fel arra, hogy:

$$\boxed{\begin{array}{l} a \cdot 1 = 1 \cdot a = a, \\ a \cdot 0 = 0 \cdot a = 0 \end{array}}.$$

Vonjuk le a racionális számok szorzásának szabályaiból alakult következtetéseket.

Ha az a és b számok azonos előjelűek, akkor az ab szorzat pozitív értékű. És fordítva, ha az ab szorzat pozitív értékű, akkor az a és b számok azonos előjelűek.

Ha az a és b számok különböző előjelűek, akkor az ab szorzat negatív értékű. És fordítva, ha az ab szorzat negatív értékű, akkor az a és b számok különböző előjelűek.

Ha az a vagy a b szám egyike nullával egyenlő, akkor az ab szorzat is nullával egyenlő. És fordítva, ha az ab szorzat nullával egyenlő, akkor az a és b számok egyike nulla.

Példa. Oldd meg az egyenletet: $(x + 3)(x - 2{,}4) = 0$.

Megoldás. Mivel a szorzat nullával egyenlő, akkor legalább az egyik szorzótényező is nulla, vagyis:

$$x + 3 = 0 \text{ vagy } x - 2{,}4 = 0;$$

$$x = -3 \text{ vagy } x = 2{,}4.$$

Felelet: –3; 2,4. ◀

Nézzük az x^2 kifejezést.

Ha $x = 0$, akkor $x^2 = 0$.

Mivel $x^2 = x \cdot x$, akkor, ha $x \neq 0$, két azonos előjelű szám szorzatát kapjuk. Ez a szorzat pozitív értékű szám.

Az alábbi következtetést kapjuk.

Az x bármilyen értékénél az x^2 kifejezés csak nemnegatív értékeket vehet fel:

$$\boxed{x^2 \geqslant 0}.$$

?

1. Hogyan lehet megszorozni két különböző előjelű számot? **2.** Hogyan lehet megszorozni két negatív számot? **3.** Milyen előjelű kell legyen a két szorzótényező, hogy a szorzatuk pozitív értékű legyen? Negatív értékű legyen? **4.** Milyen esetben lesz a szorzat értéke nulla?

Szóban oldd meg!

1. Mennyivel egyenlő a derékszögű paralelepipedon térfogata, ha az oldalak méretei: 0,4 dm, 2,9 dm és 2,5 dm?
2. 7 egyforma anyacsavar és 4 egyforma csavar tömege 1150 g, 3 ilyen anyacsavar és 4 csavar tömege 950 g. Határozd meg az anyacsavar tömegét!
3. 200 g cukorkáért 14 hrn-t fizettek. Mennyibe kerül 1 kg cukorka?

Gyakorlatok

1003.° Pozitív vagy negatív értékű a szorzat:

1) $-328 \cdot 96,7$; 3) $-12,45 \cdot (-0,649)$?
2) $19,21 \cdot (-50,72)$;

1004.° Határozd meg a szorzatot:

1) $-4 \cdot 8$; 3) $-6 \cdot (-9)$; 5) $-13 \cdot (-2)$;
2) $0 \cdot (-23)$; 4) $-189 \cdot 0$; 6) $22 \cdot (-3)$!

1005.° Végezd el a szorzást:

1) $-12 \cdot 5$; 4) $-\frac{3}{4} \cdot \left(-\frac{5}{6}\right)$; 7) $-\frac{7}{12} \cdot 24$;
2) $-0,4 \cdot 1,5$; 5) $-\frac{13}{24} \cdot \frac{16}{39}$; 8) $\frac{16}{17} \cdot \left(-6\frac{3}{8}\right)$;
3) $3,4 \cdot (-1,8)$; 6) $\frac{6}{35} \cdot \left(-\frac{14}{15}\right)$; 9) $-3\frac{5}{9} \cdot \left(-5\frac{1}{4}\right)$!

1006.° Végezd el a szorzást:

1) $16 \cdot (-3)$; 3) $\frac{6}{7} \cdot \left(-\frac{4}{7}\right)$; 5) $-6 \cdot \left(-\frac{5}{24}\right)$;
2) $-2,3 \cdot (-1,4)$; 4) $-\frac{4}{7} \cdot \frac{7}{9}$; 6) $-9\frac{3}{5} \cdot \left(-\frac{10}{21}\right)$!

1007.° Határozd meg a hatvány értékét:

1) $(-2)^5$; 3) $\left(-1\frac{1}{5}\right)^3$; 5) $(-1)^{10}$;
2) $(-0,6)^2$; 4) $\left(-1\frac{1}{2}\right)^2$; 6) $(-1)^{23}$!

1008.° Határozd meg a hatvány értékét:

1) $(-7)^2$; 2) $(-7)^3$; 3) $\left(-\frac{1}{2}\right)^4$; 4) $\left(-\frac{1}{3}\right)^5$!

1009.° Végezd el a műveleteket:

1) $-7\cdot(23-61)$;
3) $-6{,}8-0{,}2\cdot(-6{,}1)$;
2) $-12\cdot(-4{,}6)-60{,}1$;
4) $-3{,}2\cdot 0{,}4+2{,}6\cdot(-0{,}5)$;
5) $5{,}2\cdot(-0{,}8)-(-1{,}5)\cdot(-3{,}4)$;
6) $(7{,}6-20)\cdot(-3{,}14+5{,}24)$!

1010.° Végezd el a műveleteket:

1) $3\cdot(49-62)$;
3) $-2{,}7\cdot(-1{,}2)+3{,}5\cdot(-2{,}8)$;
2) $-7+21\cdot(-6)$;
4) $(-9{,}3-1{,}7)\cdot(2{,}6+(-5{,}9))$!

1011.• Hasonlítsd össze számítások elvégzése nélkül:

1) $(-7{,}2)^2$ és 0;
4) -5^9 és $(-5)^9$;
2) 0 és $(-5{,}3)^3$;
5) $(-8)^{12}$ és -8^{12};
3) $(-10)^7$ és $(-0{,}1)^4$;
6) $0{,}3^{13}$ és $(-216)^5$!

1012.• Hasonlítsd össze számítások elvégzése nélkül:

1) $-2{,}4\cdot(-3{,}6)\cdot 7{,}8$ és $9{,}6\cdot(-4{,}1)\cdot 1{,}8$;

2) $5\frac{1}{3}\cdot\left(-7\frac{14}{19}\right)\cdot\left(-6\frac{1}{7}\right)\cdot 4\frac{11}{12}$ és $9\frac{1}{8}\cdot\left(-\frac{3}{14}\right)\cdot 0\cdot\left(-1\frac{1}{9}\right)$;

3) $-7{,}13\cdot(-2)\cdot(-14)\cdot(-19)\cdot 17$ és $-13\cdot(-21)\cdot(-2136)$;

4) $139\cdot(-216)\cdot 0\cdot 518$ és $135\cdot 418\cdot(-5132)$!

1013.• Végezd el a műveleteket:

1) $\left(-1\frac{3}{25}\right)\cdot 2\frac{1}{7}+\left(-2\frac{1}{9}\right)\cdot\left(-\frac{27}{190}\right)$;

2) $\left(8+2\frac{1}{7}\cdot\left(-3\frac{1}{9}\right)\right)\cdot\left(-\frac{27}{44}\right)$;

3) $\left(-5\frac{1}{16}+1\frac{1}{8}\right)\cdot\left(-\frac{5}{6}-\frac{3}{14}\right)$;

4) $\left(6{,}75+(-4{,}5)\cdot 1\frac{2}{3}\right)\cdot\left(-1\frac{1}{3}\right)^3$!

1014. Végezd el a műveleteket:

1) $4\frac{7}{12} \cdot \left(-1\frac{3}{11}\right) - \left(-1\frac{1}{15}\right) \cdot \left(-\frac{45}{64}\right)$;

2) $-\frac{81}{88} \cdot \left(-6 + \left(-1\frac{13}{15}\right) \cdot \left(-1\frac{19}{21}\right)\right)$;

3) $\left(-\frac{4}{5} - \frac{4}{7}\right) \cdot \left(5\frac{7}{9} - 7\frac{11}{12}\right)$;

4) $\left(-\frac{11}{18} + \left(-2\frac{2}{9}\right) \cdot (-0,2)\right)^3 \cdot (-1,2)$!

1015. Írd le a számkifejezést, és számítsd ki az értékét:

1) –5 köbének és –8 négyzetének a különbsége;

2) $-1\frac{1}{3}$ és $\frac{5}{6}$ négyzeteinek különbsége;

3) –1,2 és –0,4 számok szorzatának és az 1,6 és 0,6 számok szorzatának különbsége;

4) 2,8 és –3,4 számok összegének és a –1,6 és 4,2 számok összegének szorzata!

1016. Írd le a számkifejezést, és számítsd ki az értékét:

1) 7 és 10 különbségének a köbe;

2) 6 és –10 összegének és különbségének szorzata;

3) $-\frac{8}{9}$ és $-\frac{27}{32}$ számok és $\frac{23}{28}$ és $-\frac{49}{46}$ számok szorzatainak összege;

4) 4,5 és 6 számok, valamint 1,8 és –3,4 számok különbségeinek szorzata!

1017. Határozd meg a kifejezés értékét:

1) $18x^2$, ha $x = -\frac{1}{9}$;

2) $(24x)^3$, ha $x = -\frac{1}{6}$;

3) $(x+y)^4$, ha $x = -0{,}9$, $y = 0{,}8$;

4) $4x - 3y$, ha $x = -2\frac{1}{4}$, $y = -7\frac{1}{3}$!

1018.$^{\bullet}$ Határozd meg a kifejezés értékét:

1) $23 - c^4$, ha $c = -3$;

2) $x^2 - x^3$, ha $x = -0{,}2$!

1019.$^{\bullet\bullet}$ Határozd meg x összes természetes értékét, melyre teljesül az egyenlőtlenség:

1) $-6x > -36$; 2) $-7x \geqslant -70$; 3) $-5x \geqslant -18$!

1020.$^{\bullet\bullet}$ Határozd meg x összes egész negatív értékét, melyre teljesül az egyenlőtlenség:

1) $-5x < 20$; 2) $-9x \leqslant 45$; 3) $-4x \leqslant 35$!

1021.$^{\bullet\bullet}$ A $-x^2$, $(-x)^2$, x^3 kifejezések közül, az x bármely értékénél melyik veszi fel a következő értékeket:

1) pozitív; 3) nemnegatív;

2) negatív; 4) nempozitív?

1022.$^{\bullet\bullet}$ Pozitív vagy negatív értékeket vesz fel a kifejezés:

1) $ab - 9c$, ha a, b és c — negatív számok;

2) $10p - mn$, ha m, n és p — negatív számok?

1023.$^{\bullet\bullet}$ Oldd meg az egyenletet:

1) $(x - 21)(x + 12{,}4) = 0$;

2) $x\,(x + 9{,}4)(x - 6{,}5) = 0$!

1024.$^{\bullet\bullet}$ Oldd meg az egyenletet:

1) $(x + 1)(x - 2) = 0$;

2) $(x + 1{,}2)(x + 5)(x - 10) = 0$!

1025.* Határozd meg a kifejezés legkisebb értékét:

1) $x^2 - 8$; 2) $7 + x^2$!

Az x milyen értékénél veszi fel a kifejezés a legkisebb értékét?

1026.* Határozd meg a kifejezés legnagyobb értékét:

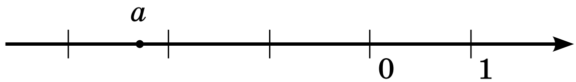
1) $4 - x^2$; 2) $-x^2+10$!

Az x milyen értékénél veszi fel a kifejezés a legnagyobb értékét?

Ismétlő gyakorlatok

1027. A számegyenesen (108. ábra) egy a szám van jelölve. Helyes-e az állítás:

1) $a + 2 > 0$; 2) $6 - a < 0$; 3) $a + 4 > 0$; 4) $a + 6 < 0$?



108. ábra

1028. Hányszor:

1) kisebb egy pozitív szám $\frac{1}{48}$-a, mint ennek a számnak az $\frac{1}{6}$-a;

2) nagyobb egy pozitív szám $\frac{5}{6}$-a, mint ennek a számnak a 60%-a?

1029. Géza és Olga bizonyos mennyiségű derelyét készítenek $1\frac{2}{3}$-d óra alatt. Mennyivel több idő szükséges erre Gézának, mint Olgának, ha Gézának $3\frac{3}{4}$-d óra szükséges a kellő mennyiség elkészítéséhez?

1030. A nagymama egy bizonyos idő alatt 6 zoknit tud megkötni, ez alatt az idő alatt Irénke egy zokninak a $\frac{2}{3}$-át képes megkötni. Mennyi zoknit érkezik kötni a nagymama az alatt az idő alatt, ami Irénkének egy zokni kötéséhez szükséges?

Felkészülés az új témához

1031. Számítsd ki a legcélszerűbben:

1) $0{,}2 \cdot 16{,}7 \cdot 5$; 2) $0{,}25 \cdot 42{,}6 \cdot 4$!

1032. Egyszerűsítsd a kifejezést:

1) $0{,}3 \cdot 1{,}6a$; 3) $\frac{4}{5}m \cdot \frac{5}{16}n$;

2) $0{,}6a \cdot 0{,}2b$; 4) $\frac{4}{9}x \cdot 1\frac{1}{8}y$!

Bölcs Bagoly feladványa

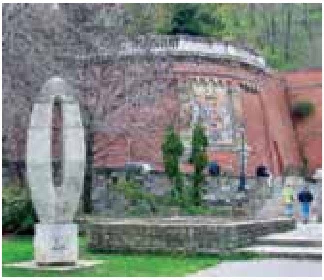
1033. Az ukrán labdarúgó-bajnokság bajnokok ligájában 16 csapat vesz részt. Bizonyítsd be, hogy a bajnokság bármely időszakában van két csapat, amely ugyanannyi mérkőzést játszott (azok a csapatok, amelyek egyetlen mérkőzést sem játszottak olyanoknak számítanak, akik ugyanannyi meccset játszottak)!

Miután felkészültél az órára

Semmi és még kevesebb

A világ minden városában vannak műemlékek. Emberek, műalkotások hősei, istenek, mesefigurák és még állatok megemlékezésére is készítik őket. Az emlékmű, amely a 109. ábrán látható, Magyarország fővárosában, Budapesten található, és a ... nulla számjegy emlékére lett felállítva. Miért pont ennek a számnak van ilyen megtiszteltetése, és nem egy másiknak?

A 0 szám *kiemelkedő érdemeinek* értékeléséhez próbáljátok meg a használata nélkül leírni például az 5 000 270 számot. Természetesen felírható így is: 5nnn27n. De az ilyen felirat nem jelenti a nulla elutasítását, hanem csak azt, hogy a 0-t más jellel helyettesítjük. A 0 teljes elutasítása az 527 felirathoz vezet. De ez egy teljesen másik szám.



109. ábra

Több száz év telt el, mire az emberek feltalálták a helyiértékes számrendszert, amelyben a szám feliratában valamilyen helyiértékes hiányosságát egy bizonyos szimbólummal jelölik. Senkinek nem jutott eszébe az a gondolatot, hogy az *üres helyet*, a *semmit* meg lehet és meg kell valahogy jelölni. Azt, hogy hol jött létre ez a feltalálás – Babilonban, Görögországban vagy Indiában – ismeretlen marad. Egy dolog biztosan érthető: a nulla feltalálása az emberiség hatalmas sikere, amely emlékművet érdemel.

A nulla szám egy különleges szám: $a + 0 = a$; $a \cdot 0 = 0$; $0 : a = 0$, ha $a \neq 0$. Ilyen tulajdonságokkal egyetlen másik szám sem rendelkezik.

A nulla számjegy a számegyenes kezdőpontja. Magyarországon Budapesttől mindegyik városhoz a távolságot a nulla számjegynek emelt emlékműtől számítják. Ukrajnában egy hasonló *nulladik pont* Kijivben, a Függetlenség téren található (110. ábra).

A gondolat, hogy a semmit is valahogyan jelölni kell, nehezen jutott eszébe az emberiségnek. Ezért a gondolat, hogy létezik valami, ami kisebb a semminél, nagyon nehezen volt felfogható és elfogadható több, mint 2000 évig. Bizonyára rájöttetek, hogy a negatív számokról van szó.

110. ábra

Gondolhatjuk, mi is ebben a nehézség? Természetesnek tűnik, például az adósságot negatív számokkal jelölni, a bevételt pedig pozitív számokkal. Pont így tettek az ókori kínai matematikusok. Igaz, hogy a negatív számok megjelöléséhez nem a „–” jelet alkalmazták, hanem különböző színekkel írták a pozitív és negatív számokat.

A nehézségek abban rejlettek, hogy a negatív számokkal végzett műveletek nem mindegyike volt olyan világos, mint a pozitív számokkal végzett műveletek. Egyszerű megérteni hogyan adjuk össze és vonjuk ki az adósságot és bevételt. De, például miért

$(-5) \cdot (-3) = 15$, az *adósság – bevétel* nyelven lehetetlen elmagyarázni. Pontosan ezért a XVII. században sok európai matematikus bizalmatlanul állt a negatív számokhoz vagy akár nem is ismerték őket el, hamisnak, abszurdnak és lehetetlennek nevezve őket.

A negatív számok *törvényesítésében* egy komoly lépést tett René Descartes (1596–1650). *Lakóhelyet* osztott nekik a számegyenesen nullától balra, így *kiegyenlítve jogaikat* a pozitív számokkal.

Ez az értelmezés azonban nem magyarázta meg, hogyan lehet szorozni a negatív számokat, ezért az elismerésükkel kapcsolatos viták csaknem 200 évig tartottak.

36. A racionális számok szorzásának felcserélhetőségi és csoportosítási tulajdonságai. Az együttható

Az előző pontban megtanultátok, hogy a **szorzás felcserélhetőségi tulajdonsága** a racionális számokra is érvényes.

Bármilyen a és b racionális számokra teljesül az egyenlőség: $ab = ba$.

Teljesül a racionális számok szorzásának a **csoportosítási tulajdonsága** is.

Bármilyen a, b és c racionális számokra teljesül az egyenlőség: $(ab)c = a(bc)$.

Ezekből a tulajdonságokból az következik, hogy néhány racionális szám szorzásakor fel lehet cserélni a szorzótényezőket és zárójeleket lehet tenni, amivel a számok szorzását a legcélszerűbb sorrendben lehet elvégezni.

Például:

$$\left(-1\frac{2}{3} \cdot (-5)\right) \cdot \frac{3}{5} = \left(-\frac{5}{3} \cdot \frac{3}{5}\right) \cdot (-5) = -1 \cdot (-5) = 5.$$

Nézzük a $0{,}4x \cdot 5y \cdot (-3)$ kifejezést. A szorzás tulajdonságai segítségével egyszerűsíteni lehet:

$$0{,}4x \cdot 5y \cdot (-3) = 0{,}4 \cdot 5 \cdot x \cdot y \cdot (-3) =$$
$$= 2xy \cdot (-3) = 2 \cdot (-3)\ xy = -6xy.$$

A kapott $-6xy$ kifejezésben a -6 szorzótényezőt **együttható**nak nevezik.

Nézzünk még néhány példát.

A $0{,}21abc$ kifejezésben a $0{,}21$ az együttható, a $-2\frac{5}{7}x$ kifejezésben az együttható $-2\frac{5}{7}$-vel egyenlő.

Figyeljünk fel arra, hogy a $-5ab \cdot 2$ kifejezésben sem a -5, sem a 2 nem együttható. Az $ab \cdot (-10)$ kifejezésben a -10 az együttható. De a szabály alapján az együtthatót a betűtényező elé írják: $-10ab$.

És milyenek a $-a$ és a kifejezések együtthatói? Mivel $-a = -1 \cdot a$, akkor a $-a$ kifejezés együtthatója -1. Ezenkívül $a = 1 \cdot a$, vagyis az a kifejezés együtthatója 1.

Betűkifejezés segítségével hogyan írják fel a szorzás felcserélhetőségi tulajdonságát? Csoportosítási tulajdonságát?

Szóban oldd meg!

1. A $-2{,}5$ és 2 számok szorzatát szorozd meg -10-zel!

2. A $-2{,}5$ számot szorozd meg a 2 és -10 számok szorzatával!

3. Határozd meg a $-1{,}5x$ kifejezés értékét, ha $x = 4$; -100; 0; -1; $0{,}2$!

4. Pozitív vagy negatív az a szám értéke, ha:

1) $-3a < 0$; 2) $\frac{1}{6}a < 0$; 3) $-0{,}7a > 0$?

5. Mivel egyenlő a kifejezés értéke:

$$1 - 3 + 5 - 7 + 9 - 11 + \ldots + 97 - 99?$$

Gyakorlatok

1034.° Pozitív vagy negatív számmal egyenlő a szorzat:

1) $-12 \cdot 17 \cdot (-44) \cdot 49$;
2) $24 \cdot \left(-\frac{1}{11}\right) \cdot \left(-\frac{4}{9}\right) \cdot \left(-\frac{5}{7}\right)$;
3) $14 \cdot (-90) \cdot (-18) \cdot (-72) \cdot (-56)$?

1035.° Végezd el a szorzást:

1) $-\frac{1}{9} \cdot \left(-\frac{1}{7}\right) \cdot \frac{1}{5} \cdot \left(-\frac{1}{3}\right) \cdot 3 \cdot (-5) \cdot 7 \cdot 9$;
2) $8 \cdot (-6) \cdot 4 \cdot (-10) \cdot \frac{1}{4} \cdot \left(-\frac{1}{3}\right) \cdot \left(-\frac{1}{5}\right) \cdot \left(-\frac{1}{2}\right)$;
3) $0{,}2 \cdot (-0{,}25) \cdot (-0{,}5) \cdot 5 \cdot (-4) \cdot (-2)$!

1036.° Nevezd meg a kifejezés együtthatóját:

1) $6a$; 4) $1{,}8mn$; 7) xyz;
2) $-2\frac{1}{3}p$; 5) $\frac{3}{7}abc$; 8) $4\frac{4}{11}mk$!
3) $-7{,}2b$; 6) $-xy$;

1037.° Egyszerűsítsd a kifejezést, és nevezd meg a kifejezés együtthatóját:

1) $-3 \cdot 9a$; 3) $4a \cdot (-1{,}2)$; 5) $-0{,}2b \cdot (-0{,}14)$;
2) $-6a \cdot 8b$; 4) $-7m \cdot (-5)$; 6) $-3{,}2p \cdot (-0{,}5k)$!

1038.° Egyszerűsítsd a kifejezést, és nevezd meg a kifejezés együtthatóját:

1) $-6 \cdot (-8c)$; 3) $3m \cdot (-2{,}1)$; 5) $10m \cdot (-1{,}7) \cdot n$;
2) $-10m \cdot 2$; 4) $3{,}6 \cdot (-5x)$; 6) $-7a \cdot 3b \cdot (-6c)$!

1039.° Mivel egyenlő az összes olyan egész szám szorzata, amelyek nagyobbak, mint –20 és kisebbek, mint 20?

1040.° 5 számnak a szorzata pozitív, negatív vagy nulla, ha:

1) két szám pozitív, a többi pedig negatív;
2) két szám negatív, a többi pedig pozitív;
3) négy szám negatív, és egy pozitív;
4) két szám negatív, két szám pozitív és az egyikük nulla?

1041.$^{\bullet}$ Számítsd ki a legcélszerűbben:

1) $-4 \cdot 23 \cdot (-0,5)$;
2) $-0,4 \cdot (-250) \cdot 5 \cdot (-0,2)$;
3) $\frac{7}{13} \cdot (-6,5) \cdot 0,4 \cdot \left(-1\frac{6}{7}\right)$;
4) $\frac{6}{23} \cdot \left(-2\frac{1}{3}\right) \cdot (-69) \cdot \frac{3}{7}$;
5) $-0,7 \cdot 2,5 \cdot 1\frac{3}{7} \cdot (-4)$;
6) $-\frac{5}{18} \cdot \left(-\frac{4}{13}\right) \cdot \frac{9}{25} \cdot (-26)$!

1042.$^{\bullet}$ Számítsd ki a legcélszerűbben:

1) $-1,25 \cdot (-3,47) \cdot (-8)$;
2) $-0,001 \cdot (-54,8) \cdot 50 \cdot (-2)$;
3) $\frac{9}{16} \cdot \frac{11}{35} \cdot (-32) \cdot (-70)$;
4) $4,8 \cdot \left(-2\frac{1}{6}\right) \cdot \left(-\frac{5}{24}\right) \cdot \left(-\frac{6}{13}\right)$!

1043.$^{\bullet}$ Egyszerűsítsd a kifejezést, és számítsd ki az értékét:

1) $-\frac{8}{15}a \cdot 3\frac{3}{4}b$, ha $a = -\frac{1}{3}$, $b = \frac{1}{6}$;
2) $-\frac{7}{20}x \cdot \left(-1\frac{1}{14}\right) \cdot y \cdot \left(-2\frac{2}{3}z\right)$, ha $x = -3\frac{3}{7}$, $y = 14$, $z = -\frac{5}{16}$!

1044.$^{\bullet}$ Egyszerűsítsd a kifejezést, és számítsd ki az értékét:

1) $200m \cdot (-0,4n)$, ha $m = -0,25$, $n = -0,2$;
2) $-\frac{1}{3}m \cdot \left(-\frac{3}{4}n\right) \cdot 20p$, ha $m = -\frac{3}{20}$, $p = \frac{4}{9}$, $n = -30$!

1045.$^{\bullet\bullet}$ A húsz szám mindegyike 1 vagy –1, összegük pedig 0. Határozd meg ennek a húsz számnak a szorzatát!

Ismétlő gyakorlatok

1046. Mennyivel nagyobb a –4,2 és –3,5 számok szorzata:
1) a nagyobb számtól; 2) az összegüknél?

1047. Add meg két olyan tört összegeként az alábbi törtet, melyek számlálója 1:

1) $\frac{5}{6}$; 2) $\frac{7}{12}$; 3) $\frac{9}{20}$; 4) $\frac{4}{9}$; 5) $\frac{1}{2}$!

1048. Egy hónap alatt az üzem 644 000 hrn-ra gyártott termékeket, ami 15%-kal több a tervezettnél. Milyen összegre tervezte a gyár a termékek gyártását?

1049. Az ABC szög – derékszög, a BM félegyenest úgy húzták meg, hogy $MBC\angle = 120°$, a BK félegyenes pedig az ABC szög szögfelezője. Határozd meg az MBK szög fokmértékét! Hány megoldása van a feladatnak?

Felkészülés az új témához

1050. Számítsd ki a legcélszerűbben:

1) $3{,}18 \cdot 7{,}8 + 3{,}18 \cdot 2{,}2$;

2) $2\frac{7}{15} \cdot \frac{4}{9} + 2\frac{7}{15} \cdot \frac{5}{9}$!

1051. Bontsd fel a zárójelet:
1) $8(a + 4)$; 2) $3(b + 1)$; 3) $0{,}4(x - 5)$!

1052. Egyszerűsítsd a kifejezést:
1) $5m + 7m$; 2) $6n + 3n + n$; 3) $9y - 3y - y$!

Bölcs Bagoly feladványa

1053. Négy fiú néhány sportágban (egynél több) vetélkedtek. Mindegyik sportágban ugyanarra a helyre ugyanannyi pontot adtak (természetes számban kifejezve), méghozzá úgy, hogy mindegyik helyet (1., 2., 3. vagy 4.) csakis egy résztvevő kaphatta meg. A vetélkedő végén kiderült, hogy a fiúk megfelelően 16, 14, 13 és 12 pontszámot szereztek. Derítsd ki, hány sportágban vetélkedtek!

37. A szorzás széttagolási tulajdonsága

A szorzás széttagolási tulajdonsága nem csak a pozitív számokra teljesül. Bármilyen racionális számokra is vonatkozik.

Bármely a, b és c racionális számokra teljesül az $a(b + c) = ab + ac$ egyenlőség.

Például:

$$-3(2a + 5b) = -3 \cdot 2a + (-3) \cdot 5b = -6a - 15b;$$

$$x(2 - y) = x(2 + (-y)) = 2x + (-xy) = 2x - xy.$$

A széttagolási tulajdonság alkalmazásával olyan kifejezéseket kapunk, amelyek nem tartalmaznak zárójelet. Az ilyen átalakítást **zárójel felbontás**nak nevezzük.

A széttagolási tulajdonságot akkor is alkalmazhatjuk, ha a zárójelben kettőnél több tag is van. Például:

$$2(x - y + b) = 2x - 2y + 2b;$$

$$-3(a - b - c + d) = -3a + 3b + 3c - 3d;$$

$$-1 \cdot (x - y + z - t) = -x + y - z + t.$$

Az utolsó egyenlőségben a –1 szorzótényező helyére, amely a zárójel előtt áll, általában csak egy „–” jelet szokás írni. Vagyis, $-1 \cdot (x - y + z - t) = -(x - y + z - t)$. Akkor felírható:

$$-(x - y + z - t) = -x + y - z + t.$$

Ez a példa az alábbi szabályt szemlélteti.

Ha a zárójel előtt „–” jel áll, akkor a zárójel felbontásánál ezt a jelet elhagyjuk és a zárójelben lévő összes tényező előjelét az ellentettjére változtatjuk.

Nézzük az $a + 1 \cdot (b - c + d)$ kifejezést. Ezt kapjuk:

$$a + 1 \cdot (b - c + d) = a + b - c + d.$$

De az $a + 1 \cdot (b - c + d)$ kifejezés helyett általában az $a + (b - c + d)$ kifejezést írják. Ezt kapjuk:

$$a + (b - c + d) = a + b - c + d.$$

Ez a példa a következő szabályt szemlélteti.

Ha a zárójel előtt „+” jel áll, akkor a zárójel felbontásánál ezt a jelet elhagyjuk és a zárójelben lévő összes tényező előjelét változatlanul hagyjuk.

A szorzás széttagolási tulajdonságát másképpen is felírhatjuk:

$$ab + ac = a(b + c).$$

Az $ab + ac$ kifejezés $a(b + c)$ kifejezéssel való felcserélése azt jelenti, hogy **a közös tényezőt a zárójel elé emeltük ki**.

Például:

$$3x - 3y = 3\,(x - y);$$
$$7 \cdot 9 - 5 \cdot 9 = 9(7 - 5);$$
$$5a + 5 = 5a + 5 \cdot 1 = 5(a + 1).$$

Nézzük a $7a - 9a + 5a$ kifejezést. Három összeadandóból áll: $7a$, $-9a$, $5a$, melyeknek egyforma a betűtényezője. Az ilyen összeadandókat **egynemű tagok**nak nevezzük. Emeljük ki az a tényezőt a zárójel elé.

$$7a - 9a + 5a = a(7 - 9 + 5) = a \cdot 3 = 3a.$$

Ily módon a $7a - 9a + 5a$ kifejezést leegyszerűsítettük $3a$ kifejezésre. Az ilyen műveletet **egynemű tagok összevonásá**nak nevezzük.

Ahhoz, hogy összevonjuk az egynemű tagokat, össze kell adni az együtthatóikat és a kapott eredményt megszorozni a közös betűtényezővel.

?

1. Hogyan szokás felírni a szorzás széttagolási tulajdonságát betűkifejezés segítségével? **2.** Fogalmazd meg a zárójel felbontásának a szabályát, ha a zárójel előtt „–” jel áll; „+” jel áll! **3.** Milyen tagokat nevezünk egyneműeknek? **4.** Mit kell tenni ahhoz, hogy összevonjuk az egynemű tagokat?

Szóban oldd meg!

1. Helyes-e az állítás:
1) ha $a > 0$ és $b > 0$, akkor $ab > 0$;
2) ha $a < 0$ és $b < 0$, akkor $ab < 0$;
3) ha $ab > 0$, akkor $a > 0$ és $b > 0$;
4) ha $ab < 0$, akkor $a > 0$ és $b < 0$?

2. Határozd meg a –8 és 12 számok összegének és –5-nek a szorzatát!

3. Határozd meg a –8 és –5 számok szorzatának és a 12 és –5 számok szorzatának összegét!

4. László 49 sügért és pontyot fogott összesen, méghozzá a sügér mennyisége úgy aránylik a ponty mennyiségéhez, mint 2 : 5. Hány pontyot fogott ki László?

Gyakorlatok

1054.° Helyesen van-e alkalmazva a szorzás széttagolási tulajdonsága:
1) $-3(4+8) = -12-24$;
2) $(-5-6)\cdot 7 = -35-42$;
3) $(m-n)\cdot(-2) = -2m-2n$;
4) $-5(p-k+9) = 5p+5k-45$;
5) $-(0{,}2+c) = -0{,}2+c$;
6) $-(-a-b) = a-b$?

Ha nem, akkor nevezd meg a hibát!

1055.° Bontsd fel a zárójeleket:
1) $2(a+3b-7c)$;
2) $0{,}4(1{,}3x-0{,}5y-1{,}3)$;
3) $(a-4d+3p)\cdot(-0{,}8)$;
4) $-0{,}4a(-4b+3p-1{,}1c)$;
5) $-m(-k+29n-38{,}9)$;
6) $(0{,}1+0{,}3x-2y)\cdot(-10a)$!

1056.° Bontsd fel a zárójeleket:
1) $-3(4+5m-6n)$; 2) $-0{,}2(-14t+z-25y)$;
3) $(-3{,}1x+7{,}8y-9{,}6)\cdot 0{,}1$;
4) $(0{,}7x-0{,}6y+0{,}5z)\cdot(-1{,}5p)$!

1057.° Bontsd fel a zárójeleket, és határozd meg a kifejezés értékét:

1) $12{,}14 - (3{,}5 + 6{,}14)$;
2) $2{,}67 - (8{,}04 - 7{,}33)$;
3) $4{,}3 + (9{,}2 - 4{,}3 + 3{,}8)$;
4) $(3{,}98 - 7{,}36) - (5{,}98 - 10{,}36)$!

1058.° Bontsd fel a zárójeleket, és határozd meg a kifejezés értékét:

1) $9{,}38 - (-10 + 5{,}38)$;
2) $-8{,}76 - (-3{,}25 - 10{,}76)$;
3) $-6{,}19 + (-1{,}5 + 5{,}19)$;
4) $-(-21{,}4 + 12{,}7) + (-20{,}4 + 12{,}7)$!

1059.° Bontsd fel a zárójeleket, és egyszerűsítsd a kifejezést:

1) $m - (n + m)$;
2) $x + (- x + y)$;
3) $(x + 3{,}2) - (x + 6{,}4)$;
4) $-(m - 4{,}7 + n) - (10{,}3 - m)$!

1060.° Bontsd fel a zárójeleket, és egyszerűsítsd a kifejezést:

1) $-(a - b) - b$;
2) $-c + (c - d)$;
3) $-(2{,}7 - a) + (-a + 1{,}8)$;
4) $-(-6{,}2 + a + b) - (a - b + 10{,}9)$!

1061.° Írd fel a két kifejezés összegét, és egyszerűsítsd:

1) $-8 - a$ és $a + 23$;
2) $1{,}3 + m$ és $-4 - m$;
3) $p - m + k$ és $-p + m + k$;
4) $3{,}7 - 2{,}6 + 4{,}2$ és $-12{,}5 + 2{,}6 - 4{,}2$!

1062.° Írd fel a két kifejezés különbségét, és egyszerűsítsd:

1) $-8{,}4 + a$ és $a + 14{,}9$;
2) $42 - b$ és $-b + 36{,}4$;
3) $m - n$ és $-n + m - p$;
4) $-2{,}2 + 4{,}9 - c$ és $4{,}9 - c - 1{,}3$!

1063.° Vond össze az egynemű tagokat:

1) $7x - 18x + 25x - 6x$;
2) $-0{,}3b - 1{,}4b + 3{,}1b + 0{,}7b$;
3) $11a - 16b - 18a + 9b$;
4) $-0{,}8k + 0{,}9p - 1{,}7k + 0{,}5k + 1{,}4p$!

1064.° Vond össze az egynemű tagokat:

1) $-4a + 12a + 13a - 27a$;
2) $4{,}2x - 4{,}8x - 6{,}3x - 2{,}4x$;
3) $-17x + 19y - 15y + 13x$;
4) $0{,}9n - 0{,}8m - 0{,}7m + 3{,}5n - 1{,}9n$!

1065.° Emeld ki a zárójel elé a közös tényezőt:

1) $5a + 5b$;
2) $ax - bx$;
3) $-6a + 6b - 6$;
4) $12a - 6b + 18c$;
5) $0{,}3ab + 1{,}3ac - a$;
6) $9m - 6n + 12k - 15$!

1066.° Emeld ki a zárójel elé a közös tényezőt:

1) $3c - 3d$;
2) $mx - my$;
3) $7a - 7b - 7c$;
4) $-12x - 8y + 20$!

1067.• Írj az alábbi kifejezéshez egy ellentett értékű kifejezést, amely bármely a értékére teljesül:

1) $a - 8$; 2) $a + 8$; 3) $-a + 8$; 4) $-a - 8$!

1068.• Bontsd fel a zárójeleket, és vond össze az egynemű tagokat:

1) $3(5a + 4) - 11a$;
2) $-0{,}2(4b - 7) + 1{,}4b$;
3) $3a(7 - b) - 7(b - 3a)$;
4) $-4(2k - 9) - 3(6k + 1)$;
5) $(3x - 11) \cdot 0{,}2 - 5(0{,}4 - 0{,}3x)$;
6) $\frac{1}{6}(18m - 24n) - (5m + 2n)$;
7) $-3{,}5(3a - 2b) + 2(1{,}3a - b)$;
8) $-(8a - 13) + 3(4 - 3a)$!

1069.• Bontsd fel a zárójeleket, és vond össze az egynemű tagokat:

1) $-4x - 8(9 - 2x)$;
2) $\frac{1}{3}(12 - 2{,}1y) + 0{,}3y$;

3) $6(3x-2)+4(5x-1)$;
4) $-7(3-4c)+14(0,5+2c)$;
5) $3(2,1x-y)-2,8(2x-3y)$;
6) $0,4(8t+7)-1,6(2t-3)$!

1070.• Bontsd fel a zárójeleket:

1) $-12\left(\frac{5}{6}a-\frac{1}{4}b+\frac{7}{24}c-\frac{1}{12}\right)$;

2) $\left(16a+8b-\frac{5}{9}c-\frac{4}{9}d\right)\cdot\left(-\frac{9}{32}n\right)$;

3) $(-3,6ab+20a-b-100)\cdot(-5xy)$!

1071.• Bontsd fel a zárójeleket:

1) $\frac{3}{7}b\left(-14t-\frac{7}{9}y+2\frac{1}{3}c\right)$;

2) $-1,2xy\left(5m-6c+\frac{1}{6}t-\frac{5}{6}\right)$;

3) $0,3mn\,(1,5-6bc+7b-10c)$!

1072.• Számítsd ki a legcélszerűbben:

1) $6,72\cdot\left(-2\frac{1}{3}\right)+3,72\cdot 2\frac{1}{3}$;

2) $-7,2\cdot 2\frac{2}{15}-7,2\cdot 3\frac{7}{15}-7,2\cdot\left(-4\frac{4}{15}\right)$;

3) $-3\frac{9}{14}\cdot 0,3-0,3\cdot\left(-1\frac{10}{21}\right)+0,3\cdot 1\frac{1}{6}$!

1073.• Számítsd ki a legcélszerűbben:

1) $-32,3\cdot 7\frac{10}{13}+2\frac{3}{13}\cdot(-32,3)$;

2) $1,6\cdot(-5,3)-2,4\cdot(-5,3)-4\frac{4}{5}\cdot 5,3$!

1074.• Vond össze az egynemű tagokat:

1) $-\frac{1}{6}x+\frac{1}{4}y+\frac{1}{9}x-\frac{1}{2}y$;

2) $-\frac{15}{16}m+\frac{7}{12}n+\frac{5}{12}m-\frac{3}{8}p-\frac{5}{8}n-\frac{1}{4}p$!

1075.° Vond össze az egynemű tagokat:

1) $\frac{3}{7}a - \frac{2}{15}b - \frac{5}{14}a + \frac{7}{30}b$;

2) $\frac{7}{18}b - \frac{13}{28}c - \frac{5}{14}c - \frac{23}{36}b + \frac{4}{7}c + \frac{4}{9}b$!

1076.° Egyszerűsítsd a kifejezést és határozd meg az értékét:

1) $0{,}8y + 0{,}5y - 0{,}9y - 0{,}7y$, ha $y = -1{,}8$;

2) $20a - 15b - 10a + 6b$, ha $a = -0{,}3$, $b = 0{,}7$;

3) $a \cdot (-2{,}4) + 3{,}2a - (-4{,}8)$, ha $a = -0{,}2$;

4) $6{,}2 \cdot b - b \cdot (-7{,}3) - (-4{,}5) \cdot (-b)$, ha $b = -1{,}4$!

1077.° Egyszerűsítsd a kifejezést és határozd meg az értékét:

1) $-0{,}6x - 1{,}2x + 3{,}2x - 5{,}6x$, ha $x = 3{,}5$;

2) $-2{,}7x + 3{,}6y + 4{,}5x - 5{,}8y$, ha $x = -1\frac{1}{9}$, $y = -\frac{4}{11}$!

1078.° Határozd meg a kifejezés értékét:

1) $-6(2a - 7) + 4(5a - 6)$, ha $a = -2{,}5$;

2) $-1{,}1(2m - 4) - (2 - 3m) - 0{,}4(1 - m)$, ha $m = -4$;

3) $1\frac{1}{9}(3y - 9) - 8\frac{1}{3}(y - 6)$, ha $y = 3{,}6$!

1079.° Határozd meg a kifejezés értékét:

1) $7(3 - 4b) - 5(3b + 4)$, ha $b = -0{,}2$;

2) $-2\frac{4}{13}(13 - p) + 1\frac{1}{13}(26 - p)$, ha $p = 3\frac{1}{4}$!

1080.° Emeld ki zárójel elé a közös tényezőt:

1) $6ax - 12a + 9ay$;

2) $7ab + 14ac - 28a$;

3) $-8mn - 6mk - 10m$;

4) $8abc - 24abd - 6ab$!

1081.° Emeld ki zárójel elé a közös tényezőt:

1) $-1{,}2pc - 0{,}2mc + c$;

2) $-35ac - 15bc + 20abc$;

3) $-6ax - 30ay - 42az$;

4) $9mnp + 45mnk - 27mn$!

1082.• Bizonyítsd be, hogy a kifejezés értéke nem függ az a változó értékétől:

1) $4(a-3)-3(6-a)+(20-7a)$;
2) $(3m-7)\cdot 0{,}6-0{,}8(4m-5)-(-1{,}7-1{,}4m)$!

1083.• Bizonyítsd be, hogy a változó bármilyen értékénél:

1) $3(5{,}1k-2{,}5)-0{,}9(17k+5)$ kifejezés negatív értékeket vesz fel;
2) $-0{,}2(36x+15)+0{,}6(12x+7)$ kifejezés pozitív értékeket vesz fel!

1084.•• Bizonyítsd be, hogy az n változó bármilyen természetes értékénél:

1) $5(4n-4{,}2)-7(2n-3)$ kifejezés értéke 6-nak a többszöröse;
2) $9(3n-8)+2(36-11n)$ kifejezés értéke 5-nek a többszöröse!

1085.•• Bizonyítsd be, hogy az n változó bármilyen értékénél a $8(4n+5)-5(5n+8)$ kifejezés értéke 7-nek a többszöröse!

1086.•• Határozd meg a kifejezés értékét:

1) $-4(n-k)$, ha $k-n=-7$;
2) $4m-(m+3n)$, ha $m-n=-0{,}8$;
3) $-3a-(8b-15a)$, ha $3a-2b=-0{,}25$;
4) $6(2x-3y)-2(x+y)$, ha $2y-x=17{,}8$;
5) $7a(3b+4c)-3a\left(b+\frac{1}{3}c\right)$, ha $a=-3\frac{1}{3}$, $3c+2b=-1{,}6$!

1087.•• Mivel egyenlő a kifejezés értéke:

1) $5a-(3a-10b)$, ha $a+5b=1{,}7$;
2) $-0{,}9x-(0{,}6x+0{,}5y)$, ha $3x+y=-0{,}2$;
3) $2m(n-4p)+5mp$, ha $m=4$, $3p-2n=-0{,}4$?

1088.•• Helyettesítsd az adott kifejezést egy vele egyenértékű számkifejezéssel, amely nem tartalmazza az abszolút érték jelét:

1) $|\pi - 3{,}14|$; 3) $|3{,}142 - \pi|$;

2) $|3 - \pi|$; 4) $|\pi - 3{,}15|$!

Ismétlő gyakorlatok

1089. Milyen művelettel kell helyettesíteni a * jelet, hogy igaz egyenlőséget kapjunk:

1) $\frac{6}{7} * 1\frac{1}{6} = 1$; 3) $3 * 2\frac{2}{11} = \frac{9}{11}$;

2) $\frac{2}{9} * \frac{5}{9} = \frac{2}{5}$; 4) $1{,}2 * \frac{5}{6} = 1$?

1090. Írd fel két olyan tört különbségeként az alábbi törtet, melyek számlálója 1:

1) $\frac{1}{12}$; 2) $\frac{2}{63}$; 3) $\frac{1}{4}$; 4) $\frac{3}{28}$; 5) $\frac{1}{24}$!

1091. Miután Dorina elolvasta a könyv $\frac{1}{3}$-át, még 40 oldal maradt, hogy a könyv feléig érjen. Hány oldalas a könyv?

1092. Miután Dorina elolvasta a könyv $\frac{1}{3}$-át, még 40 oldallal több maradt, mint amit eddig olvasott. Hány oldalas a könyv?

1093. A szék ára leárazása előtt 400 hrn volt. Milyen lett a szék ára, ha tudjuk, hogy először 5%-kal volt leárazva, utána pedig még 10%-kal?

1094. Egy lovas 14 km/ó sebességgel és egy gyalogos 4 km/ó sebességgel egy úton halad ellentétes irányban. Milyen lesz köztük 15 perc múlva a távolság, ha most 3 km van közöttük? Hány megoldása van a feladatnak?

Bölcs Bagoly feladványa

1095. Egy kocka csúcsaira 8 különböző számot írtak. Bizonyítsd be, hogy legalább az egyik közülük kisebb a szomszédos három számnak az átlagától (szomszédosoknak azokat a számokat nevezik, amelyek az egy élnek a végéin vannak felírva)!

38. A racionális számok osztása

Hasonlóan a pozitív számokhoz, a negatív számok hányadosát is szorzás segítségével határozzák meg.

Az a és b ($b \neq 0$) racionális számok hányadosának egy olyan racionális x számot nevezünk, mely szorzata a b számmal az a számot adja meg.

Más szavakkal, az $a : b = x$ egyenlőség igaz, ha igaz az $xb = a$ egyenlőség.

Például:

$$8 : (-2) = -4, \text{ mivel } -4 \cdot (-2) = 8;$$

$$-12 : 4 = -3, \text{ mivel } -3 \cdot 4 = -12;$$

$$-26 : (-2) = 13, \text{ mivel } 13 \cdot (-2) = -26;$$

$$-0{,}16 : (-0{,}4) = 0{,}4, \text{ mivel } 0{,}4 \cdot (-0{,}4) = -0{,}16;$$

$$\frac{1}{3} : \left(-\frac{2}{3}\right) = -\frac{1}{2}, \text{ mivel } -\frac{1}{2} \cdot \left(-\frac{2}{3}\right) = \frac{1}{3};$$

$$0 : \left(-7\frac{9}{14}\right) = 0, \text{ mivel } 0 \cdot \left(-7\frac{9}{14}\right) = 0;$$

$$-2{,}5 : (-2{,}5) = 1, \text{ mivel } 1 \cdot (-2{,}5) = -2{,}5.$$

Ezek a példák a következő szabályokat szemléltetik.

Ahhoz, hogy meghatározzuk két különböző előjelű racionális szám hányadosát, elegendő elosztani az osztandó abszolút értékét az osztó abszolút értékével és a kapott szám elé egy „–" jelet írni.

Ahhoz, hogy meghatározzuk két negatív racionális szám hányadosát, elegendő elosztani az osztandó abszolút értékét az osztó abszolút értékével.

Világos, hogy bármilyen racionális a számra érvényes:

$$\boxed{a : 1 = a}.$$

Ha $a \neq 0$ akkor

$$\boxed{\begin{aligned} 0 : a &= 0, \\ a : a &= 1 \end{aligned}}$$

Nullával osztani nem lehet!

?

1. Hogyan határozzuk meg két különböző előjelű számnak a hányadosát? **2.** Hogyan lehet meghatározni két negatív számnak a hányadosát? **3.** Mivel egyenlő bármilyen szám és az egyes hányadosa? két azonos, nullától különböző számnak?

Szóban oldd meg!

1. Nevezd meg az alábbi számnak az ellentettjét:

1) $\frac{2}{3}$; 2) $1\frac{1}{14}$; 3) 8; 4) 0,13; 5) 2,79; 6) 1!

2. Nevezd meg az adott szám ellentettjét és reciprokát:

1) $\frac{4}{9}$; 2) $-\frac{7}{8}$; 3) 9; 4) –6; 5) $4\frac{1}{15}$; 6) $-9\frac{2}{11}$!

3. A –2, –1, 0, 1 számok közül melyik egyezik meg a $(-1)^3 + (-1)^4 + (-1)^5 + (-1)^6 + (-1)^7$ kifejezés értékével?

4. Tünde füzeteket vásárolt, melyek 20%-a kockás volt, a többi vonalas. Hányszor több vonalas füzetet vásárolt Tünde, mint kockását?

Gyakorlatok

1096.° Pozitív vagy negatív értékű a hányados:

1) –28 : 12; 2) –49,5 : (–0,09); 3) 94 : (–0,47)?

1097.° Helyesen van-e elvégezve az osztás:

1) –6 : 3 = –2; 3) 19 : (–1) = 19;
2) –10 : (–2) = –5; 4) 23 : (–23) = 1?

1098.° Számítsd ki a hányadost:

1) 24 : (–8); 3) –45 : (–5); 5) –13 : 2;
2) –72 : (–6); 4) –29 : 29; 6) 60 : (–10)!

1099.° Töltsd ki a táblázatot!

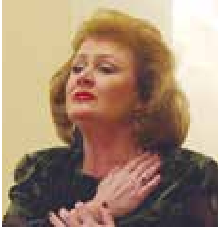
a	12	–12	–12	25	–40	–9	–8	0
b	–3	3	–3	–5	–8	–9	8	–6
$a : b$								

1100.° Végezd el az osztást:

1) $-11{,}34 : (-42)$;
4) $17 : (-5)$;
7) $-2 : 8$;
2) $-0{,}72 : (-0{,}8)$;
5) $-\frac{6}{35} : \frac{18}{25}$;
8) $22 : \left(-\frac{11}{17}\right)$;
3) $\frac{19}{25} : \left(-7\frac{3}{5}\right)$;
6) $-\frac{14}{15} : 21$;
9) $-1\frac{5}{9} : 2\frac{13}{18}$!

1101.° ***(Házi gyakorlati munka).*** Fejtsd meg egy ismert ukrán énekesnő, Ukrajna hősének a vezetéknevét! A példák számítási eredményei megfelelnek a betűknek a táblázatban. A példaszám a betű helye a szóban.

1) $-21 : (-14)$;
5) $-12 : \left(-\frac{6}{7}\right)$;
2) $6 : (-12)$;
6) $-\frac{3}{4} : (-5)$;
3) $-8{,}4 : 0{,}07$;
7) $-1\frac{8}{27} : \left(-1\frac{5}{9}\right)$.
4) $\frac{3}{14} : \left(-\frac{2}{21}\right)$;



$\frac{5}{6}$	$-2\frac{1}{4}$	–120	14	–0,5	1,5	$\frac{3}{20}$
К	Ф	Е	’	Т	С	Ю

Keress információt a művésznő életéről és műveiről az interneten, hallgass meg néhány zeneművet, és ukrán népzenét az ő előadásában.

1102.° Oldd meg az egyenletet:

1) $9x = -54;$
2) $1,2x = -6;$
3) $13x = -6;$
4) $-21x = 48;$
5) $2\frac{1}{7}x = -1\frac{11}{14};$
6) $-3,78 : x = -0,6;$
7) $x : \left(-1\frac{3}{13}\right) = -0,26;$
8) $18 : (-x) = 0,6!$

1103.° Oldd meg az egyenletet:

1) $-0,8x = -5,6;$
2) $-7x = 4;$
3) $-6x = -8;$
4) $\frac{2}{3}x = -\frac{3}{8};$
5) $40,5 : x = -9;$
6) $x : \frac{2}{7} = -1,4!$

1104.° A $-\frac{a}{b}$, $\frac{-a}{-b}$, $\frac{a}{-b}$, $\frac{a}{b}$, $\frac{-a}{b}$ törtek közül melyek azonosak?

1105.° Végezd el a műveleteket:

1) $3,2 : (-8) + (-4,8) : (-6);$
2) $2,1 \cdot (-4) - 7,8 : (-6)!$

1106.° Végezd el a műveleteket:

1) $-5,4 : 0,6 + 9,6 : (-0,8);$
2) $-3,5 \cdot 6 - 0,8 : (-0,16)!$

1107.° Határozd meg a kifejezés értékét:

1) $\left(-\frac{4}{15} + \frac{5}{9}\right) : \left(-\frac{26}{45}\right);$
2) $\left(-3\frac{3}{10} - 1\frac{8}{15}\right) : \left(-1\frac{2}{27}\right)!$

1108.° Számítsd ki:

1) $\left(-\frac{3}{14} - \frac{8}{21}\right) : \frac{20}{21};$
2) $\left(-4\frac{1}{12} + 3\frac{9}{10}\right) : 3\frac{3}{10}!$

1109.• Oldd meg az egyenletet:

1) $|x| : (-1,2) = -4;$
2) $-0,72 : |x| = -0,9!$

1110.• Oldd meg az egyenletet:

1) $-3y - 9y + 5y = 2,1;$
2) $-2,4m + 3,8m + 1,2m = -0,052;$

3) $-\frac{3}{7}a+\frac{5}{6}a-\frac{8}{21}a=-\frac{1}{49}$;

4) $3{,}4y+y\cdot(-8{,}1)-(-2{,}2)\cdot y=-10$!

1111.• Oldd meg az egyenletet:

1) $-7x+4x-8x=-9{,}9$;

2) $0{,}6y-1{,}9y-0{,}5y=0{,}54$!

1112.• Végezd el a műveleteket:

1) $14{,}4:(-0{,}18)-8{,}5:(6{,}3-8)$;

2) $-84:2{,}1-4{,}64:(-5{,}8)-6:24+1{,}4:(-0{,}28)$!

1113.• Számítsd ki:

1) $-21{,}6:(-0{,}12)+9{,}6:(8{,}9-11{,}3)$;

2) $2{,}46:(-4{,}1)-15:0{,}25-40:(-25)+(-14{,}4):(-0{,}32)$!

1114.• Határozd meg a kifejezés értékét:

1) $-12:\left(-2\frac{1}{13}\right)+1\frac{1}{4}:\left(-\frac{15}{46}\right)$;

2) $\left(\frac{9}{20}-\frac{7}{8}\right):\left(-\frac{7}{45}-\frac{2}{9}\right)$!

1115.• Végezd el a műveleteket:

1) $\frac{3}{8}:\left(-\frac{5}{8}\right)-\left(-2\frac{1}{4}\right):\left(-1\frac{4}{11}\right)$;

2) $\left(\frac{11}{14}-\frac{5}{6}\right):\left(\frac{11}{14}-\frac{3}{4}\right)$!

1116.• Rajzolj egy számegyenest és jelöld meg rajta az *A* (–3) és *B* (5) pontokat! Keresd meg az egyenesen az *AB* szakasz felezőpontját és határozd meg a koordinátáját! Mondd el, véleményed szerint hogyan lehet meghatározni a szakasz felezőpontjának a koordinátáját, ha ismerjük a végpontok koordinátáit! Ellenőrizd le az álláspontodat, meghatározva az *AB* szakasz felezőpontjának koordinátáit, ha:

1) *A* (2) és *B* (6); 2) *A* (–5) és *B* (–1)!

Ismétlő gyakorlatok

1117. Helyettesítsd a csillagokat (egy csillag helyett egy számjegy) számjegyekkel úgy, hogy:

1) *4* szám maradék nélkül osztódjon 3-ra és 10-re;
2) 12*4* szám maradék nélkül osztódjon 9-re és 5-re;
3) 67* szám maradék nélkül osztódjon 2-re és 3-ra.

Határozd meg az összes lehetséges megoldást!

1118. A rendőrkutya egy bűnözőt kergetett, és akkor kezdte utolérni, amikor 1,2 km távolság volt közöttük és 3 perc múlva elkapta. Milyen sebességgel futott a kutya, ha a bűnöző 0,2 km/p sebességgel menekült tőle?

1119. Karcsika 3 könyvet választott a könyvtárban, de közülük csak kettőt tud hazavinni. Hányféleképpen választhatja ki ezt a 2 könyvet Karcsika?

1120. Egy dinnyének a tömege 1 kg 200 g-mal több, mint a dinnye tömegének a 60%-a. Mekkora a dinnye tömege?

1121. A Nagy család 9 gyermekből és 2 szülőből áll. Az összes gyerek átlagéletkora 6 év, és az összes családtagnak az átlagéletkora 12 év. Mekkora a szülők életkorának az átlaga?

Felkészülés az új témához

1122. Gyöke-e a $4(x + 6) = x + 9$ egyenletnek a következő szám:

1) –3; 2) 0; 3) 2; 4) –5?

1123. Gyöke-e az $x^2 = 2x + 3$ egyenletnek a következő szám:

1) 3; 2) –2; 3) –1; 4) 4?

1124. Az adott egyenletek közül melyeknek van végtelenül sok gyöke, és melyiknek nincs egy sem:

1) $2x - 1 = 3$;
2) $3x + 2 = 2$;
3) $x + 2 = x + 2$;
4) $2x + 2 = 2(x + 1)$;
5) $x + 2 = 3 + x$;
6) $0 \cdot x = 3$?

Bölcs Bagoly feladványa

1125. Seventown országban 7 város létezik, amely mindegyikét több, mint két várossal köti össze út. Bizonyítsd be, hogy bármelyik városból el lehet jutni egy bármelyik másik városba (lehetséges, hogy egy másik városon keresztül utazva)!

39. Egyenletek megoldása

Az ismeretlen összeadandó meghatározásának szabályával az $x + a = b$ típusú egyenletet is megtudjátok oldani, ahol x az ismeretlen, az a és b számok ismertek.

Például, az $x + 2 = 5$ egyenlet megoldásánál ezt írjuk: $x = 5 - 2$. Innen $x = 3$.

Hasonlóan oldjuk meg az $x + 5 = 2$ egyenletet.

$$x = 2 - 5;$$

$$x = -3.$$

Méghozzá, ha nem ismerjük a negatív számokat, lehetetlen megoldani ezt az egyenletet.

És hogyan lehet megoldani a $2x - 1 = x + 5$ egyenletet?

Az általatok ismert szabályok egyikét sem lehet alkalmazni az adott egyenlet megoldásához.

Ebben a paragrafusban megtanuljátok megoldani az ilyen egyenleteket.

Ha két egyenlő számhoz egyforma számot adunk hozzá, akkor újra egyenlő számokat kapunk.

Más szóval, *ha* $a = b$, *akkor* $a + c = b + c$. Ezt az állítást az egyenlőség tulajdonságának nevezik. Az egyenletekre is érvényes az adott tulajdonság.

Ha az egyenlet mindkét oldalához hozzáadjuk (mindkét oldalából kivonjuk) ugyanazt a számot, akkor olyan egyenletet kapunk, amelynek gyökei megegyeznek az adott egyenlet gyökeivel.

Figyeljünk fel arra, ha egy adott egyenletnek nincsenek gyökei, akkor ha mindkét oldalához hozzáadjuk ugyanazt a számot, akkor a kapott új egyenletnek sem lesznek gyökei.

Alkalmazzuk az adott szabályt a már vizsgált egyenletre: $x + 2 = 5$. Adjunk az egyenlet mindkét oldalához –2-t.

Ezt kapjuk:

$$x + 2 + (-2) = 5 + (-2).$$

Innen $x = 5 - 2$.

Látjuk, hogy a 2 összeadandó *átugrott* az egyenlet egyik oldaláról a másikra, az előjelét az ellenkezőjére változtatva.

Ez a példa az alábbi szabályt szemlélteti.

Ha az egyenlet egyik tagját átvisszük az egyik oldalról a másikra, az ellenkezőjére változtatva az előjelét, akkor egy olyan egyenletet kapunk, amelynek gyökei megegyeznek az adott egyenlet gyökeivel.

Térjünk vissza a $2x - 1 = x + 5$ egyenlethez.

Vigyük át az x összeadandót a jobb oldalról a bal oldalra, és a –1 összeadandót balról jobbra, megváltoztatva az összeadandók előjeleit az ellenkezőjére.

Ezt kapjuk: $2x - x = 5 + 1$.

Innen $x = 6$.

Oldjuk meg az $\frac{1}{3}x = 4$ egyenletet. Az ismeretlen szorzótényező meghatározásának szabálya szerint: $x = 4 : \frac{1}{3}$. Innen $x = 12$.

Ezt a megoldást más módszerrel is megkaphatjuk. Szorozzuk meg az $\frac{1}{3}x = 4$ egyenlet mindkét oldalát 3-mal. A következőt kapjuk: $3 \cdot \frac{1}{3}x = 3 \cdot 4$. Innen $x = 12$.

Ez a példa a következő szabályt szemlélteti.

Ha az egyenlet mindkét oldalát megszorozzuk (elosszuk) ugyanazzal a nullától különböző számmal, akkor egy olyan egyenletet kapunk, amely gyökei megegyeznek az adott egyenlet gyökeivel.

Miért nem lehet megszorozni az egyenlet mindkét oldalát nullával?

Elmagyarázzuk ezt a $2x = 4$ egyenleten.

A 2 az egyenlet egyetlen gyöke. Ha az egyenlet mindkét oldalát megszorozzuk 0-val, akkor a következőt kapjuk: $0 \cdot 2x = 0 \cdot 4$, ennek az egyenletnek bármelyik szám lehet a gyöke. Vagyis a kapott egyenlet gyökei nem azonosak az első egyenlet gyökével.

1. Milyen egyenletet kapunk, ha mindkét oldalához ugyanazt a számot adjuk hozzá? **2.** Milyen szabályt alkalmazva lehet átvinni a tagokat az egyenlet egyik oldaláról a másikra? **3.** Milyen egyenletet kapunk, ha megszorozzuk vagy elosszuk az adott egyenlet mindkét oldalát ugyanazzal a nullától különböző számmal?

Szóban oldd meg!

1. Egyszerűsítsd a kifejezést:
1) $m - 4{,}6 + 2{,}8 - m$; 2) $3n - (8n - 5)$!

2. Mivel egyenlő 1000 összeadandónak az összege, ha mindegyikük –1?

3. Mivel egyenlő 1000 szorzótényező szorzata, ha mindegyikük –1?

4. A szanatóriumba gyümölcsöt szállítottak. Azok közt 180 kg narancs volt, ami az összes gyümölcs 0,3-a. Hány kg gyümölcsöt szállítottak a szanatóriumba összesen?

5. Milyen a és b értékeknél helyes az egyenlőség:
1) $a : b = 1$; 2) $a : b = -1$; 3) $a : b = 0$?

Gyakorlatok

1126.° Oldd meg az egyenletet:

1) $7x = -30 + 2x$;
2) $9x + 6 = 10x$;
3) $-4 + 3x = 8x + 16$;
4) $20 - 2x = 27 + x$;
5) $-17x + 20 = 7x - 28$;
6) $0{,}2x + 4{,}3 = 0{,}4x - 6{,}5$;
7) $0{,}6x + 100 = 0{,}9x + 1$;
8) $16 - 18x = -25x - 12$!

1127.° Mivel egyenlő az egyenlet gyöke:

1) $3x = 28 - x$;
2) $8x - 4 = 9x$;
3) $8x + 9 = 4x + 17$;
4) $5x + 12 = 8x + 30$;
5) $33 + 8x = -5x + 72$;
6) $6x - 19 = -x - 10$;
7) $0,7 - 0,2x = 0,3x - 1,8$;
8) $0,1x + 9 = 0,2x - 4$?

1128.• Oldd meg az egyenletet:

1) $-6(x + 2) = 4x - 17$;
2) $(18x - 19) - (4 - 7x) = -73$;
3) $10x + 3(7 - 2x) = 13 + 2x$;
4) $-3(4 - 5y) + 2(3 - 6y) = -3,9$!

1129.• Határozd meg az egyenlet gyökét:

1) $9(x - 1) = x + 15$;
2) $(11x + 14) - (5x - 8) = 25$;
3) $12 - 4(x - 3) = 39 - 9x$;
4) $2(3x + 5) - 3(4x - 1) = 11,8$!

1130.• Oldd meg az egyenletet:

1) $0,8(4x + 5) = -3,2$;
2) $-2,4(7 - 9y) = -48$!

1131.• Oldd meg az egyenletet:

1) $-7(2 - 3x) = 56$;
2) $(5 + 7a) \cdot 15 = -30$!

1132.• Határozd meg az egyenlet gyökét:

1) $0,3m + 2(0,2m - 0,3) = 0,8 - 0,7(m - 2)$;
2) $0,6 - (1,3x + 1) = 2,8x - 13,52$;
3) $\frac{1}{8}\left(\frac{8}{9}y + 8\right) - \frac{1}{5}\left(\frac{5}{6}y + 1\frac{2}{3}\right) = 2$!

1133.• Oldd meg az egyenletet:

1) $0,4(x - 3) - 1,6 = 5(0,1x - 0,5)$;
2) $1,5(2x - 5) + 2x = 5(0,5x - 1,5) - 10$;
3) $\frac{2}{3}\left(1\frac{1}{2}x + \frac{3}{5}\right) - \frac{4}{5}\left(\frac{5}{12}x - \frac{1}{2}\right) = 1\frac{3}{5}$!

1134.• Mivel egyenlő az egyenlet gyöke:

1) $-9(6x + 1) = -45(2x + 2,6)$;
2) $0,6(2x + 1) = -1,8(3x - 4)$?

1135.• Oldd meg az egyenletet:

1) $-1,4(x-6)=7(4x+1,2)$;

2) $2,6(0,4x-1,4)=-3,9(1,2x-0,9)$!

1136.• Oldd meg az egyenletet:

1) $\frac{x+0,4}{8}=\frac{0,7-x}{3}$; 2) $\frac{5}{6}=\frac{5x+6}{2x+3,2}$!

1137.• Mivel egyenlő az egyenlet gyöke:

1) $\frac{x-8}{x+2}=\frac{7}{3}$; 2) $\frac{4}{x-1,2}=\frac{15}{x-10}$?

1138.• A változó mely értékénél:

1) az $5x - 0,4(7x - 9)$ kifejezés értéke 2,94-gyel egyenlő;

2) a $0,4(6 - 4y)$ és $0,5(7 - 3y) - 1,9$ kifejezéseknek megegyeznek az értékük;

3) a $-3(2,1x - 4) - 1,6$ kifejezés értéke 2,6-el több, mint az $1,2(0,5 - 5x)$ kifejezés értéke;

4) az $a + 8$ kifejezés értéke 7-szer kevesebb a $90 - 3a$ kifejezés értékénél?

1139.• A változó mely értékénél:

1) a $2,5x + 3(0,5x - 1,8)$ kifejezés értéke $-3,8$-al egyenlő;

2) a $7 - 2x$ és $9x - 8(x + 1)$ kifejezéseknek megegyeznek az értékük;

3) a $3(m + 1,4) - 6,4$ kifejezés értéke 0,7-el kisebb, mint a $8m - 15(m - 1,1)$ kifejezés értéke;

4) az $5n - 1$ kifejezés értéke 6-szor több a $2n - 13$ kifejezés értékénél?

1140.•• Az a mely értékénél:

1) $5ax = 14 - x$ egyenlet gyöke 4;

2) $(2a + 1)\ x = -6a + 2x - 13$ egyenlet gyöke -1?

1141.•• Az a mely értékénél:

1) $4ax = 84$ egyenlet gyöke -3;

2) $(a - 7)\ x = 6 + 5a$ egyenlet gyöke 1?

1142.•• Oldd meg az egyenletet:

1) $3(6x-1)=2(9x+1)-10$;

2) $1,4(2-5x)=15-(7x+12,2)$!

1143.•• Oldd meg az egyenletet:

1) $20-4x=8(3x+2,5)-28x$;

2) $4x+9=5(2x-7)-6x$!

1144.* Az a mely értékénél nincs gyöke az egyenletnek:

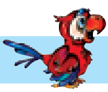
1) $ax=1$; 2) $(a-2)x=3$?

1145.* Határozd meg az a összes egész értékét, melyeknél az egyenlet gyöke egész szám:

1) $ax=-14$; 2) $(a-2)x=12$!

1146.* Határozd meg az m összes egész értékét, melyeknél az egyenlet gyöke természetes szám:

1) $mx=20$; 2) $(m+3)x=-18$!



Ismétlő gyakorlatok

1147. A 4 hány százaléka a reciprok számának?

1148. Az 5 hány százaléka a négyzetének?

1149. Az asztalon egy doboz cukorka volt. Arnold elvette a felét, Katica pedig a maradék harmadát és ezután a dobozban 6 cukorka maradt. Hány cukorka volt eredetileg a dobozban?

1150. Egy kétjegyű számot, mely első számjegye 5, elosztottak egy egyjegyű számmal és 8 lett az osztás maradéka. Határozd meg az osztandót és az osztót!

1151. ***(Találd meg a hibát!)*** Lustás Lacika az 1127 (6) gyakorlatot oldva, ezt írta fel:

$$6x-x=10+19;$$
$$5x=29;$$
$$x=5,8.$$

Találd meg a hibát ebben a *megoldásban*!

Bölcs Bagoly feladványa

1152. Egy 8×8 méretű sakktáblának a bal felső és jobb alsó széléből mezőket vágtak ki. Lehetséges-e a maradék táblát eltakarni dominóval úgy, hogy 1 dominó két mezőt takarjon el?

40. Szöveges feladatok megoldása egyenlettel

1. példa. A 6. osztályban összesen 101 tanuló van. A 6. B osztályos tanulók a 6. A osztály tanulóinak a $\frac{6}{7}$, a 6. C osztály tanulói a 6. B osztály tanulóinak a 120%-a. Hány tanuló van mindegyik osztályban?

Megoldás. Legyen a 6. A osztályban x tanuló, akkor a 6. B osztályban $\frac{6}{7}x$ tanuló van, és a 6. C osztályban, figyelembe véve, hogy $120\% = 1{,}2$, $\frac{6}{7}x \cdot 1{,}2 = \frac{6}{7}x \cdot \frac{6}{5} = \frac{36}{35}x$ gyerek tanul. Mivel összesen a 6. osztályban 101 gyerek tanul, ezért ilyen egyenletet állítunk fel:

$$x + \frac{6}{7}x + \frac{36}{35}x = 101.$$

Szorozzuk meg az egyenlet mindkét oldalát 35-tel:

$$\left(x + \frac{6}{7}x + \frac{36}{35}x\right) \cdot 35 = 101 \cdot 35.$$

Innen: $35x + 35 \cdot \frac{6}{7}x + 35 \cdot \frac{36}{35}x = 3535;$

$$35x + 30x + 36x = 3535;$$

$$101x = 3535;$$

$$x = 35.$$

Tehát a 6. A osztályban 35 (gyerek), a 6. B osztályban $35 \cdot \frac{6}{7} = 30$ (gyerek), a 6. C osztályban pedig $30 \cdot 1{,}2 = 36$ (gyerek) tanul.

Felelet: 35 gyerek, 30 gyerek, 36 gyerek. ◀

2. példa. A két polcon egyforma mennyiségű könyv volt. Miután az első polcról levettek 8 könyvet, a másodikról – 24 könyvet, az első polcon 3-szor több könyv maradt, mint a másodikon. Hány könyv volt a polcokon eredetileg?

Megoldás. Vegyük, hogy az elején mindkét polcon x könyv volt. Utána az elsőn $(x - 8)$ könyv, a másodikon pedig $(x - 24)$ könyv lett. A feladat szövege alapján az $x - 8$ kifejezés értéke 3-szor nagyobb, mint az $x - 24$ kifejezés értéke, ezért ilyen egyenletet tudunk felállítani:

$$x - 8 = 3(x - 24).$$

Innen $x - 8 = 3x - 72;$

$$x - 3x = -72 + 8;$$
$$-2x = -64;$$
$$x = 32.$$

Felelet: 32 könyv. ◀

3. példa. Határozd meg, hány év múlva lesz az apuka életkora 3-szor több a fia életkoránál, ha ebben az évben az apuka betölti a 32. évet, a fia pedig a 12. évet.

Megoldás. Tegyük fel, hogy az apuka x év múlva lesz 3-szor idősebb a fiától. Akkor a fia $(12 + x)$ éves lesz, az apuka pedig $(32 + x)$ éves, ami 3-szor több, mint a fia életkora. Ezt az egyenletet kapjuk:

$$3(12 + x) = 32 + x.$$

Innen $36 + 3x = 32 + x;$

$$3x - x = 32 - 36;$$
$$2x = -4;$$
$$x = -2.$$

Első ránézésre ez a megoldás nem fogadható el, de ha megszámoljuk az apuka és a fia életkorát 2 évvel ezelőtt, akkor 30 és 10 évet kapunk. Így érthető, hogy az apuka és fia életkorának kellő aránya 2 évvel ezelőtt volt meg.

Felelet: 2 évvel ezelőtt. ◀

Szóban oldd meg!

1. Határozd meg az $(x + 6)\ (x - 1{,}5) = 0$ egyenlet gyökeinek szorzatát!

2. Az adott egyenletek közül melyeknek nincsenek gyökei:

1) $0x = 0$;
2) $x - 2 = 5 + x$;
3) $x^2 = x$;
4) $|x| + 2 = 1$?

3. Számítsd ki a kifejezés értékét:

1) $\left(1 - \frac{3}{4} \cdot \frac{2}{3}\right) : \frac{5}{24}$;
2) $\frac{4}{39} : \left(1 - \frac{7}{9} \cdot \frac{3}{7}\right)$!

Gyakorlatok

1153.° Az első félévre Peti és Gyuri összesen 43 db 12-es osztályzatot kaptak matematikából, méghozzá Peti 9 ilyen osztályzattal többet kapott, mint Gyuri. Hány 12-es osztályzatot kapott mindegyik fiú külön-külön?

1154.° Eszter és Mária 24,6 kg epret szedtek, méghozzá Eszter 4,8 kg-mal kevesebb epret szedett, mint Mária. Hány kg epret szedett mindegyik kislány külön-külön?

1155.° A téglalap kerülete 12,8 cm, az egyik oldala 2,4 cm-el rövidebb, mint a másik. Határozd meg a téglalap területét!

1156.° A téglalap egyik oldala 15-ször hosszabb a másiknál, a kerülete pedig 19,2 cm. Határozd meg a téglalap területét!

1157.° A háromszög kerülete 166 cm. Az egyik oldala 5-ször hosszabb a másiknál, ami 68 cm-rel rövidebb a harmadiknál. Határozd meg a háromszög oldalainak hosszát!

1158.° A háromszög egyik oldala 7-szer rövidebb a másodiknál, és 66 cm-rel rövidebb, mint a harmadik oldala. Határozd meg a háromszög oldalainak hosszát, ha a kerülete 174 cm!

1159.• Egy kg narancs egy kg almánál 6,4 hrn-val drágább. 5 kg narancsért annyit fizettek, amennyit 9 kg almáért. Mennyibe kerül 1 kg narancs? 1 kg alma?

1160.• 6 kg zselés cukorka ugyanannyiba került, mint 3,6 kg csokis cukorka. Mennyibe került mindegyik fajta cukorka, ha 1 kg zselés cukorka 20 hrn-val olcsóbb, mint 1 kg csokis cukorka?

1161.• Károly nagyapó 122 kg káposztát sózott be 7 nagy és 4 kisebb hordóban. Hány kg káposzta fért el mindegyik hordóban, ha a nagy hordóba 8 kg-mal fért több káposzta, mint a kis hordóba?

1162.• A gazdasszony 8 kg szalonnát és 15 kg füstölt húst adott el 1290 hrn-ért a piacon. Mennyibe került 1 kg szalonna és 1 kg füstölt hús, ha 1 kg szalonna 40 hrn-val olcsóbb, mint 1 kg füstölt hús?

1163.• A gyalogos megtette a két falu közötti távolságot 7 óra alatt, a lovas – 3 óra alatt. Határozd meg a gyalogos és a lovas sebességét, ha a gyalogos sebessége 5,6 km/ó-val kevesebb, mint a lovasé!

1164.• A tanulók szállításához a sporttáborba 12 mikrobusz vagy 5 nagy busz szükséges, mindkét esetben a busz összes ülőhelye foglalt lesz. Hány tanulót kell szállítani, ha a nagy buszban 35 ülőhellyel több van, mint a mikrobuszban?

1165.• Gergő és Feri gombát szedtek. Gergő 5-ször több gombát szedett, mint Feri. Az erdőben találkoztak Holle anyóval és Rémusz bácsival. Gergő odaajándékozott Holle anyónak 19 gombát, Feri Rémusz bácsitól 29 gombát kapott. Ezek után a fiúknak egyforma mennyiségű gombájuk lett. Hány gombát szedett mindegyik fiú?

1166.• Vöröske és Sárgácska mókuska diót gyűjtöttek. Vöröske 8-szor kevesebb diót gyűjtött, mint Sárgácska. Akkor Sárgácska adott Vöröskének 42 diót a sajátjából, így egyforma mennyiségű diójuk lett. Hány diót szedtek a mókusok külön-külön?

1167.• Két iskolának a tatarozására egyforma összeget utaltak ki. Amikor az első iskolának 60 000 hrn értékű építőanyagot vásároltak, a másodiknak pedig 30 000 hrn értékűt, akkor a második iskola rendelkezésére 1,5-szer több pénz maradt, mint az első iskolának. Hány hrn-t kaptak az iskolák a tatarozásra külön-külön?

1168.• A kert locsolásához egyforma mennyiségű vizet öntöttek két tartályba. Amikor az első tartályból elhasználtak 47 l vizet, a másodikból 23 l vizet, akkor az elsőben 3-szor kevesebb víz maradt, mint a másodikban. Hány liter víz volt mindegyik tartályban eredetileg?

1169.• Sanyikának 5-ször több pénze volt, mint Ilonkának. Miután Sanyika 27 hrn-ért vásárolt egy könyvet és Ilonka 8 hrn-ért egy tollat, akkor Ilonkának 33 hrn-val kevesebb pénze maradt, mint Sanyikának. Mennyi pénzük volt mindegyiküknek eredetileg?

1170.• Az első konténerben 4-szer több szenet tároltak, mint a másodikban. Miután az első konténerből 210 kg szenet vettek el, a másodikból pedig 10 kg-ot, akkor a másodikban 20 kg szénnel több maradt, mint az elsőben. Hány kilogramm szén volt mindegyik konténerben eredetileg?

1171.• Az egyik városból a másikba 65 km/ó sebességgel elindult egy autó, majd 2 óra múlva a másik városból 75 km/ó sebességgel elindult egy másik autó, hogy találkozzanak. Számítsd ki, mennyi időt volt úton mindkét autó a találkozásig, ha a két város közötti távolság 690 km!

1172.• A faluból a város irányába 80 km/ó sebességgel egy motorkerékpáros indult el. 1,5 óra múlva a városból a faluba 16 km/ó sebességgel elindult egy kerékpáros. Számítsd ki, mennyi időt voltak úton a találkozásig külön-külön, ha a falu és a város közötti távolság 216 km!

1173.• Az első tartályban 140 l víz volt, a másodikban 108 l. A tartályokat egy és ugyanabban az időben nyitották meg. Az első tartályból percenként 5 l víz folyik ki, a másodikból 6 l. Hány perc múlva marad a második tartályban 2,5-szer kevesebb víz, mint az elsőben?

1174.• Szilvikének 95 feladatot kell megoldani, Misikének pedig 60 feladatot. Szilvike mindennap 7 feladatot old meg, Misike pedig 6 feladatot. Hány nap múlva marad Szilvikének kétszer több megoldatlan feladata, mint Misikének, ha a feladatokat ugyanazon a napon kezdték oldani?

1175.• Az első tartályban 900 l víz volt, a másodikban 700 l. Miután a második tartályból kétszer több vizet használtak el, mint az elsőből, akkor az elsőben 3-szor több víz maradt, mint a másodikban. Hány liter vizet használtak el a két tartályból külön-külön?

1176.• Az első konténerben 60 kg alma volt, a második-ban 100 kg. Miután a második konténerből 4-szer több almát adtak el, mint az elsőből, akkor az elsőben 2-szer több alma maradt, mint a másodikban. Hány kilogramm almát adtak el mindegyik konténerből?

Ismétlő gyakorlatok

1177. Hat polcon könyvek vannak. A második polcon 1-gyel több könyv van, mint az elsőn, a harmadikon 1-gyel több, mint a másodikon, és így tovább. Nevezd meg, hogy a könyvek teljes számának milyennek kell lennie: 1) prímszámnak, 2) páros számnak, 3) páratlan számnak!

1178. Egy kétjegyű számban áthúztak egy számjegyet és ez a szám 31-szer kisebb lett. Melyik számjegyet és milyen számban húzták át?

1179. Határozd meg a kifejezés értékét:

1) $(-12{,}16:(-0{,}4)+4{,}62:(-0{,}3))\cdot(-2{,}4)-93{,}7$;

2) $\left(-2\frac{5}{9}+1\frac{20}{21}\right):1\frac{8}{49}-1\frac{7}{9}:(-6)$!

1180. A 689 153 401 számban húzz át három számjegyet úgy, hogy a megmaradt számjegyek ugyanabban a sorrendben a lehetséges legnagyobb számot alkossák!

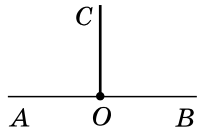
1181. Az ABC egyenesszög B csúcsából meghúztak egy BK félegyenest úgy, hogy $ABK\angle = 108°$. A BD félegyenes a CBK szög szögfelezője. Határozd meg a DBK szög fokmértékét!

Bölcs Bagoly feladványa

1182. Létezik-e olyan 1005 természetes szám (nem feltétlenül különböző), melynek összege megegyezik a szorzatukkal?

41. Merőleges egyenesek

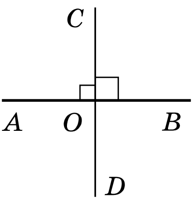
Rajzoljunk egy AOB egyenesszöget és ábrázoljuk az OC szögfelezőjét (111. ábra).



111. ábra

Mivel az egyenesszög fokmértéke 180°, akkor $AOC\angle + COB\angle = 180°$. Figyelembe véve, hogy AOC és COB szögek egyenlőek, ezt kapjuk: $AOC\angle = COB\angle = 90°$.

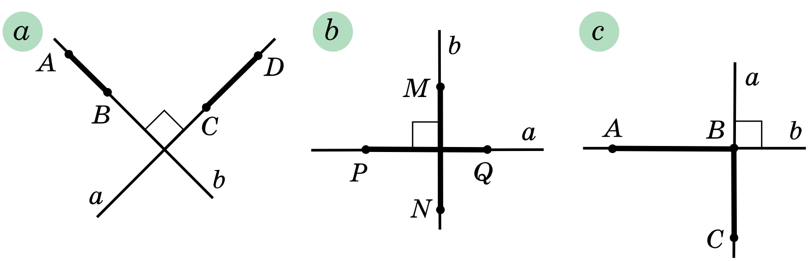
Kiegészítjük az OC félegyenest a CD egyenesre. Egy COD egyenesszöget kapunk (112. ábra). Akkor $COD\angle = AOC\angle + AOD\angle$. Mivel $COD\angle = 180°$ és $AOC\angle = 90°$, akkor felírhatjuk: $180° = 90° + AOD\angle$. Innen $AOD\angle = 90°$. Hasonlóan bebizonyítható, hogy DOB derékszög.



112. ábra

Tehát az AB és CD egyenesek metszésekor négy derékszöget kaptunk. Az ilyen egyeneseket **merőlegeseknek** nevezzük. Így írjuk: $AB \perp CD$ vagy $CD \perp AB$.

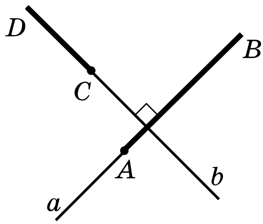
Ha a merőleges egyeneseket a és b betűkkel jelöljük, akkor felírható $a \perp b$ (így olvassuk: *az a egyenes merőleges a b egyenesre, vagy az a és b egyenesek merőlegesek*).



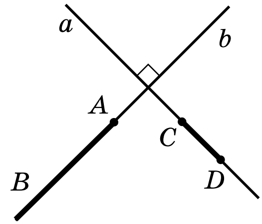
113. ábra

A 113. ábrán egy pár szakasz van ábrázolva, melyek az a és b merőleges egyeneseken helyezkednek el. Az ilyen szakaszokat is merőlegeseknek nevezzük.

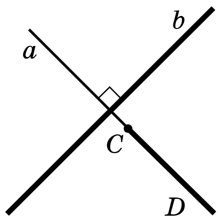
Két félegyenes (114. ábra), egy félegyenes és egy szakasz (115. ábra), egy félegyenes és egy egyenes (116. ábra), egy szakasz és egy egyenes (117. ábra) is lehet merőleges.



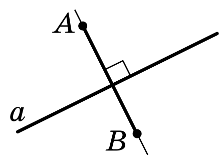
114. ábra



115. ábra



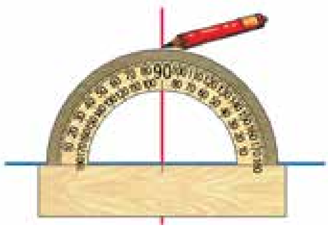
116. ábra



117. ábra

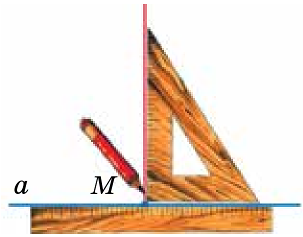
Merőleges egyeneseket derékszögű háromszög-vonalzóval (118. ábra) vagy szögmérővel (119. ábra) lehet rajzolni.

118. ábra

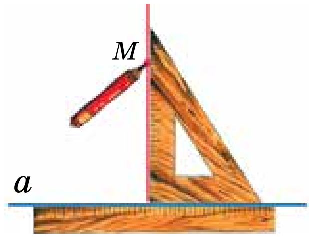


119. ábra

A derékszögű háromszögvonalzó segítségével egy adott M ponton keresztül is lehet rajzolni az adott a egyenesre egy merőleges egyenest. A 120. ábrán látható, hogyan lehet elvégezni a szerkesztést, ha az M pont az a egyeneshez tartozik, a 121. ábrán pedig, ha az M pont nem az a egyeneshez tartozik.

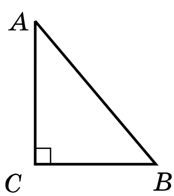


120. ábra

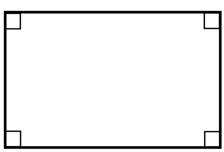


121. ábra

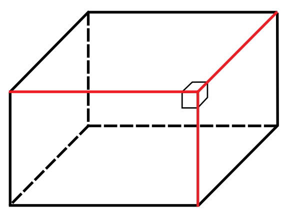
Figyeljünk fel arra, hogy eddig is találkoztatok mértani alakzatokkal, melyeknek az elemei merőlegesek. Például az ABC derékszögű háromszög AC és BC oldalai merőlegesek (122. ábra). A téglalap bármely szomszédos oldalai merőlegesek (123. ábra), a derékszögű paralelepipedon három éle közül bármelyik kettő, amelynek közös csúcsa van, merőleges (124. ábra).



122. ábra



123. ábra



124. ábra

1. Milyen két egyenest neveznek merőlegeseknek? **2.** Hogyan olvassák az $m \perp n$ feliratot? **3.** Milyen szakaszokat neveznek merőlegeseknek?

Szóban oldd meg!

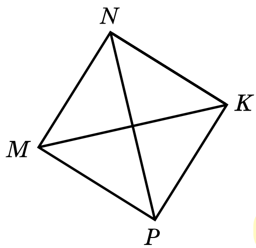
1. Az a mely értékénél helyes az egyenlőség: $a : 5 = 5 : a$?

2. Palacsintát és túrógombócot készítettek, méghozzá a palacsintából 3-szor többet, mint a túrógombócból. Mennyi palacsintát és túrógombócot készítettek, ha a túrógombócból 20-szal kevesebb volt, mint a palacsintából?

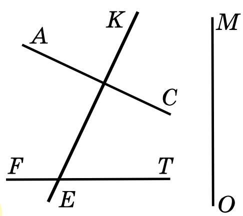
3. Határozd meg az ABC háromszög kerületét, ha a BC oldal 2-szer rövidebb az AB oldalnál és $AB = AC = 5$ cm!

Gyakorlatok

1183.° A 125. ábrán egy $MNKP$ négyzet látható. Írd le az összes kölcsönösen merőleges szakaszpárokat!



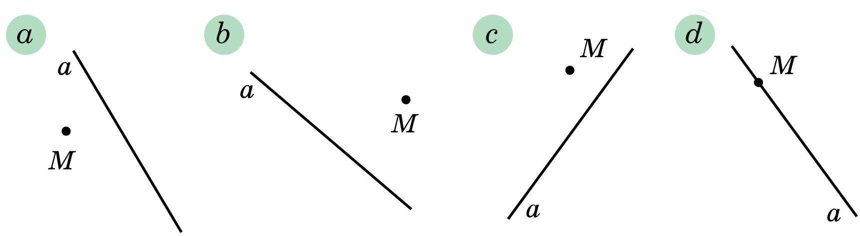
125. ábra



126. ábra

1184.° A 126. ábrán látható rajzon találd meg és írd le az összes kölcsönösen merőleges szakaszpárokat!

1185.° Rajzold át a füzetbe a 127. ábrát. Az M ponton keresztül húzz egy egyenest, amely merőleges az a egyenesre!



127. ábra

1186.° Húzz egy *d* egyenest és jelölj egy *M* pontot, amely nem tartozik az egyeneshez. A derékszögű háromszögvonalzó segítségével az *M* ponton keresztül húzz egy egyenest, amely merőleges a *d* egyenesre!

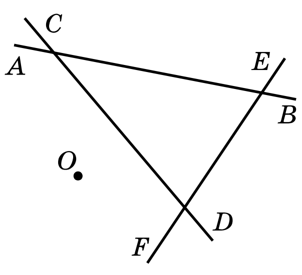
1187.° Húzz egy *c* egyenest és jelölj egy *K* pontot, amely az egyeneshez tartozik. A derékszögű háromszögvonalzó segítségével a *K* ponton keresztül húzz egy egyenest, amely merőleges a *c* egyenesre!

1188.° Rajzolj egy *ABCD* téglalapot, kösd össze az *A* és *C* pontokat. A *B* ponton keresztül húzz egy egyenest, amely merőleges az *AC* egyenesre!

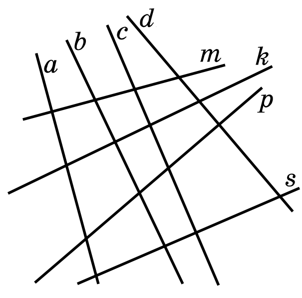
1189.° Rajzolj egy: 1) hegyesszögű; 2) tompaszögű; 3) derékszögű háromszöget. A háromszög mindegyik csúcsán keresztül húzz egy egyenest, amely merőleges a szemben fekvő oldalára!

1190.° Rajzolj egy *ABK* szöget, melynek fokmértéke: 1) 73°; 2) 146°. Jelölj a *BK* félegyenesen egy *C* pontot és húzz rajta keresztül két egyenest, melyek merőlegesek az *AB* és *BK* egyenesekre!

1191.° Rajzold át a füzetbe a 128. ábrát. Az *O* ponton keresztül húzz az *AB*, *CD* és *EF* egyenesekre merőleges egyeneseket!



128. ábra



129. ábra

1192.° Rajzolj egy hegyesszögű háromszöget és jelölj a közepében egy pontot. Ezen a ponton keresztül húzz olyan egyeneseket, amelyek merőlegesek a háromszög oldalaira!

1193.• Rajzolj egy $ABCD$ négyszöget, melyben:

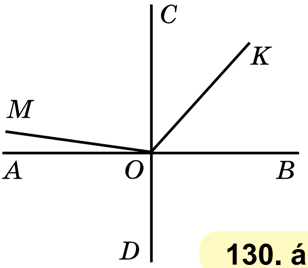
1) $AB \perp AD$;
2) $AB \perp AD$, $AB \perp BC$;
3) $AB \perp AD$, $BC \perp CD$!

1194.• Állapítsd meg szemre, és ezután ellenőrizd le derékszögű háromszögvonalzóval, hogy a 129. ábrán látható egyenesek közül melyek merőlegesek!

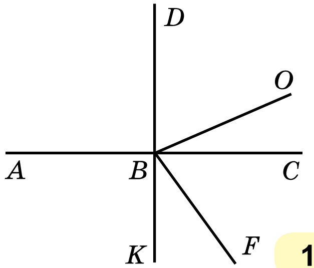
1195.• Rajzolj két olyan merőleges szakaszt, melyek: 1) metszik egymást; 2) nincs közös pontjuk; 3) közös a végpontjuk!

1196.• Rajzolj két olyan merőleges félegyenest, melyek: 1) metszik egymást; 2) nincs közös pontjuk!

1197.• A 130. ábrán $AB \perp CD$, $MOC\angle + BOK\angle = 130°$, $COK\angle = 42°$. Számítsd ki: 1) az MOK szög; 2) az MOD szög fokmértékét!



130. ábra



131. ábra

1198.• A 131. ábrán $AC \perp DK$, $OB \perp BF$, $DBO\angle = 54°$. Számítsd ki az ABF szög fokmértékét!

1199.•• Hogyan lehet szerkeszteni merőleges egyeneseket: 1) 15°; 2) 18° fokmértékű szögsablonokat használva?

1200.•• Szerkessz egy 1) 5°; 2) 12° fokmértékű szöget derékszögű háromszögvonalzó és egy 17° fokmértékű szögsablon segítségével!

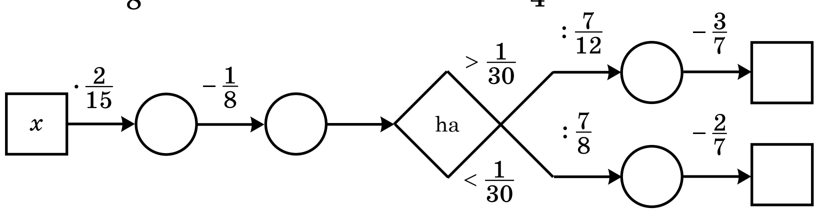
1201.•• Szerkessz egy 10° fokmértékű szöget derékszögű háromszögvonalzó és egy 20° fokmértékű szögsablon segítségével!

Ismétlő gyakorlatok

1202. Egy kétjegyű szám számjegyeinek összege 8, a tízesek száma 3-szor kevesebb, mint az egyesek száma. Határozd meg ezt a számot!

1203. Töltsd ki a számítási lánc üres részeit, ha:

1) $x = 1\frac{1}{8}$; 2) $x = 1\frac{1}{4}$!



1204. Helyes-e az állítás, hogy $|a| + a = 2a$ az a bármely értékénél?

A tananyag gyakorlati alkalmazása

1205. Egy hét alatt 1400 papírlapot használnak el az irodában. Legalább hány csomag papír szükséges az iroda 6 heti munkájához, ha egy csomagban 500 lap van?

1206. Misi hétfőnként, csütörtökönként és szombatonként táncfoglalkozásokat látogat, Antal, a barátja keddenként, szerdánként és péntekenként zeneórákat látogat. Töltsd ki a Misi és Antal foglalkozásait szemléltető táblázatot, ha tudjuk, hogy január 11-én és 15-én Antalnak zeneórája lesz!

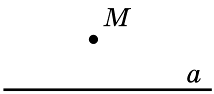
Dátum	Január 10	Január 11	Január 12	Január 13	Január 14	Január 15	Január 16	Január 17
Misi								
Antal		+				+		

Bölcs Bagoly feladványa

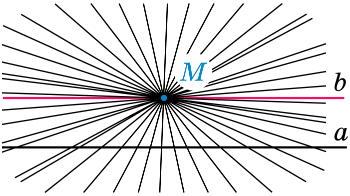
1207. A sakktáblára festéket öntöttek szét. Lehetséges-e, hogy az összekent mezők száma 17-tel kevesebb, mint a tiszta mezőké?

42. Párhuzamos egyenesek

Nézzünk a síkon egy a egyenest és egy M pontot, amely nem tartozik az adott egyeneshez (132. ábra). Az M ponton keresztül végtelen sok egyenest húzhatunk, de közülük csak egy nem fogja metszeni az a egyenest (a 133. ábrán ezt az egyenest b-vel jelöltük). Az ilyen esetekben azt mondják, hogy az a és b egyenesek **párhuzamos**ak.



132. ábra

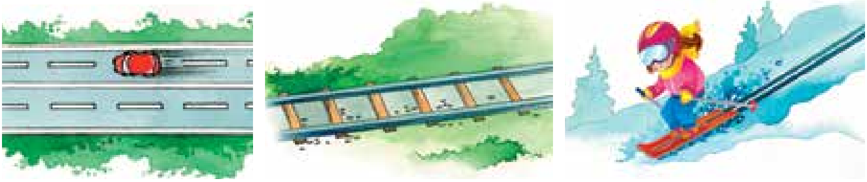


133. ábra

Két egyenes a síkon párhuzamos, ha nem metszi egymást.

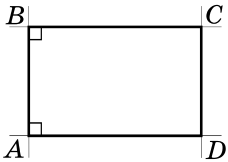
Ha az a és b egyenesek párhuzamosak, akkor ezt így írják: $a \parallel b$ (így olvassák: *az a egyenes párhuzamos a b egyenessel*, vagy *az a és b egyenesek párhuzamosak*).

A párhuzamos egyenesek elképzelését az útvonal jegyzése, a sínek az egyenes vasúti szakaszon, az egyenesen haladó síelő által hagyott nyomok adják (134. ábra).

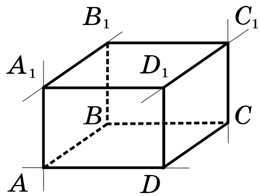


134. ábra

Figyeljünk fel arra, hogy eddig is találkoztál olyan mértani alakzatokkal, melyek elemei párhuzamos egyeneseken fekszenek. Például a téglalap szemben fekvő oldalai párhuzamos egyeneseken fekszenek (135. ábra); az $ABCDA_1B_1C_1D_1$ derékszögű paralelepipedon A_1B_1 és C_1D_1, AA_1 és CC_1 élei is párhuzamos egyeneseken fekszenek (136. ábra).



135. ábra



136. ábra

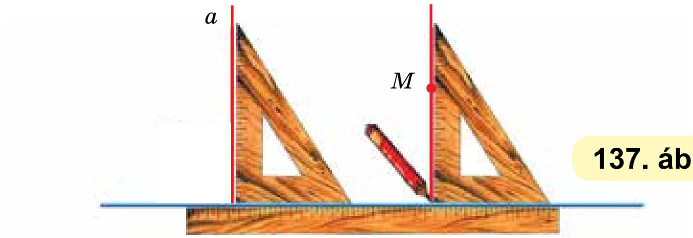
Figyeljünk fel arra, hogy az A_1B_1 és AD egyenesek sem metszik egymást (136. ábra), de ezek nem egy síkon fekszenek, ezért nem számítanak párhuzamosaknak, hanem **kitérő**nek tekintik őket.

Azokat a szakaszokat (félegyeneseket), melyek párhuzamos egyeneseken fekszenek, párhuzamosaknak nevezzük. Így a téglalap szemben fekvő oldalai párhuzamosak; a derékszögű paralelepipedon, például AB és CD, BB_1 és DD_1 élei párhuzamosak (136. ábra).

A 135. ábrán a BC és AD egyenesek mindegyike merőleges az AB egyenesre, méghozzá $BC \parallel AD$. Ez nem véletlen, mivel érvényes az alábbi tulajdonság.

Ha két egyenes a síkon merőleges egy harmadik egyenesre, akkor ezek az egyenesek párhuzamosak.

Ennek a tulajdonságnak köszönhetően vonalzó és derékszögű háromszögvonalzó segítségével párhuzamos egyeneseket szerkeszthetünk. A 137. ábrán látható, hogyan lehet egy adott M ponton keresztül egy a egyeneshez párhuzamos egyenest húzni.



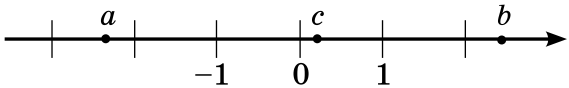
137. ábra

1. Milyen lehet két egyenes kölcsönös elhelyezkedése a síkon? **2.** Milyen két egyenest nevezünk párhuzamosaknak? **3.** Hogyan olvassák az $m \parallel n$ feliratot? **4.** Milyen szakaszokat neveznek párhuzamosaknak? **5.** Milyen annak a két egyenesnek a kölcsönös helyzete a síkon, melyek merőlegesek egy harmadik egyenesre?

Szóban oldd meg!

1. A számegyenesen megjelölték az *a*, *b* és *c* számokat (138. ábra). Pozitív vagy negatív az: 1) *a* és *b*; 2) *a* és *c*; 3) *b* és *c*; 4) *a* és 1; 5) *c* és –1 számok különbsége?

138. ábra

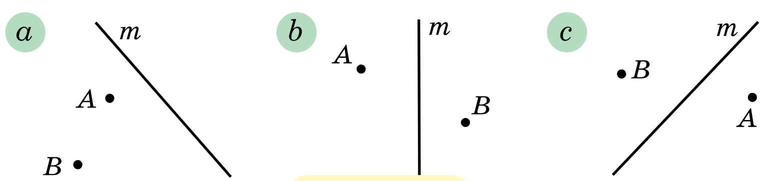


2. 5 fiútestvér úgy akar elosztani egymás között 20 almát, hogy mindegyik páratlan mennyiségű almát kapjon. Meg tudják-e ezt tenni?

3. Orsolya almát és körtét szedett a gyümölcsöskertben, méghozzá almából 4-szer többet, mint körtéből. A szedett gyümölcsök hány százaléka alma?

Gyakorlatok

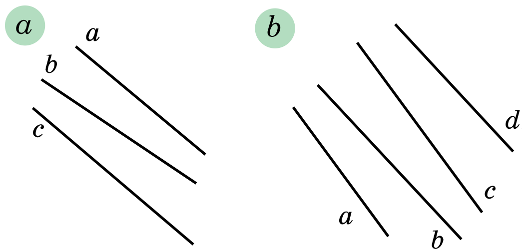
1208.° Rajzold át a füzetbe a 139. ábrát. Az *A* és *B* pont mindegyikén keresztül húzz egy egyenest, amely az *m* egyenessel párhuzamos!



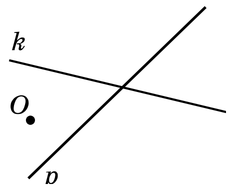
139. ábra

1209.° Állapítsd meg szemre, és ezután ellenőrizd le vonalzóval és derékszögű háromszögvonalzóval, hogy a 140. ábran mely egyenesek párhuzamosak!

1210.° Rajzold át a füzetbe a 141. ábrát! Az O ponton keresztül húzz a k és p egyenesekkel párhuzamos egyeneseket!



140. ábra

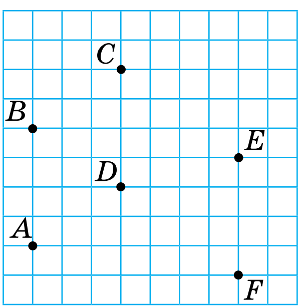


141. ábra

1211.° Rajzolj egy MKE szöget, melynek fokmértéke: 1) 58°; 2) 116°; 3) 90°. A szög oldalai között jelölj egy P pontot, és húzz az adott ponton keresztül a szög oldalaival párhuzamos egyeneseket!

1212.° Rajzolj egy háromszöget és húzz mindegyik csúcspontján keresztül egy egyenest, amely párhuzamos a szemben fekvő oldalával!

1213.• Rajzold át a füzetbe a 142. ábrát! Húzd meg a BC, CE, AD, DF, BE és AF egyeneseket! Állapítsd meg, hogy közülük melyek párhuzamosak!



142. ábra

1214.• Rajzolj egy négyszöget, melynek:
1) két oldala párhuzamos, a többi kettő pedig nem;
2) a szemben fekvő oldalai párhuzamosak!

1215.•• Rajzolj egy:
1) ötszöget, melynek két oldala párhuzamos;
2) hatszöget, melynek mindegyik oldala párhuzamos bármely másik oldalával!

1216.•• Rajzolj egy hatszöget, melynek két oldala egy egyenesen helyezkedik el, a maradék négy oldal mindegyike párhuzamos bármely másik oldalával!

1217.•• Hány metszéspontja lehet három egyenesnek a síkon? Ábrázold az összes lehetséges megoldást!

Ismétlő gyakorlatok

1218. Egyforma nagy és kis rózsacsokrokat állítottak össze. 2 kis és 5 nagy csokorban 55 rózsa volt, 6 kis és 5 nagy csokorban 75 rózsa. Hány szál rózsa volt mindegyik csokorban?

1219. Egy alkatrész feldolgozása után a tömege 240 kg-ról 204 kg-ra csökkent. Hány százalékkal csökkent az alkatrész tömege?

1220. A fű nedvessége 80%, a szénáé 20%. Hány tonna szénát kapnak 4 tonna fűből?

1221. Határozd meg a kifejezés értékét:

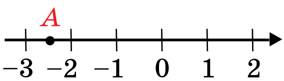
$$\left(5\frac{5}{9}-6{,}8\right):\left(2\frac{13}{30}-2\frac{1}{12}\right)\cdot 3{,}6!$$

Bölcs Bagoly feladványa

1222. Az A város összes lakója mindig igazat mond, a B város összes lakója mindig hazudik. Tudjuk, hogy az A város lakói meg szokták látogatni a B várost, és fordítva. Egy turista bekerült az egyik városba, de nem tudja melyikbe. Milyen kérdést kell feltenie az első embernek, akivel találkozik, hogy megértse melyik városban van?

43. A koordinátasík

Meg lehet-e találni a számegyenesen a pontot, ha ismerjük a koordinátáját? Természetesen igen. Például a –2,5 számnak az egyetlen *A* (–2,5) pont felel meg (143. ábra).



143. ábra

Viszont nem lehet bármilyen objektumot olyan egyszerűen felkeresni, csak annyi adattal rendelkezve, mint egyetlen szám.

Például, ha a nyári vakáció után az új barátoddal való búcsúzásnál csak a lakásod számát hagyod neki meg, akkor nem valószínű, hogy fel tud téged keresni. Nagyon gyakran ilyen esetekben azt szokás mondani, hogy nem elegendő *koordinátá*kat adtál meg.

Hasonlóan érthető, hogy a térképen lehetetlen megtalálni egy bizonyos pontot, ha csak a szélességi koordinátáját ismered. Emlékezzünk vissza, hogy milyen sokáig és mennyi kalanddal keresték a kapitányt a Jules Verne *Grant kapitány gyermekei* c. könyv szereplői, mivel csak annyit tudtak, hogy a 37. déli szélességi körben tartózkodik.

Az objektum koordinátája egy olyan adat, amely segítségével egyértelműen meghatározhatjuk az objektum pontos tartózkodási helyét. Például:

- a házszám és lakásszám, a város és utca elnevezése (lehet az országé is) – azok a koordináták, melyek segítségével könnyen megtalál a barátotok;
- a szélességi és hosszúsági körök – a földrajzi térkép egy objektumának a koordinátái;

- a széksor száma és a szék száma – a moziterem ülőhelyének koordinátái;
- a Ka1 sakkfelirat – a *huszár* koordinátája a sakktáblán (144. ábra).

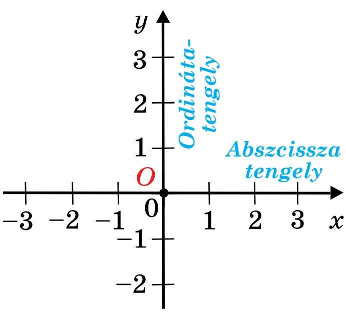
144. ábra

A tengeri csata – még egy játék, ahol az objektumok koordinátáit használják.

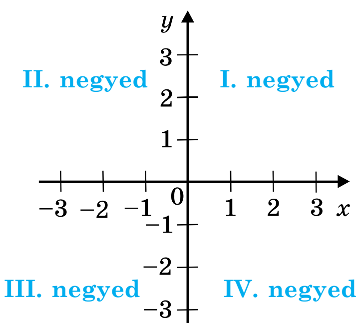
A pont helyét a síkon a koordináták segítségével is meg lehet mutatni. Ehhez rajzoljunk két merőleges számegyenest oly módon, hogy a kezdőpontjuk egybeessen (145. ábra). Ezeket az egyeneseket a **koordinátasík tengelyei**nek nevezzük, az *O* metszéspontjukat – a **koordinátasík kezdőpontjá**nak. A vízszintes tengelyt **abszcissza tengely**nek nevezzük és *x* betűvel jelöljük, a függőlegeset – **ordinátatengely**nek és *y* betűvel jelöljük.

Az abszcissza tengelyt még *x*-tengelynek is nevezzük, az ordináta tengelyt pedig *y*-tengelynek. Együtt **derékszögű koordináta-rendszert** alkotnak. A síkot, amelyben egy derékszögű koordináta-rendszert vettünk fel, **koordinátasík**nak nevezzük.

A koordinátatengelyek 4 részre osztják a koordinátarendszert. Ezeket **koordináta-negyedek**nek nevezik és úgy számozzák, ahogy a 146. ábra mutatja.

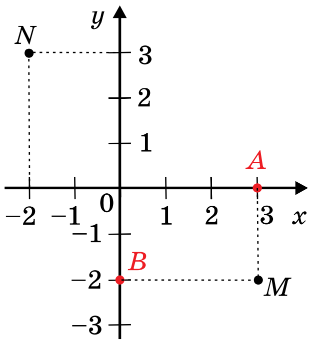


145. ábra

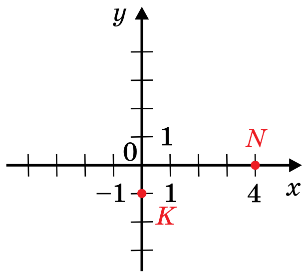


146. ábra

A koordinátasíkon egy M pont van jelölve (147. ábra). Az egyenes, amely az M ponton keresztülhalad merőlegesen az abszcissza tengelyhez, az A pontban metszi azt és az egyenes, amely merőleges az ordináta tengelyre, metszi ezt a tengelyt a B pontban. Az A pont koordinátája az x tengelyen 3, a B pont koordinátája az y tengelyen –2.



147. ábra



148. ábra

A 3 számot az M pont **abszcisszáján**ak nevezik, a –2 számot az M pont **ordinátáján**ak. A 3 és –2 számok egyértelműen meghatározzák az M pont helyét a koordinátasíkban. Ezért nevezik őket a pont **koordinátái**nak és így szokás felírni: M (3; –2).

Hangsúlyozzuk, hogy a pont koordinátainak felírásánál *az abszcisszát mindig az első helyre írják, az ordinátát pedig mindig a második helyre*. Ha a 3 és –2 számot felcseréljük, akkor egy teljesen másik N (–2; 3) pont koordinátáit kapjuk meg (147. ábra).

A koordináta-rendszer O kezdőpontjában az abszcissza és ordináta 0-val egyenlő. Így írják: O (0;0).

Figyeljünk fel arra, *ha a pont az abszcissza tengelyre illeszkedik, akkor az ordinátája* 0-*val egyenlő, ha a pont az ordinátatengelyre illeszkedik, akkor az abszcisszája egyenlő* 0-*val*.

Például a 148. ábrán: N (4; 0); K (0; −1).

1. Hogyan nevezik azt a két merőleges koordinátaegyenest, melyek a számlálás kezdőpontjában metszik egymást? **2.** Hogyan nevezik a síkot, amelyben egy koordináta-rendszer van ábrázolva? **3.** Hogyan nevezik azt a koordinátaegyenest, melyet vízszintesen rajzolnak? Függőlegesen? **4.** A pont melyik koordinátáját írják az első helyre és melyiket a másodikra? **5.** A koordinátasíkon hol helyezkednek el azok a pontok, melyeknek abszcisszái egyenlőek nullával? **6.** A koordinátasíkon hol helyezkednek el azok a pontok, melyeknek ordinátái egyenlőek nullával? **7.** Milyen koordinátái vannak a koordináta-rendszer kezdőpontjának?

Говоримо та пишемо українською правильно

У слові «вісь» у родовому, давальному та місцевому відмінках однини відбувається чергування голосних **і — о**, наприклад: *перпендикулярно до óсі, належить óсі, розташована на óсі*. А в орудному відмінку однини — подовження звука [с]: *називають віссю*.

Під час відмінювання цього слова у множині чергування та подовження звуків не відбувається: *óсі, осéй, óсям, óсі, óсями, на óсях*.

Szóban oldd meg!

1. Határozd meg a kifejezés együtthatóját:

1) $8m\cdot 0,5$; 3) $a\cdot(-18b)$; 5) $-0,7x\cdot 1\frac{3}{10}y$;

2) $-x\cdot(-1,2)$; 4) $-p\cdot(-4q)$; 6) $-\frac{1}{6}a\cdot(-1,2b)\cdot 5c$!

2. Oldd meg az egyenletet:

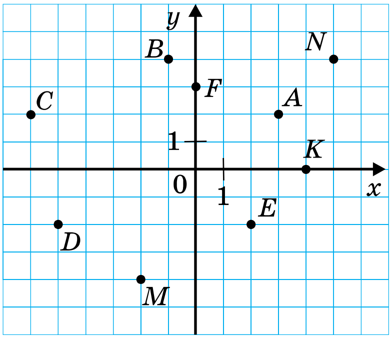
1) $7x+1=5x-9$; 2) $14a=8a-5,4$!

3. Első napon a mező $\frac{2}{9}$-ét vetették be, a másik napon 3-szor többet. A mező hányad része maradt bevetetlen?

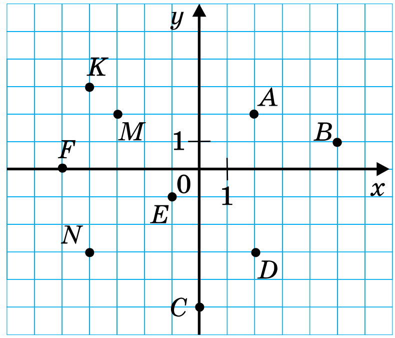
4. Tudjuk, hogy a tatárka tartalmának 10%-a fehérje, 2,5% -a zsír, 60%-a szénhidrát. Hány kilogrammot tartalmaz 5 kg tatárka mindegyik anyagból?

Gyakorlatok

1223.° Határozd meg a 149. ábrán látható A, B, C, D, E, F, K, M, N pontok koordinátáit!



149. ábra



150. ábra

1224.° Határozd meg a 150. ábrán látható A, B, C, D, E, F, K, M, N pontok koordinátáit!

1225.° Ábrázold a koordináta-rendszerben az A (2; 3), B (4; –5), C (–3; 7), D (–2; 2), F (–4; –2), K (2; –2), M (0; 2), N (–3; 0), P (1; –6) pontokat!

1226.° Ábrázold a koordináta-rendszerben az A (5; 1), B (2; –1), C (–7; –1), D (–5; 3), E (1; 0), F (0; –4), S (–1; –3), T (–6; 2), Q (3; 2) pontokat!

1227.° Rajzold meg az AB és CD szakaszokat és határozd meg a metszéspontjuk koordinátáit, ha A (–1; –3), B (3; 1), C (0; 4), D (3; –2)!

1228.° Rajzold meg az AB és CD szakaszokat és határozd meg a metszéspontjuk koordinátáit, ha A (–5; –2), B (1; 4), C (–3; 2), D (2; –3)!

1229.° Rajzolj a koordináta-rendszerben egy EFK háromszöget, ha E (3; –2), F (–3; 1), K (1; 5)! Határozd meg az EF oldal és az x tengely metszéspontjának koordinátáit, illetve az FK oldal és az y tengely metszéspontjának koordinátáit!

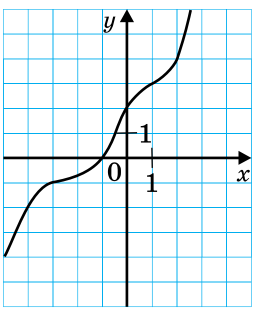
1230.° Rajzolj a koordináta-rendszerben egy $PQRS$ négyszöget, ha P (–4; 2), Q (–2; 4), *R* (4; 1), *S* (–2; –2)! Határozd meg a *QR* oldal és az *y* tengely metszéspontjának koordinátáit, illetve a *PS* oldal és az *x* tengely metszéspontjának koordinátáit!

1231.• Adva egy *ABCD* téglalap három csúcsának koordinátái: *A* (–3; –1), *B* (–3; 3) és *D* (5; –1).

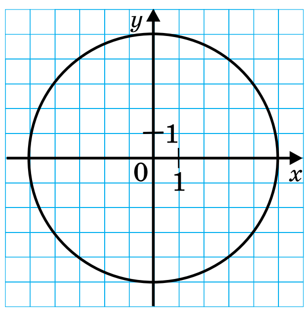
1) Rajzold le ezt a téglalapot!
2) Határozd meg a *C* pont koordinátáit!
3) Határozd meg a téglalap átlói metszéspontjának koordinátáit!
4) Határozd meg a téglalap kerületét és területét, ha a koordináta-rendszer egységszakasz hosszát 1 cm-nek vesszük!

1232.• A koordináta-rendszerben egy vonalat rajzoltak (151. ábra).

1) Határozd meg annak a pontnak az ordinátáját, melynek abszcisszája 2; –3; –1 és ehhez a vonalhoz tartozik!
2) Határozd meg annak a pontnak az abszcisszáját, melynek ordinátája 3; 0; –2 és ehhez a vonalhoz tartozik!



151. ábra



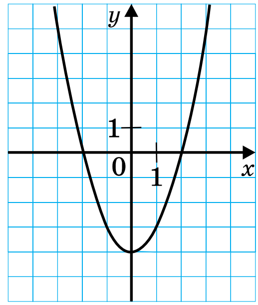
152. ábra

1233.• A koordináta-rendszerben egy körvonalat rajzoltak (152. ábra).

1) Határozd meg annak a pontnak az ordinátáját, melynek abszcisszája 5; –4 és ehhez a körvonalhoz tartozik!
2) Határozd meg annak a pontnak az abszcisszáját, melynek ordinátája –5; 3; 0 és ehhez a körvonalhoz tartozik!

1234.• A koordináta-rendszerben egy vonalat ábrázoltak (153. ábra).

1) Határozd meg annak a pontnak az ordinátáját, melynek abszcisszája –2; 3; 1 és ehhez a vonalhoz tartozik!
2) Határozd meg annak a pontnak az abszcisszáját, melynek ordinátája –4; –3; 0 és ehhez a vonalhoz tartozik!



153. ábra

1235.• Rajzolj egy M (3; 2) középpontú körvonalat, amely a K (2; –1) ponton halad át! A következő pontok közül melyek tartoznak a körvonalhoz: A (2; 5), B (0; 3), C (1; –1), D (3; –2), E (4; –1), F (5; 0)?

1236.• Rajzolj egy A (–4; 0) középpontú körvonalat, amely a koordináta-rendszer kezdőpontján halad át! Hány egységnyi szakasszal egyezik meg a körvonal sugara? Nevezd meg bármilyen két pontjának a koordinátáit, amelyek közül az egyik pont az adott körvonallal határolt körlaphoz tartozik, a másik pedig nem tartozik a körlaphoz!

1237.• Rajzolj egy koordináta-rendszert és jelöld rajta az M (2; 1), A (1; –2) és B (–2; 1) pontokat! Húzd meg az AB szakaszt! Az M ponton keresztül húzz egy egyenest, amely párhuzamos az AB szakasszal és egy egyenest, amely merőleges az AB szakaszra!

1238.• Melyik koordináta-negyedben van az A $(x\,;\,y)$ pont, ha:

1) $x > 0,\ y > 0$;
2) $x > 0,\ y < 0$;
3) $x < 0,\ y < 0$;
4) $x < 0,\ y > 0$?

1239.• Az x tengelytől feljebb vagy lejjebb van a B $(x\,;\,y)$ pont, ha:

1) $y > 0$, x — egy tetszőleges szám;
2) $y < 0$, x — egy tetszőleges szám?

1240.• Az y tengelytől jobbra vagy balra van a $C(x; y)$ pont, ha:

1) $x < 0$, y — egy tetszőleges szám;
2) $x > 0$, y — egy tetszőleges szám?

1241.• Az $A(2; 4)$, $B(1; –10)$, $C(0; –20)$, $D(–4; –50)$, $E(47; 0)$, $F(0; 7)$, $Q(–1; –1)$, $S(–9; 7)$, $P(–6; 0)$ pontokból válaszd ki azokat, amelyek:

1) az x tengely felett vannak;
2) az y tengelytől balra vannak;
3) az x tengelyen vannak;
4) az y tengelyen vannak!

1242.•• A koordináta-rendszerben rajzolj egy zárt töröttvonalat, melynek az egymást követő csúcsai: (8; 0), (6; 2), (0; 6), (1; 4), (–1; 4), (–3; 3), (–6; 0), (–8; 0), (–6; –1), (–6; –2,5), (–5; –1), (–1; 1), (0; 1), (3; 0), (2; –1), (5; –1), (6; –2), (7; –2), (9; –3), (8; –1). Jelöld a (7; –1) pontot!

1243.•• A koordináta-rendszerben rajzolj két zárt töröttvonalat, melynek az egymást követő csúcsai: (–5; 3), (–2; 1), (1; 2), (2; 3), (6; 4), (–2; 6) és (–3; 3), (–3; 4), (–2; 5), (–2; 3); négy szakaszt, melyek végpontjai: (–6; 7) és (–2; 6); (2; 7) és (–2; 6); (5; 3) és (7; 5); (5; 5) és (7; 3)!

1244.•• A koordináta-rendszerben ábrázold az összes olyan pontot, amelynek:

1) $x = –3$, y — egy tetszőleges szám;
2) $y = –5$, x — egy tetszőleges szám!

1245.•• A koordináta-rendszerben ábrázold az összes olyan pontot, amelynek:

1) $x = 4$, y — egy tetszőleges szám;
2) $y = 2$, x — egy tetszőleges szám!

1246.•• A koordináta-rendszerben ábrázold az összes olyan pontot, amelynek:

1) az abszcisszája és ordinátája egyenlőek;
2) az abszcisszája és ordinátája ellentett számok!

1247.•• A koordináta-rendszerben ábrázold az összes $(x; y)$ pontot, amelyre teljesül, hogy:

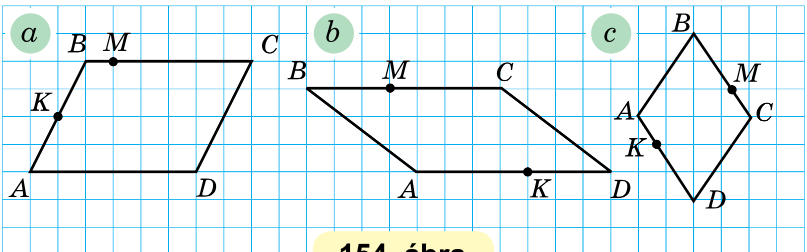
1) $y = 0$, $x < 3$;
2) $–4 < y < 4$, $x \geqslant 0$;
3) $|x| \leqslant –1$, $y \geqslant 1$;
4) $|x| > 2$, $y < –2$!

1248.•• A koordináta-rendszerben ábrázold az összes $(x; y)$ pontot, amelyre teljesül, hogy:

1) $x = 0$, $y \geqslant -3$;
2) $-2 \leqslant x \leqslant 3$, y — egy tetszőleges szám;
3) $|y| \leqslant 2$, x — egy tetszőleges szám;
4) $|x| \leqslant 3$, $|y| \leqslant 1$!

Ismétlő gyakorlatok

1249. Rajzoljátok át a füzetbe a 154. ábrát! A B és M pont mindegyikén húzzatok egy egyenest, amely merőleges az AD egyenesre, a K ponton keresztül pedig egy egyenest, amely a CD egyenesre merőleges!



154. ábra

1250. A friss alma tömegének 75%-a víz, a szárítottnak 12%-a. Hány kilogramm szárított almát kapunk 264 kg friss almából?

A tananyag gyakorlati alkalmazása

1251. A mókus le akarta ellenőrizni a dió tartalékát. Amikor tízesével számolta őket, akkor 2 dió hiányzott a tízzel többszörös értékhez, amikor tucattal számolta, akkor 8 dió maradt. Hány diója volt a mókusnak, ha tudjuk, hogy több volt, mint 300, de kevesebb, mint 350?

1252. A kereskedelmi raktáron a kristálycukrot egy kilogramm, három kilogramm és tíz kilogramm súlyú zacskókba csomagolták. Az egy kilogrammos zacskó ára – 30 hrn, a három kilogrammos – 84 hrn, a tíz kilogrammos – 270 hrn. 45 kg kristálycukrot kell vásárolni. Határozd meg a vásárlás legcélszerűbb módszerét, és számítsd ki az árát!

1253. A 30 t teher szállításához 80 km távolságra a három teherszállító cég szolgáltatásai között lehet választani. A cégek szállítási ára és a teherbírása a táblázatban van szemléltetve.

A szállítási cég	Egy autó 10 km-es távolságra történő szállításának az ára, hrn	Az autó teherbírása, t
A	210	4
B	240	5,5
C	360	10

Hány hrivnyába kerül a legolcsóbb teherszállítás?

Bölcs Bagoly feladványa

1254. Az egyik kupacban 171 kis kő volt, a másikban 172 kis kő. Egyszerre bármennyi követ el lehet venni, de csak az egyik kupacból. Az veszít, akinek már nem lesz mit elvenni. A helyes stratégiát választva kié lesz a győzelem, aki kezdi a játékot, vagy a másik játékosé?

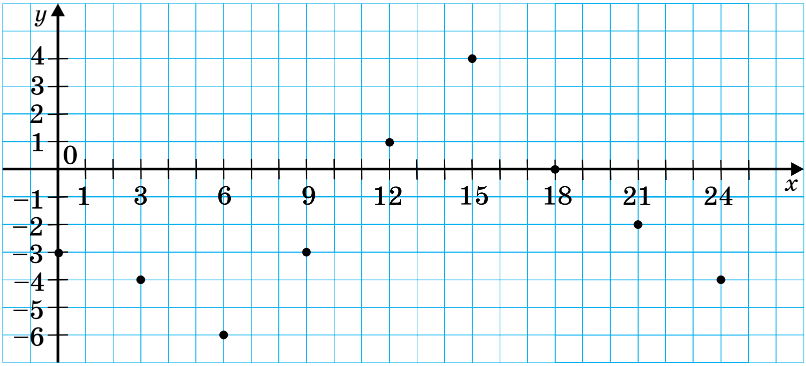
44. Grafikonok

A meteorológiai állomáson három óránként mérték a hőmérsékletet. A felmérés eredményeit az alábbi táblázatba foglalták össze.

Idő, óra	0	3	6	9	12	15	18	21	24
A levegő hőmérséklete, °C	–3	–4	–6	–3	1	4	0	–2	–4

Ebben a táblázatban a $\begin{array}{|c|}\hline 6\\ \hline -6\\ \hline\end{array}$ oszlop azt mutatja, hogy reggel 6 órakor a hőmérséklet – 6 °C volt.

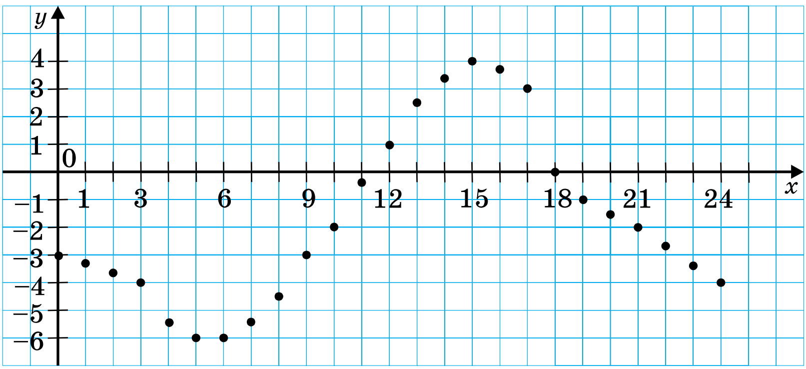
Ezután a koordinátasíkon 9 pontot vettek fel, melyek közül mindegyik a táblázat egyik oszlopának felel meg. A pont abszcisszája a hőmérsékletmérés időpontjának felel meg, az ordinátája pedig a kapott hőmérsékletnek. Ily módon a pontok az alábbi koordinátákat kapták: (0; –3), (3; –4), (6; –6), (9; –3), (12; 1), (15; 4), (18; 0), (21; –2), (24; –4), melyek a 155. ábrán vannak ábrázolva.



155. ábra

Lehetséges-e az adott ábra alapján megállapítani 7 órakor, 10 órakor, 17 órakor, 22 órakor a hőmérsékletet? Természetesen nem. Ehhez minden órában kellene végezni a méréseket.

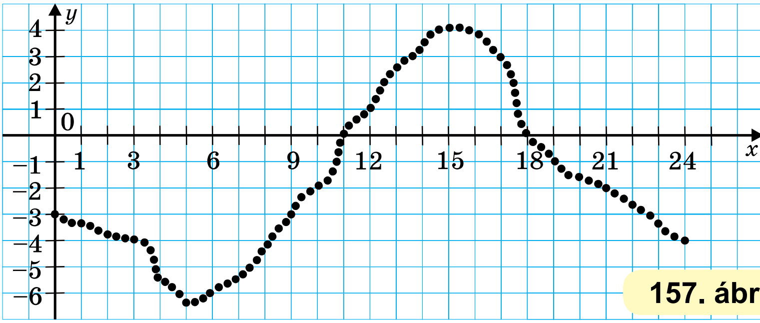
Feltételezzük, hogy ezek a mérések el voltak végezve, és az adatait a megfelelő koordinátasíkban szemléltették (156. ábra).



156. ábra

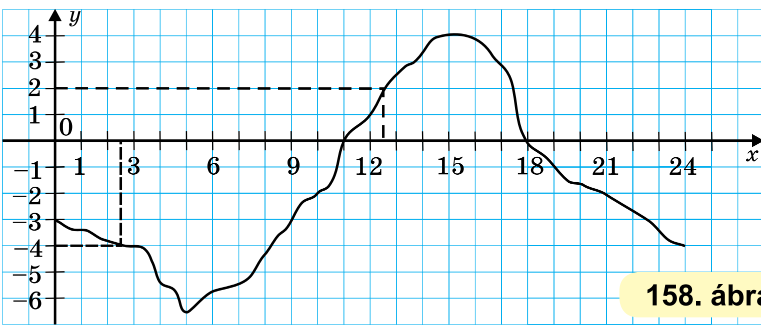
De ez az ábra sem ad nekünk információt a hőmérsékletről, például 12:30-kor vagy 2:45-kor.

Ahhoz, hogy feleljünk erre a kérdésre a méréseket minél gyakrabban kell elvégezni. Ilyenkor a pontok száma a koordinátasíkon több és több lesz (157. ábra).



157. ábra

Most már világos, ha lehetne folyamatosan mérni a hőmérsékletet, akkor a koordinátasíkon az összes jelölt pont egy folyamatos vonalat alkotna (158. ábra). Ezt a vonalat **hőmérsékleti grafikon**nak nevezik vagy a levegő hőmérséklete és a mérési idő közötti **összefüggés grafikon**jának.



158. ábra

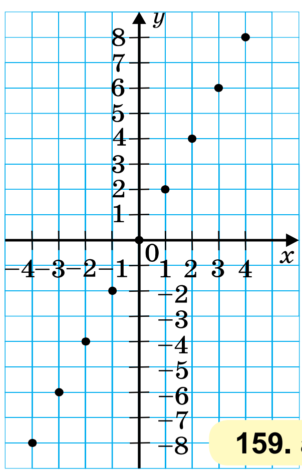
Ez a grafikon sok hasznos információt ábrázol. A segítségével nem csak azt tudjuk meghatározni, hogy 12:30-kor a levegő hőmérséklete 2 °C volt, 2:30-kor a hőmérséklet –4 °C volt, hanem például meg tudjuk állapítani, hogy 0 ó és 11 ó között, 18 ó és 24 ó között a hőmérséklet 0 °C alatt volt, 5 ó és 15 ó között a hőmérséklet nőtt, 0 ó és 5 ó között, valamint 15 ó és 24 ó között a hőmérséklet csökkent.

Nézzük az $y = 2x$ képletet. Ez a képlet azt mutatja, hogyan függ az y változónak az értéke a neki megfelelő x változó értékétől: az y változó értéke egyenlő az x változó értékének 2-szeresével. Rajzoljuk fel ennek az összefüggésnek a grafikonját. Ehhez összeállítjuk az x és y megfelelő értéktáblázatát.

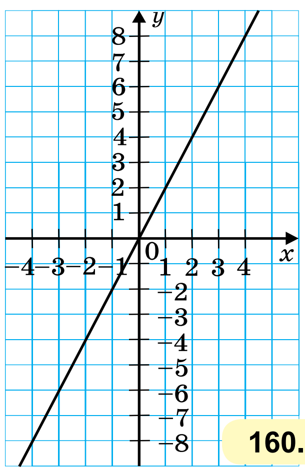
x	–4	–3	–2	–1	0	1	2	3	4
y	–8	–6	–4	–2	0	2	4	6	8

A táblázat mindegyik oszlopa az adott grafikonhoz tartozó pontok koordinátái.

Tüntessük fel a kapott pontokat a koordinátasíkon (159. ábra).



159. ábra



160. ábra

Ha hozzáteszünk egy vonalzót, akkor meggyőződünk arról, hogy az összes pont egy egyenesen fekszik. Az $y = 2x$ függőség grafikonja egy egyenes, amely áthalad a koordinátasík középpontján (160. ábra). Ezt a tényt a 9. osztályos mértanórákon fogjátok bebizonyítani.

Szóban oldd meg!

1. Számítsd ki a kifejezés értékét:

1) $(-4{,}2+10):(-0{,}2)$; 2) $-20{,}4:4+0{,}2$!

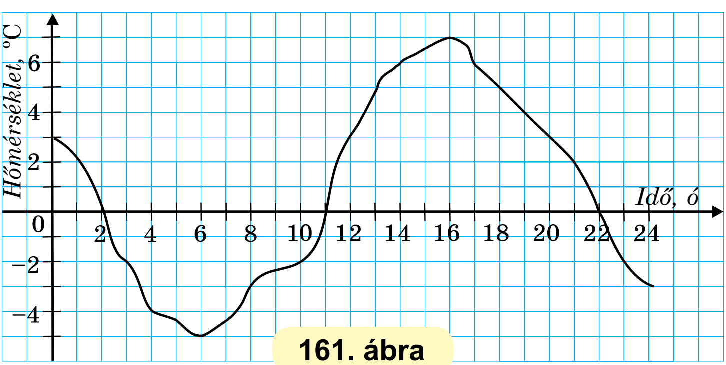
2. Milyen számjegyet kell írni a csillag helyére, hogy a 792* szám maradék nélkül osztódjon 6-tal, de ne legyen osztható 10-zel?

3. Milyen számjegyet kell írni a csillag helyére, hogy a 18 45* szám maradék nélkül osztódjon 9-cel, de ne legyen osztható 6-tal?

Gyakorlatok

1255.° A 161. ábrán a hőmérséklet változása van szemléltetve egy teljes nap alatt.

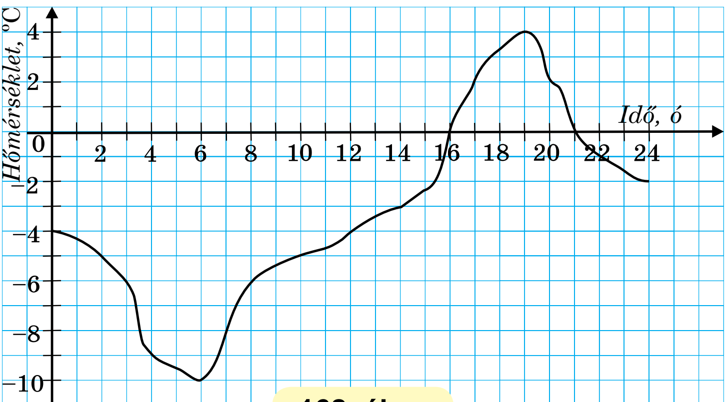
1) Milyen volt a levegő hőmérséklete 4 órakor, 6 órakor, 10 órakor, 18 órakor, 22 órakor?
2) Hány órakor volt a levegő hőmérséklete 5 °C? –2 °C?
3) Hány órakor volt a levegő hőmérséklete nulla?
4) Milyen volt a levegő legalacsonyabb hőmérséklete és hány órakor?
5) Milyen volt a levegő legmagasabb hőmérséklete és hány órakor?
6) Milyen időszakban volt a hőmérséklet 0 °C-nál alacsonyabb? 0 °C-nál magasabb?
7) Milyen időszakban nőtt a hőmérséklet? csökkent?



161. ábra

1256.° A 162. ábrán a hőmérséklet változása van szemléltetve egy teljes nap alatt.

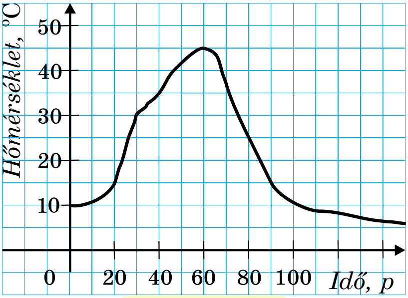
1) Milyen volt a levegő hőmérséklete 2 órakor, 8 órakor, 12 órakor, 16 órakor, 22 órakor?
2) Hány órakor volt a levegő hőmérséklete –3°C? –6 °C? 0 °C?
3) Milyen volt a levegő legalacsonyabb hőmérséklete és hány órakor?
4) Milyen volt a levegő legmagasabb hőmérséklete és hány órakor?
5) Milyen időszakban volt a hőmérséklet 0 °C-nál alacsonyabb? 0 °C-nál magasabb?
6) Milyen időszakban nőtt a hőmérséklet? csökkent?



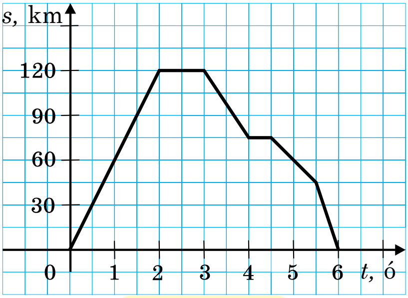
162. ábra

1257.• A 163. ábrán az oldat hőmérsékletének változása van szemléltetve egy kísérlet alatt.

1) Mekkora volt az oldat hőmérséklete a kísérlet elején?
2) Mekkora volt 30 perccel a kísérlet kezdete után az oldat hőmérséklete? Másfél óra múlva?
3) Mekkora volt az oldat legmagasabb hőmérséklete és mennyi idő múlva a kísérlet kezdete után?
4) Mennyi idővel a kísérlet kezdete után volt az oldat hőmérséklete 35 °C?



163. ábra



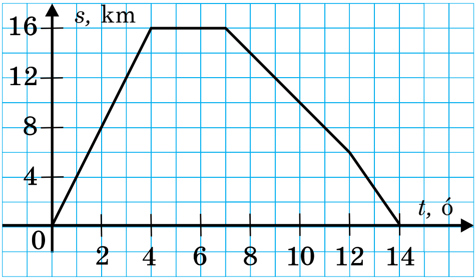
164. ábra

1258.• A motorkerékpáros elindult otthonról és egy idő múlva hazatért. Útközben kétszer állt meg pihenni. A 164. ábrán a motorkerékpáros által megtett távolság változása az időponttól függően (a motorkerékpáros mozgásgrafikonja) van szemléltetve.

1) Mekkora távolságot tett meg a motorkerékpáros az utazás első órájában?
2) Az otthonától milyen távolságra állt meg először pihenni? Másodszor?
3) Mennyi ideig tartott a pihenés első alkalommal? második alkalommal?
4) Mekkora távolságra volt a motorkerékpáros az otthonától 5 órával az indulás után?
5) Milyen sebességgel haladt a motorkerékpáros az utolsó fél óra alatt?

1259.• A 165. ábrán egy turistának a mozgásgrafikonja van szemléltetve.

1) Mekkora távolságra volt a turista az otthonától 10 órával az indulás után?
2) Mennyi időt töltött pihenéssel?
3) Hány órával az indulás után volt a turista 8 km távolságra az otthonától?
4) Milyen sebességgel haladt a megállóig?
5) Milyen sebességgel haladt a turista az utolsó két óra alatt?



165. ábra

1260.•• A táblázat a levegő hőmérsékletének óránkénti mérési eredményeit szemlélteti egy nap folyamán. Az adatok alapján ábrázold a hőmérséklet változását grafikon segítségével!

Idő, óra	0	1	2	3	4	5	6	7	8
Hőmérséklet, °C	2	3	1	0	–2	–3	–5	–4	–2
Idő, óra	9	10	11	12	13	14	15	16	17
Hőmérséklet, °C	0	1	4	7	8	9	7	5	4
Idő, óra	18	19	20	21	22	23	24		
Hőmérséklet, °C	3	2	1	0	–2	–3	–6		

A grafikon alapján állapítsd meg, hogy milyen időszak alatt növekedett a hőmérséklet, és milyen időszak alatt csökkent!

1261.•• Egy kerékpáros elindult otthonról kirándulni. Az első 2 órában 12 km/ó sebességgel haladt, utána pihent egy órát és 8 km/ó sebességgel hazatért. Szerkeszd meg a kerékpáros mozgásgrafikonját!

1262.•• Ábrázold az y változó függőségi grafikonját az x változótól, amely $y = -2x$ képlettel van megadva!

1263.•• Ábrázold az y változó függőségi grafikonját az x változótól, amely $y = 3x$ képlettel van megadva!

Ismétlő gyakorlatok

1264. A postásnak 3 különböző borítékja és 4 különböző bélyegje van. Hányféleképpen választhatja ki a borítékot és a bélyeget?

1265. Lacika a könyv oldalainak 24%-kát olvasta el, ezután még a könyv $\frac{7}{15}$-ét. Ezek után még 44 oldal maradt neki elolvasni. Hány oldalas a könyv?

1266. Határozd meg a kifejezés értékét:

1) $a : b - ab$, ha $a = -0{,}5,\ b = \frac{2}{3}$;

2) $\frac{b+c}{b-c}$, ha $b = \frac{2}{7},\ c = -\frac{4}{9}$;

3) $\frac{x^2+y^2}{x-y}$, ha $x = -0{,}3,\ y = -0{,}4$!

Bölcs Bagoly feladványa

1267. A 6×6 méretű négyzet mindegyik mezőjébe a –1, 0, 1 számok egyikét írták be. Különbözhet-e a sorokban, oszlopokban és a két nagy átlók mentén elhelyezett számok összege?

ELLENŐRIZD MAGADAT! 6. SZ.TESZTFELADAT

1. Határozd meg a $0{,}5ab$ kifejezés értékét, ha $a = -12$, $b = -15$.

A) 90 B) –90 C) 180 D) –180

2. Mivel egyenlő a (4,3 – 6,7) : (–0,6) kifejezés értéke?

A) –4 B) 4 C) –0,4 D) 0,4

3. Egyszerűsítsd a kifejezést $-5(y-4)+2(y+5)$.

A) $-3y+30$ B) $-3y-10$ C) $-7y+30$ D) $-7y-10$

4. Számítsd ki a kifejezés értékét: $(-4{,}3-1{,}2):\left(-1\frac{7}{15}\right)$.

A) –7,5 B) 7,5 C) $-3\frac{3}{4}$ D) $3\frac{3}{4}$

5. A –9, –8, –6, 4, 5, 6 számok sorozatából két számot választottak és meghatározták a szorzatukat. Milyen legkisebb értéket vehet fel ez a szorzat?

A) –40 B) –54 C) –72 D) –36

6. Mivel egyenlő a $17x - 7 = 20x + 8$ egyenlet gyöke?

A) $-\frac{1}{3}$ B) $\frac{1}{3}$ C) –5 D) 5

7. Az adott kifejezések melyikének lesz a legnagyobb értéke, ha az a szám negatív?

A) $2 - a$ B) $a - 2$ C) $2 : a$ D) $a : 2$

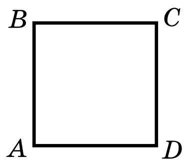
8. Két hordóban egyforma mennyiségű víz volt. Miután az első hordóból 54 l vizet leöntöttek, a másikból pedig 6 l vizet, akkor az első hordóban 4-szer kevesebb víz maradt, mint a másikban. Hány liter víz volt eredetileg mindegyik hordóban?

A) 10 l B) 74 l C) 42 l D) 70 l

9. Az ábrán egy $ABCD$ négyzet van ábrázolva. Válaszd ki a hamis állítást:

A) $AB \parallel CD$ C) $AC \perp BD$

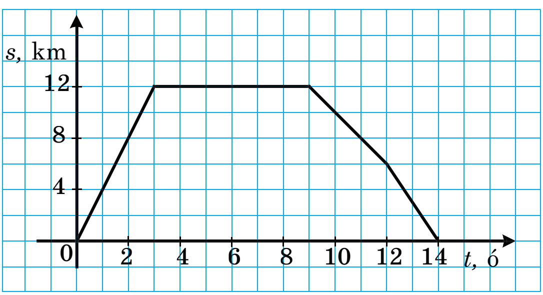
B) $AB \perp AD$ D) $BC \parallel CD$



10. Az adott pontok közül melyik fekszik az abszcissza tengelyen?

A) A (4; 3) B) B (4; 0) C) C (0; 3) D) D (–4; –3)

11. Az ábrán egy turista mozgásgrafikonja van szemléltetve. Milyen sebességgel haladt a turista a pihenőhelyre?



A) 16 km/ó C) 6 km/ó

B) 8 km/ó D) 4 km/ó

12. Oldd meg az egyenletet: $8x - 3(2x - 1) = 2x + 5$.

A) 8 C) nincs gyöke

B) 0 D) x — egy bármilyen szám

A 4. PARAGRAFUS ÖSSZEFOGLALÁSA

A számegyenes

Azt az egyenest, amelyen fel van tüntetve a számlálás kezdőpontja, az egységnyi szakasz és iránya van, számegyenesnek nevezzük.

Egész számok

A nullát, az összes természetes számot és azoknak ellentettjeit egész számoknak nevezzük.

A szám abszolút értéke

A távolságot a számegyenes kezdőpontjától (origótól) a pontig, mely az adott számot jelöli, a szám abszolút értékének nevezzük.

Az abszolút érték tulajdonságai

- A szám abszolút értéke csak nemnegatív értékeket vehet fel.
- Egy nemnegatív szám abszolút értéke egyenlő ezzel a számmal; egy negatív szám abszolút értéke egyenlő azzal a számmal, amely ennek a számnak az ellentettje.
- Az ellentett számok abszolút értékei egyenlőek.

A számok összehasonlítása

- Két szám közül az a nagyobb, amelyik a másik számtól jobbra helyezkedik el a számegyenesen.
- Bármelyik pozitív szám nagyobb bármelyik negatív számnál.
- Két negatív szám közül az a kisebb, amelynek nagyobb az abszolút értéke.
- Bármelyik negatív szám kisebb, mint nulla, és bármelyik pozitív szám nagyobb, mint nulla.
- Ha az $a - b$ különbség negatív, akkor $a < b$; ha $a - b$ különbség pozitív, akkor $a > b$.

A racionális számok összeadása

- Két különböző előjelű szám összeadásához szükséges:
  1) meghatározni az összeadandók abszolút értékét;
  2) a nagyobb abszolút értékből kivonni a kisebbet;
  3) a kapott szám elé kitenni a nagyobb abszolút értékű összeadandó előjelét.

- Két negatív szám összeadásához szükséges:
  1) meghatározni az összeadandók abszolút értékét;
  2) meghatározni az abszolút értékek összegét;
  3) a kapott szám elé kitenni a „–” előjelet.

A racionális számok összeadásának tulajdonságai

- Két ellentett szám összege nulla.
- Bármely tetszőleges a, b és c racionális számokra teljesülnek az egyenlőségek:

  $a + b = b + a$ — az összeadás felcserélhetőségi tulajdonsága;

  $(a + b) + c = a + (b + c)$ — az összeadás csoportosítási tulajdonsága.

A racionális számok kivonása

Ahhoz, hogy meghatározzuk két szám különbségét, elegendő a kisebbítendőhöz hozzáadni a kivonandó ellentett számát.

A racionális számok szorzása

- Ahhoz, hogy összeszorozzunk két különböző előjelű számot, elegendő összeszorozni az abszolút értéküket és a kapott szorzat elé írni egy „–” jelet.
- Ahhoz, hogy összeszorozzunk két negatív számot, elegendő összeszorozni a számok abszolút értékeit.

A racionális számok szorzásának tulajdonságai

Bármilyen a, b és c racionális számokra teljesül az egyenlőség:

$ab = ba$ – a szorzás felcserélhetőségi tulajdonsága;

$(ab)c = a(bc)$ – a szorzás csoportosítási tulajdonsága;

$a\,(b + c) = ab + ac$ – a szorzás széttagolási tulajdonsága.

A zárójelek felbontása

- Ha a zárójel előtt „–” jel áll, akkor a zárójel felbontásánál ezt a jelet elhagyjuk és a zárójelben lévő összes tényező előjelét az ellentettjére változtatjuk.
- Ha a zárójel előtt „+” jel áll, akkor a zárójel felbontásánál ezt a jelet elhagyjuk és a zárójelben lévő összes tényező előjelét változatlanul hagyjuk.

Az egynemű tagok összevonása

Ahhoz, hogy összevonjuk az egynemű tagokat, össze kell adni az együtthatóit és a kapott eredményt megszorozni a közös betűtényezővel.

A racionális számok osztása

- Ahhoz, hogy meghatározzuk két különböző előjelű racionális szám hányadosát, elegendő elosztani az osztandó abszolút értékét az osztó abszolút értékével és a kapott szám elé egy „–” jelet írni.
- Ahhoz, hogy meghatározzuk két negatív racionális szám hányadosát, elegendő elosztani az osztandó abszolút értékét az osztó abszolút értékével.
- Nullával osztani nem lehet!

Az egyenletek tulajdonságai

- Ha az egyenlet mindkét oldalához hozzáadjuk (mindkét oldalából kivonjuk) ugyanazt a számot, akkor olyan egyenletet kapunk, amelynek gyökei megegyeznek az adott egyenlet gyökeivel.
- Ha az egyenlet egyik tagját átvisszük az egyik oldalról a másikra, az ellenkezőjére változtatva az előjelét, akkor egy olyan egyenletet kapunk, amelynek gyökei megegyeznek az adott egyenlet gyökeivel.
- Ha az egyenlet mindkét oldalát megszorozzuk (elosszuk) ugyanazzal a nullától különböző számmal, akkor egy olyan egyenletet kapunk, amely gyökei megegyeznek az adott egyenlet gyökeivel.

A merőleges egyenesek

Két egyenest, melyek derékszögben metszik egymást, merőlegeseknek nevezzük.

Párhuzamos egyenesek

Két egyenes a síkon párhuzamos, ha nem metszi egymást.

A 6. osztályos tananyag ismétlőfeladatai

1268. Határozd meg a kifejezés értékét:

1) $\left(3\frac{1}{4}+0{,}25-1\frac{5}{24}\right):\left(2\frac{3}{4}-4\frac{1}{2}-0{,}75\right):\left(-4\frac{7}{12}\right)$;

2) $-24{,}6:\left(-2{,}35+0{,}7:2\frac{1}{3}\right)-15{,}36$;

3) $\left(5\frac{5}{28}-5\frac{1}{3}\cdot 1{,}25-1\frac{16}{21}\right):(-1{,}5)$;

4) $\left(-3\frac{1}{3}\cdot 1{,}9+19{,}5:4\frac{1}{3}\right):\left(0{,}16-\frac{62}{75}\right)$;

5) $\dfrac{-2\frac{2}{11}\cdot 4{,}125+1{,}6\cdot 3\frac{3}{4}}{9-5\frac{5}{6}\cdot 2\frac{4}{7}}$;

6) $\dfrac{-2\frac{7}{24}:1\frac{5}{6}-1{,}6\cdot(-0{,}3)}{-9{,}5:\left(5\frac{7}{10}-4\frac{12}{35}\right)}$;

7) $\dfrac{-0{,}4\cdot\left(-6{,}3:3{,}15+\frac{5}{6}\cdot 0{,}9\right)}{-48-\frac{2}{7}\cdot(-91)}$;

8) $(-13{,}6+5{,}1)\cdot 1\frac{3}{17}+\left(2\frac{7}{23}-1\frac{45}{46}\right):1\frac{7}{23}$!

1269. 1) Határozd meg a kifejezés értékének 40%-át:

$$\left(3\frac{1}{3}+2{,}5\right):\left(3\frac{1}{3}-2{,}5\right)!$$

2) Határozd meg a kifejezés értékének 54%-át:

$$\frac{3\frac{1}{3}:10+0{,}175:0{,}35}{1{,}75-1\frac{11}{17}\cdot\frac{51}{56}}!$$

1270. 1) Határozd meg azt a számot, melynek 28%-a megegyezik a $\left(3\frac{7}{12}-2\frac{11}{18}+2\frac{1}{24}\right)\cdot 1\frac{5}{31}$ kifejezés értékével!

2) Határozd meg azt a számot, melynek 35%-a megegyezik a $\dfrac{0{,}5:1\frac{1}{4}+1\frac{2}{5}:1\frac{4}{7}-\frac{3}{11}}{\left(1{,}5+\frac{1}{4}\right):2\frac{13}{32}}$ kifejezés értékével!

1271. 1) Határozd meg hány százaléka a $\left(8\frac{7}{12}-5\frac{19}{36}\right)\cdot 1\frac{4}{5}$ kifejezés értéke az alábbi kifejezés értékének $\left(39{,}375-5\frac{5}{8}\right):2\frac{5}{11}$!

2) Határozd meg hány százaléka a $-0{,}75:\left(-1\frac{1}{4}:3+\frac{1}{6}\right)$ kifejezés értéke az alábbi kifejezés értékének $\dfrac{17{,}5:3{,}5+1:0{,}5}{(12{,}68-11{,}18)\cdot\frac{1}{3}}$!

1272. Az *a*, *b* , *c* és *d* számok között válaszd ki a legkisebbet, ha:

$$a=\left(5\frac{2}{3}-\left(-2\frac{1}{9}\right)\right)\cdot\left(-1\frac{7}{20}\right),$$

$$b=\left(-2\frac{2}{5}-1\frac{1}{3}\right):\left(-1\frac{1}{20}\right),$$

$$c=\left(-6\frac{5}{12}-\left(-7\frac{3}{16}\right)\right)\cdot(-4{,}8),$$

$$d=\left(7\frac{1}{6}+\left(-8\frac{3}{8}\right)\right)\cdot\left(-2\frac{2}{29}\right)!$$

Nevezd meg az *a*, *b*, *c* és *d* számok reciprokjait, és ellentettjeit!

1273. Az $|a|$, $|b|$, $|c|$ és $|d|$ számok közül válaszd ki a legnagyobbat, ha:

$$a = (-3{,}8 - (-4{,}3)) : \left(-1\frac{1}{3}\right),$$

$$b = \left(5\frac{7}{8} - 6\frac{1}{12}\right) : 1\frac{7}{18},$$

$$c = \left(-1\frac{5}{8} - (-2{,}15)\right) : \left(-2\frac{4}{5}\right),$$

$$d = \left(-1\frac{5}{12} - 1\frac{2}{15}\right) \cdot \left(-\frac{5}{17}\right)!$$

1274. Adva az a és b számok. Milyen feltételnél teljesül, hogy:

1) $a + b > a$;
2) $a + b < a$;
3) $a + b = a$;
4) $a + b = 0$?

1275. Egyszerűsítsd a kifejezést:

1) $0{,}3(1{,}2x - 0{,}5y) - 1{,}5(0{,}4x + y)$;
2) $\frac{4}{9}\left(1\frac{1}{2}c - \frac{3}{8}\right) - \left(1\frac{5}{6} - 1\frac{1}{3}c\right)$;
3) $1{,}2\left(\frac{5}{6}k + 0{,}4n\right) - 1{,}8\left(\frac{5}{9}k - 0{,}3n\right)$;
4) $6\left(\frac{1}{4}k - \frac{5}{6}\right) - 15\left(0{,}6 - 2\frac{1}{3}k\right)$!

1276. Egyszerűsítsd a kifejezést, és határozd meg a kifejezés értékét:

1) $4(2 - 3m) - (6 - m) - 2(3m + 4)$, ha $m = -0{,}3$;
2) $-0{,}5(1 - 3n) + 4(0{,}2n - 0{,}1) - (0{,}1 - 0{,}7n)$, ha $n = 0{,}21$;
3) $-\frac{5}{8}(5{,}6m - 1{,}6n) - 7{,}2\left(-\frac{4}{9}m + 1\frac{7}{18}n\right)$, ha $m = 10$, $n = \frac{5}{18}$;
4) $-\frac{3}{7}\left(2{,}1x + 4\frac{2}{3}y\right) + 2{,}2\left(-\frac{3}{11}x - \frac{5}{22}y\right)$, ha $x = -1\frac{1}{3}$, $y = 1{,}2$;

5) $\frac{7}{23}\left(3\frac{2}{7}a-2\frac{4}{21}b\right)-\frac{9}{16}\left(5\frac{1}{3}a-\frac{8}{15}b\right)$,

ha $a=5{,}5,\ \ b=2\frac{8}{11}$!

1277. Oldd meg az egyenleteket:

1) $2{,}5x=-1;$
2) $0{,}3x=1;$
3) $|\ x\ |-5=0;$
4) $|\ x\ |+3{,}2=8;$
5) $4{,}1-|\ x\ |=5;$
6) $|\ 3x+8\ |=0;$
7) $9\ |\ x\ |-6=0;$
8) $\frac{8}{x}=\frac{6}{5};$
9) $\frac{7}{4}=\frac{x}{2};$
10) $\frac{x+3}{12}=\frac{4}{3};$
11) $7x=-3;$
12) $-16x=8;$
13) $7x=x+25;$
14) $0{,}4x-6=0{,}6x-9;$
15) $3x+16=9-10x;$
16) $0{,}6\left(x+1\frac{2}{3}\right)=-1{,}2;$
17) $-3{,}4\left(x+9\frac{3}{11}\right)=-68;$
18) $\frac{x}{3}+\frac{x}{4}=-21;$
19) $\frac{2m}{3}-\frac{4m}{5}=3;$
20) $\frac{4a}{9}-1=\frac{5a}{12};$
21) $3(1-x)+5(x+2)=1-4x;$
22) $3(2-x)-(5x+4)=0{,}4-16x;$
23) $2(3-5p)=4(1-p)-1;$
24) $0{,}5(2y-1)-(0{,}5-0{,}2y)+1=0;$
25) $-4(5-2m)+3(m-4)=6(2-m)-5m;$
26) $0{,}3(3x-1)+0{,}2=5(0{,}1-0{,}2x)-0{,}1$!

1278. Helyettesítsd a csillagokat olyan számjegyekkel, hogy igaz legyen az alábbi egyenlőség:

1) $*\cdot **=87;$
2) $**\cdot *=129;$
3) $***\cdot *=515;$
4) $**\cdot **=143;$
5) $**\cdot **=483;$
6) $**\cdot **=238$!

1279. 1) Mivel egyenlő bármilyen számpárnak a legkisebb közös osztója?

2) Az a és b legnagyobb közös osztója az a. Helyes-e, hogy a b szám az a számnak a többszöröse?

3) Az a és b legkisebb közös többszöröse az a. Helyes-e, hogy a b szám az a számnak a többszöröse?

1280. A szoba hossza 725 cm, a szélessége 375 cm. Eldöntötték, hogy a szoba padlóját egyforma négyzet alakú csempével rakják ki. Legfeljebb milyen lehet a csempe oldala (centiméterben), hogy ne keljen belőle semmit levágni? Hány darab ilyen csempére van szükség?

1281. Misike kiszámolta, hogy a 12-es osztályzat mennyisége az összes osztályzat mennyiségének a $\frac{7}{18}$-a, amit a negyedév alatt kapott és a 9-es osztályzat pedig $\frac{7}{12}$-e az összes osztályzatának. Összesen hány osztályzatot kapott Misike a negyedév alatt, ha tudjuk, hogy több volt mint 50, de kevesebb, mint 80 volt?

1282. Diana egyforma kupacokba próbálta összerakni a diókat, de minden alkalommal, amikor 5, 4 vagy 6 darabból álló kupacokat próbált összerakni egy dió mindig felesleges maradt. Hány diója volt Dianának, ha tudjuk, hogy kevesebb, mint 100?

1283. Írd le az alábbi számokat:

1) $-\frac{4}{9}$, $-\frac{5}{6}$, $-\frac{3}{5}$, $-\frac{7}{10}$ csökkenő sorrendbe;

2) $-\frac{8}{15}$, $-\frac{3}{4}$, $-\frac{2}{3}$, $-\frac{9}{20}$ növekvő sorrendbe!

1284. A siketfajd tömege 3 kg 200 g és ez a hattyú tömegének $\frac{2}{5}$-e. A sirály tömege egyenlő a hattyú tömegének $\frac{3}{32}$-ével és a kacsa tömegének $\frac{3}{5}$-ével. Számítsd ki mindegyik madár tömegét!

1285. Robin-Bobin 180 hússal, burgonyával és meggyel töltött tésztát evett meg ebédre. A burgonyás tészta az összes tésztának a $\frac{7}{20}$ része, vagy a meggyes tésztának a $\frac{9}{14}$-e. Hány meggyes tésztát evett meg?

1286. A kecskemamának 42 kg káposztája volt. Reggelire ő és a hét kisgida a káposzta $\frac{2}{7}$-ét ették meg, ebédre a maradék 40%-át, vacsorára pedig az így maradt káposzta $\frac{5}{6}$-át. Hány kilogramm káposzta maradt ezek után a kecskemamának?

1287. Nati matematikából, ukrán nyelvből és történelemből készítette a házi feladatokat. Matematikából $1\frac{1}{3}$ óráig készítette a házi feladatot, ami a házi feladatokra fordított idő $\frac{8}{15}$ része. Ukrán nyelvre $\frac{7}{15}$ órával több időt fordított, mint a történelemre. Mennyi ideig készítette ukrán nyelvből a házi feladatot?

1288. Ivan kozák 3 napig lovagolt Visneve falutól a Zaporizzsjai Szicsig. Első napon az út $\frac{7}{19}$ részét tette meg, a másodikon a maradék út 55%-át, a harmadiknapon pedig megtette a hátramaradt 108 km-t. Milyen távolságot tett meg Ivan 3 nap alatt?

1289. Az első motorkerékpáros a két város közötti távolságot 5 óra alatt teszi meg, a második 1,4-szer több idő alatt, mint az első. Melyik teszi meg közülük a nagyobb távolságot: az első 3 óra alatt, vagy a második 4 óra alatt?

1290. Adj tanácsot Alíznak Csodaországban, hogyan tudna levágni egy $\frac{2}{3}$ m hosszú kötélből fél méter hosszú darabot, mert otthon hagyta a vonalzóját!

1291. A gazdasszony annyi szénát készletezett, ami egy tehén számára 60 napig is kitarthat, egy ló számára pedig 40 napig. Hány nap alatt eszi meg a tehén és a ló együtt ezt a szénát?

1292. A medencéhez három cső van vezetve. Az első cső 1 óra alatt tölti fel a medencét vízzel, a második 2 óra alatt, a harmadik 3 óra alatt. Hány perc alatt telik meg a medence, ha megnyitják az összes csövet egyszerre?

1293. Borsszem Jankó 12 óra alatt ássa fel a kertet, Erős János pedig 1,5-szer kevesebb idő alatt. Mennyi idő alatt ássa fel a kert $\frac{5}{8}$-ad részét Jankó és János együtt?

1294. A medence egy csövön keresztül 7 óra alatt tölthető fel vízzel, a másodikon pedig 8 óra alatt üríthető ki. Hány óra alatt telik meg a medence, ha mindkét csövet egyszerre nyitják ki?

1295. Az első munkás a lisztet egy autóból 6 óra alatt képes kipakolni, a második pedig 4 óra alatt. Az első munkás 2 órát dolgozott, miután jött neki segíteni a második munkás. Hány óra alatt volt kiürítve az autó?

1296. A holló és a róka egy kondér kolbászt 8 perc alatt tudják elfogyasztani. Hány perc alatt eszi meg a róka a kolbászt, ha a holló 18 perc alatt fogyasztja el?

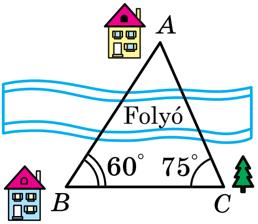
1297. Egyszerre egymással szemben két városból elindult két kerékpáros és az indulás után $3\frac{1}{5}$ óra múlva találkoztak. Egyikük $5\frac{1}{3}$ óra alatt teszi meg a két város közötti távolságot. Mennyi idő alatt teszi meg ezt a távolságot a másik kerékpáros?

1298. Ha két különböző kapacitású csövet egyszerre nyitnak meg, akkor a medence 6 óra alatt fog megtelni. Ha csak 2 óráig lesz nyitva a két cső egyszerre, ezután az egyik csövet elzárják, akkor a medence többi része 10 óra alatt telik meg. Hány óra alatt lehet feltölteni a medencét mindegyik csövön külön-külön?

1299. A medence az első csövön keresztül 12 óra alatt tölthető meg vízzel, a másodikon keresztül 24 óra alatt. Néhány óráig a két cső egyszerre töltötte a medencét, ezek után az egyik csövet elzárták. A medence maradék részét 9 óra alatt töltötték fel a második csövön keresztül. Összesen hány óráig volt nyitva a második cső?

1300. A műszaki rajzon 1 : 30 méretarányban elkészített alkatrész hossza 2,5 cm-rel egyenlő. Mekkora lesz ennek az alkatrésznek a hossza 1 : 50 méretarányban elkészített műszaki rajzon?

1301. Ahhoz hogy megmérjék a távolságot az A és B házak között (166. ábra), a C fára összpontosítottak, melyről tudták, hogy a B házhoz 300 m távolságra van. A teodolit[1] segítségével megmérték az ABC és ACB szögeket, amelyek megfelelően 60° és 75°. Szerkesszétek meg az ABC háromszöget, ha a rajz méretaránya 1 : 6000. Mérd meg a rajzon az AB szakasz hosszát és számítsd ki az A és B házak közötti távolságot!



166. ábra

1302. Írd fel közönséges tört alakban:

1) 4%; 3) 12%; 5) $\frac{5}{7}$%; 7) $5\frac{2}{9}$%;

2) 50%; 4) $\frac{1}{3}$%; 6) $2\frac{3}{8}$%; 8) $104\frac{1}{3}$%!

---

[1] *Teodolit* – szögek mérésére szolgáló eszköz a földmérési munkák során.

1303. A kisebbítendő 20%-kal nagyobb a kivonandónál. Számítsd ki, hány százaléka a kisebbítendő a különbségnek!

1304. A kávébab a pörkölés során tömegének 12%-át veszíti el. Hány kilogramm friss kávébabot kell szedni, hogy 6,6 kg pörkölt kávébabot kapjunk?

1305. A kenyérnek 35%-kal csökken a tömege szárítása során. Hány kilogramm szárított kenyeret lehet kapni 120 kg friss kenyérből?

1306. Dagobert bácsi 640 millió dollárt fektetett be a Hetedhétország gazdaságának fejlesztésébe, egy év múlva 928 millió dollár bevételt kapott. Számítsd ki százalékban Dagobert bácsi bevételét!

1307. A két szám között melyik a nagyobb, ha:

1) az első szám 5%-a 20-szal egyenlő, a második szám 8%-a 24-gyel egyenlő;
2) az első szám 16%-a 64-gyel egyenlő, a második szám 20%-a 80-nal egyenlő;
3) az első szám 26%-a 130-cal egyenlő, a második szám 9%-a egyenlő az első szám 45%-ával?

1308. 15 kg vargánya gombát szedtek. A szárításhoz való készületek során a gomba 30%-a kárba ment, a maradék gomba szárítás közben elvesztette a tömege 76%-át. Hány kilogramm szárított gombát kaptak?

1309. Hány százalékkal lesz nagyobb a négyzet területe, ha mindegyik oldalát 10%-kal növeljük?

1310. A téglalap oldalai 20 cm és 10 cm. Az egyik oldalát 20%-kal növelték, a szomszédos oldalát csökkentették 20%-kal. Nagyobb vagy kisebb lett a téglalap területe és hány százalékkal? Számít-e, hogy melyik oldalt növeljük és melyiket csökkentjük? Indokold a válaszodat, megoldva a feladatot általános alakban!

1311. A téglalap egyik oldala 30%-kal nagyobb a négyzetnek az oldalánál és a szomszédos oldala pedig 30%-kal kisebb ennek a négyzetnek az oldalánál. Határozd meg a téglalap területének és a négyzet területének százalékos arányát!

1312. A téglalap kerülete 76 cm-rel egyenlő. Határozd meg a téglalap területét, ha ezek az oldalak a 15 és 4 számokkal arányosak!

1313. Határozd meg az x és y értékeit, melyekre az $\frac{x}{12} = \frac{3}{4}$ és $\frac{8}{3} = \frac{y}{x}$ egyenlőségek mindegyike érvényes!

1314. 1) A 96 számot bontsd fel három — x, y és z részre úgy, hogy $x : y = 3 : 4$ és $y : z = 4 : 9$!

2) A 185 számot bontsd fel három — x, y és z részre úgy, hogy $x : y = 3 : 2$, és $y : z = 2\frac{1}{2} : 3$!

1315. Az üzlet három nap alatt eladott egy adag almát, méghozzá első napon az adag $\frac{9}{20}$-át adták el, a második napon a maradék 60%-át. Hány kilogramm almát adtak el három nap alatt, ha a második napon 660 kg almát adtak el?

1316. A két város közötti távolságot 3 óra alatt tették meg. Az első órában a teljes táv 0,3-ét tették meg, a második óra alatt a maradék $\frac{16}{35}$-ét, a harmadik óra alatt 10,5 km-el többet, mint a második órában. Határozd meg a két város közötti távolságot!

1317. Rajzolj egy:

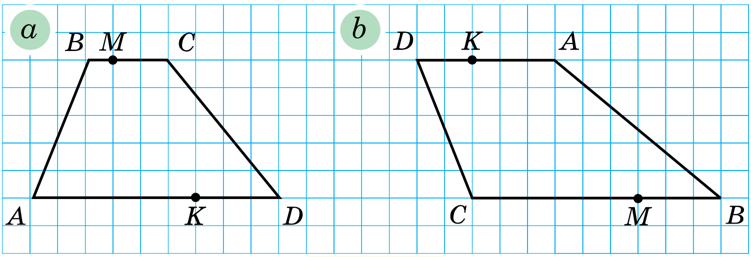
1) hegyesszögű háromszöget;
2) tompaszögű háromszöget;
3) derékszögű háromszöget!

A háromszög közepében jelölj egy A pontot, és húzz rajta keresztül:

a) a háromszög oldalaira merőleges egyeneseket;
b) a háromszög oldalaival párhuzamos egyeneseket!

1318. Rajzolj egy 1 cm oldalhosszúságú *ABCD* négyzetet és húzd meg az *AC* és *BD* átlóit. A *B* és *D* pontokon keresztül húzz a *BD* egyenesre merőleges egyeneseket, az *A* és *C* pontokon keresztül a *BD* egyenessel párhuzamos egyeneseket. Határozd meg az egyenesek metszéspontjait! Határozd meg a kapott sokszög típusát, amelynek ezek a pontok a csúcsai, és számítsd ki a területét!

1319. Rajzold át a füzetbe a 167. ábrát, a *B*, *K* és *M* pontokon keresztül húzz egyeneseket, amelyek merőlegesek az *AD* egyenesre!



167. ábra

1320. A koordinátasíkon rajzolj olyan *AB* és *CD* szakaszt, melyek végpontjai a következőek: *A* (1; –2), *B* (4; 4), *C* (5; –1), *D* (–1; 1). Határozd meg az *AB* és *CD* szakaszok metszéspontjának koordinátáit!

1321. Rajzolj egy körvonalat, amely áthalad a (−3; 4) koordinátájú ponton és középpontja az origó. Határozd meg ennek a körnek a koordinátatengelyekkel való metszéspontjainak koordinátáit és a tengelyek egységszakasz mértékeiben határozd meg a körvonal hosszát!

1322. Jelöld meg a koordináta-rendszerben az *E* (–2; –6) és *F* (4; 3) pontokat. Húzd meg az *EF* szakaszt és határozd meg:

1) az *EF* egyenes és a koordinátatengelyek metszéspontjainak koordinátáit;

2) az EF egyeneshez tartozó pont ordinátáját, amelynek abszcisszája 1;

3) az EF egyeneshez tartozó pont abszcisszáját, amelynek ordinátája 6!

1323. Rajzolj a koordinátasíkon egy zárt töröttvonalat, amelynek egymást követő csúcsai: (–10; 6), (–9,5; 8), (–8; 10), (–7; 10), (–6; 9), (–6; 7), (–7; 3), (–7; 1), (–6; 2), (–4; 3), (5; 3), (3; 1), (7; 3), (7; 2), (6; 1), (7; 1), (5; –1), (7; –1), (10; 0), (8; –3), (4; –4), (0; –4), (–4; –3), (–9; –4), (–10; – 3), (–10; 0), (–7; 7), (–7; 8), (–8; 7), (–9; 7) koordinátákkal rendelkező pontok. Tüntesd fel a (–8,5; 8,5) pontot!

1324. Rajzolj a koordinátasíkon egy zárt töröttvonalat, amelynek csúcsai: (8; 9), (6; 8), (2; 8), (0; 9), (–4; 6), (–3; 2), (0; 0), (1; 2), (2; 1), (3; 1), (5; –1), (4; –2), (2; –2), (2; –3), (5; –3), (6; –2), (6; 2), (7; 0), (10; 3), (10; 7) koordinátákkal rendelkező pontok; egy töröttvonalat amelynek csúcsai: (–4; 6), (–8; 5), (–11; 3), (–12; 0), (–14; –2), (–11; –1), (–10; –4), (–11; –8), (–8; –8), (–8; –7), (–7; –7), (–8; –3), (–3; –3), (–3; –9), (0; –9), (0; –4), (1; –4), (1; –5), (0; –7), (2; –9), (4; –5), (4; –3) koordinátákkal rendelkező pontok. Tüntesd fel a (2; 5) és (6; 5) pontokat!

1325. A háromszög egyik oldala a második oldalának a 0,6-e, a harmadik oldala 1,2-szer nagyobb a másodiknál. Határozd meg a háromszög oldalait, ha a kerülete 21 dm!

1326. Az egyenesszöget három részre osztották úgy, hogy az egyiknek a fokmértéke egyenlő a harmadik szög fokmértékének 85%-val, és a második a harmadik fokmértékének a 40%-a. Határozd meg a szögek fokmértékét és készítsd el a rajzot!

1327. A derékszöget három részre osztották úgy, hogy az elsőnek a fokmértéke 14°-kal nagyobb, mint a másodiké, a harmadik pedig 20°-kal kisebb a másodiknál. Határozd meg a szögek fokmértékét és készítsd el a rajzot!

1328. A Napvárosban egész évben a borongós napok száma 23-mal több volt, mint az esős vagy havas napokból, és 262-vel kevesebb, mint a derűs napokból. Hány derűs nap volt ebben az évben, ha tudjuk, hogy nem szökőév volt?

1329. Egy hatszög öt oldala egyenlő hosszúságú, a hatodik pedig 1,2 cm-rel különbözik tőlük. Határozd meg a hatszög oldalait, ha a kerülete 37,2 cm! Hány megoldása van a feladatnak?

1330. A téglalap hossza a téglalap szélességének a 130%-a. Számítsd ki a téglalap területét, ha a kerülete 36,8 cm!

1331. A mezőgazdasági társaság 1220 ha földdel rendelkezik. A szántóföld területe 25%-kal nagyobb, mint a kert területe, a rét területe pedig 80 hektárral kisebb, mint a kert területe. Határozd meg a szántóföld, a kert és a rét által külön elfoglalt területeket!

1332. Két nap alatt 56 rózsabokrot ültettek el, méghozzá a második napon $\mathbf{1\frac{2}{3}}$-szor többet ültettek el, mint az első napon. Számítsd ki, mennyi bokrot ültettek el az első napon és mennyit a második napon!

1333. Három nap alatt 130 kg narancsot adtak el. A második napon az első napon eladott mennyiségnek a $\mathbf{\frac{4}{9}}$-ét adták el, a harmadik napon pedig annyit, amennyit két nap alatt adtak el összesen. Hány kg narancsot adtak el az első napon?

1334. A turista 110 km-t tett meg 3 nap alatt. A második napon 5 km-rel kevesebbet tett meg, mint az első napon, és a harmadik napon a két nap alatt megtett táv $\mathbf{\frac{3}{7}}$-ét. Határozd meg, hány km-t tett meg minden nap külön-külön!

1335. Két állomásról, melyek között 360 km a távolság, egymással szemben elindult két vonat. Az egyiknek a sebessége 10 km/ó-val kisebb, mint a másiké. Határozd meg mindkét vonat sebességét, ha azok 2,4 órával az indulás után találkoztak!

1336. Egymással szemben két gépkocsi halad, hogy találkozzanak. Az elsőnek a sebessége 75 km/ó, ami a másik sebességének az $\frac{5}{6}$-a. A második gépkocsi 1,6 órával később indult el, mint az első. A második gépkocsi indulása után hány óra múlva találkoznak, ha a köztük lévő távolság kezdetben 615 km volt?

1337. A teherautó egy földúton 210 km-rel többet haladt, mint az aszfaltozott úton, az aszfaltozott út hossza a földút $\frac{2}{9}$-ével egyenlő. A teherautó vezetési ideje az aszfaltozott úton a földúton töltött időnek a 20%-a. Határozd meg a teherautó sebességét az út mindegyik részén, ha a teherautó összesen 7,2 órát volt úton!

1338. Orsolya a faluból az állomásig kerékpárral 3 óra alatt jut el, gyalog pedig 7 óra alatt. Amikor gyalog halad, akkor a sebessége 8 km/ó-val kisebb, mint amikor kerékpárral halad. Milyen sebességgel kerékpározik Orsolya? Milyen a távolság a falutól az állomásig?

1339. Ugyanabból a városból ellentétes irányban két gyalogos indult el. Az első gyalogos 2,5 órával hamarabb indult el, mint a második és 8 km/ó sebességgel haladt. A másiknak a sebessége az első sebességének a 75%-a. Hány órával a második gyalogos elindulása után lett köztük a távolság 41 km?

1340. A városból elindult egy autó 48 km/ó sebességgel. Ugyanabba az irányba 1,5 óra múlva elindult egy másik autó, melynek a sebessége $1\frac{3}{8}$-szor nagyobb, mint az elsőnek. A várostól milyen távolságra éri utol a második autó az elsőt?

1341. A gépkocsi sebessége 34 km/ó-val nagyobb, mint a teherautó sebessége, ezért 3 óra alatt a gépkocsi 10 km-rel nagyobb távolságot tett meg, mint a teherautó 5 óra alatt. Határozd meg a gépkocsi és a teherautó sebességét!

1342. Az *A* ponttól a *B* pontig, melyek között a távolság 26 km, 4 km/ó sebességgel elindult egy gyalogos. 12 perc múlva a *B* ponttól az A pontig szemben vele 10 km/ó sebességgel elindult egy kerékpáros. A kerékpáros indulása után hány óra múlva találkoztak? Milyen távolságot tettek meg külön-külön a találkozásig?

1343. A motorcsónak áthalad a két kikötő közötti távolságon és visszafelé is megteszi ezt a távolságot (megállás nélkül) 4,5 óra alatt. Állóvízben a motorcsónak sebessége 18 km/ó, a folyó sebessége pedig 2 km/ó. Határozd meg a kikötők közötti távolságot!

1344. Három üzletbe 680 kg narancsot hoztak be. Az első üzletbe hozott narancsok tömege úgy aránylik a második üzletbe hozott narancsok tömegéhez, mint 3:5, a harmadik üzletbe pedig 12%-kal több narancsot hoztak, mint a másodikba. Hány kilogramm narancsot hoztak mindegyik üzletbe?

1345. Izának és Zsófinak egyforma mennyiségű feladatot kell megoldani a nyár alatt. De augusztus 28-án kiderült, hogy összesen 285 feladatot oldottak meg, méghozzá Iza 8%-kal többet a kelleténél, Zsófinak pedig hiányzott a feladatok 18%-a. Hány feladatot kellett megoldani mindegyik kislánynak?

1346. Az íjászversenyen minden résztvevő 20 lövést lőtt. Minden sikeres lövésért 15 pontot adtak, és minden kihagyásért 7 pontot vontak le. Robin Hoodnak egy porszem került a szemébe, így mindössze 234 pontot szerzett. Hányszor talált célba Robin Hood?

1347. Olga és Tamás ugyanarra a számra gondoltak. Ezután Olga megszorozta a számot 4-gyel, Tamás pedig a számához 4-et adott hozzá. Utána Olga a kapott eredményhez a 3-as számot adta hozzá, Tamás pedig az eredményét 3-mal szorozta meg. Ezután újra egyforma számokat kaptak. Milyen számra gondoltak a gyerekek?

1348. A lekváros buktának az ára 2 hrn 40 kop és még az árának az $\frac{1}{3}$-a. Mennyibe kerül a lekváros bukta?

1349. Milyen számot kell hozzáadni a $\frac{18}{23}$-ad tört számlálójához és nevezőjéhez, hogy eredményül $\frac{5}{6}$-ot kapjunk?

1350. Tímea két számra gondolt, az egyikük 28-cal nagyobb a másiknál. Milyen számra gondolt Tímea, ha a kisebbik szám 60%-a megegyezik a nagyobb szám 25%-val?

1351. Ezeregy János libát és kecskét legeltetett a réten, melyeknek együtt 45 fejük és 130 lábuk volt. Hány libát és hány kecskét legeltetett Ezeregy János a réten?

1352. Egy csapat nyúl káposztát termesztett, de nem tudták egyenlően elosztani. Ha mindegyik nyúl 6 fej káposztát venne el, akkor 5 fej feleslegük lenne. 7-et sem vehettek, mert ehhez 5 fej káposzta hiányzott nekik. Hány nyúl volt a csapatban? Hány fej káposztát termesztettek?

1353. László úr 20 000 hrn-t helyezett el kétféle bankbetét típusra, méghozzá az egyik típusból 6%-ot számoltak fel évente, a másodikból pedig 9%-ot. Egy év múlva 1440 hrn bevételt kapott. Számítsd ki, milyen összeget fektetett be László úr mindegyik bankbetét típusra!

1354. Az első tartályban 4-szer több tej volt, mint a másodikban. Amikor az elsőből a másodikba átöntöttek 20 l tejet, akkor kiderült hogy a második tartályban a tej mennyisége az első tartályban maradt tejnek a $\frac{7}{8}$-a. Hány liter tej volt mindegyik tartályban az elejétől fogva?

1355. A gazda a piacra egy tartály tejet hozott és egy óra alatt eladta az $\frac{5}{9}$-ét. Ha sikerült volna eladnia még 20 l-t , akkor a tej $\frac{5}{6}$-át adta volna el. Hány liter tej volt a tartályban?

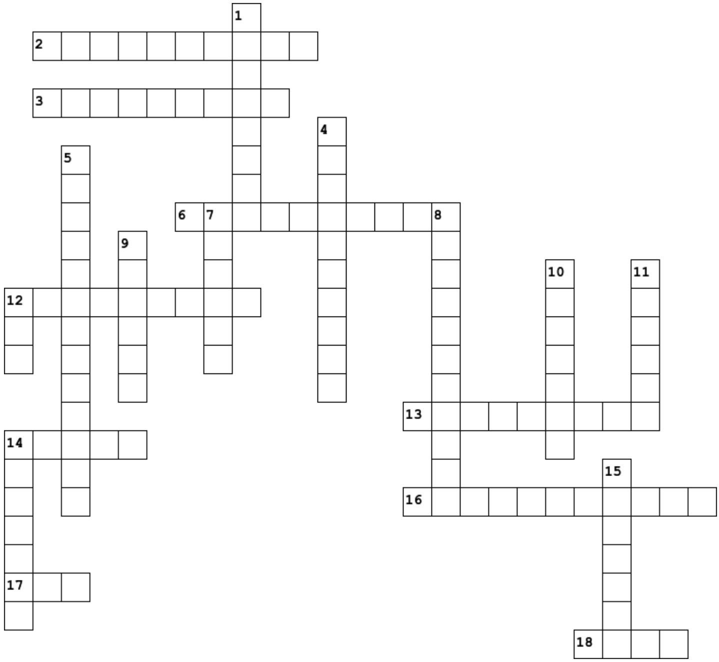
1356. A polcon könyvek álltak. Előbb levettek 2-vel kevesebbet a harmadrészénél, később a maradék felét. Ezek után a polcon 9 könyv maradt. Hány könyv volt a polcon eredetileg?

1357. Két kerékpáros lány elindult egymással szemben két városból. Miután találkoztak kiderült, hogy az első a táv $\frac{4}{9}$-ét és még 12 km-t tett meg, a második pedig a felét annak, amit megtett az első. Határozd meg a két város közötti távolságot!

1358. Tizenkét fiú címet cserélt. Hány cím volt szétosztva?

1359. Egy sakkbajnokságon 12 játékos vett részt. A bajnokság körmérkőzéses rendszerben zajlott, azaz minden résztvevő egyszer játszott a másikkal. Hány sakkjátszmát játszottak?

1360. Fejtsd meg a keresztrejtvényt!



Vízszintes: **2.** A szám, amelyik maradék nélkül osztható az adott számmal. **3.** A körvonal mindegyik pontja egyenlő távolságra van ettől a ponttól. **6.** Két egyenes a síkon, amelyek nem metszik egymást. **12.** A kivonás eredménye. **13.** Két egyenes, amelyek derékszögben metszik egymást. **14.** A legkisebb prímszám. **16.** Az összeadás tagja. **17.** A szám harmadik hatványa. **18.** Az egyenlet megoldása.

Függőleges: **1.** Két arány egyenlősége. **4.** A pont egyik koordinátája. **5.** A pont és a számegyenes kezdőpontja közötti távolság. **7.** A körvonal két pontját összekötő szakasz, amely áthalad a középponton. **8.** Az egyenes, amelyen fel van tüntetve a számlálás kezdőpontja, az egységnyi szakasz és iránya van. **9.** A jel, ami a negatív számokat jelöli. **10.** Mennyiség. **11.** Matematikai művelet. **12.** Mértani alakzat. **14.** A körlap része. **15.** Néhány azonos szorzótényező szorzata.

Barátkozzunk a számítógéppel

Folytatjuk a tankönyvben található néhány feladat megoldását a számítógép segítségével. Ezek a feladatok a tankönyvben a következő jellel vannak megjelölve . Itt az adott gyakorlatok száma és a hozzátartozó feladatok vannak összefoglalva.

23. p. Tanuld meg, hogyan kell rajzolni egy adott sugarú kört, annak középpontját, átmérőjét és húrját egy grafikus szerkesztőben. Mivel különbözik az átfogó bármilyen más húrtól? Mivel különbözik a körvonal ábrája a körlap ábrájától? Keresd meg a grafikus szerkesztőben azt az eszközt, amellyel ezt a megkülönböztetést megvalósítod.

701., 703., 708. Oldd meg ezeket a feladatokat a grafikus szerkesztő segítségével.

24. p. Tanuld meg, hogyan végezhetsz számításokat a kör hosszára és a körlap területére vonatkozó képletekkel a számológép segítségével. Hogyan fogod megadni a π számot?

744., 745. Oldd meg ezeket a feladatokat a számológép segítségével.

25. p. Hogyan lehet az általad használt grafikus szerkesztő segítségével hengert, kúpot és gömböt ábrázolni? Van-e ebben a szerkesztőben kész képkészlet geometriai alakzatokról?

26. p. 1) Tanuld meg, hogyan lehet diagramokat készíteni számítógépes program segítségével. Ehhez kiemelt eszközök léteznek, például diagramot a *Word*be is beszúrhatsz vagy megszerkesztheted az

Excel táblázat alapján. Sajátítsd el a különböző módszereket.

2) Figyeld meg a 22. pontot: *Egy szám adott arányban való felosztása!* Szemléltess bármilyen feladatokat diagramok segítségével. Használd az oszlopdiagramot és a kördiagramot. Melyik diagram volt a szemléletesebb?

3) Elemezd az osztályod utolsó matematikadolgozatának eredményeit. Ábrázold diagram alakjában.

781–785. Oldd meg ezeket a feladatokat számítógép segítségével.

27 p. 1) Tanuld meg, hogyan írhatsz negatív számokat a számológépbe.

2) Készíts táblázatot a táblázatszerkesztőben, amely tartalmaz pozitív számokat, negatív számokat és a nullát. Készíts oszlopdiagramot a táblázat alapján.

812., 813., 815., 816. Oldd meg a feladatok valamelyikét a grafikus szerkesztő segítségével. A számegyenes ábrázolásához példaként a 88., 89. ábrákat lehet használni. Mentsd el a számegyenest tartalmazó fájlt a következő feladatok megoldásához.

819., 820. Oldd meg a feladatokat a grafikus szerkesztő segítségével. Először határozd meg a szükséges pontok koordinátáit és ábrázold, ezután a grafikus szerkesztő eszközeinek segítségével győződj meg arról, hogy a kapott pont valóban a szakasz felezőpontja.

822., 823. Oldd meg a feladatokat a grafikus szerkesztő segítségével.

29. p. Tegyük fel, hogy létezik egy számegyenes ábrája, amelyen a kezdőpont és valamilyen szám van feltüntetve. Nincs információ arról, hogy milyen ez a szám és az egységnyi szakasz. Hogyan lehet az adott szám ellentettjét ábrázolni?

853. Szemléltesd az adott feladatot a számegyenes rajzának segítségével.

871. Oldd meg a feladatot a grafikus szerkesztő segítségével.

877., 878. Oldd meg a feladatok egyikét a grafikus szerkesztő segítségével.

896. Vidd át az adatokat ebből a táblázatból a táblázatkezelőbe vagy hozd létre ezt a táblázatot a *Word* szerkesztő segítségével. Keress egy eszközt, amely automatikusan rendezi a táblázatot. A rendezési eredmények megegyeznek-e a számítógép használata nélkül kapott táblázattal?

32. p. Tanuld meg összeadni racionális számokat számológéppel. Figyeld meg a negatív számok beírását.

935. Oldd meg ezt a feladatot a táblázatszerkesztővel. Állítsd be, hogy az $a + b$ értékét automatikusan számítsa ki.

954., 955. A leírt műveletek azonos sorrendjében számológép segítségével ellenőrizd az eredményeidet. Mennyivel könnyített a munkán a legcélszerűbb módszer kiválasztása?

969. Oldd meg a feladatot számológéppel.

34. p. Tanuld meg kivonni a racionális számokat számológéppel.

979. Készíts egy diagramot, amely az adott feladatot szemlélteti. Keress az interneten érdekes adatokat, melyek segítségével az adott feladatot tudnád bővíteni.

982. Keress információt egyes anyagok olvadáspontjáról az interneten, készíts egy táblázatot és egy megfelelő diagramot. Hozz létre egy új feladatot az adatok felhasználásával. Melyik anyag olvad meg 0 °C hőmérsékleten?

35. p. Tanuld meg számológéppel összeszorozni a racionális számokat.

1093. Oldd meg ezt a feladatot számológéppel. Hogyan lehet a legegyszerűbben ezt megvalósítani?

38. p. 1) Tanuld meg számológéppel osztani a racionális számokat.

2) Próbáld valamelyik számot számológéppel elosztani nullával. Milyen eredményt mutat a számológép?

1099. Oldd meg a feladatot táblázatszerkesztő segítségével. Állítsd be, hogy az $a : b$ hányados értékét automatikusan számítsa ki. Próbálj nullával egyenlő b értéket beállítani a táblázatban. Hogyan reagál a táblázatszerkesztő?

41. p. Tanuld meg, hogyan kell a grafikus szerkesztőben merőleges egyeneseket ábrázolni.

1184., 1189. Oldd meg a feladatokat grafikus szerkesztővel.

42. p. Tanuld meg, hogyan kell a grafikus szerkesztőben párhuzamos egyeneseket ábrázolni.

1208., 1212., 1214. Oldd meg a feladatokat grafikus szerkesztővel.

43. p. A grafikus szerkesztőben ábrázolj egy koordináta-rendszert. Mentsd el a koordináta-rendszert tartalmazó fájlt a következő feladatok megoldásához.

1237. Oldd meg a feladatokat grafikus szerkesztővel.

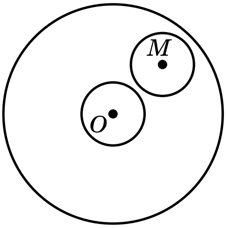
1242., 1243. Oldd meg a feladatok valamelyikét grafikus szerkesztővel.

1244–1248. Oldd meg a feladatokat grafikus szerkesztővel. A szerkesztő milyen eszközeit használod egy félegyenes vagy egy félsík ábrázolásához?

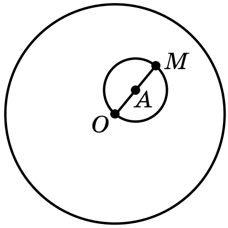
44. p. A grafikonok készítéséhez a számítógéppel ugyanazokat az eszközöket használhatod, mint a diagramok készítéséhez. Tanuld meg ezeknek az eszközöknek a használatát. Sajátítsd el a grafikonok tervezésének több módszerét is.

1260. Oldd meg a feladatot számítógéppel.

719. *Útmutatás.* 1) Elegendő kivágni két egyforma körlapot (168. ábra), amelyek középpontja az O és M pontban van, majd felcserélni őket; 2) elegendő kivágni egy körlapot, melynek OM az átfogója (169. ábra), ezután az A középpontja körül megfordítani 180º-kal.

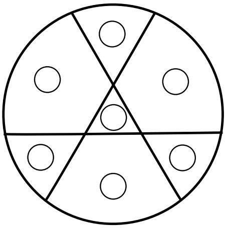


168. ábra

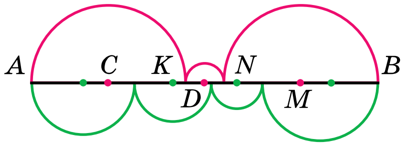


169. ábra

720. A 170. ábra **723.** 12,8. **743.** Amikor egy nagy pizzát vásárol.



170. ábra



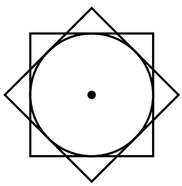
171. ábra

744. 44,1 km/ó. **745.** 58,8 km/ó. **746.** 3,14 cm. **747.** 32π cm ≈ 100,48 cm. **748.** $50\pi - 100 \approx 57$ (cm^2). **749.** *Útmutatás.* Határozzuk meg a piros félkörvonalak hosszának összegét (171. ábra):

$$l = \frac{1}{2} \cdot 2\pi \cdot AC + \frac{1}{2} \cdot 2\pi \cdot KD + \frac{1}{2} \cdot 2\pi \cdot NM = \frac{1}{2}\pi(2AC + 2KD + 2NM) = \frac{1}{2}\pi \cdot AB.$$

Hasonlóan meg lehet mutatni,

hogy a zöld félkörvonalak hosszának az összege is egyenlő $\frac{1}{2}\pi \cdot AB$. **750.** *Útmutatás*. Az összes befestett és festetlen alakzat (*sarló*) területének összege egyenlő két, 3 cm és 4 cm átmérőjű körlapok területeinek összegével, a festetlen alakzat (*sarló*) és a téglalap területeinek összege egyenlő egy 5 cm átmérőjű körlap területével. Mutasd meg, hogy ezek az összegek egyenlőek. **751.** *Útmutatás*. A négyzetek közös része az $\frac{1}{2}$ cm hosszú sugarú körlapot tartalmazza (172. ábra).



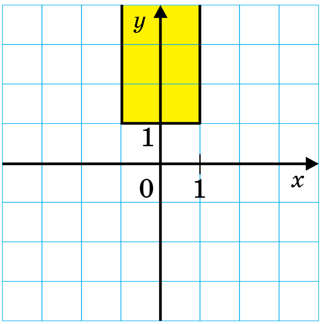
172. ábra

754. 1) $\frac{3}{4}$; 2) $1\frac{2}{7}$. **755.** 36 hrn. **764.** 10 cm és 32 cm. **765.** Nem. **766**. 80π cm^2. *Útmutatás*. A téglalap egyik oldala a henger magassága, a másik pedig az alaplapjának a sugara. Akkor $rh = 40$ cm^2. **787.** 28 000 diák. **788**. Nem. *Útmutatás*. A háromjegyű számok mindegyike maradék nélkül osztható 3-mal, akkor a szorzatuk a 9-nek a többszöröse kell legyen. **802**. 535 fa. **803.** $2\frac{11}{18}$. **828.** B pont. **829**. $C(-7)$. **830**. $M(4)$ vagy $M(-4)$. **832**. 680. **833**. 6-szor. **852**. a, ha a egy pozitív szám; $-a$, ha a negatív szám. **854**. Nem létezik, mivel az ellentett számok között páratlan mennyiségű egész szám fekszik. **855**. 8 ó. **856**. 500 kg. **885**. 36 km.

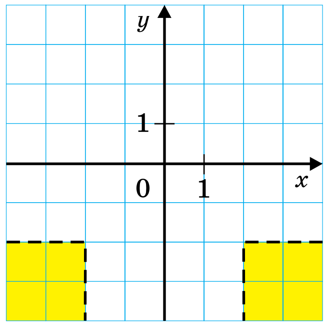
886. $\frac{13}{15}$. **914.** 1) D pont; 2) A pont; 3) B pont. **915.** 1) C pont; 2) B pont; 3) D pont. **916.** 1) –5; –4; –3; –2; –1; 0; 1; 2; 2) –2; –1; 0; 1; 2; 3; 4. **917.** 1) $-a < b$; 2) $-a > b$. **918.** 1) $-4{,}2** > -4{,}6**$; 2) $-0{,}628 < -0{,}627**$; 3) $0 > -*{,}**$. **919.** 1) $-98* > -1***$; 2) $-*{,}*** > -**{,}**$; 3) $-98{,}** < -*4{,}**$. **923.** 1) Ha $a > 0$, akkor $a > -a$; ha $a < 0$, akkor $a < -a$; ha $a = 0$, akkor $a = -a$; 2) $|a| \geqslant a$; 3) $|a| \geqslant -a$. **924.** 1) 0; 2) 4; 3) –4; 4) –1. **926.** 215 cm. **927.** $\frac{5}{6}$. **944.** Az egyenlőség teljesül, ha a és b azonos előjelű számok. **946.** 24 cukorka. **949.** A 4. bejárat,12. emelet. **950**. 33 doboz. **963.** 1) 27; 2) −30 . **969.** 1) 4200 hrn; 2) 4410 hrn. **970.** 6. **995.** 1) –10; –6; 6; 10; 2) –5; 5. **996**. 1) 0; –12; 12; 2) nincsenek gyökei. **997.** 1) A legkisebb értéke –8,5-del egyenlő, ha $x = 0$, a legnagyobb nem létezik; 2) a legnagyobb –5,2-del egyenlő, ha $x = 0$, a legkisebb nem létezik. **998.** 1) A legkisebb értéke 3,9-del egyenlő, ha $x = 0$, a legnagyobb nem létezik; 2) a legnagyobb értéke 7,6-del egyenlő, ha $x = 0$, a legkisebb nem létezik. **999**. 125%. **1000.** 87,5%. **1001**. 6. **1013.** 4) $1\frac{7}{9}$. **1014.** 4) $\frac{1}{180}$. **1019.** 1) 1; 2; 3; 4; 5; 2) 1; 2; 3; 4; 5; 6; 7; 8; 9; 10; 3) 1; 2; 3. **1020.** 1) –1; –2; –3; 2) –1; –2; –3; –4; –5; 3) –1; –2; –3; –4; –5; –6; –7; –8. **1023.** 1) 21; –12,4; 2) 0; –9,4; 6,5. **1024**. 1) –1; 2; 2) –1,2; –5; 10. **1025.** 1) –8, ha $x = 0$; 2) 7, ha $x = 0$. **1026.** 1) 4, ha $x = 0$; 2) 10, ha $x = 0$. **1029.** $\frac{3}{4}$ órára. **1030.** 9 zokni. **1045.** 1. **1049.** 75° vagy 165°. **1078.** 1) –2; 2) –2,8; 3) 22. **1079.** 1) 9,6; 2) 2. **1086.** 1) –28; 2) –2,4; 3) –1; 4) –178; 5) 48. **1087.** 1) 3,4; 2) 0,1; 3) 1,6.

1093. 342 hrn. **1094**. 1,5 km vagy 7,5 km. **1107.** 2) $4\frac{1}{2}$. **1108**. 2) $-\frac{1}{18}$. **1110.** 3) $-\frac{6}{7}$; 4) 4. **1112.** 2) –44,45. **1113.** 2) –14. **1114.** 1) $1\frac{17}{18}$; 2) $1\frac{1}{8}$. **1115.** 1) $-2\frac{1}{4}$; 2) $-1\frac{1}{3}$. **1118.** 0,6 km/p. **1119**. 3. **1120**. 3 kg. **1121**. 39 éves. **1132**. 1) 2; 2) 3,2; 3) –24. **1133.** 1) –3; 2) –4; 3) $1\frac{1}{5}$. **1134.** 1) –3; 2) 1. **1135.** 1) 0; 2) 1,25. **1136.** 1) 0,4; 2) –1. **1137.** 1) –9,5; 2) –2. **1138.** 1) –0,3; 2) 8; 3) 24; 4) 3,4. **1139.** 1) 0,4; 2) 5; 3) 1,8; 4) 11. **1140.** 1) 0,5; 2) –3,5. **1141**. 1) –7; 2) –3,25. **1142.** 1) Nincsenek gyökei; 2) x — bármilyen szám. **1143**. 1) x — bármilyen szám; 2) nincsenek gyökei. **1144**. 1) 0; 2) 2. **1145**. 1) –14; –7; –2; –1; 1; 2; 7; 14; 2) –10; –4; –2; –1; 0; 1; 3; 4; 5; 6; 8; 14. **1146**. 1) 1; 2; 4; 5; 10; 20; 2) –4; –5; –6; –9; –12; –21. **1147**. 1600%. **1148**. 20%. **1149**. 18 cukorka. **1150**. Az osztandó 53, az osztó 9. **1157**. 70 cm, 14 cm, 82 cm. **1158**. 12 cm, 84 cm, 78 cm. **1159**. 14,4 hrn, 8 hrn. **1160**. 30 hrn, 50 hrn. **1161.** 14 kg, 6 kg. **1162**. 30 hrn, 70 hrn. **1163.** 4,2 km/ó, 9,8 km/ó. **1164**. 300 gyerek. **1165.** 60 gomba, 12 gomba. **1166**. 12 dió, 96 dió. **1167**. 120 000 hrn. **1168**. 59 l. **1169**. 65 hrn,13 hrn. **1170.** 240 kg, 60 kg. **1171**. 6 ó, 4 ó. **1172**. 2,5 ó; 1 ó. **1173**. 13 p múlva. **1174**. 5 nap múlva. **1175.** 240 l, 480 l. **1176.** 20 kg, 80 kg. **1177.** Páratlan szám. **1178**. A 93-as számban a 9-es számjegyet húzták át, vagy a 62-es számban a 6-os számjegyet, vagy a 31-es számban a 3-as számjegyet. **1179**. 1) –129,7; 2) $-\frac{2}{9}$.

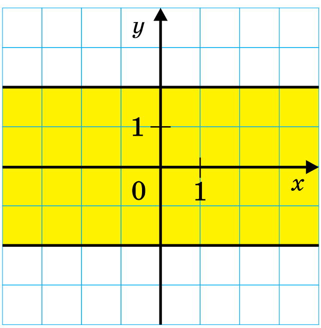
1197. 1) 124°; 2) 98°. **1198**. 126°. **1199**. *Útmutatás*. 1) 90° = 15° · 6. **1200**. *Útmutatás*. 1) 5° = 90 −17° · 5. **1201**. *Útmutatás*. 10° = 90° − 4 · 20°. **1202**. 26. **1205**. 17 csomag papír. **1218**. 5 rózsa, 9 rózsa. **1220**. 1 t.**1221**. –12,8. **1247**. 3) 173. ábra ; 4) 174. ábra. **1248**. 3) 175. ábra; 4) 176. ábra**. 1250**. 75 kg.



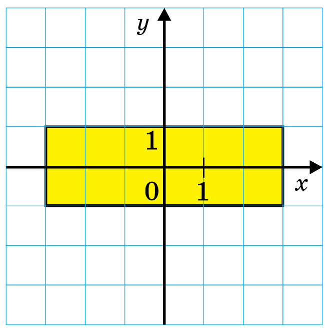
173. ábra



174. ábra



175. ábra



176. ábra

1251. 308 dió. **1252.** 4 zacskó 10 kg, 1 zacskó 3 kg, 2 zacskó 1 kg tömegű; 1224 hrn. **1264.** 12-féleképpen. **1265**. 150 oldalas. **1266.** 1) $-\frac{5}{12}$; 2) $-\frac{5}{23}$; 3) 2,5.

1268. 1) $\frac{1}{5}$; 2) –3,36; 3) $2\frac{1}{6}$; 4) 2,75; 5) 0,5; 6) 0,11; 7) $-\frac{1}{44}$; 8) $-9\frac{3}{4}$. **1269.** 1) 2,8; 2) 1,8. **1270.** 1) 12,5; 2) 4. **1271.** 1) 40%; 2) $21\frac{3}{7}$%. **1275.** 2) $2c-2$; 3) $1{,}02n$; 4) $36{,}5k-14$. **1276.** 3) –5,5; 4) –1; 5) –12. **1277.** 18) –36; 19) –22,5; 20) 36; 21) –2; 22) –0,2; 23) 0,5; 24) 0; 25) 2; 26) $\frac{5}{19}$. **1278.** 1) $3\cdot 29=87$; 2) $43\cdot 3=129$; 3) $103\cdot 5=515$; 4) $11\cdot 13=143$; 5) $21\cdot 23=483$; 6) $14\cdot 17=238$. **1280.** 25 cm, 435 csempe. **1281.** 72 osztályzat. **1282.** 61 dió. **1285.** 98 tészta. **1286.** 3 kg. **1287.** 49 p. **1288.** 380 km. **1290.** Összehajtogatni 4-szer és levágni a negyedrészét. *Útmutatás.* $\frac{1}{2}=\frac{4}{6}-\frac{1}{6}=\frac{2}{3}-\left(\frac{2}{3}:4\right)$. **1291.** 24 nap. **1292**. $32\frac{8}{11}$ p alatt. **1293**. 3 ó alatt. **1294**. 56 ó alatt. **1295**. $3\frac{3}{5}$ ó alatt. **1296.** $14\frac{2}{5}$ p alatt. **1297.** 8 ó alatt. **1298.** 15 ó alatt,10 ó alatt. *Útmutatás.* 2 ó alatt két csövön keresztül a medence $\frac{1}{3}$-a telik meg, akkor az egyik csövön keresztül 10 ó alatt a medence $\frac{2}{3}$-a telik meg. **1299.** 14 ó. **1300.** 1,5 cm. **1308**. 2,52 kg. **1309**. 21%-kal. **1310**. 4%-kal csökkent. **1311.** A téglalap területe a négyzet területének a 91%-a. **1312**. 240 cm^2. **1313**. $x=9$, $y=24$. **1314.** 1) 18; 24; 54; 2) 75; 50; 60.**1315.** 2000 kg. **1316**. 175 km. **1326**. 68°; 32°; 80°. **1327.** 46°; 32°; 12°. **1328.** 304 nap.

1330. 83,2 cm^2. **1331.** 500 ha, 400 ha, 320 ha. **1332.** 21 bokor, 35 bokor. **1333.** 45 kg. **1334.** 41 km, 36 km, 33 km. **1335.** 70 km/ó, 80 km/ó. **1336.** 3 ó múlva. **1337.** Aszfaltozott úton 50 km/ó, földúton 45 km/ó. **1338.** 14 km/ó; 42 km. **1339.** 1,5 ó múlva. **1340.** 264 km. **1341.** 80 km/ó, 46 km/ó. **1342.** 1,8 ó múlva; 18 km, 8 km. **1343.** 40 km. **1344.** 150 kg, 250 kg, 280 kg. **1345.** 150 feladat. **1346.** 17-szer. **1348.** 3 hrn 60 kop. **1349.** 7. **1350.** 20; 48. **1351.** 25 liba, 20 kecske. **1352.** 10 nyúl, 65 fej káposzta. **1353.** 12 000 hrn 6%-os kamat, és 8 000 hrn 9%-os kamat. **1354.** 60 l, 15 l. **1355.** 72 l. **1356.** 24 könyv. **1357.** 54 km. **1358.** 132 cím. **1359.** 66 játszmát.

Az *Ellenőrizd magadat* tesztfeladatok megoldása

Feladatlap sorszáma	Feladatok száma											
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
4	B	D	A	C	A	C	D	C	C	B	B	C
5	D	A	D	C	B	C	D	B	C	B	A	B
6	A	B	A	D	B	C	A	D	D	B	D	C

Tárgymutató

Навчальне видання

МЕРЗЛЯК Аркадій Григорович
ПОЛОНСЬКИЙ Віталій Борисович
ЯКІР Михайло Семенович

МАТЕМАТИКА

підручник для 6 класу з навчанням угорською мовою закладів загальної середньої освіти
(у 2-х частинах)
Частина 2

Рекомендовано Міністерством освіти і науки України

Видано за рахунок державних коштів.
Продаж заборонено

Підручник відповідає Державним санітарним нормам і правилам «Гігієнічні вимоги до друкованої продукції для дітей»

У підручнику з навчальною метою використано фотоматеріали, розміщені у вільному доступі в мережі «Інтернет».

Переклад з української мови

Перекладач *Т. В. Анкудінова*

Угорською мовою

Редактор *А. В. Сані М*
Коректор *Г. М. Тирканич*

Формат 60×90/16. Ум. друк. арк. 13,00. Обл.-вид. арк. 11,96.
Тираж 1678 прим. Зам. № 23-357.

Державне підприємство
„Всеукраїнське спеціалізоване видавництво „Світ”
79008 м. Львів, вул. Галицька, 21
Свідоцтво суб’єкта видавничої справи серія ДК № 4826 від 31.12.2014
www.svit.gov.ua
e-mail: office@svit.gov.ua

Друк ПрАТ «Білоцерківська книжкова фабрика»
09100, Київська обл., м. Біла Церква, вул. Леся Курбаса, буд. 4
Свідоцтво суб’єкта видавничої справи серія ДК № 5454 від 14.08.2017